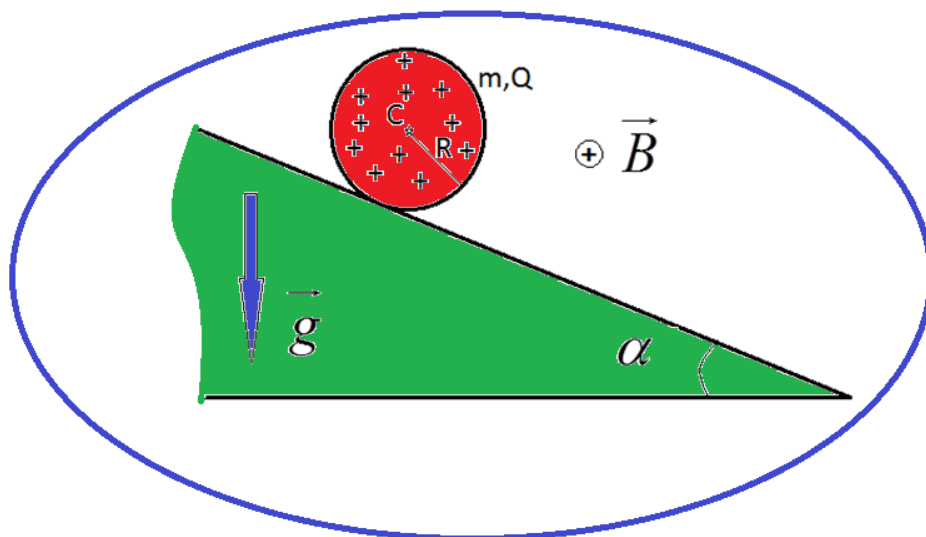


**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG**



TẬP 2P

ĐIỆN TỪ VÀ QUANG HÌNH HỌC

**TP.HCM, THÁNG 5 NĂM 2020
LƯU HÀNH NỘI BỘ**

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

MỤC LỤC

CHƯƠNG I. ĐIỆN TÍCH- ĐIỆN TRƯỜNG- ĐIỆN THỂ

I.1. ĐIỆN TÍCH -ĐIỆN TRƯỜNG-----	Trang 3
I.2. ĐIỆN TÍCH CHUYỂN ĐỘNG TRONG ĐIỆN TRƯỜNG-----	Trang 6
I.3. ĐIỆN TRƯỜNG, ĐIỆN THỂ GÂY RA BỞI VẬT NHIỆM ĐIỆN CÓ KÍCH THƯỚC -----	Trang 14
I.4. VẬT DẪN, ĐIỆN MÔI TRONG ĐIỆN TRƯỜNG. PHÂN CỰC ĐIỆN MÔI.-----	Trang 24

CHƯƠNG II. TỤ ĐIỆN

II. 1. TỤ ĐIỆN-GIỚI HẠN HOẠT ĐỘNG TỤ ĐIỆN -----	Trang 31
II.2. TỤ ĐIỆN PHÓNG ĐIỆN -----	Trang 35

CHƯƠNG III. ẢNH ĐIỆN

PHƯƠNG PHÁP ẢNH ĐIỆN -----	Trang 46

CHƯƠNG IV. LƯỜNG CỰC ĐIỆN

LƯỜNG CỰC ĐIỆN -----	Trang 53

CHƯƠNG V. DÒNG ĐIỆN MỘT CHIỀU

V.1. DÒNG ĐIỆN MỘT CHIỀU-----	Trang 58
V.2. KHẢO SÁT DÒNG ĐIỆN MỘT CHIỀU-----	Trang 68
V.3. DÒNG ĐIỆN TRONG KHÔNG GIAN. -----	Trang 74

CHƯƠNG VI.TỪ TRƯỜNG

VI.1. TỪ TRƯỜNG- LỰC TỪ -----	Trang 76
VI.2. ĐIỆN TÍCH CHUYỂN ĐỘNG TRONG TỪ TRƯỜNG-----	Trang 79

CHƯƠNG VII.CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ

VII.1. CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ -----	Trang 98
VII.2. THANH KIM LOẠI CHUYỂN ĐỘNG TRONG TỪ TRƯỜNG-----	Trang 102
VII.3. KHUNG DÂY CHUYỂN ĐỘNG TRONG TỪ TRƯỜNG-----	Trang 117
VII.4. DÒNG ĐIỆN PHỤ CÔ.-----	Trang 122
VII.5. DÒNG ĐIỆN THẮNG VÀ CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ -----	Trang 129
VII.6. CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ TRONG VẬT LIỆU SIÊU DẪN-----	Trang 133
VII.7. HIỆN TƯỢNG TỰ CẢM-----	Trang 137

CHƯƠNG VIII. PHẢN XẠ VÀ KHÚC XẠ ÁNH SÁNG

VIII.1. PHẢN XẠ ÁNH SÁNG. GƯƠNG PHẪNG- GƯƠNG CẦU-----	Trang 143
VIII.2. HIỆN TƯỢNG KHÚC XẠ PHẢN XẠ TOÀN PHẦN-----	Trang 146
VIII.3. LĂNG KÍNH- BẢN MẶT SONG SONG -----	Trang 152
VIII.4. LƯỜNG CHẤT CẦU -----	Trang 154
VIII.5. NGUYÊN LÝ FECMA- HUYGHEN-----	Trang 164

CHƯƠNG IX. CHIẾT SUẤT THAY ĐỔI

IX.1. XÁC ĐỊNH QUY LUẬT BIẾN ĐỔI CHIẾT SUẤT-----	Trang 169
IX.2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRUYỀN ÁNH SÁNG-----	Trang 170
IX.3. CHIẾT SUẤT TỔNG HỢP-----	Trang 181

CHƯƠNG X. THẤU KÍNH – QUANG HỆ GHÉP

X.1. THẤU KÍNH-----	Trang 192
X.2. THẤU KÍNH GHÉP CÁC QUANG CỤ-----	Trang 199
X.3. HỆ THẤU KÍNH ĐỒNG TRỤC-----	Trang 210

TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

BIÊN SOẠN: PHẠM VŨ KIM HOÀNG

Email: hoangptnk2015@gmail.com

Điện thoại:0944821087

CHƯƠNG I

ĐIỆN TÍCH- ĐIỆN TRƯỜNG- ĐIỆN THẾ

I.1. ĐIỆN TÍCH - ĐIỆN TRƯỜNG

Bài 1. Hai quả cầu kim loại nhỏ giống nhau được treo vào một điểm bởi hai sợi dây nhẹ không dẫn, dài $\ell = 40$ cm. Truyền cho hai quả cầu điện tích bằng nhau có điện tích tổng cộng $q = 8 \cdot 10^{-6}$ C thì chúng đẩy nhau, các dây treo hợp với nhau một góc 90° . Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

a/ Tìm khối lượng mỗi quả cầu.

b/ Truyền thêm điện tích q' cho một quả cầu, thì thấy góc giữa hai dây treo giảm đi còn 60° . Xác định cường độ điện trường tại trung điểm của sợi dây treo quả cầu được truyền thêm điện tích này?

ĐS: a. 45 g; b. Nếu $q' > 0$ thì $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 3,97 \cdot 10^5 \text{ V/m}$, $\alpha = 49^\circ$. Nếu $q' < 0$ thì $E \approx 5,06 \cdot 10^5 \text{ V/m}$, $\alpha \approx 18^\circ$

Bài 2. Một vòng dây hình tròn bán kính R mang điện tích Q phân bố đều và nằm cố định trong một mặt phẳng thẳng đứng. Một điện tích q (cùng dấu với Q) có khối lượng m nằm cân bằng tại một điểm ở trục vòng dây. Điện tích q được gắn ở đầu một sợi chỉ mảnh cách điện, còn đầu kia của sợi dây buộc vào điểm cao nhất của vòng dây. Toàn bộ đặt trong trường trọng lực.

a) Hãy tìm chiều dài cần thiết của sợi dây đó

b) Nếu điện tích q nằm ở vị trí mà lực điện tác dụng lên nó là lớn nhất thì chiều dài và lực căng dây ở vị trí đó bằng bao nhiêu?

ĐS: a. $\sqrt[3]{\frac{kQqR}{mg}}$; b. $l = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot R$; $T = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot mg$

Bài 3. Có 4 quả cầu nhỏ giống hệt nhau, mỗi quả có khối lượng m , điện tích q . Treo 4 quả vào điểm O bằng 4 sợi dây mảnh cách điện dài l , tất cả đặt trong không khí. Khi cân bằng, bốn điện tích nằm tại 4 đỉnh của hình vuông ABCD cạnh $a=l$. Bỏ qua lực đẩy Ác-si-met trong không khí.

a) Tính lực điện do ba điện tích đặt tại A, B, D tác dụng lên điện tích đặt tại C theo q , l và hằng số điện k .

b) Tính giá trị của q theo m , l và gia tốc trọng trường g .

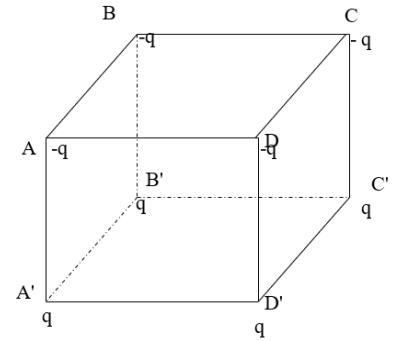
Áp dụng bằng số: $l=20\text{cm}$, $m=(1+2\sqrt{2})\text{gam}$, $g=10\text{m/s}^2$, $k=9 \cdot 10^9 (\frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2})$.

ĐS: a. $F = \frac{kq^2}{l^2} \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right)$; b. $q = \sqrt{\frac{mgl^2}{k(0,5 + \sqrt{2})}} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ C}$.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Bài 4. Tại 8 đỉnh của hình lập phương cạnh $a = 0,2\text{m}$ ở trong chân không, có đặt 8 điện tích điểm có cùng độ lớn là $q = 9 \cdot 10^{-8}$, bốn điện tích ở đáy trên có trị số âm, bốn điện tích đáy dưới có trị số dương. Xác định cường độ điện trường tại tâm hình lập phương.

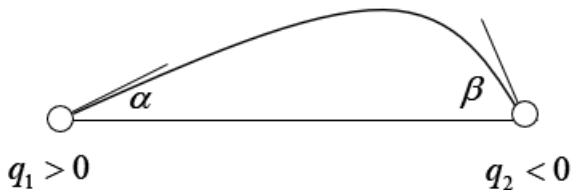
ĐS: $E = \frac{32kq}{3\sqrt{3}a^2} \approx 1,25 \cdot 10^5 \text{ V/m}$



Bài 5. Điện tích Q được phân bố đều trên một mặt cầu kim loại rắn tuyệt đối với bán kính R . Hãy xác định lực F tác dụng lên một đơn vị diện tích của mặt đó từ phía điện tích còn lại.

ĐS: $F = \frac{Q^2}{32\pi^2 \epsilon \epsilon_0 R^4}$

Bài 6. trong một điện trường tạo bởi một điện tích điểm $+q_1$ và một điện tích điểm $-q_1$, có một đường sức xuất hiện từ $+q_1$ hợp với đoạn thẳng nối hai điện tích một góc α .
a. Hãy tính góc β mà đường sức đó hợp với đoạn thẳng trên tại $-q_1$



b. Thảo luận kết quả thu được câu a) nếu $|q_1| \square |q_2|$.

Cho biết công thức tính diện tích chỏm cầu bán kính r , góc mở 2α là
 $S = 2\pi r^2 (1 - \cos \alpha)$.

ĐS: a. $\sin \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \sin \frac{\alpha}{2}$ nếu $\sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \sin \frac{\alpha}{2} \leq 1$. Nếu $\sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \sin \frac{\alpha}{2} > 1$ thì đường sức đi khỏi q_1 sẽ đi ra xa vô cùng và không đi tới $-q_2$.

b. Nếu $|q_1| \square |q_2|$ thì phương trình (4) vô nghiệm, khi đó đường sức xuất phát từ q_1 dưới góc α không đến được q_2 . Tức là điện tích q_2 không ảnh hưởng đến điện trường của điện tích q_1 , lúc đó có thể xem q_2 như là điện tích thử.

Bài 7. Nguyên tử của một nguyên tố bao gồm hạt nhân mang điện Ze đặt tại tâm (Z là nguyên tử số của nguyên tố, e là điện tích nguyên tố) và lớp vỏ do các electron chuyển động xung quanh hạt nhân tạo thành. Coi phân bố điện tích của lớp vỏ chỉ phụ thuộc khoảng cách r tới tâm hạt nhân với mật độ điện khối như sau:

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

$$\rho(r) = \frac{A}{r^n} \text{ nếu } r \geq a$$

$$\rho(r) = 0 \text{ nếu } r < a$$

Trong đó n , A và a là các hằng số.

a) Chỉ ra rằng n phải lớn hơn một giá trị xác định. Tìm giá trị đó.

b) Nguyên tử đang trung hòa về điện, hãy tìm hằng số A .

c) Tìm điện trường và điện thế tại một điểm bất kỳ trong không gian do nguyên tử gây ra.

ĐS : a. $n > 3$; b. $A = \frac{3-n}{4\pi} \cdot \frac{Ze}{a^{3-n}}$; c. Khi $r < a$ thì $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{r^3} \vec{r}$ và

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{a} \left(\frac{a}{r} + \frac{3-n}{n-2} \right); \text{ Khi } r \geq a \text{ thì } \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{r^2} \left(\frac{a}{r} \right)^{n-3} \vec{r} \text{ và } V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{a} \left(\frac{a}{r} \right)^{n-2}$$

Bài 8. Ba đồng xu nhỏ đồng chất, khối lượng m được nối với nhau bằng hai sợi dây nhẹ, không dẫn điện, mỗi dây có chiều dài d . Mỗi đồng xu này có điện tích q . Các đồng xu này được đặt trên một mặt phẳng nhẵn nằm ngang và cách điện (góc hợp bởi giữa các sợi dây này gần bằng 180°). Sau đó người ta thả tự do cho các đồng xu này dao động, người ta nhận thấy chu kỳ dao động của các đồng xu là T . Tìm điện tích q của mỗi đồng xu.

ĐS: $q \approx \frac{4\pi}{T} \sqrt{\frac{md^3/3}{1/4\pi\epsilon_0}}$

Bài 9. Ba mặt cầu kim loại đồng tâm có bán kính R , $2R$ và $3R$. Mặt cầu bán kính $2R$ tích điện Q . Khoan một lỗ nhỏ trên quả cầu bán kính $2R$. Dùng dây dẫn xuyên qua lỗ nhỏ nối hai mặt cầu bán kính R và $3R$ sao cho dây không tiếp xúc với mặt cầu bán kính $2R$, sau đó nối mặt cầu ngoài cùng với đất.

a. Tính điện thế ở tại mặt cầu thứ nhất, mặt cầu thứ hai và hiệu điện thế giữa hai mặt cầu.

b. Tính điện lượng chuyển qua dây dẫn nối đất và tổng nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở các dây nối trong thời gian dài.

ĐS: a. $V_1 = k \frac{Q}{2R} + k \frac{q}{3R}$, $V_2 = k \frac{Q}{3R}$, $U_{12} = \frac{1}{6} k \frac{Q-4q}{R}$;

b. Điện tích dịch chuyển qua dây dẫn nối đất $q' = Q$

$$W = \frac{9}{48} k \frac{Q^2}{R}$$

Bài 10. Mạng tinh thể muối ăn đơn giản là một hình hộp có các ion trái dấu gồm ion dương Na ($A_{Na}=23$) và ion âm Cl ($A_{Cl}=35$) được đặt tại các nút mạng của khối hộp. Bán

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

kính các ion này xấp xỉ bằng nhau. Trong bài toán này được coi như những quả cầu cứng, cách điện, tích điện đều, có bán kính giống nhau và đặt sát nhau. Khi khoảng cách giữa các ion lớn hơn hoặc bằng đường kính ion thì sự tương tác giữa chúng đơn thuần là tương tác tĩnh điện.

1. Biết khối lượng riêng của muối ăn là $\rho = 2,16 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$. Hãy xác định đường kính trung bình của các ion.

2. Tính năng lượng tương tác của một ion tinh thể với tất cả các ion còn lại.
Khi giải bài toán này có thể sử dụng công thức:

$$C = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+l+m}}{(k^2 + l^2 + m^2)^{\frac{1}{2}}} \approx -1,75; \text{ trong đó } (k^2 + l^2 + m^2) \neq 0.$$

$$\text{ĐS: 1. } d = \sqrt[3]{\frac{M_{Na} + M_{Cl}}{2\rho N_A}} \approx 2,82 \cdot 10^{-10} m; \text{ 2. } W = C \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 d} \approx -7,14 \cdot 10^{-19} J$$

I.2. ĐIỆN TÍCH CHUYỂN ĐỘNG TRONG ĐIỆN TRƯỜNG

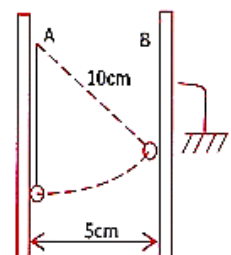
Bài 1. Hai quả cầu kim loại, lúc đầu trung hoà về điện, mỗi quả cầu có bán kính r và khối lượng m , được nối với nhau bằng một dây dẫn nhẹ và mềm có chiều dài L . Sau đó các quả cầu được đặt trong điện trường đều $\vec{E}$ có phương song song với đường thẳng nối tâm của hai quả cầu. Các quả cầu được giữ đứng yên, cách nhau một khoảng ℓ ($r \ll \ell \leq L$). Xác định tốc độ lớn nhất mỗi quả cầu đạt được sau khi được thả tự do. Bỏ qua tác dụng của trường trọng lực.

$$\text{ĐS: } v = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{r(L - \ell)}{mk}} (L + \ell - r)$$

$$\text{Khi } r \ll (L + \ell), \text{ ta có: } v \approx \frac{E}{2} \sqrt{\frac{r(L^2 - \ell^2)}{mk}}$$

$$+ \text{ Khi } L \gg \ell, \text{ ta có: } v \approx \frac{EL}{2} \sqrt{\frac{r}{mk}}$$

Bài 2. Treo quả cầu gỗ vào bản A của tụ bằng sợi dây cách điện dài 10cm, hình vẽ. Nối bản B của tụ với đất. Nối bản A với điện thế 60.000V rồi ngắt điện ngay. Người ta quan sát thấy quả cầu gỗ từ bản A nảy lên, chạm vào bản B rồi nảy ngược trở lại chạm vào A, nhiều lần như thế. Cuối cùng quả cầu dừng lại, khi dây treo hợp góc θ so với phương thẳng đứng.



BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

- a) Tính hiệu điện thế cuối cùng giữa hai bản tụ song song.
b) Khi quả cầu gỗ đứng yên thì nó đã qua lại giữa hai bản tụ bao nhiêu lần?

ĐS: a. $U_f = \sqrt{\frac{mgd \tan \theta'}{C'}} = 8836V$; b. 22 lần

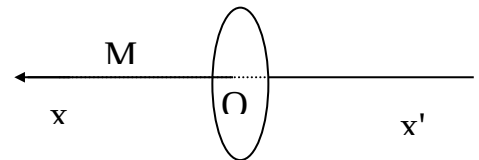
Bài 3. Hai quả cầu nhỏ tích điện có khối lượng và điện tích lần lượt $m_1 = m$, $q_1 = +q$; $m_2 = 4m$, $q_2 = +2q$ được đặt cách nhau một khoảng a . Ban đầu quả cầu 2 đứng yên và quả cầu 1 chuyển động hướng thẳng vào quả cầu 2 với vận tốc v_0 . Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

- a) Tính khoảng cách cực tiểu $r_{\min}$ giữa 2 quả cầu?
b) Xét trường hợp $a = \infty$, tính $r_{\min}$?
c) Tính vận tốc v_1, v_2 của hai quả cầu khi chúng lại chuyển động ra xa nhau vô cùng?
Xét khi $a = \infty$?

ĐS: a. $r_{\min} = \frac{5kaq^2}{mv_0^2 a + 5kq^2}$; b. $r_{\min} = \frac{5kq^2}{mv_0^2}$; c. $v_2 = \frac{2v_0}{2}, v_1 = -\frac{3v_0}{5} < 0$

Bài 4. Điện tích dương q_0 được phân bố đều trên dây dẫn mảnh hình tròn, bán kính R .

Một điện tích điểm $-q$ đặt tại M trên trục xx' của đường tròn và cách tâm O của đường tròn một khoảng $OM = x$.



Xác định lực điện tác dụng lên điện tích $-q$? Hỏi x bằng bao nhiêu để lực điện đó đạt cực đại? Tính lực cực đại đó?

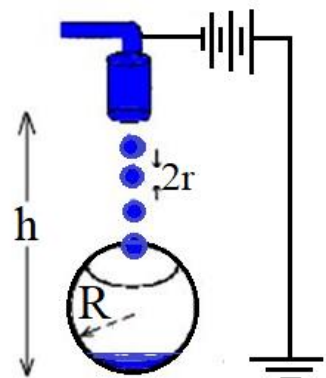
ĐS: $x = \frac{R}{\sqrt{2}}, F_{\max} = \frac{2kqq_0}{3\sqrt{3}R^2}$

Bài 5. Mô hình máy phát tĩnh điện Kelvin là một vỏ cầu rỗng bằng kim loại có bán kính R được tĩnh điện thông qua một chất lỏng có khối lượng riêng ρ . Các giọt chất lỏng từ độ cao $h > R$ được tích cho một hiệu điện thế V_0 và rơi vào trong vỏ cầu qua một lỗ thủng nhỏ (hình vẽ).

1. Xác định điện tích của mỗi giọt chất lỏng theo V_0 , xem rằng các giọt này đều có bán kính r .

2. Biết rằng kích thước của vỏ cầu là khá lớn, một cách định tính hãy chứng minh rằng vỏ cầu kim loại chỉ có thể được tích tới một giá trị điện thế cực đại $V_{\max}$ nào đó (khi điện thế của vỏ cầu vượt qua giá trị này thì các giọt chất lỏng không còn có thể “lọt” vào trong vỏ cầu được nữa mặc dù chất lỏng vẫn chưa chiếm đầy nó).

3. Bỏ qua hiện tượng hưởng điện giữa các giọt chất lỏng đang “rơi” đối với vỏ cầu kim loại, tìm $V_{\max}$ theo các hằng số đã cho của bài toán.

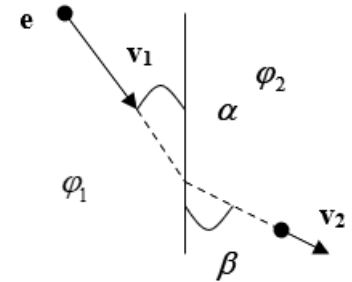


ĐS: 1. $q_0 = V_0 \cdot 4\pi\epsilon_0 r$; 3. $V_{\max} = \frac{\rho g r^2 (h - R)}{3\epsilon_0 V_0}$

Bài 6. Ở cách xa các vật thể khác trong không gian, có hai quả cầu nhỏ tích điện. Điện tích và khối lượng của các quả cầu lần lượt là $q_1 = q_2$, $m_1 = 1\text{g}$; $q_1 = q_2$, $m_2 = 2\text{g}$. Ban đầu, khoảng cách hai quả cầu là $a = 1\text{m}$, vận tốc quả cầu m_2 là 1m/s , hướng dọc theo đường nối hai quả cầu và đi ra xa m_1 và vận tốc quả cầu m_1 là 1m/s , nhưng hướng vuông góc với đường nối hai quả cầu. Hỏi với giá trị điện tích q bằng bao nhiêu thì trong chuyển động tiếp theo, các quả cầu có hai lần cách nhau một khoảng bằng 3m ? Chỉ xét tương tác điện của hai quả cầu.

$$\text{ĐS: } v_0 \sqrt{\frac{8\pi\epsilon_0 ma}{3}} \leq q \leq v_0 \sqrt{\frac{34\pi\epsilon_0 ma}{9}} \text{ hay } 0,27\text{C} \leq q \leq 0,32\text{C}.$$

Bài 7. Một electron bay trong điện trường đều từ một vùng đẳng thế có điện thế φ_1 sang vùng đẳng thế có điện thế φ_2 . Mặt phân cách giữa hai vùng đẳng thế là mặt phẳng. Trong vùng đẳng thế φ_1 electron có vận tốc v_1 hợp với mặt phân cách một góc α . Xác định góc hợp bởi vectơ vận tốc của electron trong vùng đẳng thế φ_2 với mặt phân cách. Bỏ qua sức cản không khí và tác dụng của trọng lực.



$$\text{ĐS: } \tan \beta = \tan \alpha \sqrt{1 + \frac{2e(\varphi_1 - \varphi_2)}{mv_1^2 \cdot \sin^2 \alpha}}$$

Bài 8. Cho biết: điện thế do một điện tích điểm q gây ra tại điểm M cách q một khoảng r trong chân không là $V_M = k \cdot q/r$, với $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$; khối lượng và điện tích của electron lần lượt là $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ và $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; điện tích của proton là $+1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

1. Với nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản, electron chuyển động tròn đều quanh hạt nhân đứng yên, với bán kính quỹ đạo là $a_0 = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Tính:

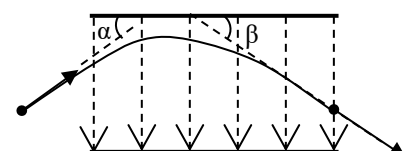
- lực điện mà hạt nhân hút electron và tốc độ của electron;
- tổng động năng và thế năng của electron trong điện trường của hạt nhân (tính theo eV).

2. Hai electron, ban đầu, ở cách nhau một khoảng rất lớn và chạy đến gặp nhau với vận tốc tương đối có độ lớn $v_0 = 500 \text{ m/s}$. Tìm khoảng cách nhỏ nhất a mà các electron có thể đến gần nhau. Chỉ xét tương tác điện giữa các electron.

$$\text{ĐS: } 1a. 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ N}; 2,19 \cdot 10^6 \text{ m/s}; 1b. -13,6 \text{ eV}; 2. 4,05 \text{ mm}$$

Bài 9.

Các hạt khối lượng m , mang điện tích q bay vào vùng không gian giữa hai bản tụ điện phẳng dưới góc α so với mặt bản và ra khỏi dưới góc β (hình bên). Tính động năng ban đầu của hạt, biết điện



BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

trường có **cường độ E**, **chiều dài các bản tụ là d**. Bỏ qua hiệu ứng bờ của tụ điện

$$\text{ĐS: } W_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{q \cdot E \cdot d}{2\cos^2\alpha \cdot (\operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\alpha)}$$

Bài 10. Hạt proton có **khối lượng m** ban đầu **ở rất xa hạt nhân X** có **điện tích +ze** được **bắn về phía hạt nhân với tốc độ ban đầu v_0** , khi proton **cách phía hạt nhân khoảng R** thì **tốc độ nó chỉ còn $\frac{v_0}{2}$** . Coi $m_X \gg m_p$. Hỏi:

a. Khi tốc độ proton chỉ còn $\frac{v_0}{4}$ thì có cách hạt nhân X bao xa.

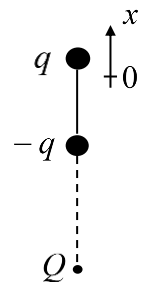
b. Khoảng cách $R_{\min}$ gần nhất mà proton tới được hạt nhân.

$$\text{ĐS: a. } R_1 = \frac{32kze^2}{15mv_0^2} = \frac{4}{5}R; \text{ b. } R_{\min} = \frac{2kze^2}{mv_0^2} = \frac{3}{4}R$$

Bài 11. Trên một mặt phẳng nằm ngang, **hệ số ma sát μ** có hai quả cầu nhỏ đứng yên, có khối lượng m và M, tích điện trái dấu Q và -Q. Người ta bắt đầu đẩy chậm chậm quả cầu m cho chuyển động về phía quả cầu M cho đến khi tự quả cầu m chuyển động được thì thôi. **Đến lúc quả cầu M dịch chuyển được thì người ta lấy đi nhanh các điện tích của nó. Hỏi khối lượng hai quả cầu phải thỏa mãn điều kiện nào để chúng có thể chạm được vào nhau sau khi đã tiếp tục chuyển động?** Bỏ qua kích thước của hai quả cầu.

$$\text{ĐS: } M \geq 4m.$$

Bài 12. Hai quả cầu **kim loại, bán kính r** được nối với nhau bằng một sợi dây thép mảnh, **dài l**. Các quả cầu **được đặt cách một điện tích điểm Q một đoạn R** như hình vẽ (Với $R \gg l \gg r$). Hỏi điện tích Q tác dụng lên hệ hai quả cầu một lực bằng bao nhiêu? Điện tích toàn phần của hệ 2 quả cầu bằng 0.



$$\text{ĐS: Lực hút } F = \frac{kQ^2\ell^2r}{R^5}.$$

Bài 13. Hai quả cầu có cùng khối lượng m, điện tích q nối với nhau bằng sợi dây dài l. Hệ số ma sát giữa quả cầu và sàn là μ . Đốt cháy dây nối giữa hai quả cầu. **Tính vận tốc cực đại của quả cầu phụ thuộc vào điện tích q.**

$$\text{ĐS: } v_{\max} = \sqrt{\frac{kq^2}{ml}} - \sqrt{\mu gl}.$$

Bài 14. Hai quả cầu nhỏ có điện tích và khối lượng lần lượt là q_1, m_1, q_2, m_2 . Ban đầu chúng có **vận tốc giống nhau về độ lớn và hướng**. Chúng bắt đầu chuyển động vào trong một điện trường đều, sau một khoảng thời gian người ta thấy **hướng chuyển động của**

quả cầu 1 quay đi một góc 60° và độ lớn vận tốc giảm đi hai lần, còn hướng chuyển động của quả cầu 2 thì quay đi 90° .

1) Vận tốc của quả cầu 2 thay đổi như thế nào?

2) Xác định các tỷ số $K_2 = \frac{q_2}{m_2}$ theo $K_1 = \frac{q_1}{m_1}$.

ĐS: 1. Vận tốc quả cầu 2 giảm $\sqrt{3}$ lần; 2. $K_2 = \frac{3}{4}K_1$.

Bài 15. Trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm. Xét hai loại hạt M_1 và M_2 khối lượng m_1 và m_2 có điện tích q_1 và q_2 cùng dấu. Ở thời điểm ban đầu hai hạt được buông ra không vận tốc đầu ở khoảng cách r_0 giữa chúng. Bỏ qua trường trọng lực. Tính vận tốc giới hạn v_1 và v_2 của chúng.

a) Bằng cách tích phân của năng lượng.

b) Bằng cách khảo sát chuyển động của hạt rút gọn M trong hệ quy chiếu khối tâm.

$$\text{ĐS: } v_1 = -\sqrt{\frac{2km_2q_1q_2}{m_1(m_1+m_2)r_0}}; \quad v_2 = -\sqrt{\frac{2km_1q_1q_2}{m_2(m_1+m_2)r_0}}$$

Bài 16. Hai quả cầu kim loại cùng khối lượng m , có bán kính tương ứng là r và $2r$, tâm của chúng cách nhau $4r$, được đặt trong một điện trường đều E có hướng từ quả lớn đến quả nhỏ. Quả cầu lớn hơn được tích điện q ($kq/r^2 \ll E$), quả cầu nhỏ không mang điện.

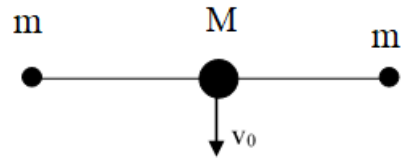
Người ta thả đồng thời các quả cầu. Thời gian giữa va chạm thứ nhất và va chạm thứ hai là τ . Tìm thời gian giữa lần va chạm thứ n và lần thứ $(n+1)$ và quãng đường mà mỗi quả cầu đi được trong khoảng thời gian ấy. Gia tốc của các quả cầu bằng bao nhiêu sau thời gian đủ lớn. Xem rằng các va chạm là tuyệt đối đàn hồi và thời gian xảy ra va chạm là rất nhỏ.

ĐS: Thời gian giữa hai va chạm thứ n và $n+1$ là τ ; mỗi quả cầu đi được giữa va chạm

thứ n và $n+1$ bằng: $s = \frac{a\tau^2}{2}(n - \frac{1}{2}) + \frac{\sqrt{2ar}}{2}\tau$; Sau thời gian đủ lớn gia tốc

$$a_{tb} = \frac{qE}{2m}.$$

Bài 17. Ba quả cầu nhỏ có khối lượng m, M, m cùng điện tích Q nối với nhau bằng hai dây nhẹ không dẫn và không dẫn điện, chiều dài ℓ . Hệ thống được đặt trên mặt bàn nhẵn nằm ngang. Quả cầu giữa khối lượng M được truyền vận tốc $\vec{v}_0$ theo hướng vuông góc với dây. Bỏ qua mọi ma sát.



a) Tìm khoảng cách nhỏ nhất giữa 2 quả cầu m trong quá trình chuyển động.

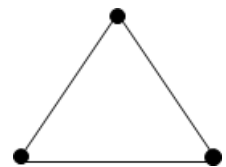
b) Tính vận tốc của quả cầu M ở thời điểm cả 3 quả cầu lại thẳng hàng.

ĐS: a. $r_{\min} = \frac{2\ell Q^2(M+2m)}{Q^2(M+2m) + 2\ell M m v_0^2}$;

b. $u_M = v_0$ hoặc $u_M = v_0 \frac{\frac{M}{2m} - 1}{\frac{M}{2m} + 1}$.

Bài 18. Ba quả cầu cùng khối lượng m , điện tích cùng dấu, đều bằng q , được nối với nhau bằng ba sợi dây dài l , không giãn, không khối lượng, không dẫn điện. Hệ được đặt trên mặt phẳng ngang, nhẵn. Người ta đốt một trong ba sợi dây đó.

a) Xác định vận tốc cực đại $v_{\max}$ của các quả cầu trong quá trình chuyển động.



b) Mô tả chuyển động của các quả cầu sau khi đã đạt được $v_{\max}$.

ĐS: a. Hai quả cầu 2 bên $v_1 = v_3 = \sqrt{\frac{kq^2}{6m\ell}}$; quả cầu ở giữa $v_2 = 2\sqrt{\frac{kq^2}{6m\ell}}$; b. Sau đó hệ dao động tuần hoàn quanh khối tâm G .

Bài 19. Tại ba đỉnh của một tứ diện đều cạnh a giữ ba quả cầu nhỏ giống nhau có khối lượng và điện tích tương ứng là M và Q . Tại đỉnh thứ tư giữ một quả cầu khác điện tích q , khối lượng m ($m \ll M, Q = 2q$). Tất cả các quả cầu được thả đồng thời. Bỏ qua tác dụng trọng lực lên m .

a) Tính độ lớn vận tốc các quả cầu sau khi chúng đã bay rất xa nhau.

b) Sau khi đã bay ra xa nhau, các quả cầu này chuyển động theo phương hợp với mặt phẳng tứ diện chứa ba quả cầu M một góc bao nhiêu ?

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

ĐS: a. $v = \sqrt{\frac{2kQ^2}{Ma}} = \sqrt{\frac{8kq^2}{Ma}}$; b. $\alpha \approx \frac{vZ}{v} = \sqrt{\frac{m}{6M}}$ (rad)

Bài 20. Có bốn hạt mang điện giống nhau, khối lượng mỗi hạt là m , điện tích mỗi hạt là q , được giữ trên bốn đỉnh của một hình vuông cạnh a .

a) Hãy xác định động năng cực đại của mỗi hạt khi chúng được thả ra đồng thời.

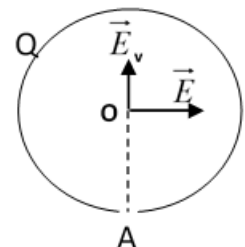
b) Hãy xác định động năng của từng hạt khi người ta lần lượt thả từng hạt một sao cho hạt tiếp theo được thả ra khi hạt trước nó đã đi khá xa hệ.

ĐS: a. $K_{\max} = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a} (4 + \sqrt{2})$; b. Hạt thứ nhất, hai, ba theo thứ tự được thả lần lượt:

$$K_1 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} (4 + \sqrt{2}); K_2 = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 a}; K_3 = \frac{q^2}{4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a}$$

Bài 21. Một vòng dây mảnh khối lượng M tích điện đều có điện tích Q . Tại điểm A trên vòng có một khe hở nhỏ chiều dài ℓ (ℓ rất nhỏ so với bán kính của vòng dây).

Vòng được đặt trong mặt phẳng nằm ngang và có thể quay xung quanh trục thẳng đứng đi qua O . Ban đầu vòng đứng yên. Đặt vòng trong một điện trường đều có $\vec{E}$ song song với mặt phẳng vòng dây và vuông góc với OA . Tìm vận tốc cực đại của vòng dây.



ĐS: $v = \sqrt{\frac{QE\ell}{\pi M}}$

Bài 22. Một bình hình cầu bán kính R lớn, chứa đầy một chất lỏng không chịu nén, có khối lượng riêng là ρ và hằng số điện môi ϵ . Chất lỏng tích điện đều với mật độ điện tích là δ . Trong bình có hai quả cầu nhỏ giống hệt nhau, không tích điện, được làm bằng chất điện môi, bán kính r ($r \ll R$) và khối lượng riêng ρ_0 . Hỏi các quả cầu nhỏ nằm ở đâu? Cho gia tốc rơi tự do là g . Bỏ qua sự phân cực của các quả cầu.

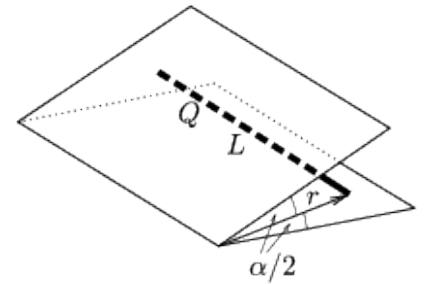
ĐS: Hai quả cầu nhỏ nằm cạnh nhau, đều cách tâm quả cầu lớn một đoạn

$$x = \frac{3(\rho_0 - \rho)g\epsilon\epsilon_0}{\delta^2}.$$

Tùy theo vào dấu của hiệu $(\rho_0 - \rho)$ mà các quả cầu sẽ nằm thấp hơn

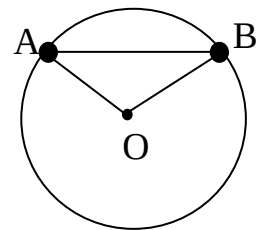
(hình vẽ) hay cao hơn so với tâm của quả cầu lớn.

Bài 23. Hai tấm kim loại phẳng, rộng, nối đất, đặt hợp với nhau một góc α như hình vẽ. Trên mặt phẳng phân giác và cách giao tuyến của hai tấm một khoảng r đặt một thanh mảnh chiều dài L ($L \gg r$) tích điện đều với điện tích tổng cộng Q . Xác định độ lớn lực điện tác dụng lên thanh nếu : a) $\alpha = 180^\circ$ b) $\alpha = 18^\circ$



ĐS: a. $F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 L \cdot r}$; b. $F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 L r}$.

Bài 24. Hai quả cầu nhỏ, mỗi quả có khối lượng m và điện tích q được giữ tại hai điểm A và B cách nhau một khoảng r bên trong một vỏ cầu cách điện có bán kính $OA = OB = r$ và khối lượng $4m$. Hãy xác định vận tốc cực đại của vỏ cầu sau khi thả tự do hai quả cầu. Bỏ qua tác dụng của trọng lực.



ĐS: $v = \sqrt{\frac{kq^2}{12m}}$.

Bài 25. Hai quả cầu nhỏ tích điện 1 và 2, có khối lượng và điện tích tương ứng là $m_1 = m$; $q_1 = +q$; $m_2 = 4m$; $q_2 = +2q$ được đặt cách nhau một đoạn a trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang. Ban đầu giữ hai quả cầu đứng yên. Đẩy quả cầu 1 chuyển động hướng thẳng vào quả cầu 2 với vận tốc v_0 , đồng thời buông quả cầu 2:

a) Tính khoảng cách cực tiểu $r_{\min}$ giữa hai quả cầu.

b) Xét trường hợp $a = \infty$ tính $r_{\min}$.

c) Tính vận tốc u_1, u_2 của hai quả cầu (theo $v_0, r_{\min}$) khi chúng lại ra xa nhau vô cùng. Xét trường hợp $a = \infty$.

ĐS: a. $r_{\min} = \frac{a}{1 + \frac{mv_0^2 a}{5kq}}$; b. $r_{\min} = \frac{5kq^2}{mv_0^2}$; c. $u_1 = -\frac{3v_0}{5}$ và $u_2 = \frac{2v_0}{5}$.

Bài 26. Hai ion M_1 và M_2 lần lượt có khối lượng m_1, m_2 có điện tích q_1 và q_2 trái dấu, được thả ra không vận tốc ban đầu ở khoảng cách r_0 giữa hai ion.

1) Tìm thời điểm t_0 các ion sẽ gặp nhau.

2) Tìm khoảng cách r_1 mà ta phải thả các ion ra không vận tốc đầu để chúng gặp nhau ở thời điểm $t_1 = 8t_0$.

ĐS: 1. $t_0 = \pi \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0\mu}{8|q_1q_2|}} r_0^{\frac{3}{2}}$; 2. $r_1 = 4r_0$.

Bài 27. Tại các đỉnh của một đa giác đều gồm 2004 cạnh, có gắn các viên bi giống nhau, mang điện tích giống nhau. Mỗi cạnh đa giác bằng a . Vào một thời điểm nào đó người ta thả một viên bi ra, và sau một khoảng thời gian đủ lâu, người ta thả tiếp viên nằm cạnh viên đã thả lúc trước. Nhận thấy rằng khi đã cách đa giác một khoảng đủ lớn thì động năng của hai viên bi đã thả chênh nhau một lượng bằng K . Hãy tìm điện tích q của mỗi viên bi.

ĐS: $q = \sqrt{4\pi\epsilon_0 Ka}$.

Bài 28. Hai vật có kích thước nhỏ, khối lượng m_1 và m_2 , mang các điện tích cùng dấu q_1 và q_2 nằm cách nhau một khoảng a trong chân không. Hãy tính công của lực điện trường khi thả đồng thời cả hai điện tích cho chúng tự do chuyển động. Xét trường hợp các khối lượng bằng nhau và trường hợp các khối lượng không bằng nhau.

ĐS: a. Trường hợp khối lượng các hạt bằng nhau $A = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 a}$.

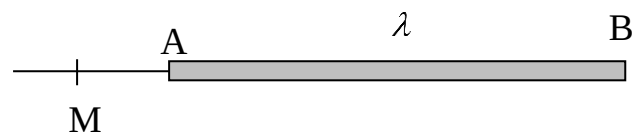
b. Trường hợp các khối lượng m_1, m_2 khác nhau: $A = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a}$.

I.3. ĐIỆN TRƯỜNG, ĐIỆN THẾ GÂY RA BỞI VẬT NHIỄM ĐIỆN CÓ KÍCH THƯỚC

Bài 1. Một thanh mảnh thẳng AB, chiều dài L tích điện đều với mật độ điện tích dài $\lambda > 0$, đặt trong không khí.

Xác định cường độ điện trường và điện thế do thanh gây ra tại điểm M nằm trên trục của thanh cách đầu A của thanh đoạn $AM = a$ như HV.

ĐS; $E = \frac{k\lambda L}{a(a+L)}$; $V = k\lambda \ln\left(1 + \frac{L}{a}\right)$



Bài 2. Một thanh mảnh thẳng AB đặt trong không khí, chiều dài L tích điện với mật độ điện tích dài tăng từ A đến B theo quy luật $\lambda = b \cdot \ell > 0$, với $b = \text{const}$; ℓ là biến số theo chiều dài. Xác định

cường độ điện trường và điện thế do thanh gây ra tại điểm M nằm trên trục của thanh cách đầu A của thanh đoạn $AM = a$ như HV.

ĐS: $E = k \cdot b \left[\ln \left(1 + \frac{L}{a} \right) - \frac{L}{a+L} \right]$; $V = k \cdot b \left[L - a \ln \left(1 + \frac{L}{a} \right) \right]$

Bài 3. Một thanh mảnh thẳng AB, chiều dài L tích điện đều với mật độ điện tích dài $\lambda > 0$, đặt trong không khí.

Xác định cường độ điện trường do thanh gây ra tại điểm M cách đầu A của thanh đoạn a như HV.

ĐS:

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$\begin{cases} E_x = \int_{AB} dE_x = \frac{k\lambda}{a} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + L^2}} - 1 \right) < 0 \\ E_y = \int_{AB} dE_y = \frac{k\lambda}{a} \cdot \frac{L}{\sqrt{a^2 + L^2}} > 0 \end{cases};$$

$\vec{E}$ hợp với OX góc β thỏa mãn: $\tan \beta = \frac{E_y}{E_x}$

Bài 4. Một thanh mảnh thẳng AB, chiều dài L tích điện đều với mật độ điện tích dài $\lambda > 0$, đặt trong không khí.

Xác định cường độ điện trường do thanh gây ra tại điểm M cách trục của thanh đoạn a như HV.

ĐS: $\begin{cases} E_x = k\lambda \left(-\frac{1}{\sqrt{a^2 + X_1^2}} + \frac{1}{\sqrt{a^2 + X_2^2}} \right) < 0 \\ E_y = \frac{k\lambda}{a} \left(\frac{X_1}{\sqrt{a^2 + X_1^2}} + \frac{X_2}{\sqrt{a^2 + X_2^2}} \right) > 0 \end{cases}$

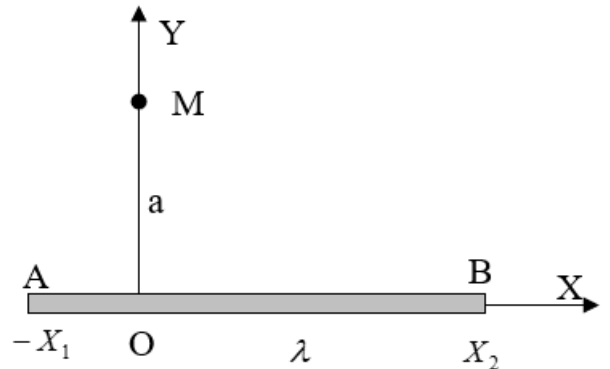
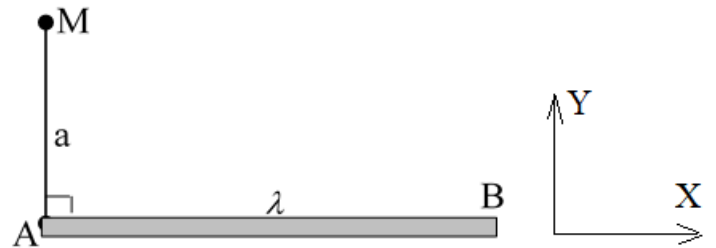
$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}; \vec{E} \text{ hợp với OX góc } \beta \text{ thỏa mãn: } \tan \beta = \frac{E_y}{E_x}$$

Bài 5. Một sợi dây có dạng một cung tròn mảnh, bán kính R, góc ở tâm 2α , sợi dây tích điện đều là $q > 0$ đặt trong không khí. Xác định cường độ điện trường và điện thế tại tâm của cung tròn.

ĐS: $E = \frac{kq \sin \alpha}{\alpha \cdot R^2}$, $V = \frac{kq}{R}$

Bài 6. Thanh nhựa tích điện âm $-q$ uốn thành $\frac{1}{2}$ cung tròn bán kính R có tâm là O.

a. Xác định hướng và độ lớn của cường độ điện trường tại tâm O.

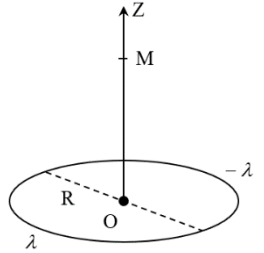


BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

b. Một thanh nhựa khác tích điện dương $+q$ uốn thành $\frac{1}{2}$ cung tròn bán kính R được nối liền với nhau tạo thành đường tròn (O, R) . Xác định cường độ điện trường tại tâm O .

ĐS: a. $E = \frac{2kq}{\pi R^2}$ với hướng $\vec{E}$ theo OC ; b. $E = \frac{4kq}{\pi R^2}$.

Bài 7. Có hai cung tròn mảnh giống nhau bán kính R có dạng nửa vòng tròn, một cung tròn tích điện đều với mật độ điện tích dài là $\lambda > 0$, cung tròn còn lại tích điện đều với mật độ điện tích dài là $-\lambda$. Ghép hai cung tròn nối trên lại với nhau thành một vòng tròn kín rồi đặt trong không khí. Lấy trục OZ đi qua tâm của vòng dây và vuông góc với mặt phẳng chứa vòng dây. Xác định cường độ điện trường và điện thế tại điểm M nằm trên trục OZ , giả sử không có sự phân bố lại điện tích sau khi ghép hai cung tròn lại với nhau.

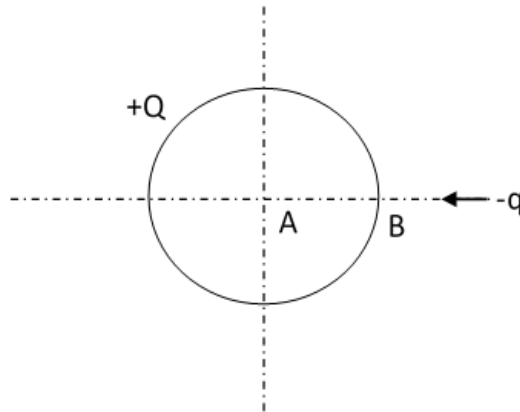
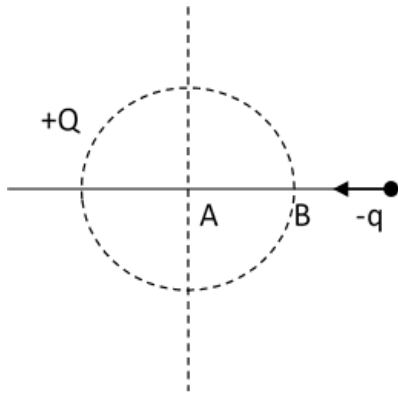


ĐS: $E = \frac{4k\lambda R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$.

Bài 8. Có một nửa vòng tròn tích điện trên hình vẽ. Một hạt mang điện trái dấu với điện một điểm nửa vòng tròn đó. Được thả ra từ một điểm rất xa trên đường thẳng AB

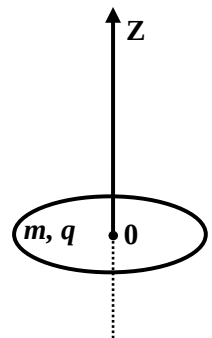
với vận tốc ban đầu bằng 0. Biết tỉ số vận tốc của hạt khi đi qua A và B $\frac{v_A}{v_B} = n$. Hãy

tìm tỉ số gia tốc của hạt ở hai điểm đó.



ĐS: $\frac{a_A}{a_B} = \frac{4n^2}{\pi}$.

Bài 9. Điện tích q được phân bố đều trên một vòng dây mảnh, tròn có bán kính R được đặt nằm ngang trong không khí (hình vẽ 1). Lấy trục OZ thẳng đứng trùng với trục của vòng dây. Gốc O tại tâm vòng.



BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

1. Tính điện thế V và cường độ điện trường E tại điểm M nằm trên trục Oz với $OM = z$. Nhận xét kết quả tìm được khi $z \gg R$.

2. Xét một hạt mang điện tích đúng bằng điện tích q của vòng và có khối lượng m . Ta chỉ nghiên cứu chuyển động của hạt dọc theo trục OZ .

a. Từ độ cao h so với vòng dây, người ta truyền cho hạt vận tốc $\vec{v}_0$ hướng về phía vòng. Tìm điều kiện của v_0 để hạt có thể vượt qua vòng dây. Bỏ qua ảnh hưởng của trọng lực.

b. Xét có ảnh hưởng của trọng lực, chọn khối lượng m thỏa mãn điều kiện

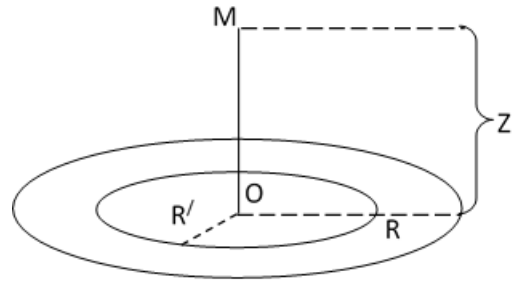
$$2\sqrt{2}mg = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}. \text{ Chứng tỏ rằng trên trục } OZ \text{ tồn tại vị trí cân bằng ứng với } z=R. \text{ Cân}$$

bằng đó là bền hay không bền.

$$\text{ĐS: 1. } V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{R^2 + z^2}}; E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{(R^2 + z^2)^3}}. \text{ Khi } z \gg R \text{ thì } V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z};$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2}; \text{ 2a. } v_0 \geq \sqrt{\frac{q^2}{2\pi m \epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + h^2}} \right)}; \text{ 2b. Cân bằng bền.}$$

Bài 10. Một đĩa mỏng hình tròn bán kính R đặt ngoài không khí, tích điện đều với mật độ điện tích mặt là $\sigma > 0$. Đĩa bị khoét đi một phần bên trong, phần bị khoét đi là một hình tròn bán kính R' đồng tâm với đĩa tròn ban đầu. Xác định cường độ điện trường và điện thế tại M cách tâm O của đĩa tròn đoạn Z .

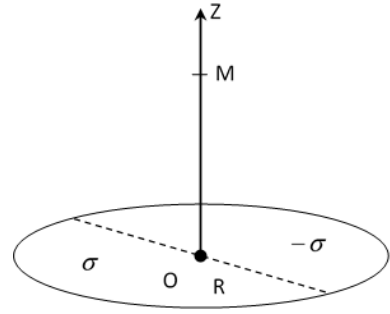


$$\text{ĐS: } E = 2k\pi\sigma \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R'}{Z}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{Z}\right)^2}} \right); V = 2k\pi\sigma \cdot [\sqrt{R^2 + Z^2} - \sqrt{R'^2 + Z^2}]$$

Bài 11. Có hai mặt phẳng có dạng bán nguyệt giống hệt nhau bán kính R đặt trong không khí. Hai mặt tích điện đều với mật độ điện tích mặt lần lượt là $\sigma > 0$ và $-\sigma$.

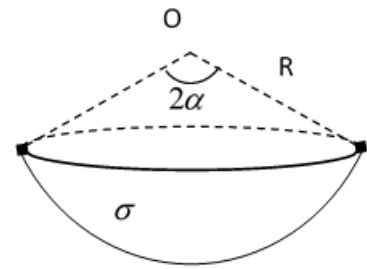
Ghép hai mặt bán nguyệt lại với nhau thành một mặt tròn tâm O bán kính R. Lấy trục OZ đi qua tâm mặt tròn và vuông góc với mặt tròn. Xác định cường độ điện trường và điện thế tại điểm M nằm trên trục OZ, giả sử không có sự phân bố lại điện tích sau khi ghép hai mặt bán nguyệt lại với nhau.

$$\text{ĐS: } E = 4k\sigma \left(\ln \frac{\sqrt{R^2 + Z^2} + R}{Z} - \sin(\arctg \frac{R}{Z}) \right); V = 0$$



Bài 12. Một chòm cầu rỗng bằng kim loại bán kính R, góc ở đỉnh chòm cầu là 2α như HV. Chòm cầu tích điện đều với mật độ điện tích mặt là $\sigma > 0$ và đặt ngoài không khí. Xác định cường độ điện trường tại tâm O của chòm cầu.

$$\text{ĐS: } E = \frac{k\pi\sigma(1 - \cos 2\alpha)}{2}$$



Bài 13. Quả cầu Q bị cắt hai nửa

Một quả cầu dẫn điện có tổng điện tích bị cắt làm đôi. Phải dùng một lực như thế nào để giữ các nửa này với nhau.

$$\text{ĐS: } F = \frac{Q^2}{32\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Bài 14. Khi một quả cầu kim loại trung hòa về điện, có bán kính R được đặt vào trong một điện trường đều có độ lớn E, có θ là góc giữa chiều của $\vec{E}$ với bán kính đến P. Tính mật độ điện tích mặt σ . Chứng minh thông lượng điện toàn phần xuất phát và kết thúc trên quả cầu bằng 0.

$$\text{ĐS: } \sigma = 3\epsilon_0 \cos \theta E$$

Bài 15. Một quả cầu không dẫn điện với bán kính R có sự phân bố điện tích không đều với mật độ thể tích là $\rho = \rho_s \cdot \frac{r}{R}$. Trong đó ρ_s là một hằng số và r là khoảng cách tính đến tâm quả cầu. Chứng minh rằng:

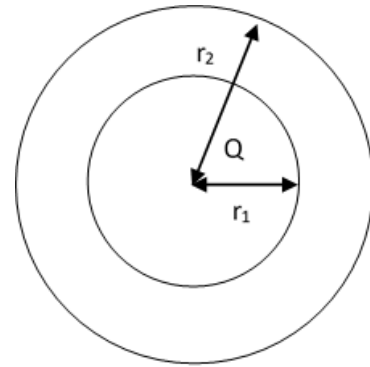
BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

a, Điện tích toàn phần trên quả cầu là $q = \pi \cdot \rho_s \cdot R^3$

b, Điện trường trong quả cầu có độ lớn $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R^4} \cdot r^2$

Bài 16. Một vỏ cầu dày với điện tích $+Q$ và mật độ điện khối ρ được xác định bởi bán kính r_1, r_2 . Với $V = 0$ ở vô cực, tìm điện thế V_m như một hàm của khoảng cách r kể từ tâm trong các miền

a, $r > r_2$ **b, $r_2 > r > r_1$** **c, $r < r_1$**



ĐS: a. **a, $r > r_2$** : $V_m = \frac{\rho}{3 \cdot \epsilon_0} \cdot (r_2^3 - r_1^3) \cdot \frac{1}{r}$;

b, $r_2 > r > r_1$: $V_m = \frac{\rho}{3 \cdot \epsilon_0} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot r_2^2 - \frac{1}{2} \cdot r^2 - \frac{r_1^3}{r} \right)$.

c. $r < r_1$: $V_m = \frac{\rho}{2 \epsilon_0} \cdot (r_2^2 - r_1^2)$

Bài 17. Hai bản của một tụ điện phẳng là hai tấm kim loại điện tích S , đặt cách nhau một khoảng d , mang điện tích $+q$ và $-q$. Khoảng không gian giữa 2 bản là 1 khối điện môi có hằng số điện môi phụ thuộc vào tọa độ x (Ox vuông góc với các bản) ở sát bản dương, hằng số điện môi có giá trị ϵ_1 , ở sát bản âm có giá trị ϵ_2 , $\epsilon_2 > \epsilon_1$. Tìm lượng điện tích phân cực tổng cộng bên trong khối điện môi.

ĐS: Điện tích phân cực tổng cộng bên trong khối điện môi là: $q' = q \cdot \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 \cdot \epsilon_2}$

Bài 18. Đặt n tấm kim loại phẳng diện tích S đủ rộng mang điện tích lần lượt là $q_1, q_2, \dots, q_n$ song song với nhau trong chân không và ở rất xa các điện tích khác. Biết rằng $n > 3$, khoảng cách giữa hai tấm ngoài cùng d thỏa mãn $d^2 \ll S$, điện tích trên các mặt của mỗi tấm kim loại trên gần như phân bố đều.

1. Tính mật độ điện tích trên mỗi mặt của tấm kim loại thứ k .

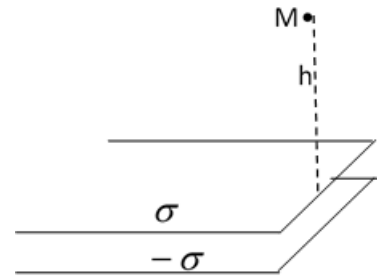
2. Tính hiệu điện thế giữa tấm kim loại thứ k và tấm kim loại thứ $k + 1$ biết khoảng cách của khe hở giữa hai tấm này là d_k .

1. $\sigma_{k,1} = \frac{-q_1 - q_2 - \dots - q_{k-1} + q_k + q_{k+1} + \dots + q_n}{2S}$; $\sigma_{k,2} = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_{k-1} + q_k - q_{k+1} - \dots - q_n}{2S}$.

$$2. U_{k,k+1} = E_k d_k = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_{k-1} + q_k - q_{k+1} - \dots - q_n}{2S\epsilon_0} d_k$$

Bài 19. Hai tấm phẳng, rộng giống nhau tích điện đều với mật độ điện mặt tấm trên là σ và tấm dưới là $-\sigma$. Chúng được đặt song song và đối diện như hình. Tính cường độ điện trường tại M ở độ cao h so với tấm trên, biết M nằm trong mặt phẳng chứa hai mép và mặt phẳng đối xứng. Khoảng cách giữa các tấm $d \ll h \ll$ bề rộng của các tấm.

$$\text{ĐS: } E_M \approx \frac{\sigma \cdot d}{2\pi\epsilon_0 h}$$



Bài 20. Điện thế của điện trường gây bởi một hệ điện tích có dạng $\varphi = a^2(x^2 + y^2) + b^2z^2$, trong đó a, b là những hằng số dương. Xác định:

1. Cường độ điện trường .

2. Hình dạng mặt đẳng thế.

$$\text{ĐS: } 1. E = |\vec{E}| = 2\sqrt{a^4(x^2 + y^2) + b^4z^2} ; 2. \frac{x^2}{(\sqrt{\varphi}/a)^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{\varphi}/a)^2} + \frac{z^2}{(\sqrt{\varphi}/b)^2} = 1$$

Do đó mặt đẳng thế là một ellipsoid tròn xoay quanh trục Oz.

Bài 21. Một mặt cầu dẫn tích điện bán kính R_1 được bao quanh một lớp cầu làm bằng điện môi, bán kính ngoài R_2 . Hãy tìm phân bố điện thế $V(r)$ trong toàn không gian và vẽ phác đồ thị tương ứng, nếu biết điện tích của mặt cầu là Q .

$$\text{ĐS: } r > R_2 \text{ thì } V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} ;$$

$$R_1 \leq r \leq R_2 \text{ thì } V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r} + \frac{Q(\epsilon - 1)}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R_2} ;$$

$$r \leq R_1, V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R_1} + \frac{Q(\epsilon - 1)}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R_2} .$$

Bài 22. Trong một khối trụ đặc, rất dài, tích điện đều với mật độ điện tích là ($\rho_1 = 7,08 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}^3$), bán kính $R_1 = 10 \text{ cm}$, người ta khoét một hốc cũng hình trụ có bán kính $R_2 = 2 \text{ cm}$ (hai hình trụ có trục song song với nhau, rồi lồng vào trong đó một khối trụ tích điện đều (với mật độ điện tích là $\rho_2 = 1,77 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^3$) có cùng bán kính với hốc. Khoảng cách hai trục của hai khối trụ là $a = 5 \text{ cm}$, biết chất tạo nên hai khối trụ có $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

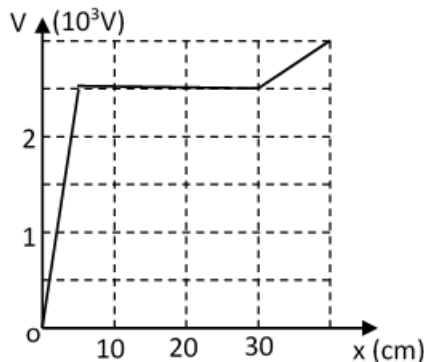
a. Tìm cường độ điện trường bên trong khối trụ nhỏ.

b. Vẽ bức tranh các đường đẳng thế của điện trường trong khối trụ nhỏ, trên mặt phẳng vuông góc với trục của khối trụ đó.

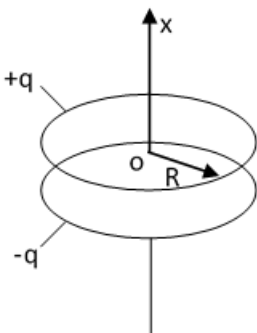
ĐS: a. $\vec{E}_M = \frac{\rho_1}{2\epsilon_0} \vec{a} + \frac{\rho_2}{2\epsilon_0} \vec{r}_2$.

Bài 23.

Phân bố điện thế $V(x)$ giữa các điện cực của một ống phóng điện qua chất khí trong thời gian phóng được cho như hình vẽ. Hãy dựng phân bố cường độ điện trường $E(x)$.



Bài 24. Hai vòng tròn đồng trục mỗi vòng có bán kính R được làm bằng sợi dây dẫn mảnh, và cách nhau một khoảng $l \ll R$, và chúng mang các điện tích q và $-q$. Hãy tính điện thế V và véc tơ cường độ điện trường $\vec{E}_0$ trên trục của hệ theo x . Hãy biểu diễn trên cùng một hình vẽ, đồ thị $V(x)$ và $E(x)$. Xét V và E khi $x \gg R$.



ĐS: $V_M = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0\epsilon(R^2 + x^2)^{3/2}}$; $E = E_x = \frac{ql(2x^2 - R^2)}{4\pi\pi_0\epsilon(R^2 + x^2)^{5/2}}$.

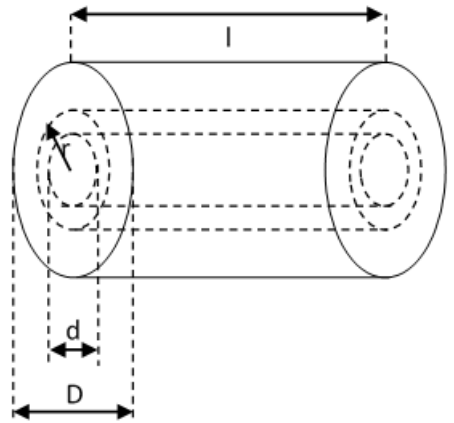
Xét trường hợp $x \gg R$ thì điện thế $V = \frac{ql}{4\pi\pi_0\epsilon x^2}$; $E = \frac{ql}{2\pi\pi_0\epsilon x^3}$.

Bài 25. Một vật dẫn A hình cầu bán kính $R_1=3\text{cm}$, tích điện đến hiệu điện thế $V_1=4\text{V}$, được đặt đồng tâm với một vỏ cầu mỏng B bằng kim loại có bán kính trong $R_2=12\text{cm}$, và bán kính ngoài $R_3=12,1\text{cm}$, vỏ cầu này gồm hai bán cầu ban đầu được úp khít vào nhau và sau đó được tích điện đến hiệu điện thế V_2 . Hỏi điện thế V_2 phải có trị số (dương) tối thiểu bằng bao nhiêu để hai bán cầu có thể tự tách rời nhau.

Bỏ qua tác dụng của trọng lực hai bán cầu.

ĐS: $V_{2\min} = 1\text{V}$.

Bài 26. Để phát hiện tia α , người ta dùng một buồng ion hóa. Buồng ion hóa có hai điện cực hình trụ như hình vẽ. Với một ống đếm hình trụ, điện cực trong (anốt) là một dây kim loại đường kính d . Vỏ ngoài (catốt) là một ống kim loại mỏng đường kính D . Hãy tìm biểu thức của điện trường $E(r)$ và điện thế $V(r)$ tại một điểm cách trục của điện cực hình trụ một khoảng r (với $d/2 \leq r \leq D/2$) khi mật độ điện tích trên một đơn vị chiều dài của anốt là λ . Từ đó suy ra điện dung trên một đơn vị dài của đầu thu. Điện trường đánh thủng không khí E_b là 3 MVm^{-1} . Giả sử $d=1\text{mm}$ và $D=1\text{cm}$, hãy tính điện thế giữa anốt và vỏ ngoài khi quá trình đánh thủng xảy ra.



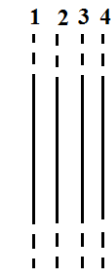
ĐS: $V = -\frac{1}{2} E_b \ln\left(\frac{D}{d}\right)$. Lấy $E_b = 3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$, $d=1\text{mm}$,

$D=1\text{cm}$ ta được $V=3,45345\text{kV}$.

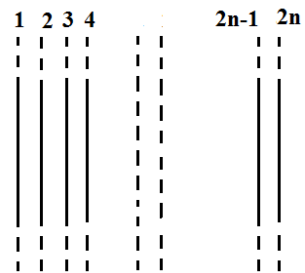
Bài 27 Một tấm kim loại mỏng phẳng có kích thước rất lớn, tích điện đều với mật độ điện mặt σ ($\sigma > 0$).

a. Dùng định lý Ôxtơgratxki-Gaoxơ, hãy xác định cường độ điện trường do tấm kim loại gây ra tại những điểm gần bề mặt của nó.

b. Người ta đặt bốn tấm kim loại dạng như trên rất gần nhau và song song nhau. Khoảng cách giữa hai tấm kề nhau đều bằng d . Các tấm 1, 2, 3, và 4 có mật độ điện mặt lần lượt là $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$, $\sigma_3 = \sigma$ và $\sigma_4 = -\sigma$ (hình vẽ 4.b). Hãy xác định hiệu điện thế giữa tấm 1 và tấm 4 là $U_{1,4}$ bằng bao nhiêu?



(hình vẽ 4.b)



(hình vẽ 4.c)

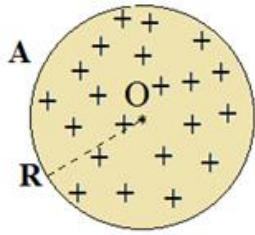
c. Bây giờ người ta đặt $2n$ tấm kim loại như trên rất gần nhau và song song nhau ($n \in \mathbb{N}^*$, n hữu hạn). Khoảng cách giữa hai tấm kề nhau đều cách một khoảng d (hình vẽ 4.c). Biết rằng các tấm kề nhau luôn tích điện trái dấu nhau và có cùng độ lớn mật độ tích điện mặt là σ . Với tấm thứ nhất tích điện $\sigma_1 = \sigma$, tấm thứ $2n$ tích điện $\sigma_{2n} = -\sigma$. Hãy xác định hiệu điện thế giữa hai tấm thứ nhất và tấm thứ $2n$.

d. Các tấm kim loại được sắp xếp như ở câu 4c. Người ta nối giữa tấm thứ nhất và tấm thứ $2n$ một vật dẫn có điện trở R . Hãy xác định công suất tỏa nhiệt lớn nhất trên điện trở R .

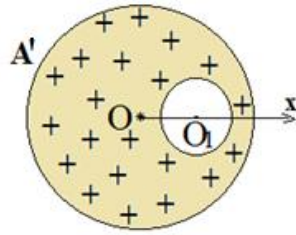
Ta coi các tấm kim loại trong các câu trên hoàn toàn đặt trong không khí. Hằng số điện môi trong không khí coi tương đương bằng 1

ĐS: a. $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ với $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ (SI)}$; b. $U_{1,4} = \frac{2\sigma}{\epsilon_0} d$; c. $U_{1,2n} = n \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$; d. $P = \frac{1}{R} \left(n \frac{\sigma d}{\epsilon_0} \right)^2$

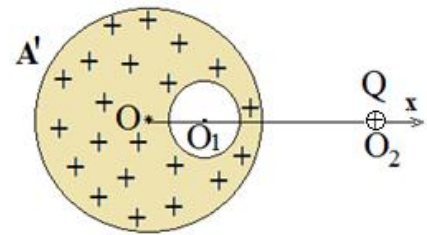
Bài 28. Một quả cầu A, tâm O, bán kính R , tích điện đều với mật độ điện khối ρ ($\rho > 0$), đặt trong không khí như hình 5a.



Hình 5a



Hình 5b



Hình 5c

1. Tìm véc tơ cường độ điện trường $\vec{E}$ do quả cầu A gây ra tại một điểm, cách tâm O một khoảng r trong hai trường hợp:

1a. $r < R$

1b. $r \geq R$.

2. Tiếp đến người ta khoét quả cầu A bằng một hốc hình cầu tâm O_1 , bán kính $\frac{R}{3}$ và O_1

nằm trên trục Ox (Hình 5b) và $OO_1 = \frac{R}{2}$. Quả cầu A đã bị khoét được gọi là quả cầu A'.

Gọi M là một điểm bên trong hốc cầu. Hãy tìm biểu thức cường độ điện trường tại M do quả cầu A' gây ra.

3. Cuối cùng người ta đặt thêm một điện tích điểm Q ($Q > 0$) nằm tại O_2 trên trục Ox sao cho ba điểm O, O_1 và O_2 thẳng hàng như hình 5c. Biết $O_2O = 2R$. Tìm độ lớn lực điện do điện tích điểm Q tác dụng lên quả cầu A' lúc này.

ĐS: 1a. $\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \vec{r}$; 1b. $\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \frac{R^3}{r^3} \cdot \vec{r}$; 2. $\vec{E}_M = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \overrightarrow{OO_1} = \frac{\rho R}{6\epsilon_0} \vec{e}_x$;

3. $F = QE_{O_2} = \frac{227}{2916} \cdot \frac{\rho QR}{\epsilon_0}$.

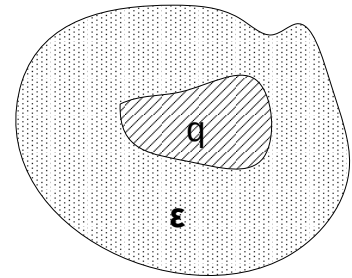
I.4. VẬT DẪN, ĐIỆN MÔI TRONG ĐIỆN TRƯỜNG. PHÂN CỰC ĐIỆN MÔI.

Bài 1. Một điện tích điểm q đặt tại tâm của một quả cầu điện môi bán kính a với hằng số điện môi ϵ_1 . Quả cầu được bao bọc bằng một điện môi lớn vô hạn, có hằng số ϵ_2 . Hãy tìm mật độ điện mặt của các điện tích liên kết tại mặt ranh giới của hai điện môi.

ĐS: $\sigma = \frac{q(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{4\pi a^2 \epsilon_1 \epsilon_2}$.

Bài 2. Hãy chứng minh rằng tại một giới hạn của một điện môi đồng tính với một vật dẫn, mật độ điện mặt của các điện tích liên kết là $\sigma' = -\sigma(\epsilon - 1)/\epsilon_1$ với ϵ là hằng số điện môi, σ là mật độ điện mặt của các điện tích trên vật dẫn.

Bài 3. Một vật dẫn có dạng tùy ý điện tích $q = 2,5\mu\text{C}$ được bao bọc bằng một điện môi có hằng số điện môi $\varepsilon = 5,0$ (hình 2). Hãy tính tổng điện tích liên kết bề mặt ở các mặt trong và ngoài của điện môi.



ĐS: $q' = -\left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\right)q$; $q'' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}q = 2\mu\text{C}$

Bài 4. Một chất điện môi có dạng một lớp cầu có bán kính trong là a , bán kính ngoài là b ($a < b$). Tìm môđun của vector cường độ điện trường E và điện thế φ theo r , với r là khoảng cách tính từ tâm hệ nếu điện môi có điện tích dương phân bố đều

a) theo mặt trong của lớp.

b) theo thể tích của lớp.

ĐS: a) Điện tích q phân bố đều trên mặt trong của lớp.

Với $r < a$ thì $E = 0$ suy ra $\varphi = \text{const}$.

Với $a < r < b$ thì $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$; $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$.

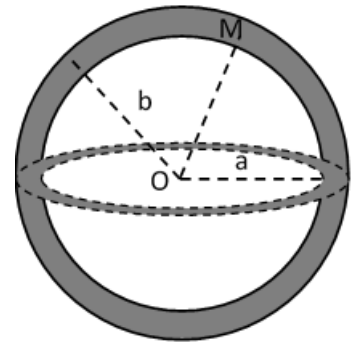
Với $b < r$ thì $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$; $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

b. Điện tích q phân bố giữa 2 mặt cầu

Với $r < a$ thì $E = 0$; $\varphi = \text{const}$

Với $a < r < b$ thì $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon(b^3 - a^3)}\left(r - \frac{a^3}{r^2}\right)$; $\varphi = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon(b^3 - a^3)}\left(\frac{r^2}{2} + \frac{a^3}{r}\right)$

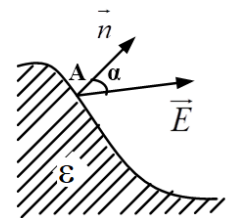
Với $b < r$ thì $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$; $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$



Bài 5. Gắn điểm A của một mặt phẳng ngăn cách giữa thủy tinh ($\varepsilon_1 = 6$) và chân không,

cường độ điện trường trong chân không là $E_0 = 10,0 \frac{\text{V}}{\text{m}}$; góc giữa vector

$\vec{E}_0$ và pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt ranh giới là $\alpha_0 = 30^\circ$. Hãy tìm cường độ điện trường E trong thủy tinh ở gần điểm A , góc α giữa $\vec{E}$ và $\vec{n}$ và mật độ điện mặt của các điện tích lên kết tại điểm A .



BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

ĐS: $E_1 = 5,2 \frac{V}{m}$; $\alpha_1 = 73,9^\circ$; $\sigma' = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E_1 \cos \alpha_1 = 63,7 \cdot 10^{-12} \frac{C}{m^2}$

Bài 6. Tại bề mặt phẳng của một chất điện môi có hằng số điện môi ε , cường độ điện trường trong chân không là E_0 , hơn nữa vector $\vec{E}_0$ tạo một góc θ với pháp tuyến $\vec{n}$ của bề mặt điện môi. Coi điện trường ở bên trong và bên ngoài điện môi là như nhau, hãy tính:

- Thông lượng của vector $\vec{E}$ qua mặt cầu bán kính R với tâm trên bề mặt của điện môi.
- Lưu số của vector $\vec{D}$ theo chu tuyến l dài l mà bề mặt của nó vuông góc với bề mặt của điện môi và song song với vector $\vec{E}_0$.

ĐS: a. $\Phi = \pi R^2 E_0 \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right) \cos \theta$; b. $\oint \vec{D} d\vec{l} = -(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E_0 l \sin \theta$

Bài 7. Một bản điện môi lớn vô hạn có hằng số điện môi ε tích điện đều với mật độ điện thể tích ρ . Độ dày của bản là $2d$. Hãy tính.

- Môđun của vector cường độ điện trường và điện thế theo khoảng cách l từ tâm bản (điện thế ở tâm bản được tính bằng không).
- Mật độ điện mặt và mật độ điện khối điện tích liên kết.

ĐS: a. Khi $l < d$: $E = \frac{\rho l}{\varepsilon_0 \varepsilon}$; $\varphi = -\frac{\rho l^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon}$.

Khi $l > d$: $E = \frac{\rho d}{\varepsilon_0}$, $\varphi = \frac{\rho d}{\varepsilon_0} \left(1 - d + \frac{d}{2\varepsilon} \right)$.

b. $\sigma' = \frac{\rho d(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}$; $\rho' = \frac{\rho(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}$

Bài 8. Một đĩa tròn bằng điện môi bán kính R bề dày d bị phân cực sao cho độ phân cực bằng $\vec{P}$ đồng đều ở mọi nơi và vector $\vec{p}$ nằm trong mặt phẳng của đĩa. Hãy tính vector cường độ điện trường $\vec{E}$ ở tâm đĩa nếu $d \ll R$.

ĐS: $\vec{E}$ và $\vec{P}$ ngược chiều, $\vec{E} = -\frac{\vec{P}d}{4\varepsilon_0 R}$.

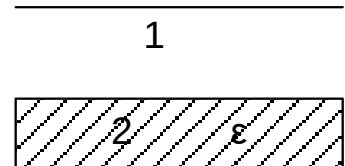
Bài 9. Ở một số điều kiện nào đó, độ phân cực của một tấm điện môi không rất rộng, không mang điện, có dạng $\vec{P} = \vec{p}_0 \left(1 - \frac{x^2}{d^2} \right)$ trong đó $\vec{p}_0$ là một vector vuông góc với tấm

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

điện môi, x là khoảng cách tính từ tâm của tấm, d là độ dày của tấm. Hãy tính cường độ điện trường ở bên trong của tấm và hiệu điện thế giữa hai mặt của tấm.

ĐS: $\Delta\varphi = \frac{4P_0d}{3\varepsilon_0}$

Bài 10. Lúc đầu không gian giữa các bản của một tụ điện phẳng chứa không khí và cường độ điện trường trong đó bằng E_0 . Sau đó một nửa khe hở được lấp đầy điện môi và đẳng hướng có hằng số điện môi là ε . Hãy tìm môđun của các vectơ $\vec{E}$ và $\vec{D}$ trong cả 2 phần 1 và 2 của khe hở nếu khi đặt điện môi vào.



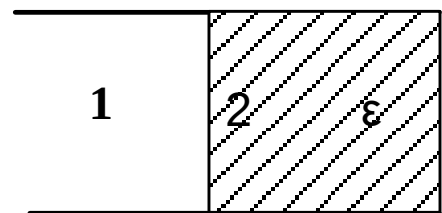
a) Hiệu điện thế giữa các bản không đổi

b) Các điện tích trên các bản không đổi.

ĐS: a. $E_1 = \frac{2\varepsilon E_0}{\varepsilon + 1}$ và $E_2 = \frac{E_1}{\varepsilon} = \frac{2E_0}{\varepsilon + 1}$, $D_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_1 \frac{2\varepsilon E_0}{\varepsilon + 1}$; $D_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{2E_0}{\varepsilon + 1}$ b. $E_1 = E_0$,

$E_2 = \frac{E_0}{\varepsilon}$; $D_1 = D_2 = \varepsilon_0 E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon E_2$

Bài 11. Lúc đầu không gian giữa các bản của một tụ điện phẳng chứa không khí và cường độ điện trường trong đó bằng E_0 . Sau đó một nửa khe hở được lấp đầy điện môi như hình vẽ và có hằng số điện môi là ε . Hãy tìm môđun của các vectơ $\vec{E}$ và $\vec{D}$ trong cả 2 phần 1 và 2 của khe hở nếu khi đặt điện môi vào.



a) Hiệu điện thế giữa các bản không đổi

b) Các điện tích trên các bản không đổi.

ĐS: a. Vậy $E_1 = E_2 = E_0$; $D_1 = \varepsilon_0 E_0$ và $D_2 = \varepsilon_0 E_0$.

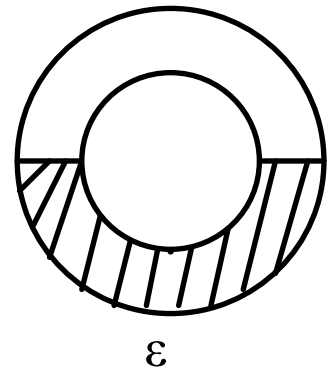
b. $E_1 = \frac{2E_0}{\varepsilon + 1}$; $D_1 = \varepsilon_0 E_1 = \varepsilon_0 \frac{2E_0}{\varepsilon + 1}$; $E_2 = \frac{2E_0}{\varepsilon + 1}$; $D_2 = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{2E_0}{\varepsilon + 1}$

Bài 12. Một nửa không gian giữa hai bản cực đồng tâm của một tụ điện cầu được lấp đầy điện môi đồng tính, đẳng hướng có hằng số điện môi ε . Điện tích của tụ điện là q . Hãy tìm môđun của vectơ cường độ điện trường giữa các bản theo khoảng cách r tính từ tâm cong của hai bản cực của tụ điện.

ĐS: $E_2 = E_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0(\epsilon+1)r^2}$

Bài 13. Hai quả cầu nhỏ giống hệt nhau, mang điện cùng tên được treo bằng các sợi dây cách điện dài bằng nhau vào một điểm. Khi lấp đầy môi trường xung quanh bằng dầu hoả thì góc tạo bởi 2 sợi dây không thay đổi. Tính khối lượng riêng của chất làm các quả cầu.

ĐS: $\rho = \frac{\rho_0\epsilon}{(\epsilon-1)}$



Bài 14. Người ta tạo ra ở bên trong một quả cầu bằng điện môi đồng tính, đẳng hướng có hằng số điện môi $\epsilon = 5,00$ một điện trường đều có cường độ $E = 100 \text{ V/m}$. Bán kính của quả cầu $R = 3,0 \text{ cm}$. Hãy tính mật độ điện mặt cực đại của các điện tích liên kết và điện tích liên kết toàn phần dương (hoặc âm).

ĐS: $q' = \pi\epsilon_0(\epsilon-1)R^2E = 10 \text{ pC}$

Bài 15. Một điện tích điểm q được đặt trong chân không, cách một mặt phẳng của một chất điện môi đồng tính đẳng hướng lấp đầy không gian một khoảng l . Hằng số điện môi là ϵ . Hãy tính

- Mật độ điện mặt của các điện tích liên kết theo khoảng cách r tính từ điện tích điểm q . Xét trường hợp $l \rightarrow 0$
- Tổng điện tích liên kết trên bề mặt của điện môi.
- Dùng các điều kiện và lời giải của bài tập trên, hãy tính môđun của lực tác dụng lên điện tích q gây ra bởi các điện tích liên kết trên mặt chất điện môi.

ĐS: a. $\sigma' = \frac{-ql(\epsilon-1)}{2\pi r^3(\epsilon+1)}$; Xét trường hợp $l \rightarrow 0$ thì $\sigma' \rightarrow 0$.

b. $q' = \frac{q(\epsilon-1)}{(\epsilon+1)}$; c. $F = \frac{-q^2(\epsilon-1)}{16\pi\epsilon_0(\epsilon+1)}$

Bài 16. Một điện tích điểm q nằm trên mặt phẳng ngăn cách chân không và một chất điện môi đồng tính đẳng hướng có hằng số điện môi ε . Hãy tính môđun của vector $\vec{D}$ và $\vec{E}$ và điện thế φ theo khoảng cách r tính từ điện tích q .

$$\text{ĐS: } E = \frac{\varepsilon q}{2\pi(\varepsilon+1)r^2}; \quad D = D_0 = \frac{q}{2\pi r^2}; \quad \varphi = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0(\varepsilon+1)r}$$

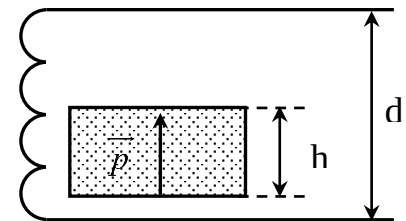
Bài 17. Một quả cầu nhỏ dẫn điện có điện tích q được đặt vào một chất điện môi đồng tính và đẳng hướng có hằng số điện môi ε . Quả cầu cách mặt phẳng ranh giới giữa điện môi và chân không một khoảng l . Hãy tính mật độ bề mặt của các điện tích liên kết tại ranh giới giữa điện môi và chân không theo khoảng cách r tính từ quả cầu. Xét kết quả thu được khi $l \rightarrow 0$.

Bài 18. Một nửa không gian được lấp đầy bằng một điện môi đồng tính đẳng hướng có hằng số điện môi ε . Nửa không gian còn lại được giới hạn bằng một mặt phẳng P . Một quả cầu nhỏ bằng kim loại có điện tích q được đặt trong điện môi, cách P một khoảng l . Hãy tính mật độ bề mặt của các điện tích liên kết trên mặt phẳng ranh giới theo khoảng cách r kể từ quả cầu.

$$\text{ĐS: } \sigma' = \frac{q(\varepsilon-1)}{2\pi\varepsilon r^3}$$

Bài 19. Một tấm điện môi tự phân cực độ dày d được đặt trong một tụ điện phẳng mà hai bản đã nối với nhau bằng một dây dẫn. Vector phân cực điện môi là $\vec{P}$.

Khoảng cách giữa hai bản tụ điện là d . Hãy tính các vector $\vec{D}$ và $\vec{E}$ bên trong và bên ngoài bản điện môi.



Hình 9

$$\text{ĐS: } \vec{E} = -\left(1 - \frac{h}{d}\right) \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0} \quad \text{và} \quad \vec{D} = \vec{D}_0 = \vec{P} \frac{h}{d}$$

Bài 20. Một hình trụ tròn rất dài bằng chất điện môi bị phân cực sao cho vector $\vec{P} = a\vec{r}$, trong đó a là một hằng số dương, $\vec{r}$ là khoảng cách tính từ trục. Hãy tính mật độ thể tích của các điện tích liên kết theo r .

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

ĐS: $\rho' = -2\alpha$; ρ' không phụ thuộc vào r nghĩa là ρ' bằng hằng số âm, tức điện tích liên kết phân bố đều trong hình trụ.

Bài 21.

Một quả cầu điện môi tự phân cực đồng đều, vector phân cực của nó là $\vec{P}$. Nếu coi quả cầu bị phân cực như sự dịch chuyển của toàn bộ các điện tích dương và toàn bộ các điện tích âm trong điện môi.

a) Hãy tính vector cường độ điện trường ở bên trong quả cầu

b) Chứng minh rằng điện trường ở bên ngoài quả cầu là điện trường của một lưỡng cực điện được đặt tại tâm quả cầu và điện thế $\varphi = \frac{\vec{p}_0 \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$ với $\vec{p}_0$ là momen điện của quả cầu,

$\vec{r}$ là khoảng cách tính từ tâm quả cầu.

c) Tính $\vec{p}_0$.

ĐS: a. $E' = -\frac{P}{3\epsilon_0}$: điện trường cảm ứng $\vec{E}$ cùng phương ngược chiều với $\vec{P}$

c. $p_0 = \frac{4}{3}\pi R^3 p$

Bài 22. Trong một điện trường đều có vector cường độ $q = CU = \frac{\epsilon_0 \epsilon SU}{d} = \epsilon_0 \epsilon SE$ người ta đặt một quả cầu điện môi đồng tính. Trong các điều kiện đó chất điện môi bị phân cực đều. Hãy tính vector cường độ điện trường $\vec{E}$ ở bên trong quả cầu và vector phân cực $\vec{p}$ của điện môi, có hằng số điện môi là ϵ . Khi giải hãy sử dụng kết quả của bài toán 23.

ĐS: $p = \frac{3\epsilon_0(\epsilon - 1)E_0}{\epsilon + 2}$

Bài 23. Một hình trụ tròn dài vô hạn bằng điện môi tự phân cực đều có vector phân cực $\vec{p}$ vuông góc với trục hình trụ. Hãy tính vector cường độ điện trường ở bên trong điện môi.

ĐS: $\vec{E}' = -\frac{\vec{p}}{2\epsilon_0}$

Bài 24. Một hình trụ tròn bằng điện môi đồng tính được đặt vào một điện trường đều cường độ $q = CU = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon SU}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon SE$. Trục hình trụ vuông góc với $q = CU = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon SU}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon SE$.

Trong các điều kiện đó chất điện môi bị phân cực đều. Hãy sử dụng kết quả của bài toán trên để tính vector cường độ điện trường bên trong hình trụ và vector phân cực điện môi có hằng số điện môi ε .

ĐS: $E = \frac{2E_0}{(\varepsilon + 1)}$ và $p = \frac{2\varepsilon_0(\varepsilon - 1)E_0}{(\varepsilon + 1)}$

Bài 25. Các điện tích được phân bố đều với mật độ thể tích $\rho > 0$ trong một hình cầu bán kính R làm bằng điện môi đồng tính đẳng hướng với hằng số điện môi ε . Hãy tính:

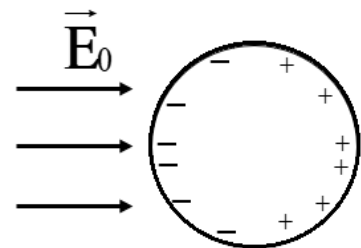
- Môđun của vector cường độ điện trường theo khoảng cách r tính từ tâm quả cầu.
- Mật độ thể tích và mật độ bề mặt của các điện tích liên kết.

ĐS: a. $r < R$: $E_M = \frac{\rho r_M}{3\varepsilon_0 \varepsilon}$; $r > R$: $E = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$

Bài 26. Quả cầu dẫn trong điện trường đều

Khi đặt một quả cầu dẫn trong điện trường đều, điện tích trên quả cầu được sắp xếp lại. Mật độ điện tích trên bề mặt quả cầu là không đều. Ta tiến hành xác định mật độ điện tích trên bề mặt quả cầu dẫn.

ĐS: $\sigma = \frac{3E_0 \cos \theta}{\varepsilon_0}$



CHƯƠNG II. TỤ ĐIỆN

II. 1. TỤ ĐIỆN-GIỚI HẠN HOẠT ĐỘNG TỤ ĐIỆN

Bài 1. Hai tụ $C_1 = 5 \cdot 10^{-10} \text{F}$, $C_2 = 15 \cdot 10^{-10} \text{F}$ mắc nối tiếp, khoảng giữa hai bản mỗi tụ lấp đầy điện môi có chiều dày $d = 2 \text{mm}$ và điện trường giới hạn 1800V/mm . Hỏi bộ tụ chịu được hiệu điện thế giới hạn bao nhiêu?

ĐS: 4800V .

Bài 2. Ba tụ $C_1 = 1 \mu\text{F}$, $C_2 = 2 \mu\text{F}$, $C_3 = 3 \mu\text{F}$ có hiệu điện thế giới hạn $U_1 = 1000 \text{V}$, $U_2 = 200 \text{V}$, $U_3 = 500 \text{V}$ mắc thành bộ. Cách mắc nào có hiệu điện thế giới hạn của bộ tụ lớn nhất? Tính điện dung và hiệu điện thế giới hạn của bộ tụ lúc này.

ĐS: C_1 nt $(C_2 // C_3)$: $U \leq 1200 \text{V}$; $C_{\text{bộ}} = \frac{5}{6} \mu\text{F}$.

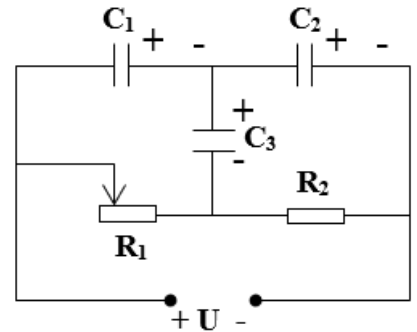
Bài 3. $C_1 = C_2 = C_3 = C$, R_1 là biến trở, $R_2 = 600 \Omega$, $U = 120 \text{V}$.

a. Tính hiệu điện thế giữa hai bản mỗi tụ theo R_1 . Áp dụng với $R_1 = 400 \Omega$.

b. Biết hiệu điện thế giới hạn mỗi tụ là 70V . Hỏi R_1 có thể thay đổi trong khoảng giá trị nào?

ĐS: a. $U_1 = 40 \cdot \frac{2R_1 + 600}{R_1 + 600}$; $U_2 = 40 \cdot \frac{R_1 + 1200}{R_1 + 600}$; $U_3 = 40 \cdot \frac{R_1 - 600}{R_1 + 600}$

b. $200 \Omega \leq R_1 \leq 1800 \Omega$



Bài 4. Cho mạch điện như hình vẽ.

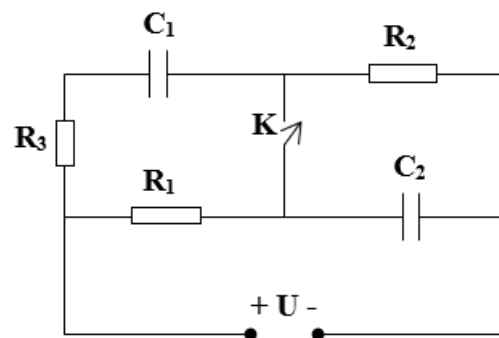
$R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 30 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$, $C_1 = 20 \mu\text{F}$, $C_2 = 30 \mu\text{F}$;

$U = 50 \text{V}$.

a. Tính điện tích các tụ khi K mở, K đóng.

b. Ban đầu K mở, tính điện lượng qua R_3 khi K đóng.

ĐS: $\Delta Q = 600 \mu\text{C}$



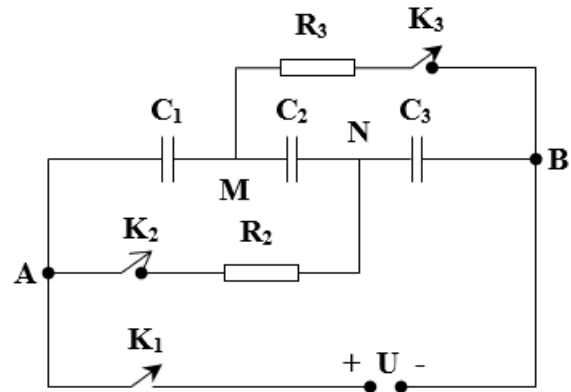
BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Bài 5. Cho mạch điện như hình vẽ. Ban đầu các khóa K đều mở. Các tụ có cùng điện dung C và chưa tích điện. Các điện trở bằng nhau và bằng R. Nguồn điện có hiệu điện thế U.

Đóng K_1 , sau khi các tụ đã tích điện hoàn toàn, mở K_1 sau đó đóng đồng thời hai khóa K_2, K_3 .

Tìm nhiệt lượng tỏa ra trên mỗi điện trở R. Xác định cường độ dòng điện qua các điện trở vào thời điểm mà hiệu điện thế trên hai bản của tụ ở giữa (Tụ giữa hai điểm M,N) bằng $U/10$. Bỏ qua điện trở dây nối và các khóa K.

ĐS: $q = 2CU^2/27$; $i_{t1} = 19U/60R$; $i_t = u/60R$.



Bài 6. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ 1. Biết $E = 6V$; $r = R_3 = 0,5\Omega$; $R_1 = 3\Omega$; $R_2 = 2\Omega$; $C_1 = C_2 = 0,2\mu F$. Bỏ qua điện trở các dây nối và khóa K.

a) Tìm số electron dịch chuyển qua khóa K và chiều dịch chuyển của chúng khi khóa K chuyển từ mở sang đóng ?

b) Thay khóa K bằng tụ $C_3 = 0,4 \mu F$. Tìm điện tích trên tụ C_3 trong các trường hợp sau:

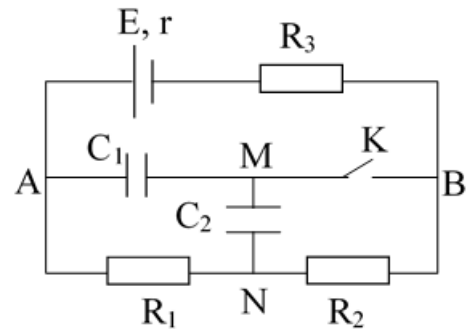
+ Thay tụ khi K đang mở

+ Thay tụ khi K đang đóng

ĐS: a. Các e di chuyển từ B qua khóa K đến M với số e là: $N = 8,75 \cdot 10^{12}$ (hạt).

b. Khi K mở $q_{3M} = 0,7 \mu C$.

Khi K đóng : $q_{3M} = 0$



Bài 7. Cho mạch điện như hình vẽ 3 : $U = 60V$ (không đổi),

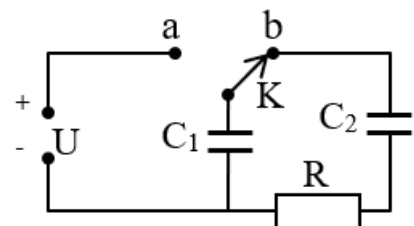
$C_1 = 20\mu F$, $C_2 = 10\mu F$.

1. Ban đầu các tụ điện chưa tích điện. Khóa K ở vị trí b, chuyển sang a rồi lại về b. Tính điện lượng qua R.

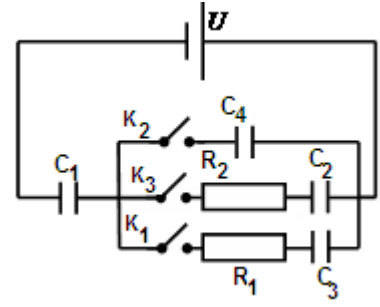
2. Sau đó chuyển K sang a rồi lại về b. Tính điện lượng qua R trong lần chuyển thứ 2.

3. Tính tổng điện lượng qua R sau n lần chuyển khóa như trên.

ĐS: 1. $\Delta Q_1 = 400 \mu C$; 2. $\Delta Q_2 = \frac{400}{3} \mu C$; 3. $\Delta Q = \left[1 - \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^n \right] C_2 U = \left(1 - \frac{1}{3^n} \right) \cdot 6 \cdot 10^{-4} C$



Bài 8. Cho mạch điện như hình vẽ. Các tụ có điện dung $C_1 = C_2 = C_4 = 3\mu\text{F}$; $C_3 = 6\mu\text{F}$. Nguồn điện có điện trở trong không đáng kể và có hiệu điện thế $U = 12\text{V}$. Các điện trở có giá trị $R_1 = R_2 = 1\Omega$. Ban đầu các tụ không tích điện và ba khóa đang mở.



a. Đóng đồng thời khóa K_1, K_3 . Tìm điện tích trên tụ C_1, C_2, C_3 ngay sau khi đóng K_1, K_3 và sau khi đóng K_1, K_3 một thời gian dài.

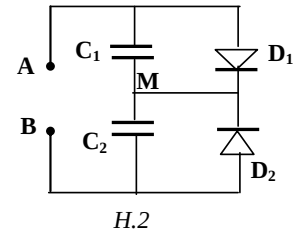
b. Sau một thời gian dài, đồng thời mở khóa K_1 và đóng khóa K_2 . Tính điện tích trên tụ C_1, C_2, C_4 ngay sau khi đóng K_2 và sau khi đóng K_2 một thời gian t.

ĐS: a. $q_1(\infty) = 27\mu\text{C}$; $q_2(\infty) = 9\mu\text{C}$; $q_3(\infty) = 18\mu\text{C}$

b. $q_4 = 30 \cdot 10^{-6} + 1,5 \cdot 10^{-6} \exp[-5 \cdot 10^5 t](\text{C})$ $q_2 = 6 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 10^{-6} \exp[-5 \cdot 10^5 t](\text{C})$,

$q_4 = 6 \cdot 10^{-6} - 1,5 \cdot 10^{-6} \exp[-5 \cdot 10^5 t](\text{C})$

Bài 9. Cho mạch điện như hình vẽ. Hai tụ điện có điện dung C_1 và C_2 (với $C_2 > C_1$), hai đi-ốt lí tưởng. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u_{AB} = U_0 \cos \omega t$. Viết biểu thức của điện áp hai đầu mỗi tụ khi hệ ở trạng thái ổn định.



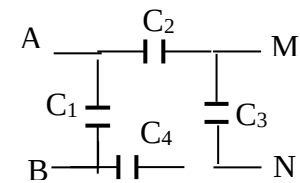
ĐS: $u_{AM} = \frac{C_2 U_0}{C_1 + C_2} (\cos \omega t - 1)$; $u_{MB} = U_0 \frac{C_1}{C_1 + C_2} \left(\cos \omega t + \frac{C_2}{C_1} \right)$

Bài 10. Có hai tụ điện: Tụ điện thứ nhất có điện dung $C_1 = 33 \mu\text{F}$ và được tích điện đến hiệu điện thế $U_1 = 4\text{V}$, tụ điện thứ hai được tích điện đến hiệu điện thế $U_2 = 20\text{V}$. Khi đem mắc chúng song song với nhau thì hiệu điện thế chung của hai tụ điện là $U = 2\text{V}$. Hãy xác định điện dung của tụ điện thứ hai.

ĐS: $C_2 = 3\mu\text{F}$ hoặc $C_2 = 11\mu\text{F}$

Bài 11. Cho mạch điện như hình bên. Trong đó các tụ điện có điện dung thỏa mãn: $C_1 = C_2 = 2C_3 = 2C_4$. Ban đầu mắc vào hai điểm A, B một hiệu điện thế không đổi U , sau đó tháo nguồn ra rồi mắc vẫn nguồn đó vào hai điểm M, N. Biết rằng trong cả hai lần mắc nguồn, điện thế các điểm A, B, M, N thỏa mãn: $V_A > V_B$; $V_M > V_N$. Tính hiệu điện thế giữa hai điểm A, B lúc này. Áp dụng bằng số: $U = 20\text{V}$.

ĐS: $U'_{AB} = 23\text{V}$.



Bài 12. Tính điện dung của một dây dẫn hình trụ bán kính R dài vô hạn, mang điện dương, đặt song song với mặt đất và cách mặt đất một khoảng h ($h \gg R$).

$$\text{ĐS: } C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln \frac{2h}{R}}$$

Bài 13. Trong một tụ phẳng, khoảng cách giữa hai bản tụ là d , bên trong có chứa tấm kim loại bề dày $d/2$ ở chính giữa. Diện tích mặt bên của tấm kim loại này bằng diện tích của hai bản tụ điện. Tụ được mắc vào nguồn có suất điện động E . Hãy tìm và vẽ đồ thị phân bố điện thế bên trong tụ điện, nếu chọn mốc tính điện thế.

a. Ở vô cùng.

b. Ở bản trái của tụ điện.

$$\text{ĐS: a. Trong miền thứ nhất: } 0 \leq x \leq d/4: V(x) = E \left(\frac{2x}{d} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{Đối với miền thứ hai } d/4 \leq x \leq 3d/4: V(x) = 0$$

$$\text{Trong miền thứ ba } 3d/4 \leq x \leq d: V(x) = E \left(\frac{2x}{d} - \frac{3}{2} \right);$$

$$\text{b. Phân bố điện thế trong miền: } 0 \leq x \leq d/4 \text{ có dạng } V(x) = \frac{2E}{d} x$$

$$\text{Trong miền: } d/4 \leq x \leq 3d/4, \text{ điện thế không đổi bằng } V = E/2.$$

$$\text{Còn trong miền thứ ba: } 3d/4 \leq x \leq d \text{ thì } V(x) = E \left(\frac{2x}{d} - 1 \right)$$

Bài 14.

Cho một tụ điện cầu không khí, bán kính hai bản là $R_1 = 1\text{cm}$, và $R_2 = 3\text{cm}$, hiệu điện thế giữa hai bản $U_0 = 450\text{V}$, bản trong tích điện dương.

a. Tính cường độ điện trường tại điểm cách tâm O của hai bản là $1,5\text{cm}$.

b. Một electron chuyển động với vận tốc ban đầu bằng không dọc theo đường sức điện trường từ vị trí cách tâm O một khoảng $r_1 = 2,5\text{m}$. Tìm vận tốc của electron khi nó cách O một khoảng $r_2 = 1,5\text{cm}$.

$$\text{ĐS: a. } E = \frac{R_1 R_2 U_0}{r^2 (R_2 - R_1)} = 3 \cdot 10^4 \text{ V/m.}; \text{ b. } v = \sqrt{\frac{2eU_0 R_1 R_2 (r_1 - r_2)}{m r_1 r_2 (R_2 - R_1)}} = 79,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Bài 15. Hai bản của một tụ điện phẳng là hai tấm kim loại diện tích S , đặt cách nhau một khoảng d , mang điện tích $+q$ và $-q$. Khoảng không gian giữa hai bản tụ là một khối điện môi có hằng số điện môi phụ thuộc tọa độ x theo hàm số $\epsilon = \epsilon(x)$ (trục x vuông góc với các bản); ở sát bản dương, hằng số điện môi có giá trị ϵ_1 , còn ở sát bản âm nó có trị số $\epsilon_1 > \epsilon_2$.

a. Tìm lượng điện tích phân cực tổng cộng bên trong khối điện môi.

b. Cho biết $\epsilon(x)$ là hàm bậc nhất của x , hãy tìm hiệu điện thế đặt vào tụ điện và điện dung của tụ điện đó.

c. Áp dụng số: $q = 3,2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$; $\epsilon_1 = 4$; $\epsilon_2 = 10$; $d = 1,8\text{cm}$; $S = 100\text{cm}^2$.

$$\text{ĐS: a. } q' = q \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 \epsilon_2}; \text{ b. } V_2 - V_1 = \frac{qd}{\epsilon_0 S (\epsilon_2 - \epsilon_1)} \ln \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \right); C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{\epsilon_0 S (\epsilon_2 - \epsilon_1)}{d \ln \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

c. Thay số ta được: $V_1 - V_2 = 100\text{V}$, $C = 32\mu\text{F}$.

II.2. TỤ ĐIỆN PHÓNG ĐIỆN

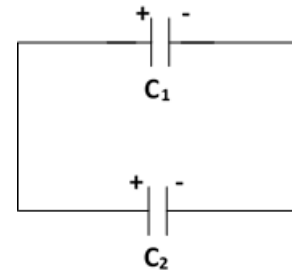
Bài 1. Hai tụ phẳng C_1, C_2 tích điện Q_1, Q_2 .

a) Tìm tổng năng lượng của tụ.

Bây giờ dùng hai dây dẫn để nối hai bản dương lại với nhau và nối hai bản âm lại với nhau.

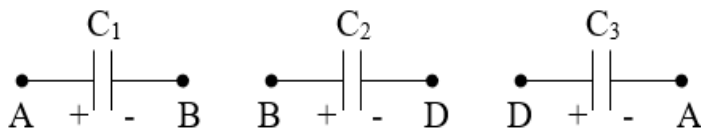
b) Tìm năng lượng mới của hệ tụ điện.

c) So sánh năng lượng này với năng ban đầu của hệ, lí giải sự khác nhau đó.



ĐS: a. $W = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2}$; b. $W' = \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$

Bài 2. Ba tụ $C_1 = 1\mu\text{F}$, $C_2 = 3\mu\text{F}$, $C_3 = 6\mu\text{F}$ được tích điện tới cùng hiệu điện thế $U = 90\text{V}$, dấu của điện tích trên các bản như hình vẽ. Sau đó các tụ được ngắt ra khỏi nguồn và nối với nhau thành mạch kín, các điểm cùng tên trên hình vẽ được nối với nhau. Tính hiệu điện thế giữa hai bản mỗi tụ.



ĐS: $U_1' = -90\text{V}$, $U_2' = 30\text{V}$, $U_3' = 60\text{V}$.

Bài 3. Có 21 tụ điện giống hệt nhau đều có điện dung C mắc nối tiếp với nhau rồi mắc vào một nguồn có hiệu điện thế U . Sau khi các tụ đã nạp điện xong, bỏ nguồn điện đi và một trong số các tụ điện được mắc ngược lại, tức là đảo vị trí hai bản của tụ điện đó, người ta mắc bộ tụ đó với một điện trở R . Tính điện lượng chạy qua điện trở R và nhiệt lượng toả ra ở điện trở đó.

ĐS: $\Delta q = \frac{19}{441}CU$; $Q_R = \frac{361}{18522}CU^2$

Bài 4. Các tụ $C_1, C_2, \dots, C_n$ được tích đến cùng hiệu điện thế U . Sau đó các tụ được mắc nối tiếp nhau để tạo thành mạch kín, các bản trái dấu được nối với nhau. Tính hiệu điện thế hai đầu mỗi tụ.

$$\text{ĐS: } U_i' = U \left(1 - \frac{nC_0}{C_i} \right)$$

Bài 5. Tụ $C_0 = 10\mu\text{F}$ được nạp điện đến $U_0 = 80\text{V}$. Dùng tụ này để nạp điện lần lượt cho các tụ $C_1, C_2, C_3, \dots$ có điện dung bằng nhau: $C_1 = C_2 = C_3 = \dots = C = 1\mu\text{F}$.

a) Viết biểu thức tính điện tích còn lại trên C_0 sau khi nạp cho tụ C_n và hiệu điện thế trên tụ C_n .

b) Nếu sau khi nạp, đem các tụ $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ nối tiếp thành bộ thì bộ này có hiệu điện thế bằng bao nhiêu? Tính hiệu điện thế này khi $n \rightarrow \infty$.

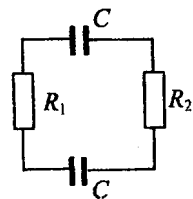
$$\text{ĐS: a. } Q_{0n} = \frac{C_0^{n+1}U_0}{(C_0 + C)^n}; U_n = \frac{C_0^n U_0}{(C_0 + C)^n}; \text{ b. } U_b = U_0 \frac{\left(\frac{C_0}{C_0 + C} \right)^n - \frac{C_0}{C_0 + C}}{\frac{C_0}{C_0 + C} - 1}. \text{ Khi } n \rightarrow \infty \text{ thì}$$

$$U_b = U_0 \frac{C_0}{C} = 800 \text{ (V)}.$$

Bài 6. Một tụ điện được nạp điện tới hiệu điện thế $4E$ rồi được mắc vào mạch gồm một điện trở, một nguồn điện có suất điện động là E , điện trở trong không đáng kể và một khoá K. Sau khi đóng khoá K, nhiệt lượng toả ra trên điện trở là Q . Hãy xác định điện dung của tụ điện.

$$\text{ĐS: } C = \frac{2Q}{9E^2} \text{ hoặc } C = \frac{2Q}{25E^2}.$$

Bài 7. Hai tụ phẳng giống nhau có cùng điện dung C và điện tích q_0 . Tăng nhanh khoảng cách hai bản trong tụ điện dưới lên 2 lần. Bỏ qua động năng của các bản đó, hãy tìm công thực hiện trong quá trình ấy. Xác định nhiệt lượng toả ra trên mỗi điện trở nếu biết rằng $R_2 = 2R_1$.



$$\text{ĐS: } Q_1 = \frac{1}{18} \frac{q_0^2}{C} \text{ và } Q_2 = \frac{1}{9} \frac{q_0^2}{C}.$$

Bài 8. Cho mạch điện như hình vẽ: các tụ điện giống nhau đều có điện dung $C = 100\mu\text{F}$, điện trở $R = 100\text{k}\Omega$, nguồn điện có s.đ.đ $E = 10\text{V}$ và điện trở trong $r = 1\Omega$. Đóng khoá K. Xác định cường độ dòng điện qua điện trở tại thời điểm sau khi đóng khoá K $0,1\text{s}$

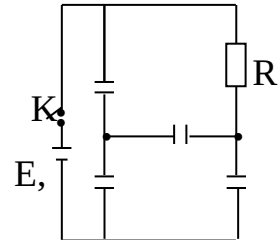
BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

và cường độ dòng điện qua nguồn tại thời điểm đó. Tính nhiệt lượng toả ra trên điện trở sau một khoảng thời gian dài.

ĐS: 5mJ.

Bài 9. Trong mạch điện như hình vẽ, nguồn điện có điện trở không đáng kể, ba điện trở đều bằng R, tụ điện có điện dung C. Hãy tính nhiệt lượng toả ra trên điện trở R_2 sau khi đóng khoá K, biết điện lượng chạy qua nó là q.

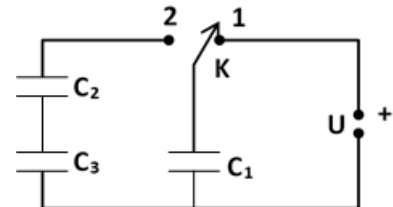
ĐS: $Q_{R_2} = \frac{q^2}{3C}$



Bài 10.

Cho ba tụ $C_1 = 1\mu\text{F}$, $C_2 = 2\mu\text{F}$, $C_3 = 3\mu\text{F}$, $U = 110\text{V}$. Ban đầu K ở (1), tìm Q_1 . Đảo K sang vị trí (2), tìm Q, U mỗi tụ.

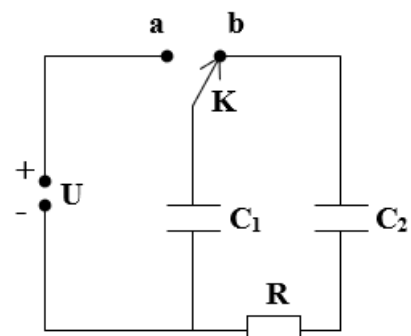
ĐS: $q_1' = 50 \mu\text{C}$; $q_2 = q_3 = 60 \mu\text{C}$, $U_1' = 50\text{V}$, $U_2 = 30\text{V}$, $U_3 = 20\text{V}$.



Bài 11.

Trong hình bên, $U = 60\text{V}$ (không đổi). $C_1 = 20\mu\text{F}$. $C_2 = 10\mu\text{F}$.

- ban đầu các tụ chưa tích điện. Khóa K ở vị trí b, chuyển sang a rồi lại về b. Tính điện lượng qua R.
- Sau đó chuyển K sang a rồi lại về b. Tính điện lượng qua R trong lần nạp điện thứ 2 này.
- Tính tổng điện lượng qua R sau n lần tích điện như trên
- Tính điện tích của C_2 sau một số rất lớn lần tích điện như trên.

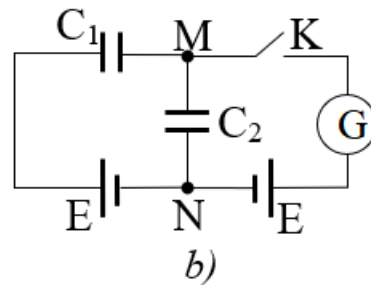
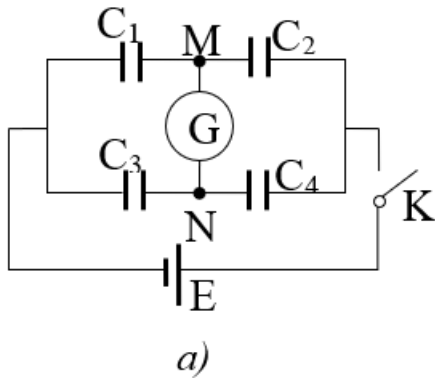


ĐS: a. $\Delta Q_1 = 4 \cdot 10^{-4}\text{C}$; b. $\Delta Q_2 = 400/3 (\mu\text{C})$; c. $Q_2^{(n)} = 600 \cdot \left(1 - \frac{1}{3^n}\right) \mu\text{C}$

d. $\lim_{n \rightarrow \infty} Q_2^{(n)} = 6 \cdot 10^{-4}\text{C}$

Bài 12: Cho mạch điện và các đại lượng như trên các hình vẽ. Tính điện lượng Δq chuyển qua điện kế G khi đóng khóa K trên mạch điện hình vẽ a, b?

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG



ĐS: $\Delta Q = C_2 E$

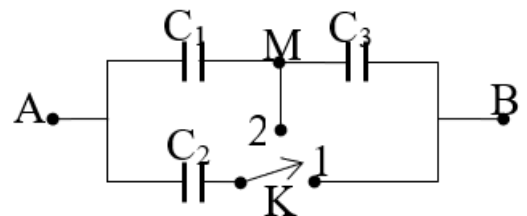
Bài 13: Cho mạch điện như *hình vẽ 1*: $C_1 = C_2 = 3\mu\text{F}$, $C_3 = 6\mu\text{F}$, $U_{AB} = 18\text{V}$. Ban đầu khóa K ở vị trí (1) và trước khi mắc vào mạch các tụ chứa tích điện.

a) Tìm hiệu điện thế mỗi tụ khi khóa K chuyển từ (1) sang vị trí (2).

b) Tính điện lượng di chuyển qua khóa K khi khóa K chuyển từ vị trí (1) sang vị trí (2) và số electron dịch chuyển đến mỗi tụ điện.

ĐS: a. $U'_1 = U'_2 = 13\text{V}$; $U'_3 = 5\text{V}$; b. $\Delta Q = 48 - 39 = 9\mu\text{C}$;

có $N_1 = 1,875 \cdot 10^{13}$ electron đến tụ C_1 , $N_2 = 3,75 \cdot 10^{13}$ electron đi đến tụ C_3 .



Bài 14: Cho mạch điện như *hình vẽ 2*: $C_1 = C_4 = 6\mu\text{F}$; $C_2 = C_3 = 3\mu\text{F}$. Ban đầu các tụ điện chưa tích điện và khóa K mở. Đặt hiệu điện thế $U_{AB} = U = 24\text{V}$.

a) Tính điện tích và hiệu điện thế trên mỗi tụ điện khi đóng khóa K.

b) Tính điện lượng dịch chuyển qua khóa K và số electron di chuyển đến mỗi tụ điện.

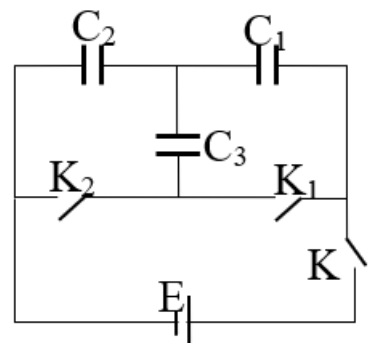
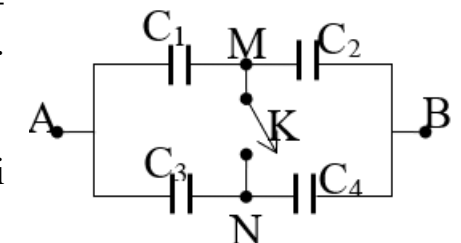
ĐS: a. $U'_1 = U'_2 = U'_3 = U'_4 = 12\text{V}$; $Q'_1 = 72\mu\text{C}$; $Q'_2 = 36\mu\text{C}$; $Q'_3 = 36\mu\text{C}$; $Q'_4 = 72\mu\text{C}$

b. Điện lượng dịch qua K: $\Delta Q = 36\mu\text{C}$

Có $N_1 = 1,5 \cdot 10^{14}$ electron đi tới tụ C_1 , $N_2 = 0,75 \cdot 10^{14}$ electron đi tới tụ C_2 , $N_3 = 0,75 \cdot 10^{14}$ electron ra khỏi tụ C_3 và $N_4 = 1,5 \cdot 10^{14}$ electron đi ra khỏi tụ C_4 .

Bài 15. Cho sơ đồ mạch điện như *hình vẽ 3*. Biết nguồn có suất điện động E, các tụ điện $C_3 = 2C_1 = 2C_2 = 2C$. Ban đầu khóa K đóng, khóa K_1 và K_2 ngắt. Sau khi tụ C_1 và C_2 nạp điện xong thì ngắt khóa K và đóng khóa K_1 .

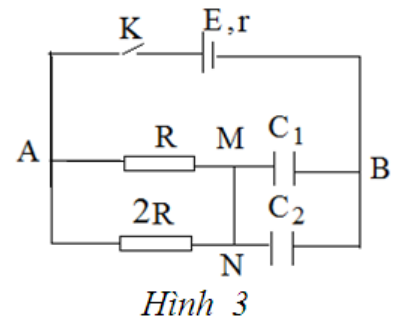
Khi trạng thái cân bằng tĩnh điện được thiết lập trong mạch thì ngắt khóa K_1 và đóng khóa K_2 . Hỏi điện tích sau cùng trên mỗi tụ điện bằng bao nhiêu?



ĐS: : $Q_1'' = \frac{1}{18}CE$; $Q_3'' = -\frac{1}{9}CE$; $Q_2'' = \frac{1}{6}CE$

Bài 16. Cho mạch điện gồm nguồn điện ($E, r = \frac{R}{2}$), hai tụ điện có $C_1 = C_2 = C$, ban đầu chưa tích điện và hai điện trở R và $2R$ mắc như hình 3. Bỏ qua điện trở của dây nối và khóa K. Ban đầu K ngắt.

- Tính **điện lượng chuyển qua dây dẫn MN khi K đóng.**
- Tính **nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở R khi K đóng.**



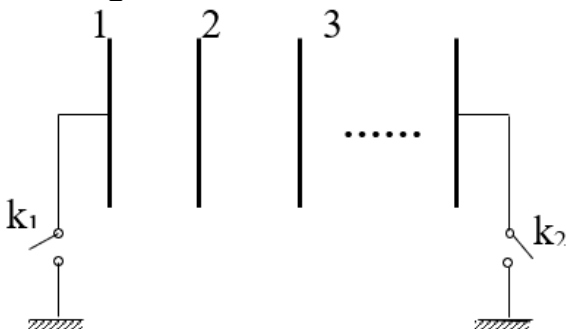
ĐS: $\Delta q_{MN} = CE/3 = 9 \cdot 10^{-6}C$; b. $Q_R = 2Q_{AM}/3 = 8CE^2/21$

Bài 17. Có hai tụ điện phẳng giống nhau: một tụ có điện môi là không khí và có điện dung $C_0 = 100 \mu F$. Người ta tích điện cho tụ này đến hiệu điện thế $U_0 = 60V$, tụ thứ hai có điện môi, mà hằng số điện môi phụ thuộc vào hiệu điện thế U giữa hai bản tụ của nó theo quy luật $\epsilon = \alpha U$, với $\alpha = 0,1(V^{-1})$. Tụ thứ hai ban đầu không tích điện. Ta mắc song song hai tụ này với nhau.

- Hỏi hiệu điện thế trên mỗi tụ bằng bao nhiêu?
- Tính độ biến thiên năng lượng của hệ tụ. Nhận xét và giải thích?

ĐS: a. $U = 20V$; b. $\Delta W = - 0,12 (J)$.

Bài 18. Có 100 bản cực kim loại giống nhau, mỗi bản có diện tích S . Các bản cực đặt đối diện, cách đều nhau trong chân không, khoảng cách 2 bản cực liên tiếp là d . Ban đầu, các bản cực tích điện thứ tự từ bản 1 đến bản 100 là $Q, 2Q, 3Q, \dots, 100Q$ ($Q > 0$). Nối đồng thời bản cực 1 và bản cực 100 xuống đất (đóng khóa k_1 và k_2).



- Xác định điện lượng chạy từ bản cực 1 và bản cực 100 xuống đất?
- Tìm bản cực có điện thế cực đại và tính điện thế cực đại đó ?

ĐS: 1. $\Delta q_1 = 1683,3Q$; $\Delta q_{100} = 3366,7Q$; 2. Tấm thứ 58 có điện tích cực đại:

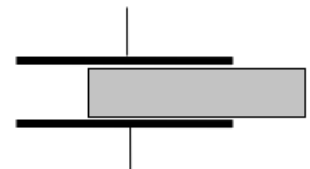
$$V_{\max} = 63441 \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$$

Bài 19. Hai bản tụ điện phẳng được mắc vào một nguồn có s.đ.đ E và điện trở trong r . Các bản tụ đặt thẳng đứng và đưa một bình lớn chứa chất lỏng có khối lượng riêng ρ_1 và hằng số điện môi ϵ_1 tới sát mép dưới của các bản tụ. Khi đó chất lỏng sẽ bắt đầu được hút vào trong tụ. Trong thời gian thiết lập cân bằng trong hệ có toả ra nhiệt lượng là Q . Hỏi lượng nhiệt toả ra trong hệ này là bao nhiêu nếu thay chất lỏng trên bằng một chất lỏng khác có khối lượng riêng ρ_2 và hằng số điện môi ϵ_2 . Bỏ qua sức căng mặt ngoài.

$$\text{ĐS: } Q_2 = Q \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \left(\frac{\epsilon_2 - 1}{\epsilon_1 - 1} \right)^2$$

Bài 20. Một tấm có hằng số điện môi $\epsilon = 3$ nằm giữa hai bản của một tụ điện phẳng, choán hết thể tích của tụ điện. Tụ điện được mắc vào một nguồn có suất điện động $U = 100V$ qua một điện trở. Sau đó tấm được đẩy ra khỏi tụ điện thật nhanh, đến mức điện tích trên tụ điện chưa kịp biến thiên.

Hỏi phần năng lượng toả ra trong mạch sau đó dưới dạng nhiệt bằng bao nhiêu? Biết điện dung của tụ điện khi chưa có điện môi là $C_0 = 100\mu F$.



$$\text{ĐS: } Q = \frac{(\epsilon - 1)^2 C_0 U^2}{2} = 2J$$

Bài 21. Một tụ điện phẳng được mắc vào nguồn điện để giữ cho hiệu điện thế các bản luôn luôn là U_0 . Đưa vào khoảng giữa hai bản đó một điện môi có hằng số điện môi là ϵ để lấp đầy.

a. Chứng minh rằng khi đó nguồn điện thực hiện 1 công bằng $A_{ng} = \frac{q_0 U_0 (\epsilon - \epsilon_0)}{\epsilon_0}$ trong đó

q_0 là điện tích trên các bản tụ điện ban đầu (khi chưa lấp đầy điện môi)

b. Tính công thực hiện bởi lực cơ học (lấp đầy điện môi). Công thực hiện do lực đặt lên điện môi hay bởi điện môi thực hiện?

c. Nhiệt lượng toả ra ở tụ trong thời gian lấp đầy.

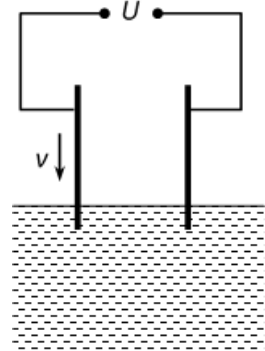
$$\text{ĐS: b. } A_C = \frac{q_0 U_0}{2} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1 \right); \text{ c. } Q = \frac{q_0 U_0}{2} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1 \right)$$

Bài 22. Một bộ hai tụ phẳng giống nhau đặt trong không khí, nối song song tích điện với điện lượng Q . Tại thời điểm $t = 0$, người ta cho khoảng cách giữa hai bản tụ 1 tăng theo quy luật: $d_1 = d_0 + vt$; còn khoảng cách giữa hai bản tụ 2 giảm: $d_2 = d_0 - vt$. Bỏ qua điện trở dây nối. Xác định chiều, cường độ dòng điện trong mạch trong thời gian di chuyển các bản tụ.

ĐS: Dòng điện trong mạch có chiều từ bản dương của C_1 sang bản dương của C_2 ,

$$i = \frac{Qv}{2d_0} = \text{const.}$$

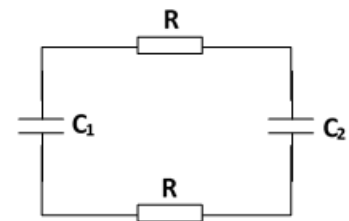
Bài 23. Một tụ điện phẳng có các bản tụ dạng hình chữ nhật giống nhau, chiều cao $h=20\text{cm}$, được nối với hiệu điện thế $U=3000\text{V}$ như hình 2. Tụ được nhúng vào một chất điện môi lỏng có hằng số điện môi $\varepsilon=2$ theo phương thẳng đứng với tốc độ $v=2\text{cm/s}$. Dòng điện chạy trong dây dẫn nối với các bản tụ trong thời gian chuyển động của các bản là bao nhiêu? Điện dung của tụ khi chưa nhúng vào chất lỏng là $C=1000\text{pF}$. Bỏ qua điện trở dây dẫn.



Hình 2

ĐS: $I = \frac{CU(\varepsilon-1)v}{h} = 3.10^{-7} \text{ (A)}$

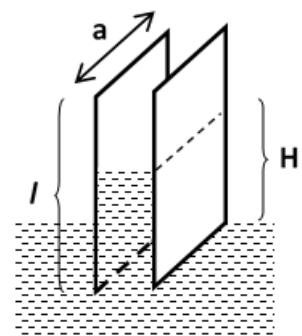
Bài 24. Hai tụ điện phẳng không khí giống nhau, diện tích mỗi bản tụ là $S = 80\text{cm}^2$, khoảng cách giữa hai bản là $d_1 = 1,2\text{mm}$ cùng tích điện nhờ nguồn có hiệu điện thế $U_0 = 1000\text{V}$. Sau đó hai tụ điện này được nối với nhau bằng hai điện trở có giá trị $R = 25\text{k}\Omega$, các bản tụ tích điện cùng dấu được nối với nhau. Bây giờ hai bản mỗi tụ được đưa ra cách xa nhau $d_2 = 3,6\text{mm}$ trong thời gian $t = 2,5\text{s}$ theo hai cách:



- Đồng thời tách ra xa hai bản của hai tụ.
 - Tách hai bản của một tụ trước sau đó đến lượt tụ kia.
- Hỏi cách nào tốn nhiều công hơn và tốn hơn bao nhiêu?

ĐS: a. $A = \frac{2Q_0^2}{C_0}$; b. $A' = \frac{2Q_0^2}{C_0} + \frac{RQ_0^2}{t}$; Cách 2 tốn công hơn cách 1.

Bài 25. Tụ phẳng không khí có các bản hình chữ nhật cách nhau một đoạn d . Mép dưới các bản chạm vào mặt điện môi lỏng ε có khối lượng riêng D . Nối tụ với nguồn U , điện môi dâng lên một đoạn H giữa 2 bản. Bỏ qua hiện tượng mao dẫn. Tính H ?



ĐS: $H = \frac{(\varepsilon-1)\varepsilon_0 U^2}{Dgd^2}$

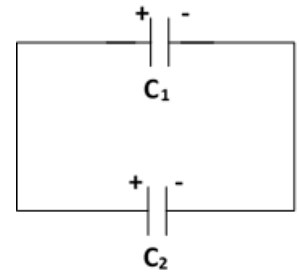
Bài 26. Hai bản của một tụ điện phẳng đặt thẳng đứng có chiều rộng b , chiều cao h , đặt cách nhau một khoảng rất nhỏ d ($d \ll b, h$). Mép dưới của hai bản tụ điện chạm vào một khối điện môi lỏng có hằng số điện môi ε và khối lượng riêng D .

a) Nối hai bản tụ với nguồn có hiệu điện thế U , người ta thấy điện môi dâng lên trong khoảng giữa hai bản đến độ cao H . Giải thích hiện tượng đó và tính H . Bỏ qua hiện tượng mao dẫn.

b) Nếu trước khi cho hai bản tụ điện chạm vào mặt chất lỏng, người ta tích điện cho tụ điện rồi ngắt ra khỏi nguồn thì hiện tượng xảy ra có gì khác trước? Tính độ cao của cột điện môi giữa hai bản tụ điện.

ĐS: a. $H = \frac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 U^2}{Dgd^2}$; b. $H = \frac{\sqrt{\pi k d^2 h^2 D^2 g^2 + (\varepsilon - 1)^2 DghU^2}}{2\sqrt{\pi k d Dg(\varepsilon - 1)}} - \frac{h}{2(\varepsilon - 1)}$

Bài 27. Hai tụ phẳng không khí có điện dung C , mắc song song và được tích điện đến hiệu điện thế U rồi ngắt nguồn đi. Các bản của một tụ có thể chuyển động tự do đến nhau (một tụ dữ nguyên, một tụ thay đổi khoảng cách). Tìm vận tốc các bản tụ trên tại thời điểm mà khoảng cách giữa chúng giảm đi một nửa. Biết khối lượng của một bản tụ là M , bỏ qua tác dụng của trọng lực.



ĐS: $v = \sqrt{\frac{CU^2}{3M}}$

Bài 28. Tụ phẳng có $S = 200\text{cm}^2$, điện môi là bản thủy tinh dày $d = 1\text{mm}$, $\varepsilon = 5$, tích điện với $U = 300\text{V}$. Rút bản thủy tinh khỏi tụ. Tính độ biến thiên năng lượng của tụ và công cần thực hiện. Công này dùng để làm gì? Xét khi rút thủy tinh:

a) Tụ vẫn nối với nguồn.

b) Ngắt tụ khỏi nguồn.

ĐS: a. $A = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} U^2 (\varepsilon - 1) = 318 \cdot 10^{-7} \text{ (J)}$; $A' = \frac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 S}{2d} U^2 = 1592 \cdot 10^{-7} \text{ (J)}$.

Bài 29. Hai bản của một tụ điện phẳng đặt trong không khí có cùng diện tích S , có thể chuyển động không ma sát dọc theo một sợi dây cách điện nằm ngang xuyên qua tâm của chúng. Một bản có khối lượng m , điện tích Q còn bản kia có khối lượng $2m$, điện tích $(-2Q)$. Ban đầu hai bản được giữ cách nhau một khoảng $3d$.

a) Tìm năng lượng điện trường giữa hai bản tụ.

b) ở thời điểm nào đó người ta thả hai bản ra. Hãy xác định vận tốc của mỗi bản khi chúng cách nhau một khoảng d .

ĐS: a. $W_t = \frac{27Q^2 d}{8\varepsilon_0 S}$; b. $v_2 = Q \sqrt{\frac{2d}{3\varepsilon_0 S m}}$ và $v_1 = -2Q \sqrt{\frac{2d}{3\varepsilon_0 S m}}$.

Bài 30. Tụ phẳng không khí có diện tích S , khoảng cách 2 bản là x , nối với nguồn U không đổi.

a) Năng lượng tụ thay đổi ra sao khi x tăng.

b) Tính công suất cần để tách các bản theo x ? Biết vận tốc các bản tách xa nhau là v .

c) Công cần thiết và độ biến thiên năng lượng của tụ đã biến thành dạng năng lượng nào?

ĐS: a. $W = \frac{\epsilon_0 S}{2x} U^2$; b. $P = \frac{\epsilon_0 S U^2 v}{2x^2}$; c. $A = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2} \frac{v \Delta t}{x(x+v \Delta t)}$.

Bài 31. Hai tụ phẳng không khí có S và $d_1 = 2d_2$ cùng được tích điện đến hiệu điện thế U rồi ngắt khỏi nguồn. Hỏi năng lượng của hệ thay đổi thế nào khi đặt C_2 vào trong C_1 (các bản song nhau)?

ĐS: Ngắt các tụ khỏi nguồn rồi đưa C_2 vào trong C_1 : điện tích trên các bản tụ không đổi. Nhưng năng lượng hệ tăng $5/3$ lần hoặc giảm đi 3 lần.

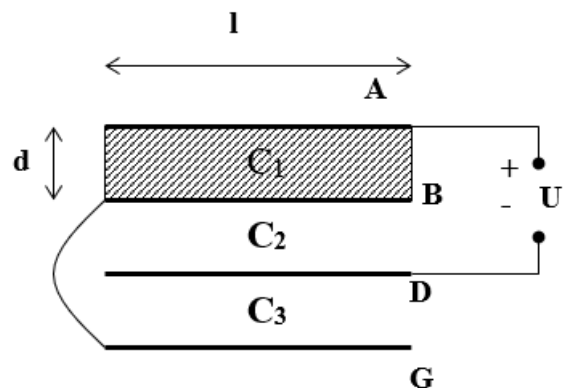
Bài 32. Bốn tấm kim loại phẳng, mỏng giống nhau hình chữ nhật, diện tích mỗi tấm là S , chiều dài l , đặt song song với nhau. Khoảng cách giữa 2 tấm liên tiếp là d . Giữa tấm

A và B có lớp điện môi, lấp đầy không gian giữa

2 tấm, hằng số điện môi ϵ . Tấm A và D được nối

với 2 cực của nguồn điện, có hiệu điện thế U ,

Tấm B và G nối với nhau bằng dây dẫn (hình vẽ)



a) Tính năng lượng của hệ tụ và hiệu điện thế giữa 2 tấm liên tiếp?

b) Kéo đều lớp điện môi với vận tốc $\vec{v}$ ra khỏi

các tấm kim loại. Tính công suất cần thực hiện để kéo lớp điện môi ra khỏi các bản tụ.

Bỏ qua ma sát.

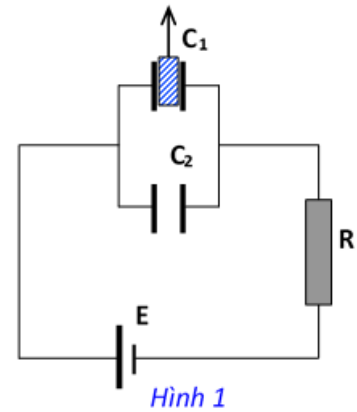
ĐS: a. Năng lượng bộ tụ: $W = \frac{\epsilon}{2 + \epsilon} C_0 U^2$;

+ Hiệu điện thế giữa hai tấm A và B : $U_{AB} = \frac{2U}{2 + \epsilon}$

+ Hiệu điện thế giữa hai tấm B và D và hiệu điện thế giữa G và D: $U_{BD} = U_{GD} = \frac{\epsilon U}{2 + \epsilon}$

b. $A = \frac{2(\epsilon - 1)}{3(2 + \epsilon)} \cdot \frac{\epsilon_0 S}{d} U^2$.

Bài 33. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 1. Các tụ điện có cùng kích thước. Khoảng không gian giữa hai bản tụ C_1 được lấp đầy bởi tấm thủy tinh có hằng số điện môi ϵ còn khoảng không gian giữa hai bản tụ C_2 là không khí. Nguồn điện có suất điện động không đổi E , điện trở trong không đáng kể, R là điện trở thuần, $C_2 = C_1$. Hệ đang ổn định, rút nhanh tấm thủy tinh khỏi tụ C_1 , bỏ qua tác dụng của trọng lực và ma sát giữa tấm thủy tinh với tụ điện.

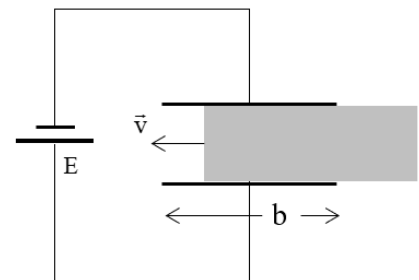


Hình 1

1. Tính công ngoại lực đã thực hiện.
2. Khi hệ đã ổn định, điện lượng dịch chuyển qua nguồn là bao nhiêu? Nguồn thực hiện công hay nhận công, tại sao? Tính giá trị công mà nguồn thực hiện hay nhận được.
3. Tính nhiệt lượng trung bình tỏa ra trên điện trở R .

ĐS: $A_1 = \frac{1}{4}(\epsilon^2 - 1)CE^2$; b. Nguồn nhận công $A_2 = (\epsilon - 1)CE^2$; c. $Q = \frac{1}{4}(\epsilon - 1)^2 CE^2$

Bài 34. Một tụ điện phẳng có các bản hình chữ nhật, mỗi bản cao $h = 10\text{cm}$, bề ngang $b = 20\text{cm}$; hai bản cách nhau $d = 3\text{mm}$. Hai bản tụ được nối với nguồn suất điện động $E = 1000\text{V}$ và điện trở trong không đáng kể.



Người ta đặt một tấm thủy tinh kích thước lớn, dày 3mm , lúc đầu ($t_0 = 0$) sát mép bên phải tụ điện. Cho tấm thủy tinh đi vào khe giữa hai bản với gia tốc 2cm/s^2 dọc theo bề ngang

b. Biết thủy tinh có $\epsilon = 7$.

Tìm cường độ dòng điện trong mạch ở thời điểm $t = 2\text{s}$.

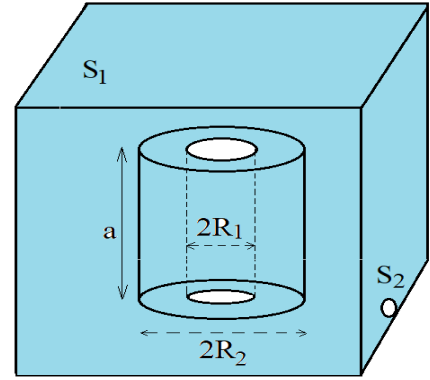
ĐS: $I = 7 \cdot 10^{-8} \text{ (A)}$

Bài 35. Một tụ trụ không khí, có các bán kính mặt trụ trong và ngoài lần lượt là R_1, R_2 ($R_1 < R_2$), chiều cao tụ trụ là a .

a. Hãy thành lập công thức tính điện dung của tụ trụ.

Tụ trụ sau đó được nhúng thẳng đứng, ngập trong bình đựng chất điện môi lỏng có hằng số điện môi ϵ , mép dưới của các bản tụ ở sát đáy bình (Hình 4). Bình có diện tích tiết diện ngang là S_1 và được đặt trên mặt bàn nằm ngang. Hai bản tụ trụ được nối với nguồn điện có suất điện động E không đổi, điện trở trong không đáng kể. Bỏ qua điện trở các dây nối.

Sát đáy bình chất lỏng một lỗ có diện tích tiết diện ngang S_2 ở đáy bình, chất điện môi được tháo ra khỏi bình qua lỗ này. Gọi v_1 là tốc độ hạ thấp mức chất lỏng trong bình như một chất lưu lí tưởng, h là độ cao mức chất lỏng trong bình.



Hình 4

b. Hãy viết biểu thức v_1 theo h .

Lấy gốc thời gian khi mặt thoáng của chất điện môi ở ngang mép trên của các bản tụ.

c. Viết biểu thức h theo thời gian t .

d. Viết biểu thức điện tích Q của tụ theo h .

e. Hãy lập biểu thức cường độ dòng điện trong mạch phụ thuộc vào thời gian và vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc đó.

Trong bài toán này, coi $\varepsilon, E, a, R_1, R_2, S_1, S_2$ và gia tốc trọng trường g đã biết.

ĐS: a. $C = \frac{2\pi\varepsilon_0 a}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$; b. $v_1 = \sqrt{\frac{2gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}} h$; c. $h = \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}} t \right)^2$;

d. $Q = EC = \frac{\varepsilon_0 2\pi E}{\ln \frac{R_2}{R_1}} [a + (\varepsilon - 1)h]$;

e. $I = \frac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 2\pi E}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \sqrt{\frac{2gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}} \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}} t \right)$

CHƯƠNG III

PHƯƠNG PHÁP ẢNH ĐIỆN

Bài 1. Một điện tích điểm $q = 20,0 \text{ nc}$ đặt trong chân không cách một thành phẳng bằng kim loại đã nối đất một khoảng $a = 50 \text{ mm}$.

1. Tìm lực F trong tương tác giữa điện tích q và thành phẳng.
2. Mật độ điện tích hưởng ứng trên mặt vật dẫn.

ĐS: 1. $F = \frac{kq^2}{4a^2}$; 2. $\sigma = \frac{qa}{2\pi r^3}$

Bài 2. Một quả cầu nhỏ khối lượng m , điện tích q ban đầu được giữ ở vị trí thẳng đứng, cách một mặt phẳng kim loại rộng vô hạn, có mật độ điện mặt σ một khoảng h . Thả quả cầu cho nó chuyển động. Hãy nghiên cứu chuyển động của quả cầu.

ĐS: $d_0 = \sqrt{\frac{k\varepsilon_0 q^2}{2\sigma q - 4\varepsilon_0 mg}}$

- + Nếu $h < d_0$ quả cầu chuyển động xuống và bị hút vào bản kim loại.
- + Nếu $h = d_0$ quả cầu ở vị trí cân bằng.
- + Nếu $h > d_0$ quả cầu chuyển động ra xa bản kim loại.

Bài 3. Điện tích q đặt trước mặt phẳng dẫn rộng vô hạn và cách mặt phẳng dẫn một khoảng a . Hãy xác định cường độ điện trường và mật độ điện mặt tại một điểm M trên mặt phẳng dẫn, cách điện tích q một khoảng r .

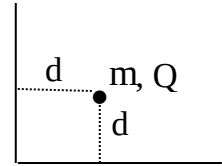
ĐS: $E = \frac{qa}{2\pi\varepsilon_0 r^3}$; $\sigma = \frac{qa}{2\pi r^3}$.

Bài 4. Một điện tích điểm q cách tâm quả cầu kim loại bán kính R nối đất một khoảng a . Hãy xác định :

1. Xác định lực tương tác giữa điện tích q và quả cầu.
2. Cường độ điện trường do hệ gồm điện tích q và điện tích hưởng ứng trên bề mặt quả cầu gây ra trong không gian xung quanh và trên mặt cầu.

ĐS: 1. $F = \frac{Ra^2}{4\pi\varepsilon_0(a^2 - R^2)^2}$; 2. $E = \frac{kq(a^2 - R^2)}{Rr^3}$

Bài 5. Một mặt phẳng kim loại rộng được uốn thành dạng góc vuông như hình vẽ. Một điện tích điểm có khối lượng m và điện tích Q được đặt ở vị trí cách mỗi mặt một khoảng d . Thả tự do điện tích.



Hãy xác định :

a) Gia tốc của điện tích khi nó bắt đầu chuyển động.

b) Vận tốc của nó khi nó đi được một đoạn $d/\sqrt{2}$. Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

ĐS: a. $|a| = (2\sqrt{2} - 1) \frac{kQ^2}{8d^2}$; b. $v = \frac{q}{2} \sqrt{\frac{k}{md}} (4 - \sqrt{2})$

Bài 6. Đặt điện tích điểm q tại điểm O cách tâm C của quả cầu kim loại bán kính R nổi đất một khoảng $\ell > R$. Hệ q và quả cầu đặt rất xa các điện tích khác, điện thế của mặt đất bằng 0.

1. Tính lực mà q tác dụng lên quả cầu.

2. Tính mật độ điện tích tại điểm M trên bề mặt quả cầu, biết $\overrightarrow{CM}$ hợp với $\overrightarrow{CO}$ một góc θ .

3. Tính công mà ta cần tác động lên q để dịch chuyển nó từ O ra rất xa quả cầu nếu quả cầu luôn luôn nối đất.

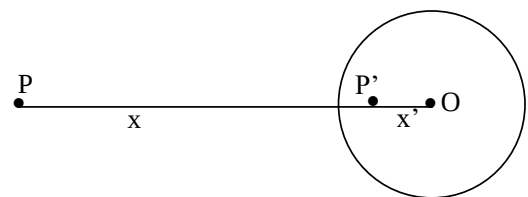
4. Tính thế năng tự tương tác của các điện tích cảm ứng trên bề mặt quả cầu.

ĐS: 1. $F_{qC} = k \frac{q^2 R \ell}{(\ell^2 - R^2)^2}$; 2. $\sigma_M = \epsilon_0 E_{Mn} = \frac{q}{4\pi R^2} \frac{1 - \frac{\ell^2}{R^2}}{\left(1 + \frac{\ell^2}{R^2} - 2\frac{\ell}{R} \cos \theta\right)^{\frac{3}{2}}}$; 3. $A = \frac{1}{2} k \frac{q^2 R}{\ell^2 - R^2}$;

4. $W = \frac{1}{2} k \frac{q^2 R}{\ell^2 - R^2}$

Bài 7. Một quả cầu dẫn điện bán kính $r = 2\text{cm}$

được nối đất. Có một electron ban đầu từ xa chuyển động với vận tốc v_0 theo hướng thẳng cách tâm quả cầu một khoảng bằng $2r$. Hãy xác



định giá trị vận tốc của electron khi bay tới gần quả cầu nhất, nếu biết rằng tại vị trí gần nhất điện tử cách tâm quả cầu một khoảng $3r/2$.

ĐS: $v = e \sqrt{\frac{32}{70} \cdot \frac{1}{\pi \epsilon_0 r m}}$

Bài 8. Một chất điểm có khối lượng m và điện tích Q đặt cách mặt phẳng dẫn điện rộng vô hạn một khoảng L , tại thời điểm $t = 0$ người ta thả m ra. Xác định thời gian để m bay đến mặt phẳng. Bỏ qua trọng lực.

$$\text{ĐS: } t = \pi \sqrt{\frac{mL^3}{2kQ^2}}$$

Bài 9. Cho điện tích $q = 10^{-8}\text{C}$, $m = 0,01\text{g}$ cách tấm dẫn phẳng vô hạn đoạn $h = 4\text{cm}$. Xác định :

- Gia tốc của điện tích khi nó bắt đầu chuyển động.
- Thế năng của hệ điện tích và tấm dẫn phẳng vô hạn.
- Vận tốc của điện tích trước khi chạm vào tấm dẫn phẳng.
- Thời gian để điện tích bay đến tấm phẳng.

$$\text{ĐS: a. } a = k \frac{q^2}{m(2h)^2} = 14,0625 \text{ (m/s}^2\text{)}; \text{ b. } W_t = -\frac{kq^2}{4h}; \text{ c. } v = \sqrt{\frac{3k}{2mh}}q \text{ d. } t = \sqrt{\frac{m\pi^2 h^3}{2kq^2}}$$

Bài 10. Một điện tích điểm q đặt tại điểm A cách mặt phẳng phân chia hai môi trường điện môi đồng chất, vô hạn một khoảng a , hằng số điện môi của các môi trường ϵ_1, ϵ_2 .

- Tìm điện thế φ của điện trường.
- Lực tác dụng lên điện tích q .

$$\text{ĐS: 1. } \varphi_1 = \frac{kq}{\epsilon_1 r_1} + \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)kq}{\epsilon_1(\epsilon_1 + \epsilon_2)r_2}; \varphi_2 = \frac{2kq}{(\epsilon_1 + \epsilon_2)}$$

$$2. \frac{k(\epsilon_1 - \epsilon_2)q^2}{\epsilon_1(\epsilon_1 + \epsilon_2) \cdot 4a^2}$$

Bài 11. Một hạt khối lượng m , tích điện q quay quanh quả cầu dẫn điện bán kính r , tích điện Q . Quỹ đạo của hạt là đường tròn bán kính R và tâm trùng với tâm quả cầu. Tính tốc độ góc quay của hạt.

$$\text{ĐS: } \omega = \sqrt{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 m} \left[\frac{qr}{(R^2 - r^2)^2} - \frac{(QR + qr)}{4\pi\epsilon_0 R^4} \right]}$$

Bài 12. Một mặt phẳng dẫn điện nối đất có một chỗ lồi lên hình bán cầu bán kính a . Tâm bán cầu nằm trên mặt phẳng. điện tích điểm q nằm trên trục đối xứng của hệ và cách mặt phẳng một khoảng b ($b > a$). Xác định điện thế φ và điện tích hưởng ứng ở chỗ lồi lên.

$$\text{ĐS: } \varphi = kq \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_4} - \frac{a}{b} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right) \right]; Q' = q \left(1 - \frac{b^2 - a^2}{b\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

Bài 13. Một dây dẫn thẳng, dài vô hạn được tích điện với mật độ điện dài λ , đặt song song với trục của một hình trụ có bán kính r mang điện $-\lambda$ trên một đơn vị độ dài. Khoảng cách giữa dây dẫn và trục hình trụ bằng a .

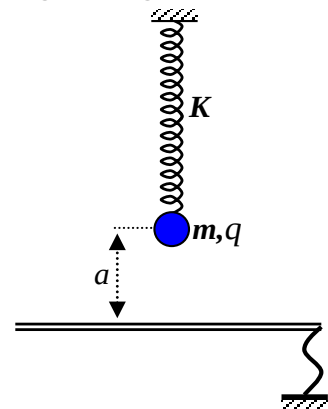
1. Xác định lực tác dụng lên một đơn vị độ dài của dây dẫn.
2. Tìm điện thế, cường độ điện trường do hệ sinh ra trên mặt trụ.
3. Tìm phân bố điện tích mặt trên mặt trụ .

$$\text{ĐS: 1. } F = \frac{\lambda^2 a}{2\pi\epsilon_0(a^2 - r^2)}; 2. \varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{a}; 3. \sigma = \frac{\lambda b}{2\pi R_1 R_2}$$

Bài 14. Trường tĩnh điện tạo bởi hai hình trụ dẫn điện có các trục song song, bán kính R_1, R_2 và có mật độ điện dài là $\pm\lambda$. Khoảng cách giữa hai trụ là l . Tìm điện dung tương hỗ của các hình trụ trên một đơn vị độ dài.

$$\text{ĐS: } C = 2\pi\epsilon_0 \left[\ln \frac{l(l+b) - R_1^2 - R_2^2}{2R_1 R_2} \right]$$

Bài 15. Một lò xo nhẹ, cách điện, một đầu gắn chặt vào giá cố định, đầu còn lại treo quả cầu kim loại nhỏ khối lượng m , tích điện q . Hệ được đặt trong không khí và khi cân bằng quả cách một thành phẳng bằng kim loại đã nối đất một khoảng a (hình vẽ)



1. Từ vị trí cân bằng người ta kéo quả cầu xuống dưới, cách VTCB một đoạn x_0 ($x_0 \ll 2a$) rồi thả nhẹ. Chứng minh quả cầu dao động điều hòa. Lập biểu thức tính chu kì và viết phương trình dao động của quả cầu.
2. Nghiên cứu sự biến đổi mật độ điện tích hưởng ứng trên mặt vật dẫn tại điểm M cách vị trí cân bằng của quả cầu khoảng $2a$.

ĐS: 1. $x = x_0 \cos \omega t$; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{q^2}{16\pi m \epsilon_0 a^3}}$ quả cầu dao động điều hòa với chu kì

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{16k\pi\epsilon_0 a^3}}}$$

2. Khi đó $\sigma = \frac{q}{16\pi a^2} \left(1 - \frac{x}{2a}\right)^{-3/2} \approx \sigma_0 \left(1 + \frac{3x}{4a}\right) \rightarrow$ mật độ điện tích tại M cũng biến đổi tuần hoàn.

$$+ \sigma_{\max} = \sigma_0 \left(1 + \frac{3x_0}{4a}\right) \Leftrightarrow x = x_0 \rightarrow \text{quả cầu ở vị trí thấp nhất}$$

$$+ \sigma_{\min} = \sigma_0 \left(1 - \frac{3x_0}{4a}\right) \Leftrightarrow x = -x_0 \rightarrow \text{quả cầu ở vị trí cao nhất}$$

Bài 16. Một điện tích q đặt trong một điện môi đồng chất và cách mặt phẳng phân chia điện môi và một vẫn dẫn rộng vô hạn một khoảng a . Tìm điện thế φ trong điện môi, phân bố điện tích hưởng ứng σ trên bề mặt kim loại.

ĐS: $\varphi = \frac{kq}{\epsilon_1 r_1} - \frac{kq}{\epsilon_2 r_2}$; $\sigma = \frac{qa}{\pi r^3}$.

Bài 17. Một quả cầu dẫn điện bán kính R_1 đặt trong một điện môi đồng chất có hằng số điện môi ϵ_1 . Bên trong quả cầu có một lỗ hổng hình cầu bán kính R_2 chứa đầy điện môi đồng chất hằng số điện môi ϵ_2 . Trong lỗ hổng có một điện tích điểm q ở cách tâm nó một khoảng a ($a < R_2$). Tìm thế của điện trường trong toàn không gian.

ĐS: - Ở bên ngoài quả cầu bằng : $\varphi_1 = k \frac{q}{\epsilon_1 r}$

- Ở bên trong vật dẫn t: $\varphi_2 = k \frac{q}{\epsilon_1 R_1}$

- Ở bên trong lỗ hổng : $\varphi_3 = \frac{kq}{\epsilon_2 R_1} - \frac{kq'}{\epsilon_2 r_2} + \frac{kq}{\epsilon_1 R_1}$

Bài 18. Một quả cầu dẫn điện bán kính R ở trong trường của một điện tích điểm q cách tâm quả cầu một khoảng $a > R$. Hệ trên được nhúng vào một điện môi đồng chất hằng số điện môi ϵ . Tìm thế của trường φ nếu cho trước

1. Điện tích của quả cầu Q

2. Điện thế của quả cầu φ_0 (ở vô cực $\varphi = 0$)

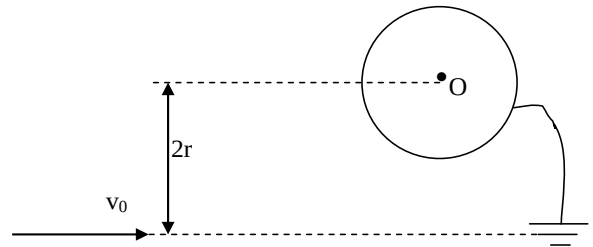
ĐS: 1. Điện thế do hệ gây ra tại điểm M là : $\varphi = \frac{q}{\epsilon r_1} + \frac{Q + q'}{\epsilon r} - \frac{q'}{\epsilon r_2}$

$$\text{ở đây : } q' = \frac{qR}{a}; \quad r_2 = \sqrt{r^2 + a'^2 - 2a'r \cos \theta} \quad ; a' = \frac{R^2}{a}$$

2. Nếu quả cầu nối đất ($\varphi_0 = 0$) thì điện thế có dạng : $\varphi = \frac{q}{\epsilon r_1} - \frac{q'}{\epsilon r_2}$

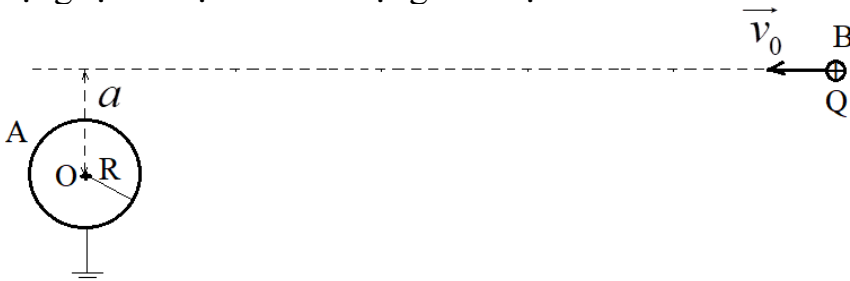
Bài 19. Một quả cầu dẫn điện bán kính $r = 2\text{cm}$ được nối đất. Có 1 điện tử ban đầu từ xa chuyển động với vận tốc v_0 theo hướng thẳng cách tâm quả cầu một khoảng bằng $2r$.

Hãy xác định giá trị vận tốc của điện tử khi bay tới gần quả cầu nhất, nếu biết rằng tại vị trí gần nhất điện tử cách tâm quả cầu một khoảng $3r/2$.



ĐS: $v = e \sqrt{\frac{32}{70} \cdot \frac{1}{\pi \epsilon_0 r m}}$

Bài 20. Quả cầu dẫn A đặt cố định, có tâm O, bán kính R, nối đất qua dây dẫn điện. Một điện tích điểm B, mang điện tích dương Q không đổi, khối lượng m, bay từ rất xa, có vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ về phía quả cầu với thông số va chạm a (Hình 3), a chính là khoảng cách từ giá véc tơ $\vec{v}_0$ đến tâm O quả cầu. Gọi r là khoảng cách giữa điện tích điểm B và tâm quả cầu A. Khi ở khoảng cách r thì tốc độ điện tích điểm B là v, khi đó do hưởng ứng tĩnh điện, quả cầu A cũng tích điện. Theo phương pháp ảnh điện, thì quả cầu A tương đương như điện tích ảnh mang điện tích Q' nằm tại C. Bỏ qua tác dụng của trọng lực và lực cản tác dụng lên điện tích điểm.



Hình 3

a. Hãy viết biểu thức xác định OC và Q' theo R, r và Q.

b. Tìm biểu thức vận tốc v theo m, r, Q và v_0 .

c. Biết rằng quỹ đạo của điện tích B đi lướt qua quả cầu A, cách tâm O một khoảng cách cực tiểu $r_{\min} = 2R$. Trong điều kiện này, hãy tìm giá trị của v_0 theo Q, a, m và R.

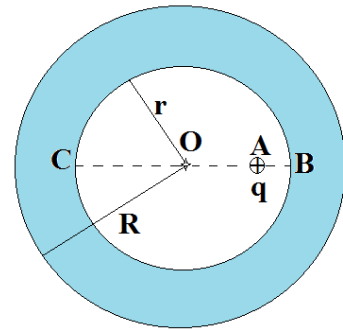
ĐS: a. $OC = \frac{R^2}{r}$, $Q' = -Q \frac{R}{r}$; b. $v = \sqrt{v_0^2 + \frac{kQ^2 R}{m(r^2 - R^2)}}$; c. $v_0 = \sqrt{\frac{4kQ^2 R}{3m[a^2 - 4R^2]}}$

Bài 21. Một quả cầu rỗng dẫn điện, ban đầu chưa tích điện, có bán kính trong là r và bán kính ngoài là R .

Sau đó người ta đưa vào bên trong quả cầu rỗng này một điện tích điểm dương q , q đặt tại điểm A cách tâm O quả cầu một đoạn là $OA = d$, $d < r < R$ (hình 4). Hãy tìm:

- Điện thế của vỏ cầu, lấy điện thế ở xa vô cùng bằng 0.
- Mật độ điện tích mặt của mặt ngoài vỏ.
- Mật độ điện tích tại điểm B và C của mặt trong vỏ.

ĐS: a. $V(r) = \frac{kq}{R}$; b. $\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$; c.



Hình 4

$\sigma_B = -\frac{q}{4\pi(r-d)^2} \left(1 + \frac{d}{r}\right)$; $\sigma_C = -\frac{q}{4\pi(r+d)^2} \left(1 - \frac{d}{r}\right)$

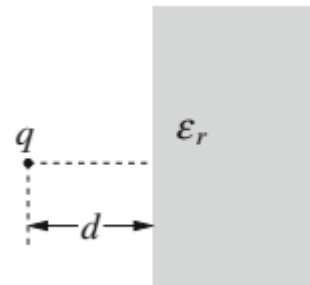
Bài 22. Điện tích ở phía trước một nửa không gian chứa điện môi

Một mặt phẳng chia toàn bộ không gian thành hai nửa, một trong hai không gian còn lại được lấp đầy bởi một môi trường điện môi có hằng số điện môi ϵ_r . Một điện tích điểm q được đặt trong chân không ở khoảng cách d so với môi trường như trong hình 3.1.

a) Tìm điện thế và điện trường trong toàn bộ không gian, sử dụng phương pháp ảnh điện.

b) Tính mật độ điện tích phân cực bề mặt trên mặt phẳng phân cách và tổng điện tích phân cực của mặt phẳng.

c) Tìm điện trường được tạo bởi điện tích phân cực trong toàn bộ không gian.



CHƯƠNG IV LŨNG CỰC ĐIỆN

Bài 1.

Một lưỡng cực điện có momen $\vec{p}$, có tâm O, được đặt dọc theo trục $x'Ox$. Lưỡng cực nằm trong một điện trường đều E_0 hướng theo trục $x'Ox$.

a. Tìm biểu thức cho điện thế V của hệ gồm lưỡng cực và điện trường, tại một điểm M có tọa độ cực r và θ , ở đủ xa lưỡng cực. Người ta giả thiết điện thế của điện trường đều E_0 bằng không tại điểm O.

b. Xác định mặt đẳng thế $V=0$.

c. Chứng minh rằng cường độ điện trường trên mặt đẳng thế $V=0$ có giá trị $3E_0\cos\theta$.

ĐS: a. $V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e \cos\theta}{r^2}$; b. Mặt cầu tâm O bán kính $r = \sqrt[3]{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{E_0}}$.

Bài 2. Một lưỡng cực điện điểm, với mô men điện $\vec{p}$ định hướng theo chiều dương trục z, được đặt tại gốc tọa độ O. Hãy tìm hình chiếu của vec tơ cường độ điện trường E_z và $E_\perp$ lên một mặt phẳng vuông góc với trục z tại điểm S.

ĐS: $E_z = \frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 r^3} (3\cos^2\theta - 1)$; $E_\perp = \frac{3p \sin\theta \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$

Bài 3. Hai đầu một đòn cân nhẹ chiều dài 2L có gắn điện tích +Q và -Q với cùng khối lượng M. Đòn cân có thể quay không ma sát quanh trục thẳng đứng. Ở dưới đòn cân, trên đường thẳng nối +Q và -Q có một lưỡng cực điện nhỏ gồm hai điện tích +q và -q cách nhau 2a (với $a \ll L$) cố định. Ở thời điểm ban đầu đòn cân nằm ở vị trí cân bằng. Tính tần số dao động nhỏ của đòn cân trong mặt phẳng thẳng đứng.

ĐS: $f = \frac{1}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{Qqa}{2M\pi\epsilon_0}}$

Bài 4. Tìm chu kỳ dao động nhỏ của bốn vật tích điện giống nhau nối với nhau bằng các sợi dây có độ dài l. Các mũi tên trên hình vẽ là hướng chuyển động của vật khi dao động tại một thời điểm nào đó. Khối lượng và điện tích của mỗi vật tương ứng bằng m và q.

ĐS: $T = \frac{4\pi}{q} \sqrt{\frac{\sqrt{2}\pi\epsilon_0 m l^3}{3}}$.

Bài 5. Một bán cầu mỏng bán kính R, tích điện với mật độ điện mặt σ . Một lưỡng cực điện có mô men lưỡng cực là p_e nằm cân bằng tại tâm của bán cầu. Hãy xác định chu kỳ dao động nhỏ của lưỡng cực?

$$\text{ĐS: } T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 4\pi \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0 \cdot I}{p_e \cdot \sigma}}$$

Bài 6. Một lưỡng cực điện điểm, với mô men điện $\vec{p}$, có tâm O, được đặt dọc theo trục $x'Ox$. Lưỡng cực đặt trong điện trường ngoài đều có vec tơ cường độ bằng $\vec{E}_0$ hướng theo trục $x'Ox$.

a) Tìm biểu thức cho điện thế V của hệ gồm lưỡng cực và điện trường tại một điểm M có tọa độ cực r, và góc θ , ở đủ xa lưỡng cực. Người ta giả thiết điện thế của điện trường đều $\vec{E}_0$ bằng không tại điểm gốc O.

b) Xác định mặt đẳng thế $V = 0$. Xác định kích thước mặt đẳng thế đó.

c) Chứng minh rằng cường độ điện trường trên mặt đẳng thế $V = 0$ có giá trị $3E_0 \cos \theta$

d) Thay mặt đẳng thế đó bằng một mặt cầu kim loại mà không làm thay đổi điện thế tại mọi điểm bên ngoài. Tính mật độ điện mặt σ tại mọi điểm của mặt cầu.

$$\text{ĐS: a. } V_M = V_E + V = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} - E_0 r \right) \cos \theta$$

$$\text{b. Đó là mặt cầu tâm O bán kính } r = \sqrt[3]{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{E_0}}; \quad \text{d. } \sigma = 3\epsilon_0 E_0 \cos \theta$$

Bài 7. Một lưỡng cực điện có mome $\vec{p}$, tâm O được đặt dọc theo trục $x'Ox$. Lưỡng cực nằm trong một điện trường đều $\vec{E}_0$ hướng theo trục $x'Ox$.

a) Tìm biểu thức cho điện thế V của hệ gồm lưỡng cực và điện trường, tại một điểm M có tọa độ cực r và θ , ở đủ xa lưỡng cực. Người ta giả thiết điện thế của điện trường đều $\vec{E}_0$ bằng không tại điểm O

b) Xác định rằng cường độ điện trường trên mặt đẳng thế $V = 0$ có giá trị $3E_0 \cos \theta$.

$$\text{ĐS: a. } V_M = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} - E_0 r \right) \cos \theta; \quad \text{b. } \vec{E} = \begin{cases} E_r = 3E_0 \cos \theta \\ E_\theta = 0 \end{cases}$$

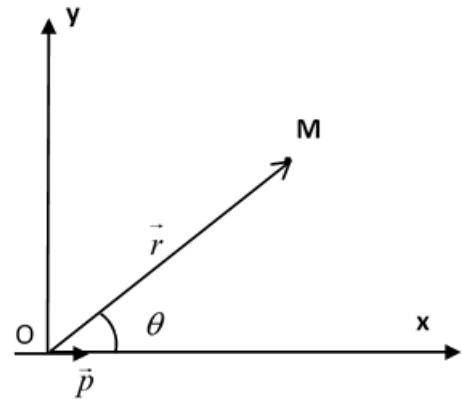
Bài 8. (Chọn ĐT Olympic Quốc Tế 2009) Trong mặt phẳng Oxy người ta đặt cố định tại gốc tọa độ O một lưỡng cực điện có momen lưỡng cực $\vec{p}$. Véc tơ $\vec{p}$ nằm trên trục Ox và hướng theo chiều dương của Ox (Hình vẽ). Một hạt nhỏ khối lượng m, điện tích q chuyển động ở vùng xa gốc O trong mặt phẳng dưới tác dụng của điện trường gây bởi

lượng cực. Bỏ qua tác dụng của trọng lực và lực cản. **Xét chuyển động của hạt trong hệ toạ độ cực.** Vị trí M của hạt ở thời điểm t được xác định bởi vectơ $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ và góc $\theta = (\overrightarrow{OM}, \vec{p})$.

1. Chứng minh rằng chuyển động của hạt tuân theo các phương trình vi phân sau:

$$\begin{cases} (r^2 \theta')' = \frac{qp \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 m r^2} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} r'^2 + r r'' = \frac{2W_0}{m} \end{cases} \quad (2)$$



Trong đó W_0 là năng lượng ban đầu của hạt.

2. Biết tại thời điểm $t = 0$ hạt ở vị trí M_0 có $r(0) = r_0$; $\theta(0) = \theta_0$; $r'(0) = r'_0$; $\theta'(0) = \theta'_0$.

Hãy xác định khoảng cách $r(t)$ từ hạt tới gốc O theo t .

3. **Tìm các điều kiện để hạt chuyển động theo quỹ đạo là cung tròn tâm O bán kính r_0 .** Tính **chu kì và tốc độ góc cực đại của hạt.** Mô tả chuyển động của hạt trong hai trường hợp: $q > 0$ và $q < 0$.

$$\text{Cho } \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos \theta}} \approx 2,62.$$

$$\text{ĐS: 2. } r^2(t) = \frac{2W_0}{m} t^2 + 2r_0 r'_0 t + r_0^2; \quad 3. T = 10,48 \sqrt{\frac{2\pi \epsilon_0 m r_0^4}{|qp|}}$$

Bài 9. Lượng cực điện có mô men $\vec{p}_1$ hướng theo trục Ox , được đặt cố định ở điểm O . Lượng cực điện có mô men $\vec{p}_2$ đặt ở điểm M có tọa độ $M(r, \theta_1)$ chỉ có thể quay quanh M .

1) Ở vị trí cân bằng, $\vec{p}_2$ lập với OM một góc θ_2 . Tìm mối liên hệ giữa θ_1 và θ_2 . Tính toán cho trường hợp $\theta_1 = 0, \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}$

2) a) Biểu diễn năng lượng $W = -\vec{p}_2 \cdot \vec{E}_1$ của lượng cực $\vec{p}_2$ nằm cân bằng trong điện trường $\vec{E}_1$ của $\vec{p}_1$.

b) Tìm giá trị của θ_1 sao cho năng lượng đó là cực tiểu. Xác định lực hút giữa hai lượng cực ứng với giá trị θ_1 này.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

3) Tính năng lượng cực tiểu và lực hút nếu các lưỡng cực là hai phân tử nước đặt cách nhau $3 \text{ \AA}$. Cho biết mỗi liên kết OH trong phân tử nước có mô men $p = 4 \cdot 10^{-30} \text{ C.m}$ và hai liên kết OH lập với nhau góc $\alpha = 150^\circ$.

ĐS: 1. $\tan \theta_2 = \frac{1}{2} \tan \theta_1$; 2a. $W = - \frac{p_1 p_2}{4\pi \epsilon_0 r^3} (2 \cos \theta_1 \cos \theta_{2C} + \sin \theta_1 \sin \theta_{2C})$

2b. + Nếu $\cos \theta_1 = 0$ hay $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ và $\theta_{2C} = \frac{\pi}{2}$ khi đó $W = - \frac{p_1 p_2}{4\pi \epsilon_0 r^3}$

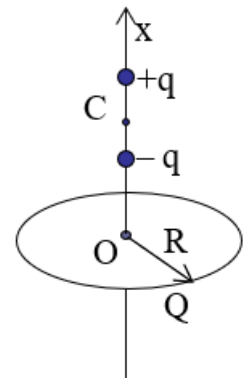
+ Nếu $\sin \theta_{2C} = 0$ hay $\theta_{2C} = 0$ và $\theta_1 = 0$ khi đó $W = - \frac{2p_1 p_2}{4\pi \epsilon_0 r^3}$

Đó là năng lượng ở trạng thái cân bằng bền, mà lực hút là $F = - \frac{dW}{dr}$ hay $F = \frac{6p_1 p_2}{4\pi \epsilon_0 r^4}$

3. Năng lượng cực tiểu là: $W_{\min} = -1,58 \cdot 10^{-20} \text{ J} \approx -0,1 \text{ eV}$

Lực hút giữa hai phân tử là $F = 1,58 \cdot 10^{-10} \text{ N}$

Bài 10. Đặt trong chân không một vòng dây mảnh, tròn, bán kính R , tâm O , mang điện tích dương Q phân bố đều. Dựng trục Oz vuông góc với mặt phẳng của vòng dây và hướng theo chiều vec tơ cường độ điện trường của vòng dây tại O (hình vẽ). Một lưỡng cực điện có vec tơ mô men lưỡng cực $\vec{p}$, tâm C và có khối lượng m chuyển động dọc theo trục Oz mà chiều của $\vec{p}$ luôn trùng với chiều dương của trục Oz . Bỏ qua tác dụng của trọng lực.



a) Xác định tọa độ z_0 của C khi lưỡng cực ở vị trí cân bằng bền và khi lưỡng cực ở vị trí cân bằng không bền. Tính chu kì T của dao động nhỏ của lưỡng cực quanh vị trí cân bằng bền.

b) Giả sử ban đầu điểm C nằm ở điểm O và vận tốc của lưỡng cực bằng không. Tính vận tốc cực đại của lưỡng cực khi nó chuyển động trên trục Oz .

ĐS: a. $z' = \frac{r\sqrt{2}}{2} + x$; $T = \frac{\pi r^2 3^{5/4}}{2} \sqrt{\frac{m}{kpQ}}$; b. $v_{\max} = \frac{2}{r \cdot 3^{3/4}} \sqrt{\frac{kpQ}{m}}$

Bài 11. Hãy tìm điện thế tĩnh điện phát sinh do một lưỡng cực điện có độ lớn d nằm tại khoảng cách L tính từ tâm của một quả cầu dẫn nối đất, bán kính a . Giả thiết rằng trục của lưỡng cực đó đi qua tâm của quả cầu.

$$\text{ĐS: } V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{ad}{L^2 \left(r^2 + \frac{a^2 r}{L} \cos\theta + \frac{a^4}{L^2} \right)^{1/2}} + \frac{a^3 d \left(r \cos\theta + \frac{a^2}{L} \right)}{L^3 \left(r^2 + \frac{a^2 r}{L} \cos\theta + \frac{a^4}{L^2} \right)^{3/2}} + \frac{d(r \cos\theta + L)}{(r^2 + 2rL \cos\theta + L^2)^{3/2}} \right]$$

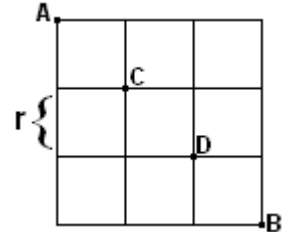
CHƯƠNG V

DÒNG ĐIỆN MỘT CHIỀU

V.1. DÒNG ĐIỆN MỘT CHIỀU

Bài 1. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ. Điện trở mỗi cạnh của hình vuông là r . Tìm điện trở giữa hai điểm:

- A và B.
- C và D.



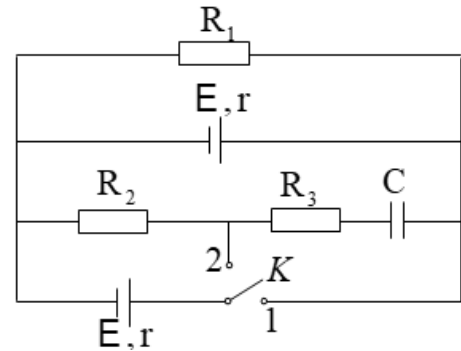
ĐS: a. $11r/6$; b. $5r/7$.

Bài 2. Cho mạch điện gồm hai nguồn điện giống nhau có suất điện động $E = 3\text{ V}$, điện trở trong $r = 1\ \Omega$; $R_1 = 2\ \Omega$; $R_2 = 5\ \Omega$; $R_3 = 1\ \Omega$; $C = 10\ \mu\text{F}$ (Hình 2). Bỏ qua điện trở dây nối và khóa K.

a. Đóng khóa K vào chốt 1. Tính cường độ dòng điện qua R_1 và điện tích của tụ C khi dòng điện đã ổn định.

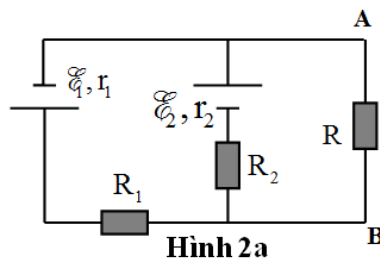
b. Đảo khóa K từ chốt 1 sang chốt 2. Tính tổng điện lượng chuyển qua điện trở R_3 kể từ khi đảo khóa K.

c. Ngắt khóa K, thay tụ điện C bằng một cuộn dây có độ tự cảm $L = 50\text{ mH}$. Đóng khóa K vào chốt 1 thì cường độ dòng điện qua cuộn dây tăng dần. Tính tốc độ biến thiên cường độ dòng điện qua cuộn dây tại thời điểm dòng điện đó có cường độ bằng $0,35\text{ A}$. Bỏ qua điện trở của cuộn dây.

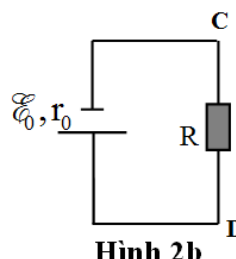


ĐS: a. $I_1 = 1,2\text{ A}$; $q_1 = 24\text{ Mc}$; b. $\Delta q = q_1 + q_2 = 29\ \mu\text{C}$; c. $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 3,2\text{ A/s}$

Bài 3. Cho hai mạch điện như Hình 2a và Hình 2b, trong đó $E_1 = 15\text{ V}$; $r_1 = 1\ \Omega$; $E_2 = 10\text{ V}$; $r_2 = 1\ \Omega$; $R_1 = 3\ \Omega$; $R_2 = 5\ \Omega$. Biết hiệu điện thế $U_{AB} = U_{CD}$. Hãy tính suất điện động E_0 và điện trở r_0 .



Hình 2a



Hình 2b

ĐS: $r_0 = 2,4\ \Omega$; $E_0 = 5\text{ V}$.

Bài 4. Cho mạch điện như hình, nguồn điện có suất điện động

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

$E = 24 \text{ V}$, các vôn kế giống nhau. Bỏ qua điện trở các dây nối.

a. Nếu điện trở trong của nguồn có $r = 0$ thì vôn kế thứ nhất chỉ 12 V .

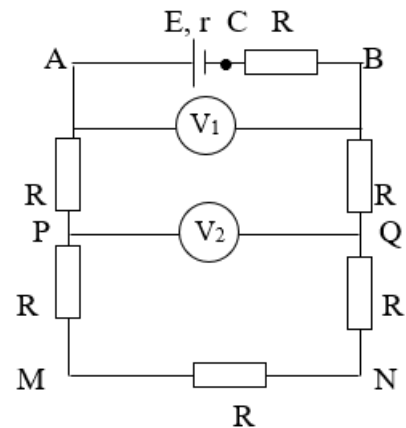
- Chứng tỏ các vôn kế có điện trở hữu hạn.

- Tính số chỉ của vôn kế thứ 2.

b. Nếu điện trở trong của nguồn có giá trị $r \neq 0$.

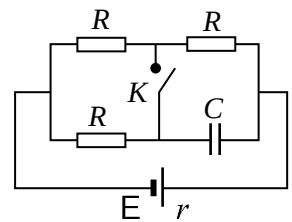
Hãy tính lại số chỉ các vôn kế. Biết mạch ngoài không thay đổi và công suất tiêu thụ mạch ngoài có giá trị cực đại.

ĐS: a. 4 V ; b. 6 V ; 2 V



Bài 5. Trong mạch điện trên hình 2, các điện trở đều có giá trị $R = 4 \Omega$, điện trở trong của nguồn $r = 2 \Omega$. Năng lượng điện trường trong tụ điện sẽ thay đổi bao nhiêu lần sau khi đóng khóa K?

ĐS: 2,56



Bài 6. Khi mắc nối tiếp hoặc song song hai ắc quy giống nhau rồi mắc với cùng một điện trở mạch ngoài thì công suất giải phóng trên điện trở này đều bằng $P_0 = 80 \text{ W}$. Nếu dùng một ắc quy mắc với điện trở trên thì công suất giải phóng trên mạch ngoài là bao nhiêu?

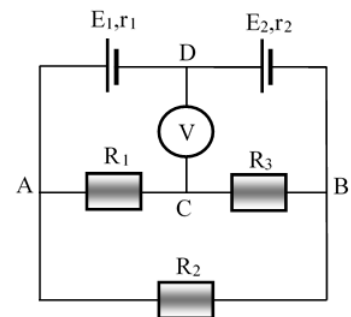
ĐS: 45 W

Bài 7. Cho mạch điện như hình 1. Biết $E_1 = 6 \text{ V}$, $r_1 = 1 \Omega$, $r_2 = 3 \Omega$, $R_1 = R_2 = R_3 = 6 \Omega$. Vôn kế lí tưởng.

a) Vôn kế chỉ 3 V . Tính suất điện động E_2 .

b) Nếu nguồn E_2 có cực dương nối với B, cực âm nối với D thì vôn kế chỉ bao nhiêu?

ĐS: a. 2 V hoặc 18 V ; b. $4,5 \text{ V}$ hoặc $10,5 \text{ V}$



Bài 8. Cho mạch điện như hình vẽ: $E_1 = E_2 = 6 \text{ V}$

$$r_1 = 1 \Omega$$

$$r_2 = 2 \Omega$$

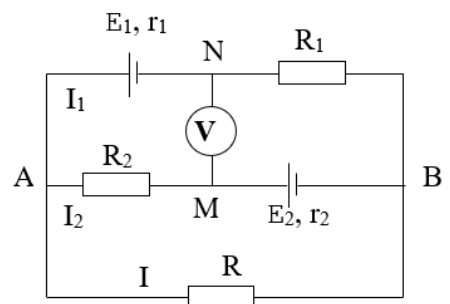
$$R_1 = 5 \Omega$$

$$R_2 = 4 \Omega$$

Vôn kế có điện trở rất lớn, số chỉ của vôn kế là $7,5 \text{ V}$.

Tính U_{AB} và điện trở R ?

ĐS: 3 V ; 3Ω



Bài 9. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ. Trong đó bộ nguồn gồm hai ắc quy có cùng suất điện động $E = 2,1 \text{ V}$ và có điện trở trong không đáng kể, các điện trở $R_1 = 1 \Omega$; $R_2 = 1,3 \Omega$; $R_3 = 2 \Omega$; $R_4 = 1,6 \Omega$; $R_5 = 7 \Omega$.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

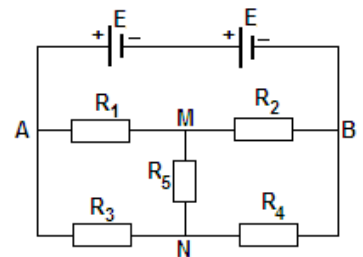
- a. Xác định chiều và cường độ dòng điện chạy qua mỗi điện trở.
- b. Tính điện trở tương đương của mạch ngoài.
- c. Chứng tỏ rằng nếu $R_4 = 2,6 \Omega$ thì không có dòng điện

chạy qua điện trở R_5 .

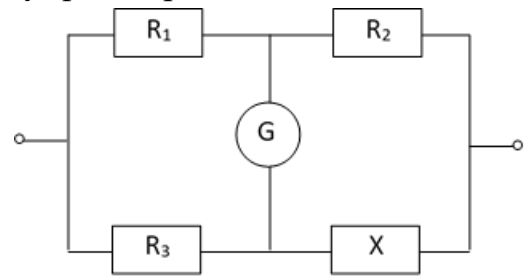
ĐS: a. $I_1 = 1,86 \text{ (A)}$; $I_2 = 1,8 \text{ (A)}$; $I_3 = 1,14 \text{ (A)}$; $I_4 = 1,2 \text{ (A)}$;

$I_5 = 0,06 \text{ (A)}$ (chạy từ M sang N)

b. $1,4 \text{ (}\Omega\text{)}$.



Bài 10. Cho mạch điện như hình vẽ: Các điện trở $R_1 = 2a(\Omega)$, $R_2 = 4a(\Omega)$, $R_3 = a(\Omega)$; X là một phần tử phi tuyến mà cường độ dòng điện chạy qua nó phụ thuộc vào hiệu điện thế giữa hai đầu phần tử theo qui luật: $I_x = \alpha \cdot U_x^3$, với α là một hệ số tỉ lệ có đơn vị là A/V^3 . Hãy tính hiệu điện thế giữa hai đầu mạch điện và công suất tiêu thụ trên X (theo α và a) khi dòng điện qua điện kế G bằng không.



ĐS: $U = \sqrt{\frac{9}{8\alpha a}}$; $P_x = \frac{1}{4\alpha a^2}$

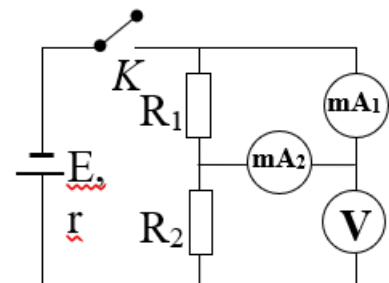
Bài 11. Cho mạch điện như hình, nguồn E, r có suất điện động $E = 12 \text{ V}$, điện trở trong r không đáng kể. Các điện trở thuần R_1 và R_2 cùng có giá trị 100Ω ; mA_1 và mA_2 là các miliampe kế giống nhau; V là vôn kế. Bỏ qua điện trở của dây nối và điện trở của khóa K.

Đóng K, Vôn kế chỉ $9,0 \text{ V}$ còn miliampe kế mA_1 chỉ 60 mA .

1. Tìm số chỉ của mA_2 .

2. Tháo bỏ R_1 , tìm các số chỉ của mA_1 , mA_2 và V.

ĐS: 2. $I_{\text{mA1}} = 80 \text{ mA}$; $I_{\text{mA2}} = 53,3 \text{ mA}$.

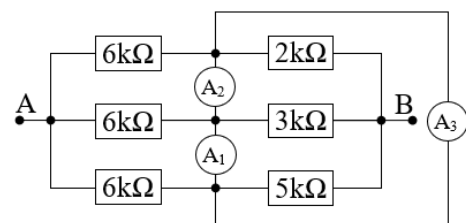


Bài 12. Cho mạch điện như hình 3: A_1 ; A_2 và A_3 là 3 ampe kế lý tưởng và hoàn toàn giống nhau. Giá trị các điện trở được ghi trên hình vẽ. Người ta đặt vào hai đầu A, B một hiệu điện thế không đổi, có độ lớn $U = 13,8 \text{ V}$.

a. Hãy tính các giá trị cường độ dòng điện qua các điện trở;

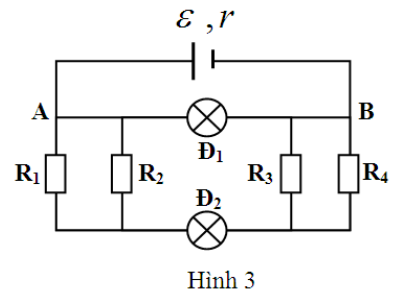
b. Xác định số chỉ của các ampe kế.

ĐS: b. $I_{A1} = 0,20 \text{ mA}$; $I_{A2} = 0,25 \text{ mA}$; $I_{A3} = 0,45 \text{ mA}$



BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Bài 13. Cho mạch điện như hình 3, trong đó $R_1 = 15\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $R_3 = 18\Omega$, $R_4 = 9\Omega$, hai đèn Đ_1 , Đ_2 có điện trở bằng nhau. Biết rằng khi mắc hai đầu A và B nguồn điện $\varepsilon_1 = 30V, r_1 = 2\Omega$ hoặc nguồn điện $\varepsilon_2 = 36V, r_2 = 4\Omega$ thì công suất mạch ngoài vẫn bằng $72W$ và hai bóng đèn đều sáng bình thường.



Hình 3

a) Tính công suất và hiệu điện thế định mức của mỗi đèn. Dùng nguồn nào có lợi hơn?

b) Thay hai nguồn điện trên bằng nguồn điện mới ε_3, r_3 sao cho hiệu suất của nguồn bằng 50% và hai đèn đều sáng bình thường. Tính ε_3, r_3 .

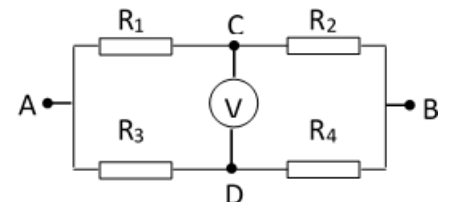
ĐS: a. Đèn Đ_1 $U_{d1} = 24V, P_{d1} = 48W$; Đèn Đ_2 $U_{d2} = 12V, P_{d1} = 12W$; dùng nguồn ε_1 lợi hơn

b. $r_3 = 8\Omega, \varepsilon_3 = 48V$

Bài 14. Cho mạch điện có sơ đồ hình bên. Biết: $U_{AB} = 10V$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 9\Omega$, $R_3 = 3\Omega$, $R_4 = 7\Omega$, điện trở của vôn kế là $R_V = 150\Omega$. Tìm số chỉ của vôn kế.

Đơn vị tính: Hiệu điện thế (Vôn).

ĐS: $1,155V$



Bài 15. Cho mạch điện như hình 4. Các điện trở có giá trị $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 3\Omega$; R_x là một biến trở; nguồn điện có suất điện động $E = 5,4V$; tụ điện có điện dung $C = 0,01\mu F$. Vôn kế V có điện trở rất lớn, các dây nối có điện trở không đáng kể.

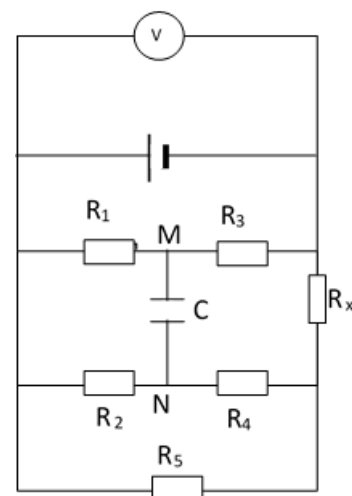
1. Ban đầu cho $R_x = 1\Omega$ thì vôn kế chỉ $3,6V$.

a, Tính điện trở trong của nguồn điện.

b, Tính điện tích của bản tụ nối với M.

2. Tìm R_x để công suất tiêu thụ trên R_x cực đại. Tính công suất đó.

ĐS: 1. 1Ω ; 1b. $Q = 6nC$; 2. $R_x = \frac{20}{7}\Omega$ $P_{x(max)} = 1,875W$



Hình 4

Bài 16. Cho mạch điện như hình vẽ: $E = 6V$,

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

$r = R_3 = 0,5 \Omega$, $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $C_1 = C_2 = 0,2 \mu F$, độ lớn điện tích electron $e = 1,6.10^{-19} C$.

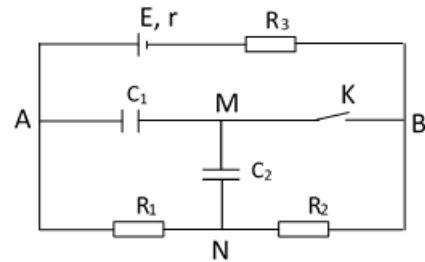
¹⁹C. Bỏ qua điện trở các dây nối.

a) Tìm số electron dịch chuyển qua khóa K và chiều dịch chuyển của chúng khi khóa K từ mở chuyển sang đóng?

b) Thay khóa K bằng tụ $C_3 = 0,4 \mu F$. Tìm điện tích trên tụ C_3 trong các trường hợp sau:

- Thay tụ C_3 khi K đang mở.
- Thay tụ C_3 khi K đang đóng

ĐS: a. $n_e = \frac{1,4.10^{-6}}{1,6.10^{-19}} = 8,75.10^{12}$ b. $0,7 \mu C$; 0 ; 0



Bài 17. Cho mạch điện như hình vẽ :

Nguồn có suất điện động $E = 9 (V)$ và điện trở trong $r = 1 (\Omega)$.

Các điện trở có giá trị :

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2 (\Omega)$$

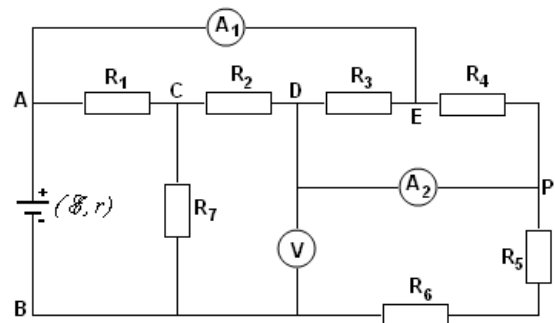
$$R_5 = R_6 = 1 (\Omega); R_7 = 4 (\Omega)$$

Điện trở của vôn kế rất lớn, điện trở các ampe kế và dây nối không đáng kể. Tính :

- a. Điện trở tương đương của mạch ngoài .
- b. Cường độ dòng điện qua các điện trở .
- c. Số chỉ của các ampe kế và vôn kế.

ĐS: a. $2 (\Omega)$; b. $I_1 = 1 (A)$; $I_3 = 1 (A)$; $I_4 = 1 (A)$; $I_5 = I_6 = 2 (A)$; $I_7 = 1 (A)$

c. $U_V = 4 (V)$; $I_{A1} = 2 (A)$; $I_{A2} = 1 (A)$

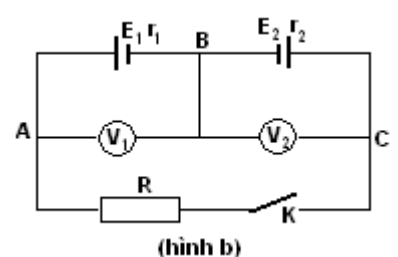
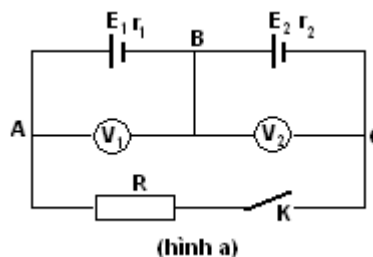


Bài 18. Cho các sơ đồ mạch điện như hình vẽ:

Biết:

Các vôn kế có điện trở rất lớn và thang chia có số 0 ở chính giữa. Bỏ qua điện trở của dây nối và khóa K.

Các nguồn có suất điện động E_1 , E_2 và điện trở trong lần lượt là r_1 , r_2



- Trong **hình a**:

Khi khóa K mở vôn kế V_1 chỉ $U_1 = 1,8 (V)$; vôn kế V_2 chỉ $U_2 = 1,4 (V)$.

Khi khóa K đóng V_1 chỉ $U'_1 = 1,4 (V)$; vôn kế V_2 chỉ $U'_2 = 0,6 (V)$.

Kim của các vôn kế đều lệch về phía bên phải cả khi K đóng và khi K mở.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

- Cố định vị trí V_1 , V_2 như sơ đồ **hình a**. Hỏi nếu các nguồn được mắc theo sơ đồ **hình b** thì khi khóa K đóng các vôn kế V_1 và V_2 chỉ bao nhiêu và kim của chúng lệch về phía nào ?

ĐS: Vôn kế V_1 chỉ 1,4 (V) và có kim lệch về phía bên phải.

Vôn kế V_2 chỉ 1,5V và kim lệch về phía bên trái.

Bài 19.

Cho mạch điện như hình vẽ:

Biết:

$$U_{AB} = 24 \text{ (V)}.$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10 \text{ (}\Omega\text{)}.$$

$$R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = R_9 = 20 \text{ (}\Omega\text{)}.$$

$$R_{10} = 30 \text{ (}\Omega\text{)}; R_{11} = 40 \text{ (}\Omega\text{)};$$

$$R_{12} = 60 \text{ (}\Omega\text{)}.$$

Bỏ qua điện trở của các dây dẫn.

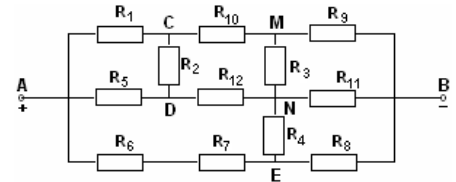
Tính:

a. Điện trở tương đương của đoạn mạch AB.

b. Cường độ dòng điện qua các điện trở.

ĐS: a. $R_{AB} = 24 \text{ (}\Omega\text{)}.$

b. $I_1 = I_9 = I_{10} = 0,4 \text{ (A)}; I_5 = I_{11} = I_{12} = 0,2 \text{ (A)}; I_6 = I_7 = I_8 = 0,4 \text{ (A)}; I_2 = I_3 = I_4 = 0$



Bài 20. Có một số đèn (3V- 3W) và một số nguồn, mỗi nguồn có suất điện động $\xi = 4V$, điện trở $r = 1\Omega$.

1. Cho 8 đèn. Tìm số nguồn ít nhất và cách ghép đèn, ghép nguồn để đèn sáng bình thường. Xác định hiệu suất cách ghép.

2. Cho 15 nguồn. Tìm số đèn nhiều nhất và cách ghép đèn, ghép nguồn để đèn sáng bình thường. Xác định hiệu suất cách ghép.

ĐS: 1. nguồn tối thiểu là 6 nguồn.

	m	n	p	q
Cách 1	2	3	4	2
Cách 2	1	6	2	4

$$\text{Hiệu suất: } H_1 = \frac{U}{\xi_b} = \frac{qU_{dm}}{n\xi} = 50\% = H_2$$

2. số bóng đèn nhiều nhất có thể mắc được 20 bóng.

	m	n	p	q
Cách 1	5	3	10	2
Cách 2	1	15	2	10

$$\text{Hiệu suất: } H_1 = \frac{U}{\xi_b} = \frac{qU_{dm}}{n\xi} = 50\% = H_2$$

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Bài 21. Điện năng được truyền từ nơi phát đến một khu dân cư bằng đường dây một pha với hiệu suất truyền tải là 90%. Nếu công suất sử dụng điện của khu dân cư này tăng thêm 20% và giữ nguyên điện áp ở nơi phát thì hiệu suất truyền tải điện năng trên đường dây lúc này là bao nhiêu? Biết hao phí điện năng chỉ do toả nhiệt trên đường dây và không vượt quá 20%. Coi điện áp luôn cùng pha với dòng điện.

ĐS: $H_2 \approx 87,8\%$

Bài 22. Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa cần tăng điện áp của nguồn lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây đi 100 lần. Giả thiết công suất nơi tiêu thụ nhận được không đổi, điện áp tức thời u cùng pha với dòng điện tức thời i . Biết ban đầu độ giảm điện thế trên đường dây bằng 15% điện áp của tải tiêu thụ.

ĐS: $\frac{U'}{U} = 8,7$

Bài 23. Cho mạch điện như hình vẽ bên. Biết

$R=100\Omega$, $C=10\mu F$, $U_0=10V$. Khoá K đóng trong thời

gian $\Delta t_1=10^{-3}s$ và khoá K mở trong thời gian

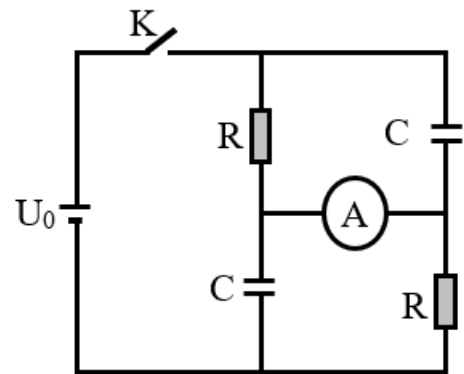
$\Delta t_2=20.10^{-3}s$. Với chế độ đóng ngắt tuần hoàn như

trên, kim ampe kế gần như không rung. Hãy tính số

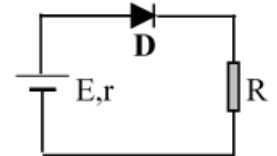
chỉ của ampe kế. Điện trở trong của nguồn điện và

điện trở của ampe kế không đáng kể

ĐS: $I_A \approx 4,8.10^{-3}A = 4,8mA$



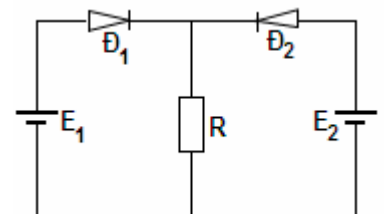
Bài 24. Cho mạch điện như hình 2. Với $E = 1,5V$; $r = 0$; $R = 50\Omega$. Biết rằng đường đặc trưng vôn-ampe của điôt D (tức là sự phụ thuộc của dòng điện đi qua điôt vào hiệu điện thế hai đầu của nó) được mô tả bởi công thức $I = 10^{-2}U^2$, trong đó I được tính bằng ampe còn U được tính bằng vôn. Xác định cường độ dòng điện trong mạch.



ĐS: $0,01^\circ$.

Bài 25. Cho mạch điện (như hình vẽ), gồm có hai điôt giống nhau, hai nguồn điện và một điện trở R . Các nguồn điện có suất điện động $E_1 = 0,8V$; $E_2 = 1,6V$ và điện trở trong không đáng kể. Điện trở thuận của mỗi điôt là 4Ω , còn điện trở ngược vô cùng lớn. Hãy tìm giá trị của R để công suất tỏa nhiệt trên nó là cực đại.

ĐS: $R = 2\Omega$.

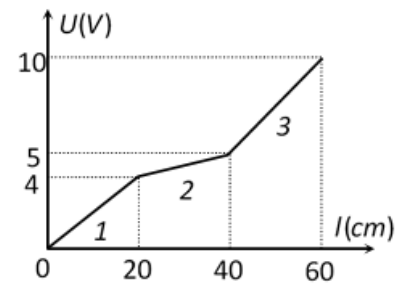


Bài 26. Ba đoạn dây dẫn có chiều dài bằng nhau được hàn nối tiếp với nhau và được mắc vào một hiệu điện thế không đổi. Khi đo hiệu điện thế giữa đầu dây số 1 và các điểm khác nhau của các dây, người ta vẽ được đồ thị phụ thuộc của hiệu điện thế đó theo chiều dài của dây như hình 3.

a) Em hãy giải thích dây nào có điện trở lớn hơn?

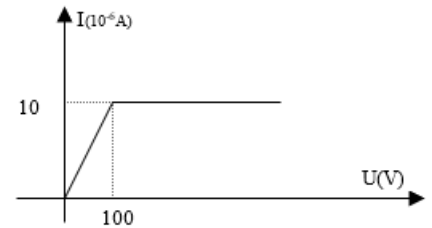
b) Nếu cho dòng điện chạy qua mạch là $I=2A$, hãy xác định điện trở trên mỗi mét chiều dài của mỗi dây.

ĐS: b. $r_1 = 10 \frac{\Omega}{m}$; $r_2 = 2,5 \frac{\Omega}{m}$; $r_3 = 12,5 \frac{\Omega}{m}$.



Hình 3

Bài 27. Hình vẽ bên thể hiện sự phụ thuộc của cường độ dòng điện chạy qua một đèn ống vào hiệu điện thế giữa hai cực của đèn ống đó. Đèn ống được mắc nối tiếp với một điện trở $R=10^7 \Omega$ và với một tụ điện có điện dung $C=10^{-3}F$ đã được nạp điện đến hiệu điện thế $U_0=300V$. Tìm nhiệt lượng toả ra trên ống dẫn điện trong thời gian tụ phóng điện



ĐS: 25J

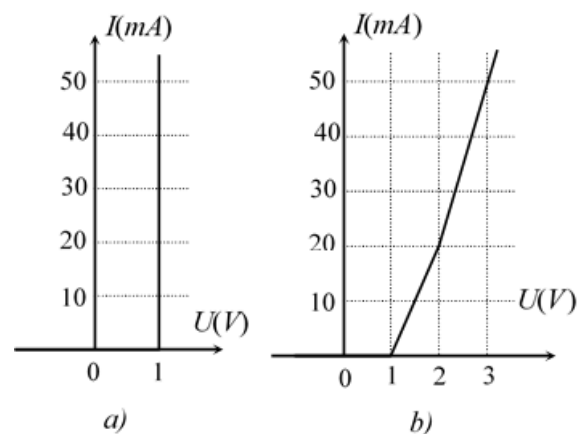
Bài 28.

Điốt bán dẫn là dụng cụ điện chỉ cho dòng điện đi qua theo một chiều. Trên hình 5a biểu diễn đồ thị phụ thuộc của dòng điện qua một điốt vào hiệu điện thế đặt vào hai đầu của nó (khi hiệu điện thế bằng 1V thì điện trở của nó bằng không).

1. Hãy vẽ sơ đồ mạch điện gồm có hai điện trở và hai điốt như trên mà có đồ thị dòng điện qua mạch phụ thuộc hiệu điện thế hai đầu mạch được biểu diễn như hình 5b.

2. Các điện trở bằng bao nhiêu?

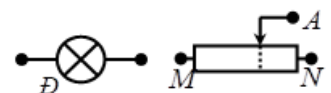
ĐS: $R_1 = 50 (\Omega)$; $R_2 = 100 (\Omega)$.



Hình 5

Bài 29. Cho một đèn Đ có các thông số định mức là (6V – 6W) và một biến trở (như hình vẽ), giá trị điện trở toàn phần của biến trở là $R_{MN} = 9\Omega$. Nguồn điện sử dụng có điện trở trong không đáng kể và có suất điện động $E = 12V$. Bỏ qua điện trở dây dẫn.

a. Nêu các cách mắc đèn vào biến trở và nguồn nói trên để đèn sáng bình thường. Vẽ sơ đồ mạch điện của từng cách mắc (không giới hạn số lượng dây nối sử dụng).



b. Tính điện trở R_{AM} của đoạn AM trên biến trở trong từng cách mắc.

ĐS: $R_{AM} = 6(\Omega)$.

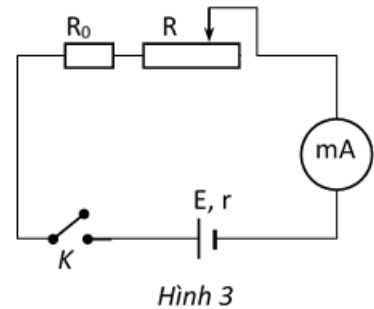
Bài 30. Một học sinh dùng miliampe kế mA để đo suất điện động của một chiếc pin (E , r). Sơ đồ mạch điện được mắc như hình vẽ (hình 3). Đóng khoá K, điều chỉnh giá trị biến trở núm xoay R và đọc số chỉ ampe kế tương ứng, học sinh đó thu được bảng số liệu sau :

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

R (Ω)	100	90	80	70	60	50	40	30	20
I (mA)	25	27	30	33	37	42	49	59	73

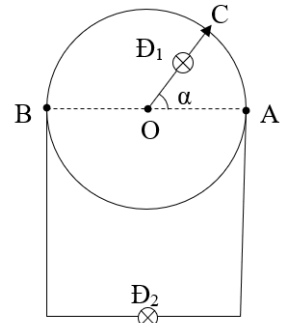
1. Từ bảng số liệu trên, hãy xây dựng cơ sở lý thuyết để tính suất điện động của pin trong thí nghiệm này.

2. Tuyến tính hoá bảng số liệu: đổi biến thích hợp, thay đổi bảng số liệu, chuyển đường cong phi tuyến thành đường thẳng (tuyến tính). Bằng phương pháp trực quan hoặc phương pháp bình phương tối thiểu, viết phương trình đường thẳng nói trên và tính suất điện động trung bình của pin.



Hình 3

Bài 31. Một dây điện trở đồng chất tiết diện đều có giá trị 72Ω , được uốn thành vòng tròn tâm O, bán kính 9cm để làm biến trở. Mắc biến trở này với một bóng đèn Đ_1 có ghi 6V-1,5W và bóng đèn Đ_2 có ghi 3V-0,5W theo sơ đồ như hình vẽ. Điểm B đối xứng với A qua O và A, B là hai điểm cố định. Con chạy C có thể dịch chuyển trên đường tròn. Đặt vào hai điểm O, A hiệu điện thế không đổi $U = 9\text{V}$. Cho biết hiệu điện thế giữa hai đầu bóng đèn Đ_1 không được vượt quá 8V. Điện trở các dây nối không đáng kể và nhiệt độ không làm ảnh hưởng đến các điện trở trong mạch.



- Hỏi con chạy C chỉ được phép dịch chuyển trên đoạn nào trên đường tròn.
- Xác định vị trí của C để bóng đèn Đ_1 sáng đúng công suất định mức.
- Có thể tìm được vị trí của C để bóng đèn Đ_2 sáng bình thường không, tại sao?
- Nếu di chuyển con chạy C theo chiều kim đồng hồ thì độ sáng của đèn một thay đổi như thế nào?

ĐS: a. con chạy C chỉ được phép dịch chuyển trên cung MBM' sao cho góc ở tâm $\angle \text{MOM}' = 2\angle \text{BOM} = 2(180^\circ - 16^\circ) = 328^\circ$ (M và M' đối xứng với nhau qua AB).

b. $\alpha = 120^\circ$.

c. Vậy không tồn tại vị trí của C để đèn Đ_2 sáng đúng công suất.

d. Độ sáng của đèn Đ_1 lúc đầu giảm sau đó tăng.

Bài 32. Một tụ điện cầu với các bản có bán kính $R_1 = R$ và $R_3 = 3R$ được nối với nguồn không đổi hiệu điện thế U. Khoảng giữa hai bản chứa đầy hai loại chất có điện trở suất $\rho_1 = \rho$ và $\rho_2 = 2\rho$ với hằng số điện môi $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$. Bán kính ranh giới giữa các lớp là $R_2 = 2R$. . Hãy tính điện tích tại ranh giới giữa hai chất trong tụ. Tìm cường độ dòng điện qua tụ? (Độ dẫn điện riêng của các chất giữa 2 cực nhỏ hơn nhiều so với độ dẫn điện của chất làm bản tụ)

ĐS: $Q = \frac{\epsilon_0 24\pi UR}{5}$; $I = \frac{24\pi UR}{5\rho}$

Bài 33. Một điện trở có dạng hình nón cụt, bán kính đáy lần lượt là a và b và chiều cao L. Giả sử mật độ dòng điện là đều qua bất kỳ tiết diện nào. Tính điện trở của vật đó.

ĐS: $R = \frac{\rho L}{\pi ab}$

Bài 34. Có 10 bóng đèn giống nhau loại 6V-3W được thắp sáng dưới nguồn điện có hiệu điện thế $U=24V$ luôn không đổi. Để 10 đèn này sáng đồng thời bình thường, người ta phải dùng một biến trở mắc phối hợp với 10 bóng đèn đó. Biết biến trở có thể điều chỉnh được giá trị từ $5,9\Omega$ đến $24,9\Omega$

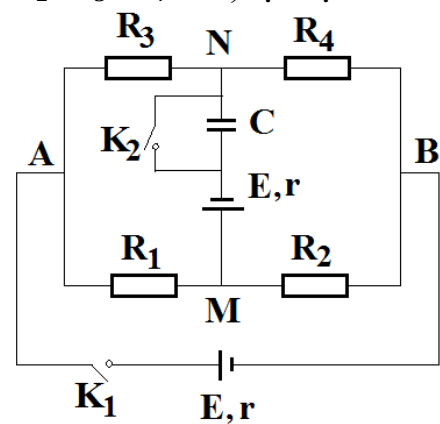
- Hãy trình bày các cách mắc theo các điều kiện trên và có bao nhiêu cách mắc.
- Cách mắc nào có hiệu suất lớn nhất? Tính hiệu suất và vẽ cách mắc đó.

ĐS: a. 5 cách; b. Có 2 cách mắc cho hiệu suất lớn nhất bằng $H=83,33\%$.

Bài 35. Cho mạch điện như hình 6: hai nguồn điện giống nhau, đều có suất điện động và điện trở trong lần lượt là $E, r=R$; các điện trở $R_1=R, R_2=R_3=R_4=2R$; tụ điện có điện dung C ; hai khóa K_1, K_2 và dây nối có điện trở không đáng kể.

- Đóng hai khóa K_1 và K_2 . Tính cường độ dòng điện qua bốn điện trở R_1, R_2, R_3 và R_4 theo E và R .
- Sau đó mở đồng thời hai khóa K_1 và K_2 , sau một khoảng thời gian tụ tích điện xong. Kể từ lúc hai khóa K_1 và K_2 mở cho đến khi tụ tích điện xong, hãy tính các đại lượng dưới đây theo C và E :

- Điện tích tụ điện.
- Tổng nhiệt lượng tỏa ra trên toàn mạch.
- Phần nhiệt lượng tỏa ra trên R_1 khi đó.



Hình 6

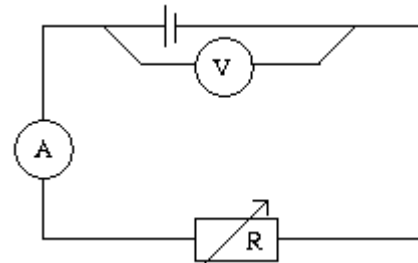
ĐS: 1. $I_{R1} = 0; I_{R2} = \frac{E}{3R}; I_{R3} = \frac{E}{3R}; I_{R4} = \frac{E}{3R};$

2a. $Q = CE$; 2b. $W = \frac{1}{2}CE^2$; 2c. $W_1 = \frac{8}{133}CE^2$.

V.2. KHẢO SÁT DÒNG ĐIỆN MỘT CHIỀU

Bài 1. Cho mạch điện hình vẽ. Khảo sát sự phụ thuộc các đại lượng sau đây vào biến trở mạch ngoài mắc kín với nguồn điện.

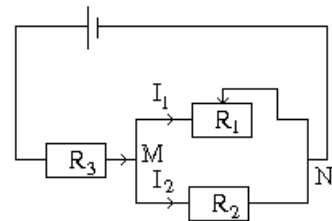
- Cường độ dòng điện trong mạch (số chỉ A)
- Hiệu điện thế ở 2 cực nguồn điện (số chỉ V)
- Công suất tiêu thụ mạch ngoài.
- Công suất của nguồn điện.
- Hiệu suất của nguồn điện.



Bài 2. Cho mạch điện hình vẽ:

$\varepsilon = 16V$; $r = 4\Omega$; $R_2 = 6\Omega$; $R_3 = 2\Omega$. Tìm điện trở của biến trở R_1 để:

- Công suất mạch ngoài cực đại.
- Công suất tiêu thụ ở R_3 cực đại.
- Công suất tiêu thụ ở R_2 cực đại.
- Công suất tiêu thụ ở R_1 cực đại.

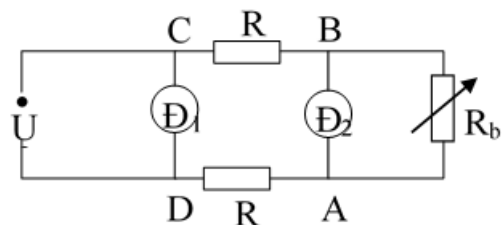


ĐS: a. $R_1 = 3\Omega$; b. $R_1 = 0$; c. $R_1 = \infty$; d. $R_1 = 1,5\Omega$

Bài 3. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 1. Hai đèn giống nhau và khi điều chỉnh biến trở R_b ta thấy với hai giá trị $R_1 = 1\Omega$ và $R_2 = 4\Omega$ thì công suất của biến trở có cùng một giá trị $P = 25W$, lúc này đèn Đ_1 có công suất $P_1 = 125W$.

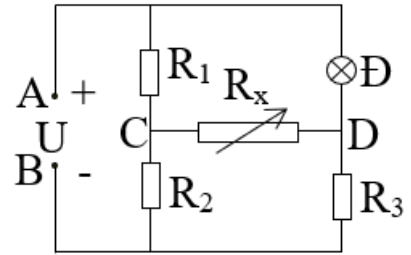
- Tính hiệu điện thế U ?
- Tính điện trở R và điện trở mỗi đèn?
- Tìm giá trị R_b để công suất tiêu thụ trên biến trở đạt giá trị cực đại. Tính giá trị cực đại đó.

ĐS: a. $U = 25V$; b. $R_d = 5\Omega$; $R = 1,67\Omega$; c. $R_b = 2\Omega$



BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

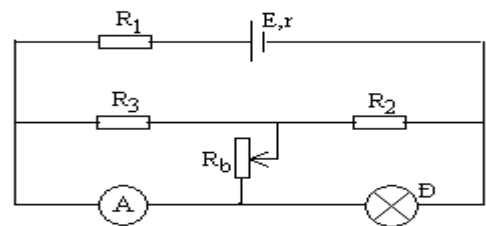
Bài 4. Cho mạch điện như hình vẽ 4: Biết $R_1=R_2=R_3=R$, đèn Đ có điện trở $R_d = kR$ với k là hằng số dương. R_x là một biến trở, với mọi R_x đèn luôn sáng. Nguồn điện có hiệu điện thế U không đổi đặt vào A và B. Bỏ qua điện trở các dây nối.



- a) Điều chỉnh R_x để công suất tiêu thụ trên đèn bằng 9W. Tìm công suất trên R_2 theo k .
 b) Cho $U=16V$, $R=8\Omega$, $k=3$, xác định R_x để công suất trên R_x bằng 0,4W.

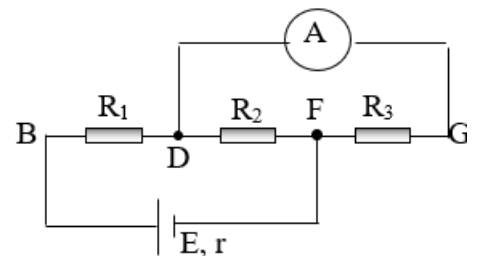
ĐS: a. $P_2 = \frac{(k+1)^2}{4k} \cdot 9(W)$; b. $R_x=10\Omega$

Bài 5. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ (H.1), trong đó nguồn điện có suất điện động E , điện trở trong $r=2(\Omega)$; đèn Đ: 12V-12W; $R_1=16(\Omega)$; $R_2=18(\Omega)$; $R_3=24(\Omega)$. Bỏ qua điện trở ampe kế và dây nối. Điều chỉnh để đèn sáng bình thường và đạt công suất tiêu thụ cực đại. Tính R_b , E và tìm số chỉ ampe kế?



ĐS: $R_b=72(\Omega)$, $E=36(V)$, $I_A = \frac{13}{12}(A)$

Bài 6. Cho mạch như hình vẽ: nguồn có suất điện động $E=30V$, điện trở trong $r=3\Omega$; $R_1=12\Omega$; $R_2=36\Omega$; $R_3=18\Omega$; Điện trở Ampe kế và dây nối không đáng kể.



- a/ Tìm số chỉ Ampe kế và chiều dòng điện qua nó
 b/ Thay Ampe kế bằng một biến trở R_4 có giá trị biến đổi từ 2Ω đến 8Ω . Tìm R_4 để dòng điện qua R_4 đạt giá trị cực đại

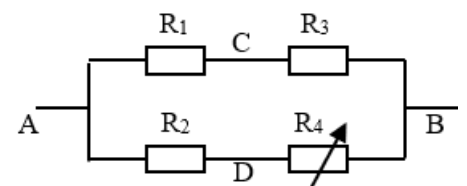
ĐS: a. Ampe kế chỉ $\frac{20}{27}A \approx 0,74A$ và dòng điện có chiều

từ D sang G.

b. $R_{4min} = 2\Omega$.

Bài 7. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ. Cho biết:

$R_1=16\Omega$; $R_2=R_3=24\Omega$, R_4 là một biến trở. Bỏ qua điện trở của các dây nối. Đặt vào hai đầu A, B của mạch điện một điện áp $U_{AB}=48V$.



- 1) Mắc vào hai điểm C, D của mạch một vôn kế có điện trở rất lớn.

a) Điều chỉnh biến trở để $R_4=20\Omega$. Tìm số chỉ vôn kế. Cho biết cực dương của vôn kế phải mắc vào điểm nào?

b) Điều chỉnh biến trở cho đến khi vôn kế chỉ số 0. Tìm hệ thức giữa các điện trở R_1, R_2, R_3, R_4 khi đó và tính R_4 .

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

2) Thay vôn kế bằng ampe kế có điện trở $R_A = 12\Omega$. Điều chỉnh biến trở để $R_4 = 24\Omega$. Tìm điện trở tương đương của mạch AB, cường độ dòng điện qua các điện trở và số chỉ của ampe kế. Chỉ rõ chiều của các dòng điện.

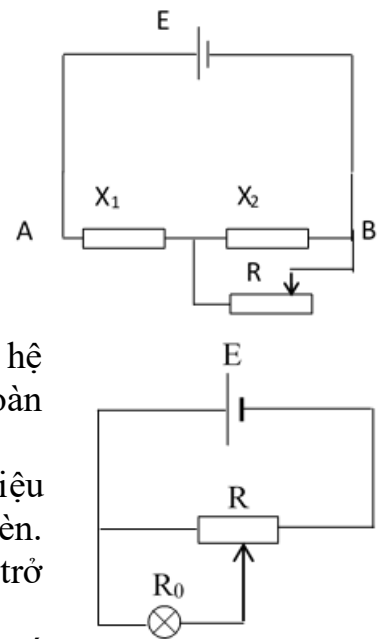
ĐS: 1a. Vôn kế chỉ 7V. Cực dương phải mắc vào điểm D

$$1b. R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1} = 36\Omega$$

2. $R = 21,6774\Omega$; $I_3 \approx 1,1427A$; $I_4 = 1,0713A$; $I_1 = 1,2855A$; $I_2 = 0,9285A$; $I_A = 0,1428A$ và có chiều từ C đến D.

Bài 8. Trong sơ đồ mạch điện (hình vẽ bên) có X_1 , X_2 là hai phần tử phi tuyến giống nhau mà đặc trưng vôn–ampe được mô tả bằng công thức $U=10I^2$ (U đo bằng vôn, I đo bằng ampe). Nguồn điện có suất điện động $E=10V$ và điện trở trong không đáng kể. Để công suất tỏa nhiệt trên biến trở đạt giá trị cực đại, phải điều chỉnh cho biến trở R có giá trị bằng bao nhiêu?

ĐS: $R \approx 6,3\Omega$



Bài 9. Một bóng đèn điện có điện trở $R_0 = 2\Omega$, hiệu điện thế định mức $U_0 = 4,5V$ được thắp sáng bằng một nguồn điện có $E = 6V$ và điện trở trong không đáng kể. Gọi hiệu suất của hệ thống là tỉ số giữa công suất tiêu thụ của đèn và công suất toàn mạch ngoài.

1. Mắc mạch điện như hình vẽ. Điều chỉnh biến trở để hiệu điện thế đặt vào đèn đúng bằng hiệu điện thế định mức của đèn. Hãy xác định giá trị tối thiểu của điện trở toàn phần của biến trở để hiệu suất của hệ thống không nhỏ hơn $\eta_0 = 0,6$.

2. Giả sử hiệu điện thế đặt vào đèn luôn bằng hiệu điện thế định mức của đèn. Hỏi hiệu suất cực đại của hệ thống có thể đạt được là bao nhiêu? Và phải mắc đèn, biến trở theo cách thích hợp nào để đạt hiệu suất cực đại đó.

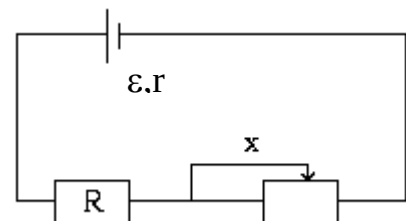
ĐS: 1. $R_{\min} = 8,53\Omega$; 2. 75%

Bài 10. Cho mạch điện hình vẽ. Nguồn điện có ε , r mạch điện ngoài R_1 và biến trở x thay đổi được.

a. Tính x để công suất tiêu thụ mạch ngoài cực đại. Tính $P_{\max}$.

b. Tính x để công suất tiêu thụ trên biến trở x cực đại. Tính $P_{x\max}$.

ĐS: a. $x = r - R$; b. $x = R + r$



Bài 11. Cho mạch điện nh hình vẽ , biết $E_1 = e$, $E_2 = 2e$, $E_3 = 4e$, $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, AB là dây dẫn đồng chất, tiết diện đều có điện trở toàn phần là $R_3 = 3R$. Bỏ qua điện trở trong của các nguồn điện và dây nối.

1. Khảo sát tổng công suất trên R_1 và R_2 khi di chuyển con chạy C từ A đến B.

2. Giữ nguyên vị trí con chạy C ở một vị trí nào đó trên biến trở. Nối A và D bởi một ampe kế ($R_A \approx 0$) thì nó chỉ $I_1 = \frac{4E}{R}$, nối ampe kế đó vào A và M thì nó chỉ $I_2 = \frac{3E}{2R}$. Hỏi khi tháo ampe kế ra thì

cường độ dòng điện qua R_1 bằng bao nhiêu?

ĐS: 1. Khi $x = 0$ thì $P = \frac{3e^2}{R}$.

Khi $x = R$ thì $P_{\min} = \frac{e^2}{3R}$.

Khi $x = 3R$ $P_{\max} = \frac{11e^2}{R}$

2. $I_{R1} = \frac{3e}{5R}$ (A)

Bài 12. Cho mạch điện như hình 5. Nguồn điện có suất điện động $E = 12V$, điện trở trong $r = 0,6 \Omega$, AB là một biến trở con chạy có điện trở toàn phần là $R = 9 \Omega$. Ba ắc quy như nhau, mỗi cái có suất điện động e_0 và điện trở trong $r_0 = 0,5 \Omega$. Gọi điện trở phần AC là x .

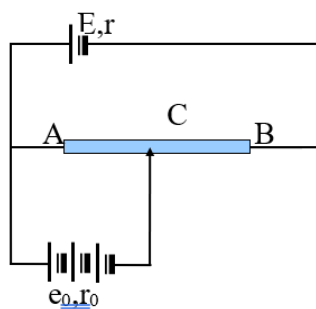
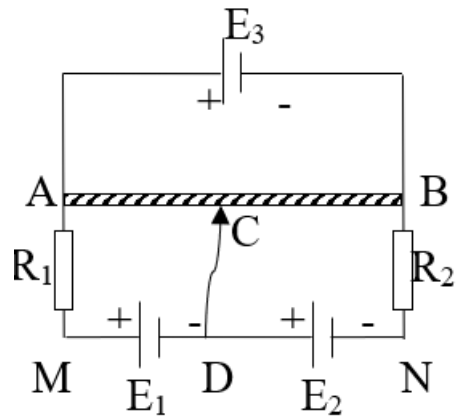
1. Khi $x = 6 \Omega$ thì các ắc quy được nạp điện và dòng qua mỗi ắc quy là $0,4A$. Tính suất điện động của mỗi ắc quy và công suất tỏa nhiệt trên toàn bộ biến trở khi đó.

2. Bộ ắc quy trên (ba ắc quy nối tiếp) khi đã được nạp đầy điện có thể dùng để thắp sáng bình thường được tối đa bao nhiêu bóng đèn loại $1,5V-1,5W$. Nói rõ cách mắc các đèn khi đó.

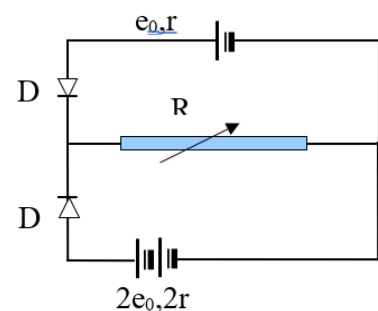
3. Ba ắc quy trên khi đã nạp đầy điện được mắc vào mạch như hình 6 . Hai điốt giống nhau có điện trở thuận $r_D = 4 \Omega$, điện trở

ngược vô cùng lớn , R là một biến trở . Điều chỉnh giá trị R để công suất điện tiêu thụ trên biến trở là cực đại , tìm giá trị cực đại đó.

ĐS: 1. $e_0 = 2V$; $P = 14,01(W)$; 3. $P_{R_{\max}} \approx 0,917 (W)$



Hình 5



Hình 6

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Bài 13. Cho mạch điện như hõnh vẽ. Nguồn điện có $E = 8V$, $r = 2\Omega$. Điện trở của đèn là $R_1 = 3\Omega$; $R_2 = 3\Omega$; ampe kế có điện trở khụng đáng kể.

a. K mở, di chuyển con chạy C người ta nhận thấy khi điện trở phần AC của biến trở AB có giá trị 1Ω thì đèn tối nhất. Tính điện trở toàn phần của biến trở.

b, Thay biến trở trên bằng một biến trở khác và mắc vào chỗ biến trở cũ ở mạch điện trên rồi đóng khoá K. Khi điện trở phần AC bằng 6Ω thì ampe kế chỉ $\frac{5}{3}A$. Tính điện

trở toàn phần của biến trở mới.

ĐS: a. $R = 3(\Omega)$; b. $R' = 12(\Omega)$.

Bài 14. Cho mạch điện như hình:

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 3\Omega$; R_x là một biến trở; nguồn điện có suất điện động $E = 5,4V$; tụ điện có điện dung $C = 0,01\mu F$. Vôn kế V có điện trở vô cùng lớn, các dây nối có điện trở không đáng kể.

1. Điều chỉnh $R_x = 1\Omega$ thì vôn kế chỉ $3,6V$. Tính điện trở trong của nguồn điện và điện tích của tụ điện.

2. Tìm R_x để công suất tiêu thụ trên R_x cực đại. Tính công suất cực đại đó.

ĐS: 1. $1(\Omega)$; $6nC$; 2. $R_x = 20/7\Omega$; $P_{x\max} = 1,875W$

Bài 15. Cho mạch điện như hình vẽ. Nguồn điện (E_1) có suất

điện động $E_1 = 10V$ và điện trở trong $r_1 = 1\Omega$, nguồn (E_2) có suất điện động E_2 và điện trở trong không đáng kể, nguồn (E) có suất điện động $E = 6V$, điện trở $R_0 = 6\Omega$, biến trở có giá trị R thay đổi được và tụ điện có điện dung $C = 0,1\mu F$. Bỏ qua điện trở các dây nối.

a) Khi $E_2 = 8V$, $R = 2\Omega$.

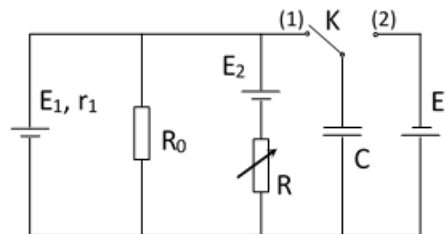
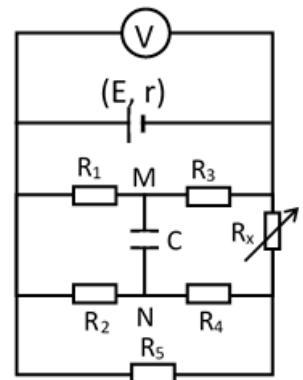
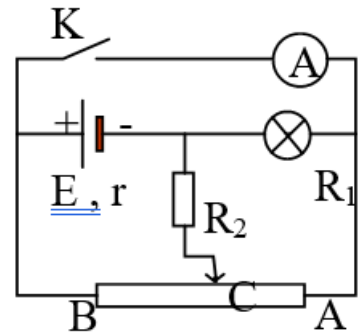
- Tính cường độ dòng điện qua các nguồn (E_1), (E_2) và qua điện trở R_0 .

- Ban đầu khoá K ở chốt (1) sau đó được chuyển sang chốt (2), tính điện lượng chuyển qua nguồn (E) và nhiệt lượng tỏa ra trên nguồn này khi điện tích trên tụ điện đã ổn định.

b) Với giá trị nào của E_2 để khi thay đổi giá trị biến trở R , cường độ dòng điện qua nguồn (E_1) không thay đổi?

ĐS: a. $I_1 = 1,6A$, $I = 1,4A$, $\Delta q = 1,44\mu C$; $Q = 1,0368 \cdot 10^{-5}J$; 2. $E_2 = \frac{60}{7}V$

Bài 16. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ.



BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Trong đó các điện trở:

$$R_1 = 3R, R_2 = R_3 = R_4 = R.$$

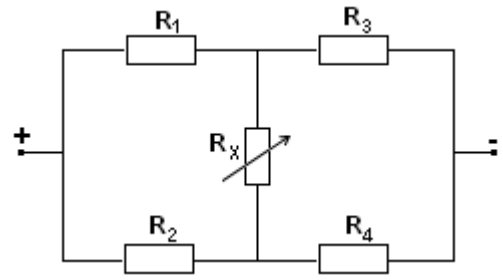
Hiệu điện thế giữa hai đầu mạch điện là U không đổi.

Khi biến trở R_x có một giá trị nào đó thì công suất tỏa nhiệt trên điện trở R_1 là $P_1 = 9 \text{ (W)}$.

a. Tìm công suất tỏa nhiệt trên điện trở R_4 khi đó.

b. Tìm R_x theo R để công suất tỏa nhiệt trên R_x cực đại.

ĐS: a. 12W ; b. $R_x = 1,25.R$.

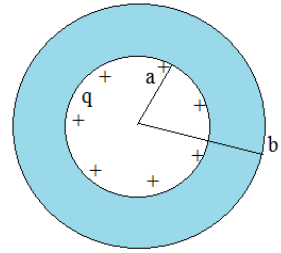


V.3. DÒNG ĐIỆN TRONG KHÔNG GIAN.

Bài 1. Hai mặt cầu kim loại đồng tâm có bán kính a và b ($a < b$) được ngăn cách nhau bằng một môi trường có hằng số điện môi ϵ và độ dẫn điện σ . Tại thời điểm $t=0$ một điện tích q bất ngờ đặt vào mặt cầu bên trong.

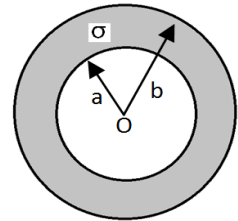
a. Hãy xác định dòng điện toàn phần chạy qua môi trường như một hàm theo thời gian.

b. Hãy tính nhiệt Joule tỏa ra do dòng điện này và chứng minh rằng nó bằng độ giảm năng lượng tĩnh điện xảy ra khi điện tích được sắp xếp lại.



ĐS: a. $I = \frac{\sigma q}{\epsilon \epsilon_0} e^{-\frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} t}$; b. $Q = \frac{q^2}{8\pi \epsilon \epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$

Bài 2. Một mặt cầu kim loại bán kính a được bao bọc bởi một mặt cầu kim loại đồng tâm có bán kính trong là b , với $b > a$. Không gian giữa hai mặt cầu chứa đầy một vật liệu dẫn điện σ thay đổi theo cường độ điện trường E theo hệ thức $\sigma = KE$, trong đó K là một hằng số. Một hiệu điện thế được duy trì giữa mặt trong và mặt ngoài V . Dòng điện giữa hai mặt cầu là bao nhiêu? (gợi ý: ta có $j = \sigma E$) (hình 2)



ĐS: $I = 4\pi K \left(\frac{V}{\ln(b/a)} \right)^2$

Bài 3. Đối với dòng điện qua vật dẫn tuân theo định luật Ohm, hãy tìm điện trở giữa hai vật dẫn hình cầu đồng tâm bán kính trong a , bán kính ngoài b ($a < b$). Biết rằng khoảng giữa hai mặt cầu lấp đầy một vật liệu có độ dẫn điện σ và hằng số điện môi ϵ . Giả thiết rằng các vật dẫn và vật liệu là đồng nhất.

ĐS: $R = \frac{V}{I} = \frac{1}{4\pi \sigma} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$

Bài 4-1044-Yung Kuo Lim. Hình trụ đặc bán kính a , đặt đồng trục với mặt trụ rỗng bán kính b , chiều dài trụ đặc và mặt trụ rỗng đều bằng l ($l \gg b$), cả hai vật đều là vật dẫn, khoảng không gian giữa hai mặt trụ chứa đầy một chất điện môi có hằng số điện môi ϵ và độ dẫn điện σ . Tính điện trở khi dòng điện chạy từ mặt trụ này đến mặt trụ kia và đồng thời tính điện dung giữa vật dẫn bên trong và bên ngoài.

ĐS: $R = \frac{\ln \frac{b}{a}}{2\pi l \sigma}$; $C = \frac{2\pi \epsilon \epsilon_0 l}{\ln \frac{b}{a}}$

Bài 5. Hai vật dẫn được nhúng vào trong một vật liệu có độ dẫn điện $10^{-4} \frac{\Omega}{m}$ và hằng số điện môi $\epsilon = 80 \epsilon_0$. Điện trở giữa hai vật dẫn đo được là $10^5 \Omega$. Hãy tìm biểu thức của điện dung giữa hai vật dẫn và tính giá trị của nó.

Lưu ý: các sách của Mỹ gọi ϵ_0 là hằng số điện môi trong chân không; gọi tích $\epsilon\epsilon_0$ là hằng số điện môi trong môi trường. Vậy bài này theo các hiểu chúng ta thì $\epsilon = 80$

$$\text{ĐS: } C = \frac{\epsilon\epsilon_0}{\sigma R} = 7,08.10^{-11} F$$

Bài 6.

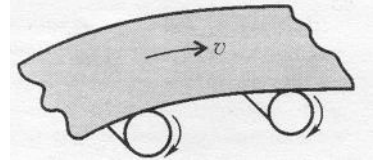
- Một quả cầu bán kính r có điện thế V được nhúng trong một môi trường dẫn điện có độ dẫn điện σ . Hãy tính cường độ dòng điện từ quả cầu đến vô hạn.
- Hai quả cầu có điện thế lần lượt là V và 0 , có tâm đặt tại vị trí lần lượt $x=d$ và $x=-d$ ($d \gg r$). Hãy tính mật độ dòng điện tại những điểm các đều hai quả cầu (nghĩa là trên mặt phẳng Oyz) và các điểm ở xa ($\gg d$).
- Đối với hình học như câu (b), hãy tính từ trường trên mặt phẳng Oyz đối với những điểm ở xa.

$$\text{ĐS: a. } I = 4\pi\sigma Vr; \text{ b. } \vec{j} = -\frac{\sigma r V d}{(R^2 + d^2)^{3/2}} \vec{e}_x; \text{ c. } B = \frac{\mu_0 \sigma V r}{R}$$

CHƯƠNG VI. TỪ TRƯỜNG

VI.1. TỪ TRƯỜNG- LỰC TỪ

Bài 1. Khi sản xuất các màng polyetilen, một tấm màng rộng được kéo theo các con lăn với vận tốc $v = 15 \text{ m/s}$ (H.1). Trong quá trình xử lý (do ma sát) trên bề mặt màng xuất hiện một điện tích mặt phân bố đều. Hãy xác định độ lớn tối đa của cảm ứng từ ở gần bề mặt của màng với lưu ý rằng cường độ điện trường đánh thủng trong không khí bằng $E_{dt} = 30 \text{ kV/cm}$.



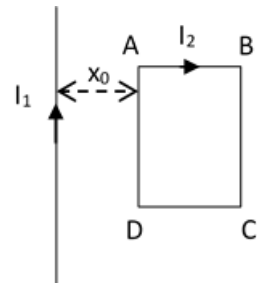
Gợi ý: cảm ứng từ ở gần một dây dẫn có dòng điện I chạy qua có độ lớn bằng $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, trong đó r - là khoảng cách đến trục dây dẫn.

ĐS: $B = \mu_0 \epsilon_0 v E_{dt} = 5 \cdot 10^{-10} \text{ (T)}$.

Bài 2. Áp dụng định luật Bi ô xa va – Laplatxo để tìm cảm ứng từ tại 1 điểm nằm trên trục của dòng điện tròn cách tâm O có dòng điện một đoạn h đặt trong không khí.

ĐS: $B = \frac{\mu_0 I S}{2\pi (R^2 + h^2)^{3/2}}$.

Bài 3. Một khung dây hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = b$ được đặt gần một dây dẫn thẳng, rất dài sao cho AD song song với dây dẫn và mặt phẳng của khung chứa dây dẫn. Cạnh AD cách dây một đoạn x_0 . Dây dẫn thẳng mang dòng điện I_1 , khung dây mang dòng điện I_2 (Hình 2).



- Tính lực từ tác dụng lên khung dây.
- Tính công cần thực hiện để tịnh tiến chậm khung một đoạn a theo hướng AB .

ĐS: a. $F = 2 \cdot 10^{-7} I_1 I_2 b \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_0 + a} \right)$;

b. $A = \int_{x_0}^{x_0+a} F \cdot dx = 2 \cdot 10^{-7} I_1 I_2 b \ln \frac{(x_0 + a)^2}{x_0(x_0 + 2a)}$

Bài 4. Một thanh AB mảnh chiều dài ℓ_0 , nhiễm điện với mật độ điện tích dài là $\lambda > 0$. Đầu A của thanh có thể trượt dọc theo tường thẳng đứng Oy , đầu B của thanh có thể trượt dọc theo mặt sàn nằm ngang Ox , cho biết tường và sàn cách điện với thanh. Người ta kéo đầu B của thanh dọc theo trục Ox với vận tốc không đổi $\vec{V}_0$. Ở thời điểm khi thanh AB hợp với phương ngang góc φ như hình 2:

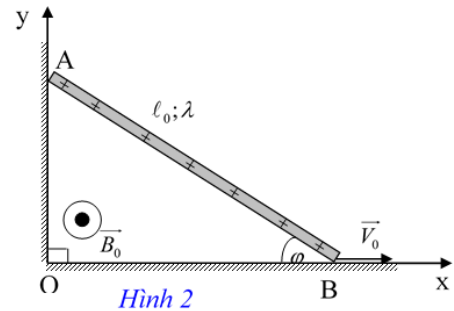
- Tính vận tốc của một điểm bất kì trên thanh cách đầu A của thanh đoạn ℓ theo $\ell; \ell_0; V_0; \varphi$.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

2. Tính lực từ tác dụng lên thanh nếu hệ thống trên được đặt trong từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng Oxy, chiều như hình 1, độ lớn cảm ứng từ là B_0 trong hai trường hợp sau:

* Trường hợp 1: Thanh AB nhiễm điện đều với mật độ điện tích dài $\lambda = \text{const}$

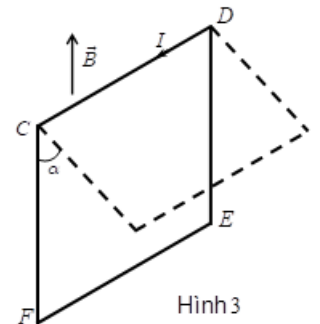
* Trường hợp 2: Thanh AB nhiễm điện không đều có mật độ điện tích dài tăng dần từ A đến B theo quy luật $\lambda = k \cdot \ell$ (trong đó k là hằng số dương; ℓ là biến số chiều dài).



ĐS: 1. $v = \frac{V_0}{\ell_0 \sin \varphi} \sqrt{(\ell - \ell_0)^2 \cos^2 \varphi + \ell^2 \sin^2 \varphi}$; 2. Trường

hợp 1: $F = \frac{\omega \cdot B_0 \cdot \lambda \cdot \ell_0^2}{2}$. Trường hợp 2: $F = \frac{\omega \cdot B_0 \cdot k \cdot \ell_0^3}{6} \sqrt{\cos^2 \varphi + 4 \sin^2 \varphi}$

Bài 5. Một khung dây dẫn CDEF hình vuông có cạnh $a = 10(\text{cm})$, khối lượng mỗi cạnh là $m = 20(\text{g})$, có thể quay không ma sát quanh cạnh CD cố định, nằm ngang như hình 3. Cường độ dòng điện trong khung dây là $I = 20(\text{A})$. Khung dây được đặt trong từ trường đều $\vec{B}$ có phương thẳng đứng, hướng lên có độ lớn $B = 0,2(\text{T})$. Khi cân bằng, mặt phẳng khung dây hợp với phương thẳng đứng một góc α , lấy $g = 10(\text{m/s}^2)$. Hãy xác định góc α ?



ĐS: $\alpha = 45^\circ$

Bài 6. Cuộn dây Hemhôn là một dụng cụ cho phép tạo ra từ trường đều trong không gian hẹp. Nó gồm 2 vòng dây dẫn hình tròn cùng bán kính a được đặt đồng trục, trong đó có dòng điện cùng chiều, cùng cường độ I chạy qua. Khoảng cách giữa hai vòng dây là L .

Tính cảm ứng từ B trên trục hai vòng dây cách trung điểm của đoạn thẳng nối tâm hai vòng dây một khoảng x . Tìm điều kiện để B không phụ thuộc x với x nhỏ, tính B đó.

ĐS: $B = \frac{8\mu_0 I}{5\sqrt{5}a}$.

Bài 7. Một dây dẫn có dạng nửa đường tròn bán kính 20 cm được đặt trong mặt phẳng vuông góc với cảm ứng từ $\vec{B}$ của một từ trường đều có độ lớn $B = 0,4 \text{ T}$. Cho dòng điện $I = 5 \text{ A}$ đi qua dây. Tìm lực từ F tác dụng lên dây dẫn này?

ĐS: $0,8 \text{ N}$

Bài 8. Trong khuôn khổ mẫu nguyên tử cổ điển của hiđrô, hãy đánh giá độ lớn cảm ứng từ tại tâm quỹ đạo tròn của electron. Cho biết bán kính quỹ đạo tròn này (bán kính Bohr) $r_B = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

Gợi ý: cảm ứng từ tại tâm một dây dẫn tròn có dòng điện I chạy qua bằng $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$,

trong đó $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.N/m}$.

ĐS: $B = \frac{\mu_0 e^2}{8\pi^{3/2} r_B^{5/2} (\epsilon_0 m_e)^{1/2}} = 12,48(T).$

Bài 9. Một vòng tròn kim loại bán kính R mang dòng điện I nằm hoàn toàn trong mặt phẳng Oxy tại nơi có độ từ thẩm $\mu = 1$. Tâm của vòng tròn trùng với gốc tọa độ O và chiều của dòng điện trùng với chiều quay từ trục Ox đến trục Oy . Biết vòng kim loại này ở rất xa các nguồn gây ra từ trường khác.

1. Tìm cảm ứng từ tại điểm M trên trục Ox , biết $OM = a \ll R$.

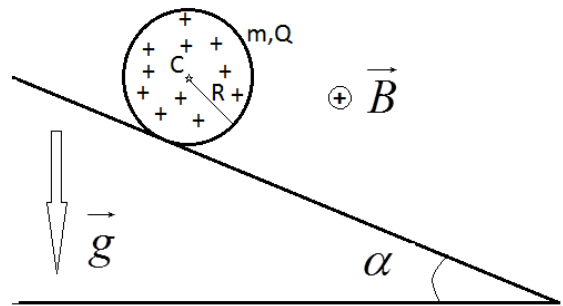
2. Đường cảm ứng từ qua M cắt Oxy tại N với $ON = r \gg R$, tìm r .

ĐS: 1. $B = \frac{\mu_0 I}{2R} \left(1 + \frac{3a^2}{2R^2}\right)$; 2. $r \approx \frac{R^3}{a^2}$

Bài 10. Trên mặt bàn nằm ngang không dẫn điện có đặt một vòng mảnh bằng kim loại khối lượng M và bán kính a . Vòng ở trong một từ trường đều nằm ngang có cảm ứng từ $\vec{B}$. Xác định cường độ dòng điện cần thiết đi qua vòng dây kim loại để nó bắt đầu được nâng lên.

ĐS: $I_{gh} \geq \frac{Mg}{\pi Ba}$.

Bài 11. Một quả cầu tâm C , bán kính R , khối lượng m và tích điện dương Q (khối lượng m và điện tích Q phân bố đều theo thể tích quả cầu). Đặt quả cầu trên mặt máng trụ nằm nghiêng, góc nghiêng α và bán kính bán trụ bằng R . Một từ trường đều $\vec{B}$ được tạo ra có phương nằm ngang và vuông góc với đường dốc chính mặt phẳng nghiêng như hình vẽ.



Lúc $t=0$ người ta buông quả cầu lăn không vận tốc đầu, và cho rằng quả cầu lăn không trượt. Cho gia tốc rơi tự do là g .

1. Ta khảo sát chuyển động của quả cầu trong hệ quy chiếu gắn với đất.

a. Khi quả cầu lăn không trượt, hãy xác định véc tơ hợp lực từ (phương chiều và độ lớn) tác dụng lên quả cầu theo vận tốc khối tâm $\vec{v}_C$ của quả cầu.

b. Viết biểu thức gia tốc tâm C quả cầu.

c. Viết biểu thức vận tốc tâm C quả cầu theo thời gian.

d. Sau thời gian lăn không trượt t_1 , quả cầu bắt đầu nâng lên khỏi mặt phẳng nghiêng. Tìm t_1 .

2. Khi quả cầu lăn không trượt trên mặt phẳng nghiêng, ta chỉ xét chuyển động quay của quả cầu trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm C . Trong hệ này quả cầu quay quanh trục Cz , chiều dương của trục cùng chiều véc tơ $\vec{B}$ với tốc độ góc $\vec{\omega}$

a. Xác định phương trình vận tốc góc ω theo thời gian t .

Quả cầu tích điện Q quay quanh trục Cz tương đương như một dòng điện tròn khép kín bao quanh trục Cz . Dòng điện này có mật độ dòng điện $J(r,t)$ phụ thuộc vào khoảng cách r tính từ trục Cz và thời gian t . Khi đó cường độ dòng điện $I(t)$ gây ra trên toàn quả cầu là một đại lượng phụ thuộc vào thời gian. Chính dòng điện $I(t)$ gây dọc trục Cz một từ trường B_1 cũng phụ thuộc vào thời gian và tọa độ trên phương Cz .

b. Xác định biểu thức dòng điện $I(t)$.

- c. Gọi r là khoảng cách từ 1 điểm M trên quả cầu đến trục Cz . Hãy xác định mật độ dòng điện $J(r,t)$ tại điểm M theo r và thời gian t .
- d. Xác định từ trường B_1 do sự quay của quả cầu quanh trục Cz gây ra tại một điểm N trên trục Cz cách tâm C một đoạn $2R$.
- e. Lúc quả cầu nâng lên thì B_1 bằng bao nhiêu?

ĐS: 1a. $\vec{F}_B = Q(\vec{v}_C \wedge \vec{B})$; 1b. $a_c = \frac{5g \sin \alpha}{7}$; 1c. ; $v_c = a_c t = \frac{5g \sin \alpha}{7} t$; 1d. $t_1 = \frac{7m}{5QgB} \cot g \alpha$ 2a.

$\omega = \frac{5g \sin \alpha}{7R} t$; 2b. $I_T = \frac{5Qg \sin \alpha}{14\pi R} t$; 2c. $J(r,t) = \frac{15Qg \sin \alpha}{28\pi R^4} rt$;

2d. $B_1 = \frac{25}{\pi} \frac{\mu_0 Q g \sin \alpha}{R^2} t$ ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$); 2e. $B_1 = \frac{35}{\pi} \frac{\mu_0 mg \cos \alpha}{BR^2}$

Bài 12. Một quả cầu đồng chất khối lượng m , bán kính R , mang một điện tích q . Điện tích q được phân bố đều trong thể tích quả cầu. Người ta cho quả cầu quay xung quanh trục của nó với vận tốc góc ω . Tìm mômen động lượng L , mômen từ P_m của quả cầu đó; từ đó suy ra tỉ số P_m/L ?

ĐS: $L = \frac{2}{5} mR^2 \omega$; $P_m = \frac{qR^2 \omega}{5}$, $\frac{P_m}{L} = \frac{q}{2m}$.

VI.2. ĐIỆN TÍCH CHUYỂN ĐỘNG TRONG TỪ TRƯỜNG

Bài 1. Một hạt có khối lượng m và điện tích q bay vào một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$. Hạt có vận tốc $\vec{v}$ hướng vuông góc với đường sức từ. Hãy xác định xem hạt chuyển động như thế nào trong từ trường?

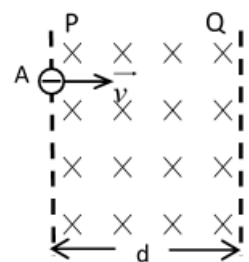
ĐS: Quỹ đạo tròn bán kính $R = \frac{mv}{qB}$, chu kỳ $T = \frac{2\pi m}{qB}$.

Bài 2. Không gian từ trường đều với cảm ứng từ $B = 2 \cdot 10^{-2} T$ được giới hạn bởi 2 mặt phẳng song song (P) và (Q) cách nhau đoạn $d = 2cm$. Một electron không có vận tốc ban đầu được tăng tốc bởi điện áp U rồi đưa vào từ trường trên tại điểm A theo phương vuông góc với mặt phẳng (P) (hình 2). Cho $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} C$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$. Hãy xác định thời gian electron chuyển động trong từ trường và phương chuyển động của electron khi nó ra khỏi từ trường trong các trường hợp:

1. $U = 3,52kV$

2. $U = 18,88kV$

ĐS: 1. $t = \frac{\pi R}{v} = 9 \cdot 10^{-10} (s)$; 2. $t = \frac{\pi m}{3|e|B} = 3 \cdot 10^{-10} (s)$



Hình 2

Bài 3. a) Xét một chùm electron hình trụ dài có mật độ hạt đồng nhất n và vận tốc trung bình V (cả hai đại lượng đều ở trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm). Hãy suy ra biểu thức của điện trường tại một điểm cách trục giữa của chùm electron một khoảng r , bằng cách sử dụng điện từ học cổ điển.

b) Tìm biểu thức của từ trường cũng tại điểm như trong câu a.

c) Khi đó lực tổng hợp hướng ra ngoài tác dụng lên electron trong chùm electron khi đi qua điểm này bằng bao nhiêu?

d) Giả thiết rằng biểu thức nhận được trong câu c, áp dụng được cho các vận tốc tương đối tính, thì lực tác dụng lên electron V tiến tới vận tốc ánh sáng c sẽ bằng bao nhiêu? cho $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$.

e) Nếu một chùm electron bán kính R đi vào trong một plasma chỉ gồm các ion dương có mật độ đồng nhất $n_0 < n$ (plasma là một chất khí đã bị Ion hoá gồm các Ion và các electron với mật độ điện tích bằng nhau). Hãy tìm lực tổng hợp tác dụng lên một Ion plasma dừng tại một điểm bên ngoài chùm electron, cách trục chùm một khoảng r' , sau khi chùm electron đã đi vào plasma khá lâu, có thể giả thiết mật độ của các Ion plasma là không đổi và tính đối xứng trụ được duy trì.

f) Sau một khoảng thời gian đủ dài, tìm lực tổng hợp tác dụng lên một electron tại vị trí cách trục của chùm electron trong plasma một khoảng r , với giả thiết $V \rightarrow c$ và trong điều kiện mật độ của các Ion plasma là không đổi và tính đối xứng trụ vẫn được duy trì?

ĐS: a. $E_r = \frac{-ner}{2\epsilon_0}$; b. $B = -\frac{\mu_0 nerV}{2}$; c. $\vec{F} = \frac{ne^2 r}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{V^2}{C^2}\right) \cdot \vec{r}$ với $C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$.

d. $F_r \rightarrow 0$ khi $V \rightarrow c$; e. $F_{r'} = \frac{ne^2 R^2}{2\epsilon_0 r'} - \frac{n_0 e^2 r'}{2\epsilon_0}$; f. Khi $V \rightarrow c$, $\vec{F} \approx -\frac{n_0 e^2 r}{2\epsilon_0} \cdot \vec{r}$.

Bài 4. Một êlectrôn sau kh đi qua hiệu điện thế tăng tốc $\Delta\phi = 40V$, bay vào một vùng từ trường đều có hai mặt biên phẳng song song, bề dày $h = 10cm$. Vận tốc của êlectrôn vuông góc với cả cảm ứng từ $\vec{B}$ lẫn hai biên của vùng. Với giá trị nhỏ nhất B_{min} của cảm ứng từ bằng bao nhiêu thì êlectrôn không thể bay xuyên qua vùng đó? Cho biết tỷ số độ lớn điện tích và khối lượng của êlectrôn là $\gamma = 1,76 \cdot 10^{11} C/kg$.

ĐS: $B_{min} = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{2\Delta\phi}{\gamma}} = 2,1 \cdot 10^{-4} (T)$

Bài 5. Một electron bay vào một trường điện từ với vận tốc bằng $10^5 m/s$. Đường sức điện trường và đường sức từ có cùng phương chiều. Cường độ điện trường $E = 10V/m$, cường độ từ trường $H = 8 \cdot 10^3 A/m$. Tìm gia tốc tiếp tuyến, gia tốc pháp tuyến và gia tốc toàn phần của electron trong trường hợp:

a) Electron chuyển động theo phương chiều của các đường sức.

b) Electron chuyển động vuông góc với các đường sức.

ĐS: a. $a_n = 0$; $a = a_t = \frac{eE}{m} \approx 1,76 \cdot 10^{14} (m/s^2)$

b. $a_t = 0$; $a = a_n = \sqrt{\left(\frac{eE}{m}\right)^2 + \left(\frac{evB}{m}\right)^2} \approx 2,5 \cdot 10^{14} (m/s^2)$

Bài 6. Một electron chuyển động theo một quỹ đạo tròn, bán kính $R = 10cm$ trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 1T$. Đưa thêm vào vùng không gian này một điện

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

trường đều có cường độ $E = 100 \text{ V/m}$ và có hướng song song với hướng của từ trường. Hỏi sau bao lâu vận tốc của electron tăng lên gấp đôi?

ĐS: $t = \frac{BR}{E} = 10^{-3} \text{ s}$

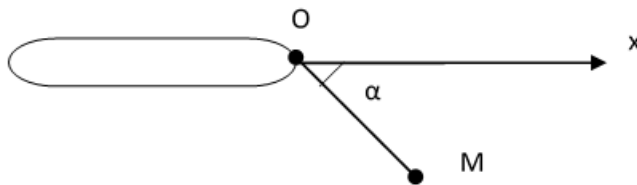
Bài 7. Một hạt có khối lượng m và điện tích q bay vào một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$. Góc giữa vectơ vận tốc $\vec{v}$ và vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ là α . Trong trường hợp này hạt sẽ chuyển động như thế nào?

ĐS: Quỹ đạo của hạt là một đường xoắn ốc $R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$; $T = \frac{2\pi m}{qB}$, bước xoắn $h = \frac{2\pi v \cos \alpha}{qB}$

Bài 8. Một electron chuyển động trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 5 \cdot 10^{-3} \text{ T}$, theo hướng hợp với đường cảm ứng từ một góc $\alpha = 60^\circ$. Năng lượng của electron bằng $W = 1,64 \cdot 10^{-16} \text{ J}$. Trong trường hợp này quỹ đạo của electron là một đường đinh ốc. hãy tìm: vận tốc của electron; bán kính của vòng đinh ốc và chu kì quay của electron trên quỹ đạo, và bước của đường đinh ốc.

ĐS: $v = 1,9 \cdot 10^7 \text{ (m/s)}$, $R = 1,9 \cdot 10^{-2} \text{ (m)}$, $T = 7,1 \cdot 10^{-9} \text{ (s)}$, $h \approx 6,8 \cdot 10^{-2} \text{ (m)}$

Bài 9. Sau khi được tăng tốc bởi hiệu điện thế U trong ống phát, electron được phóng ra theo hướng Ox để rồi sau đó phải bắn trúng vào điểm M ở cách O khoảng d . Hãy tìm dạng quỹ đạo của electron và cường độ cảm ứng từ B trong hai trường hợp sau:



a) Từ trường có phương vuông góc với mặt phẳng hình vẽ.

b) Từ trường có phương song song với OM.

(OM hợp với phương Ox góc α ; điện tích electron là $-e$, khối lượng là m)

ĐS: 1. Quỹ đạo tròn; $B = \frac{2 \sin \alpha}{d} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$

2. Quỹ đạo xoắn ốc; $B = k \frac{2\pi \cos \alpha}{d} \sqrt{\frac{2Um}{e}}$

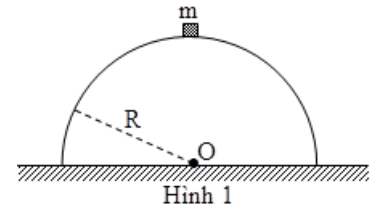
Bài 10. Một electron bay trong một từ trường đều có cảm ứng từ là $\vec{B}$. Electron có vận tốc $\vec{v}$ có phương lập với đường sức từ một góc ϕ . Độ rộng của vùng có từ trường là l . Hãy tìm độ biến thiên động lượng của electron trong thời gian bay qua từ trường.

ĐS: $\Delta P = 2mv \sin \phi \sin \left(\frac{qBl}{2mv \cos \phi} \right)$.

Bài 11. Một electron chuyển động trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 2.10^{-3} \text{ T}$. Quỹ đạo của electron là một đường hình ốc có bán kính $R = 2\text{ cm}$ và có bước xoắn $h = 5\text{ cm}$. Tính vận tốc của electron.

ĐS: $v \approx 7,6.10^6 \text{ (m/s)}$

Bài 12. Cho một vật nhỏ khối lượng $m = 4 \text{ g}$, tích điện $q = + 5.10^{-4} \text{ C}$ và một bán trụ nhẵn, bán kính $R = 60 \text{ cm}$ đặt cố định trên mặt phẳng ngang (Hình 1). Cho vật trượt không vận tốc đầu từ đỉnh bán trụ. Gọi v là vận tốc của vật khi bắt đầu rời bán trụ. Bỏ qua mọi lực cản và từ trường Trái Đất. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



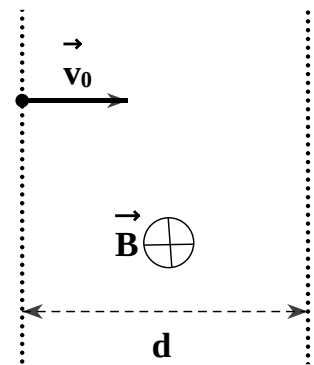
a. Tính v .

b. Nếu đặt hệ vật và bán trụ trong vùng không gian có điện trường đều, vector cường độ điện trường hướng thẳng đứng từ dưới lên, độ lớn $E = 60 \text{ V/m}$ thì v bằng bao nhiêu?

c. Nếu đặt hệ vật và bán trụ trong vùng không gian có từ trường đều, vector cảm ứng từ song song với trục của bán trụ thì khi trượt về phía bên phải $v = v_1$, khi trượt về phía bên trái $v = v_2$. Xác định vector cảm ứng từ $\vec{B}$. Biết rằng $v_1 - v_2 = 3 \text{ cm/s}$.

ĐS: 1. $v = \sqrt{\frac{2gR}{3}} = 2 \text{ m/s}$; 2. $v = \sqrt{\frac{2R(mg - qE)}{3m}} = 1\text{ m/s}$; c. $B = \frac{3m(v_1 - v_2)}{2qR} = 0,6 \text{ T}$

Bài 13. Một electron đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 6.10^7 \text{ m/s}$ thì bay vào một miền có từ trường đều, phương vuông góc với các đường sức từ. Vector vận tốc $\vec{v}_0$ nằm trong mặt phẳng hình vẽ và có chiều hướng từ trái sang phải (Hình 1). Cho biết $B = 0,005 \text{ T}$, $m_e = 9,1.10^{-31} \text{ kg}$, điện tích của electron bằng $-1,6.10^{-19} \text{ C}$. Bỏ qua trọng lượng của electron.



1. Cần phải đặt một điện trường $\vec{E}$ có hướng và độ lớn thế nào trong miền từ trường để electron chuyển động thẳng đều trong miền đó?

2. Không đặt điện trường như đã nêu ở câu trên.

a) Hãy tính bán kính quỹ đạo chuyển động của electron khi chuyển động trong không gian có từ trường.

b) Miền từ trường nói trên được giới hạn giữa hai đường thẳng song song, cách nhau một khoảng $d = 5,91\text{ cm}$. Tính thời gian chuyển động của electron trong từ trường.

ĐS: 1. $E = Bv_0 = 3.10^5 \text{ V/m}$; 2a. $R = 6,825\text{ cm}$; 2b. $t = 1,191.10^{-9} \text{ s}$

Bài 14. Một hạt không mang điện tích, đang đứng yên thì bị vỡ ra trong một từ trường đều $\vec{B}$ thành hai mảnh khối lượng m_1 và m_2 , mang điện tích tương ứng là q và $-q$. Biết rằng sau khoảng thời gian t kể từ khi vỡ hai mảnh này gặp nhau. Bỏ qua tương tác Coulomb giữa hai mảnh và lực cản của môi trường. Tìm khoảng thời gian t .

ĐS: $t = \frac{2\pi m_1 m_2}{qB(m_1 + m_2)}$

Bài 15. Một hạt tích điện bay vào một môi trường có lực cản tỉ lệ với độ lớn vận tốc hạt. Đến khi dừng lại hạt đã đi quãng đường $L = 10\text{cm}$ (tính từ lúc đi vào môi trường). Nếu trong môi trường đó có đặt một từ trường đều có cảm ứng từ B_1 vuông góc với vận tốc hạt thì với vận tốc ban đầu như trước hạt sẽ dừng lại sau khi đi được độ dời $\ell_1 = 5\text{cm}$. Nếu cảm ứng từ là B_2 thì hạt đi được độ dời $\ell_2 = 2\text{cm}$. Tìm tỉ số B_2/B_1 ?

ĐS: $\frac{B_2}{B_1} = 2\sqrt{2}$

Bài 16. Có một chùm tia ion có mật độ đều, mang điện tích dương, có dạng một hình trụ dài bán kính R . Mỗi ion trong chùm có điện tích là q , khối lượng m chuyển động với vận tốc v .

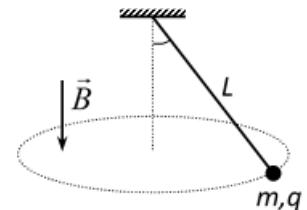
Chứng minh rằng, tại tại bề mặt của chùm mỗi ion chịu tác dụng của một hợp lực

hướng ra phải ngoài chùm và có độ lớn bằng: $F = \frac{Iq}{2\pi\epsilon_0 Rv} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$. Với I là cường độ

dòng điện tạo bởi chùm và c là vận tốc ánh sáng.

Bài 17. Một quả cầu nhỏ có khối lượng $m=1\text{gam}$, mang điện tích dương $q=10^{-3}\text{C}$ được treo lên một sợi chỉ có chiều dài $L=1\text{m}$, chuyển động đều theo đường tròn trong mặt phẳng nằm ngang với góc lệch của sợi chỉ so với phương đứng là $\alpha=60^\circ$ và trong một từ trường đều $B=1\text{T}$ hướng theo phương đứng như hình 4. Tìm tốc độ góc của quả cầu.

ĐS: $\omega_1 = -5\text{ rad/s}$, hoặc $\omega_2 = 4\text{ rad/s}$



Hình 4

Bài 18. Một hạt tích điện bay vào một môi trường có lực cản tỉ lệ với độ lớn vận tốc hạt. Đến khi dừng lại hạt đã đi quãng đường $L = 10\text{cm}$ (tính từ lúc đi vào môi trường). Nếu trong môi trường đó có đặt một từ trường đều vuông góc với vận tốc hạt thì với vận tốc ban đầu như trước hạt sẽ dừng lại sau khi đi được đoạn đường $l_1 = 6\text{cm}$. Nếu cảm ứng từ giảm đi 2 lần thì hạt đi được quãng đường l_2 bằng bao nhiêu trước khi dừng lại?

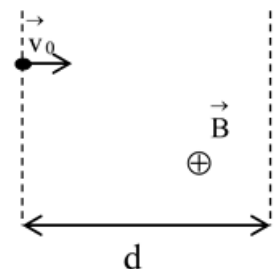
ĐS : $l_2 = \frac{2Ll_1}{\sqrt{3l_1^2 + L^2}} \approx 8,3\text{cm}$.

Bài 19. Một electron đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 8,13 \cdot 10^7\text{m/s}$ thì bay vào một vùng có từ trường đều bề dày $d = 2\text{ cm}$, $\vec{E}_c$ vuông góc với $\vec{v}_0$ và $B = 2 \cdot 10^{-2}\text{ T}$, (hình 1). Bỏ qua tác dụng của trọng trường. Cho $e = 1,60 \cdot 10^{-19}\text{C}$, $m_e = 9,0 \cdot 10^{-31}\text{kg}$.

1. Cần phải đặt một điện trường $\vec{E}$ có hướng và độ lớn thế nào trong vùng từ trường để electron chuyển động thẳng đều ?

2. Không đặt điện trường nói ở câu 1.

a. Tìm bán kính quỹ đạo và thời gian chuyển động của electron trong từ trường.



b. Sau khi ra khỏi từ trường, electron chịu lực cản phụ thuộc vận tốc theo biểu thức $\vec{F} = -k\vec{v}$ ($k = 1,85 \cdot 10^{-21} \text{ N.s/m}$). Tính quãng đường tối đa mà electron chuyển động được?

ĐS: 1. $E = v_0 B = 1,63 \cdot 10^6 \text{ V/m}$; 2a. $R \approx 2,31 \text{ cm}$, $t \approx 2,96 \cdot 10^{-9} \text{ s}$

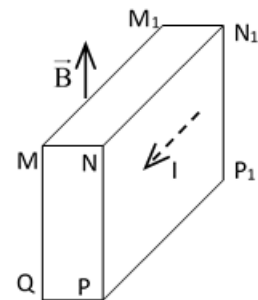
2b. $S = \frac{mv_0}{k} = 4 \text{ cm}$

Bài 20. Trong một thiết bị dùng để xác định thành phần các đồng vị (phổ kí khối lượng) của nguyên tố kali. Các ion dương kali của hai đồng vị được tích điện như nhau và có nguyên tử lượng $A_1=39$, $A_2=41$, được tăng tốc trong điện trường rồi đi vào từ trường đều $\vec{B}$ vuông góc với hướng chuyển động của chúng. Trong quá trình làm thí nghiệm, do sự không hoàn hảo của thiết bị tăng tốc, hiệu điện thế có trị số biến đổi từ $U_0 - \Delta U$ đến $U_0 + \Delta U$. Muốn cho các chùm hạt đồng vị kali không chong chéo lên nhau thì độ sai lệch tương đối của hiệu điện thế $\Delta U / U_0$ chỉ cho phép tối đa bằng bao nhiêu? Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

ĐS: $\frac{\Delta U}{U_0} < 2,5\%$

Bài 21. Một khối kim loại hình hộp chữ nhật có dòng điện cường độ I chạy theo chiều từ N_1 đến N . Khối kim loại được đặt trong từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ theo hướng QM như Hình 4. Khi đó giữa M và N có một hiệu điện thế U_{MN} nào đó. Biết $MN = a$, $MQ = b$ và mật độ electron tự do trong kim loại là n . Giải thích sự xuất hiện của U_{MN} và tính U_{MN}

ĐS: $U_{MN} = \frac{BI}{n|e|b}$



Hình 4

Bài 22. Một hạt điện tích dương q , khối lượng m rất nhỏ chuyển động trong một từ trường đều $\vec{B} = (0, 0, B)$. Hãy xác định quỹ đạo của hạt. Biết lúc $t = 0$, hạt ở điểm $(0, 0, 0)$ với vận tốc $\vec{v}_0 = (0, a, b)$.

ĐS: Quỹ đạo của hạt là đường xoắn ốc:

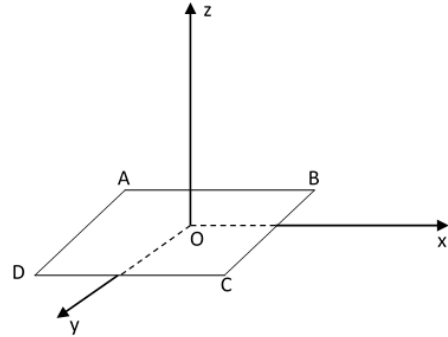
$$\begin{cases} \left(x - \frac{a}{\omega_B}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{a}{\omega_B}\right)^2 \\ z = bt \end{cases} \text{ với bước ốc } h = \frac{2\pi v_0}{\omega_B} = \frac{2\pi m v_0}{qB}$$

Bài 23. Hạt (m, q) chuyển động trong điện trường và từ trường. Một từ trường đều không đổi có cảm ứng từ B_0 theo hướng v_x . Một điện trường đều cũng chỉ có thành phần x và biến thiên điều hòa theo quy luật $E = E_0 \cos \omega t$. Một hạt m , $q > 0$ bay vào vùng của hai trường với vận tốc v_0 vuông góc Ox . Tính khoảng cách cực đại từ hạt đến chỗ nó bay vào hai trường. Biết $\omega = \frac{qB_0}{m}$. Bỏ qua trọng lực.

$$\text{ĐS: } d_{\max} = \frac{2m}{qB} \sqrt{\frac{E_o^2}{B^2} + v_o^2}$$

Bài 24. Chuyển động của khung dây siêu dẫn trong từ trường biến thiên

Từ trường không đều có cảm ứng từ B với độ lớn phụ thuộc vào vị trí trong không gian: $B_x = -kx$; $B_y = 0$; $B_z = kz + B_o$ ($k > 0$). Một khung dây siêu dẫn khối lượng m uốn thành hình vuông cạnh d có độ tự cảm L đặt nằm ngang trong từ trường đó. Ban đầu tâm khung trùng với gốc tọa độ O và các cạnh song song với Ox, Oy , người ta thả cho nó chuyển động. Mô tả chuyển động khung. Viết biểu thức cường độ dòng điện chạy trong khung. Cho g



$$\text{ĐS: } z = \frac{mgL}{k^2 d^4} \left(\cos\left(\frac{kd^2 t}{\sqrt{mL}}\right) - 1 \right), i = -\frac{mg}{kd^2} \left(\cos\left(\frac{kd^2 t}{\sqrt{mL}}\right) - 1 \right)$$

Bài 25. Hệ hai đĩa nối nhau trong từ trường đều

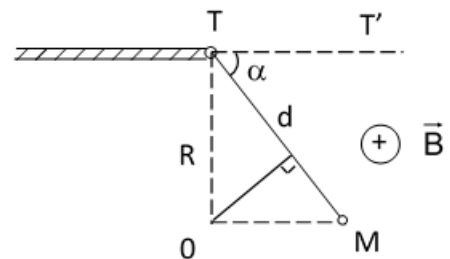
Hai đĩa đồng bán kính a , song song với nhau cùng trục Oz cách nhau khoảng d nối với nhau bằng N sợi mảnh không dẫn bằng kim loại, song song với Oz phân bố đều trên chu vi mỗi sợi, điện trở mỗi sợi dây là R . Cho N rất lớn, bỏ qua điện trở các đĩa. Hệ đặt trong từ trường đều $\vec{B}$. Cho đĩa quay với vận tốc góc ban đầu là ω_o . Gọi J là mômen quán tính hệ với trục Oz .

- Điện áp giữa hai đĩa
- Xác định quy luật biến đổi $\omega(t)$ hai đĩa.

$$\text{ĐS: a. } U=0; \text{ b. } \omega = \omega_o \cdot e^{\frac{-NB^2 a^2 d^2}{2R\tau} t}$$

Bài 26.

Trong một ống phóng điện tử, các electron được gia tốc bởi hiệu điện thế $U = 1 \text{ KV}$ rồi bay qua khe T theo phương ngang TT' . Mục tiêu là M , với $TM = d = 5 \text{ cm}$, $\alpha = 60^\circ$ (hình 4).



Hình 4

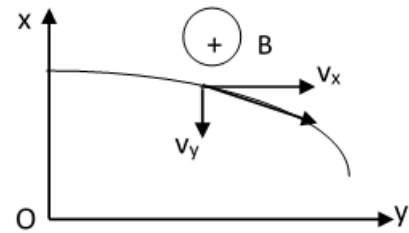
- Tìm cảm ứng từ $\vec{B}$ của từ trường vuông góc với mặt phẳng hình vẽ để tất cả các electron sau khi ra khỏi khe T rơi đúng vào mục tiêu.

- Hãy tính giá trị của $B // TM$ để các electron rơi đúng vào mục tiêu. Cho rằng $B < 0,03 \text{ T}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

$$\text{ĐS: a. } B = \frac{2 \sin \alpha}{d} \sqrt{\frac{2mU}{e}}; \text{ b. } B = N \cdot (6,7 \cdot 10^3 \text{ T}) \text{ với } N = 1; 2; 3; 4$$

Bài 27. Một hạt có khối lượng m , điện tích q dương, bắt đầu chuyển động với vận tốc v theo hướng song song với trục ox trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = ax$ ($x \geq 0$) (hình 6).

Hãy xác định độ dịch chuyển cực đại của hạt theo trục Ox .



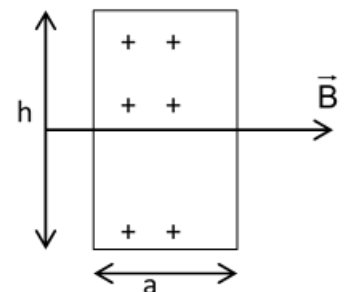
Hình 6

ĐS: $x_{\max} = \sqrt{\frac{2mv}{qa}}$

Bài 28.

Hình 7 là một tiết diện của một dây dẫn bằng đồng có cạnh là (h, a) . Dòng điện I đi từ phía trước ra phía sau. Từ trường có cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng sang phải, vuông góc với dây dẫn.

- Tính vận tốc chuyển động v của electron trong dây dẫn.
- Xác định độ lớn và hướng của lực từ $\vec{F}$ tác dụng lên electron.
- Cần phải đặt một điện trường $\vec{E}$ có độ lớn và hướng như thế nào để cân bằng tác dụng của từ trường?
- Xác định hiệu điện thế U cần đặt vào cạnh của dây dẫn để tạo ra điện trường $\vec{E}$ như vậy. Cần đặt hiệu điện thế vào cạnh nào?



Hình 7

- Nếu ta không đặt điện trường ngoài vào thì dưới tác dụng của lực từ, electron lệch về một phía, do đó trong dây dẫn cũng xuất hiện một điện trường $\vec{E}_1$, điện trường này có cường độ tăng dần đến khi nào tác dụng của nó cân bằng với tác dụng của lực từ $\vec{F}$. Hãy tính cường độ điện trường ngang E_1 .

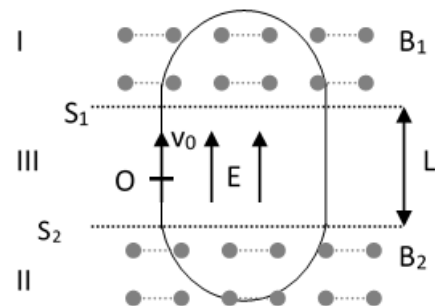
Cho biết rằng mật độ của electron dẫn trong dây dẫn là $n = 1,1 \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3}$
 $h = 0,02 \text{ m}$; $a = 0,1 \text{ cm}$; $I = 50 \text{ A}$; $B = 2 \text{ T}$.

ĐS: a. $v = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$; b. $F = 4,5 \cdot 10^{-23} \text{ N}$; c. $E = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ V/m}$; d. $U = 5,6 \cdot 10^{-6} \text{ V}$; e. $E_1 = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ V/m}$

Bài 29.

Trong hình 8, S_1 và S_2 là hai mặt giới hạn nằm song song và chia không gian ra làm ba phần khác nhau I, II, III. Trong các vùng I và II có các từ trường đều, có phương vuông góc với tờ giấy, chiều hướng ra ngoài, cường độ cảm ứng từ lần lượt là B_1 và B_2 . Trong vùng III có điện trường đều cường độ E , chiều hướng từ S_2 sang S_1 .

Người ta phóng một hạt nhỏ khối lượng m mang điện tích dương q cho nó chuyển động với vận tốc v_0 từ O hướng về phía S_1 khoảng cách từ O đến S_1



Hình 8

là $\frac{L}{2}$ bỏ qua tác dụng của trọng lực. Để cho hạt có thể chuyển động theo quỹ đạo đó cho

trong bài (2 đoạn cong trên quỹ đạo có bán kính bằng nhau). Hãy xác định:

a) Tỷ số cường độ các cảm ứng từ B_1 và B_2 .

b) Điện trường E phải có trị số nhỏ hơn bao nhiêu?

ĐS: a. $\frac{B_1}{B_2} = \sqrt{\frac{mv_0^2 + qEL}{mv_0^2 - qEL}}$; b. $E < \frac{mv_0^2}{qL}$

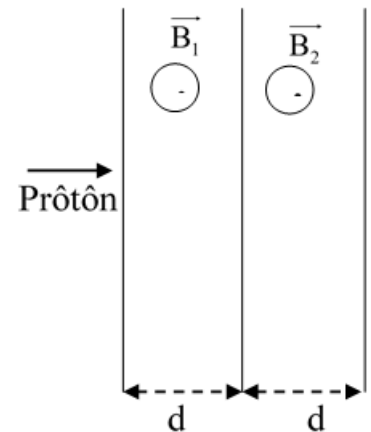
Bài 30. Một chùm prôtôn đi vào một vùng không gian có bề rộng $d = 4.10^{-2}m$ và có từ trường đều $B_1 = 0,2T$. Sau đó prôtôn đi tiếp vào vùng không gian cũng có chiều rộng d nhưng từ trường $B_2 = 2B_1$.

Lúc đầu, Prôtôn có vận tốc vuông góc với vectơ cảm ứng từ B và vuông góc với mặt biên của vùng không gian có từ trường (hình 10).

a) Hãy xác định giá trị của hiệu điện thế V_0 để tăng tốc cho prôtôn sao cho hạt prôtôn đi qua được vùng đầu tiên.

b) Hãy xác định hiệu điện thế V_0 sao cho prôtôn đi qua được vùng thứ hai.

c) Hãy xác định hiệu điện thế V_0 sao cho prôtôn sau khi đi qua được vùng thứ hai, thì có vận tốc hợp với phương của vận tốc ban đầu một góc 60° .



Hình 2

(Trích đề thi Olympic Vật lý quốc gia Ý 1998)

ĐS: a. $V_0 > \frac{qB_1^2 d^2}{2m}$; b. $V_0 > 9 \frac{qB_1^2 d^2}{2m}$; c. $V_0 = 12 \frac{qB_1^2 d^2}{2m}$

Bài 31. Các electron qua O vào một miền D rộng L , trong đó có một từ trường đều không đổi. Ta xem ngoài miền D, từ trường bằng 0. Giả thiết bề rộng L của miền thỏa

mãn: $L \ll \frac{mv_0}{eB} = R$ hay: $\frac{wL}{v_0} = \frac{eBL}{mv_0} \ll 1$ với v_0 là vận tốc ban đầu của các electron

cách O một đoạn $D + \frac{L}{2}$ có đặt một màn huỳnh quang.

a) Xác định tung độ y_P của điểm P tại đó electron ra khỏi miền D và góc α hợp bởi vectơ vận tốc của electron tại điểm đó với trục Ox.

b) Suy ra vị trí của điểm chạm I trên màn.

c) Xác minh rằng giá trị của vectơ PI đi rất gần điểm Q có hoành độ $\frac{L}{2}$ với những giả thiết nêu trên.

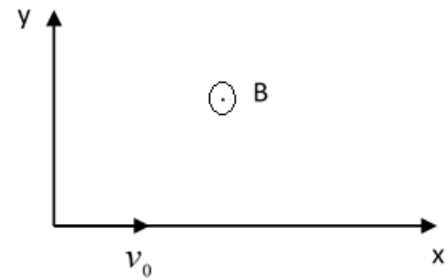
Cho $L = 1cm$; hiệu điện thế tăng tốc $V = 10KV$; $B = 3mT$ và $D = 20cm$.

ĐS: a. $y_P = 0,445mm$; b. $y_I = 1,78 (cm)$.

Bài 32. Một hạt có điện tích $q > 0$ và khối lượng m dịch chuyển trong một môi trường trong đó hạt chịu một lực ma sát có dạng:

$$\vec{F} = -Kv^2 \frac{\vec{v}}{v} \text{ với } K > 0. \text{ Từ trường đều } \vec{B} \text{ không}$$

đổi vuông góc với vận tốc $\vec{v}_0$ ban đầu của hạt. Chứng tỏ rằng chuẩn (độ lớn) của vận tốc hạt giảm theo thời gian. Vận tốc bằng 0 có thể đạt được sau một thời gian hữu hạn không?



Hình 14

ĐS: Vận tốc giảm theo thời gian:
$$v = \frac{v_0}{1 + v_0 \frac{K}{m} t}$$

Bài 33. Một đi-ốt chân không, trong đó giữa anốt và catốt bằng d , ở trong một từ trường có cảm ứng từ bằng B và hướng song song với mặt phẳng các bản cực. Hỏi điện áp tối thiểu giữa hai cực bằng bao nhiêu để các electron từ bề mặt catốt có thể đến được anốt? Coi các electron ở bề mặt catốt là đứng yên và bỏ qua tác dụng của trọng trường.

Bài 34. Một hạt mang điện tích dương q , khối lượng m chuyển động thẳng đều với vận tốc $\vec{v}_0$ dọc theo trục $x'Ox$ nằm ngang trong vùng không gian có tác dụng của điện trường đều và từ trường đều. Vector cường độ điện trường $\vec{E}$ cùng chiều với trục Oz , hướng thẳng đứng xuống dưới (hình 16). Vector cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng hình vẽ.

1. Hãy xác định chiều và độ lớn của vector cảm ứng từ $\vec{B}$ (theo q , m , E và gia tốc rơi tự do g).

2. Khi hạt tới điểm O , người ta đột ngột đảo chiều của cảm ứng từ $\vec{B}$ (làm $\vec{B}$ đổi hướng ngược lại, nhưng vẫn giữ nguyên độ lớn ban đầu của nó). Chọn gốc thời gian là lúc hạt tới O . Hãy thiết lập phương trình chuyển động của hạt ở thời điểm t và phác họa quỹ đạo của hạt. Xem rằng thời gian làm đảo chiều của $\vec{B}$ là nhỏ không đáng kể.

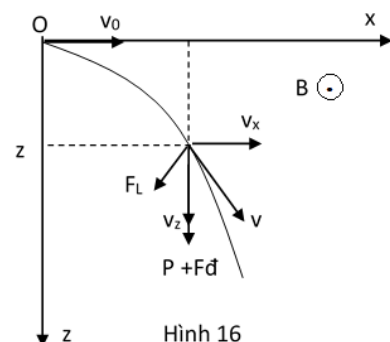
3. Xác định thời điểm gần nhất để hạt lại tới trục $x'Ox$. Tìm vị trí của hạt và vector vận tốc của hạt lúc đó.

ĐS: 1. $B = \frac{qE + mg}{qv_0}$, $\vec{B}$ hướng theo trục Oy vuông

góc mặt phẳng Oxz .

$$2. x = -\frac{2mv_0}{Bq} \cos\left(\frac{Bq}{m}t + \frac{p}{2}\right) - v_0 t ;$$

$$z = \frac{2mv_0}{Bq} \sin\left(\frac{Bq}{m}t + \frac{p}{2}\right) + \frac{p}{2}$$



Hình 16

$$3. ; t = \frac{2pm}{Bq}; x = -v_0 t = -\frac{2pmv_0}{Bq}.$$

Bài 35. Một chùm tia hẹp gồm các ion ^{39}K và ^{41}K đi vào khe hẹp của khối phổ kế, động năng của các ion là $T = (500 \pm 5) \text{ eV}$. Chùm tia có góc mở là $2\alpha = 6^\circ$ khi bắt đầu đi vào khối phổ kế.

Từ trường $B = 0,7\text{T}$ có phương vuông góc với mặt giấy. Đặt tấm phim lên mặt phẳng AM (hình 18).

1. Các ion ^{39}K và ^{41}K với năng lượng 500eV , khi đi vào theo phương vuông góc với AM, rơi vào hai điểm N_1 và N_2 trên tấm phim. Hãy xác định các khoảng AN_1 ; AN_2 và N_1N_2 .

2. Hãy xác định bề rộng của các vết trên phim ứng với từng đồng vị. Muốn vậy, hãy tính:

a) Bề rộng D_{x_1} của vết tạo ra do tính phân kỳ của chùm tia (tất cả các ion đều có năng lượng 500eV).

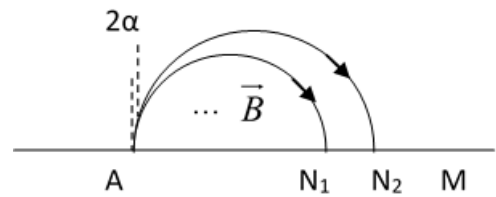
b) Bề rộng D_{x_2} do sự khác nhau về ion. Cho biết tất cả các ion xuất phát từ A theo phương vuông góc AM. Tổng chiều rộng các vết là $D_x \gg D_{x_1} + D_{x_2}$.

x_2 .

3. Liệu với khối phổ kế trên có thể phát hiện hai đồng vị ^{39}K và ^{41}K trong chùm tia trên không?

ĐS: 1. $AN_1 = 5,75\text{cm}$, $AN_2 = 5,90\text{cm}$, $N_1N_2 = 1,45\text{mm}$.

2.2a. $0,08 \text{ cm}$; 2b. $0,58\text{mm}$.



Hình 18

Bài 36. Hai hạt mỗi hạt khối lượng m , được tích điện trái dấu nhưng có độ lớn bằng nhau. Ban đầu các điện tích được giữ đứng yên trong từ trường đều có phương vuông góc với đường thẳng nối các điện tích. Sau đó, hai điện tích được thả tự do cùng lúc. Hỏi ban đầu hai điện tích phải có khoảng cách L nhỏ nhất bằng bao nhiêu để chúng không thể dính vào nhau sau khi được thả tự do. Bỏ qua hiệu ứng hấp dẫn.

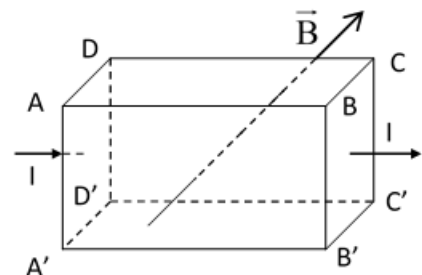
ĐS: $L = (16m.k/B^2)^{1/3}$

Bài 37. Trong một thí nghiệm (thí nghiệm Hall) người ta đặt một tấm kim loại hình hộp chữ nhật ABCDA'B'C'D', bề dày $AD = d$, trong một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt bên ABB'A' (xem hình vẽ). Khi cho một dòng điện cường độ I chạy qua tấm theo chiều AB, người ta thấy giữa các mặt đáy ABCD và A'B'C'D' xuất hiện một hiệu điện thế $U = h \frac{IB}{d}$ (1), trong đó $h = \frac{1}{ne}$ với n là mật

độ electron tự do của tấm và e là điện tích nguyên tố. Đó là hiệu ứng Hall; U được gọi là hiệu điện thế Hall và h là hằng số Hall.

1. Bằng lập luận lý thuyết hãy thiết lập hệ thức (1).

2. Làm thí nghiệm với một lá bạc (bề dày $12 \mu\text{m}$) và cho dòng điện $I = 10\text{A}$ chạy qua lá bạc thì hiệu điện thế



BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Hall U đo được là $17\mu\text{V}$. Tính cảm ứng từ B của từ trường. Cho biết đối với bạc hằng số Hall là $h_{\text{Ag}} = 8,9 \cdot 10^{-11} \text{m}^3/\text{A.s}$.

3. Bây giờ thay lá bạc bằng một tấm gecmani (Ge) dày $d = 1\text{mm}$ và tiến hành một loạt thí nghiệm và phép đo U với các trị số khác nhau của B và I. Người ta thu được các kết quả trong các bảng sau:

+ Với $B = 10\text{mT}$

I(mA)	10	15	20	25
U(mV)	1,4	2,1	2,9	3,7

+ Với $B = 20\text{mT}$

I(mA)	10	15	20	25
U(mV)	2,8	4,3	5,7	7,3

+ Với $B = 30\text{mT}$

I(mA)	10	20	30	40
U(mV)	4,4	8,8	13,1	17,5

a. Từ các kết quả thực nghiệm đó, bằng cách vẽ các đồ thị U(I) và U(B) hãy thiết lập mối liên hệ của U vào I và B.

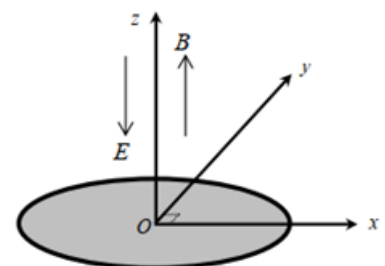
b. Bằng một thí nghiệm khác người ta đã tìm được rằng, với một cặp giá trị B và I cho trước, U tỉ lệ nghịch với chiều dày d của tấm gecmani. Từ tất cả các kết quả đó, hãy tìm giá trị của thương số $\frac{Ud}{IB}$ (là giá trị của hằng số Hall h_{Ge}).

c. Xem rằng đối với gecmani ta cũng có $h = \frac{1}{ne}$. Hãy tìm tỉ số $\frac{n_{\text{Ag}}}{n_{\text{Ge}}}$ giữa các mật độ hạt tải điện của bạc và gecmani.

ĐS: 2. $B = \frac{Ud}{AIB} \approx 0,23\text{T}$. 3a. U tỉ lệ với tích IB; 3b. $\frac{Ud}{IB} \approx 0,0146\text{m}^3 / (\text{A.s})$

Bài 38. Ở hình bên, một vật liệu tấm tròn được đặt trên mặt phẳng ngang xOy và tâm của vòng tròn nằm ở gốc tọa độ O, có một điện trường đều có độ lớn E và hướng âm dọc theo trục z phía trên mặt phẳng xOy. Có một từ trường đều độ lớn B dọc theo chiều dương trục z trong vùng hình trụ dọc theo trục z với mặt cắt nằm ngang là tấm vật liệu, bên ngoài vùng hình trụ không có từ trường. Các hạt tích điện dương điện tích q, khối lượng m và vận tốc v được phát ra đều theo mọi hướng từ gốc O trong vùng không gian phía trên mặt phẳng xOy. Ảnh hưởng của trọng lực lên các hạt là không đáng kể và không xét đến sự tương tác giữa các hạt.

1. Nếu va chạm của các hạt với bề mặt vật liệu là va chạm đàn hồi và tỷ lệ phần trăm của các hạt bị chịu tác động bởi điện trường và từ trường chỉ chuyển động trong vùng hình



trụ so với tổng số hạt phát ra là $\eta = 50\%$. Hãy xác định bán kính R của tấm vật liệu.

2. Khi va chạm với tấm vật liệu, theo phương thẳng hạt bị bật ngược lại và theo phương song song với tấm vật liệu hướng của thành phần nằm ngang của vận tốc được giữ nguyên. Cứ sau mỗi lần va chạm với tấm vật liệu thì động năng của hạt lại giảm 10% .

a. Tìm giá trị cực đại hình chiếu đường đi của hạt trên mặt phẳng xOy từ lúc phát ra cho đến khi nó va chạm với bề mặt vật liệu lần đầu tiên.

b. Trong trường hợp tìm được ở câu (a) thì tổng quãng đường đi của hạt trong không gian từ khi phát ra cho tới khi dừng lại trên tấm vật liệu là bao nhiêu ?

Cho biết: $\int \sqrt{1+u^2} du = \frac{1}{2}u\sqrt{1+u^2} + \frac{1}{2}\ln(u + \sqrt{1+u^2}) + C$, C là hằng số.

ĐS: 1. $R = \frac{\sqrt{3}mv}{qB}$; 2a. $s_{\max} = \frac{mv^2}{qE}$; b. $S_t = \left[\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2}) \right] \frac{5mv^2}{qE}$

Bài 39. Một linh kiện điện tử có cấu tạo gồm một catốt K dạng sợi dây dẫn mảnh, thẳng, dài và một anốt A dạng trụ rỗng, có bán kính R, bao quanh catốt và có trục trùng với catốt. Linh kiện đặt trong không gian có từ trường đều $\vec{B}$ hướng dọc theo catốt. Bằng một cách nào đó, người ta tạo một điện trường $\vec{E}$ hướng trục từ A đến K có độ lớn không đổi.

Do tính đối xứng trục của bài toán, ta xét một hệ trục tọa độ trụ như Hình 2. Hệ tọa độ được chọn sao cho gốc O nằm trên K, trục Oz theo chiều $\vec{B}$, từ trường $\vec{B} = (B_\rho, B_\theta, B_z) = (0, 0, B)$ và điện trường $\vec{E} = (E_\rho, E_\theta, E_z) = (E, 0, 0)$. Khi catốt K được đốt nóng sẽ bức xạ electron. Coi vận tốc của các electron phát ra từ catốt K là rất nhỏ và bỏ qua tác dụng của trọng lực lên các electron này. Khi xem xét chuyển động của electron, không gian trong linh kiện có thể coi là chân không. Kí hiệu điện tích nguyên tố là e và khối lượng electron là m_e . Giả sử ở thời điểm $t = 0$, electron có tọa độ $(0, 0, z_0)$, ở thời điểm $t > 0$ electron ở tọa độ (ρ, θ, z) , hãy:

1. Viết phương trình vi phân mô tả chuyển động của electron.

2. Tìm phương trình quỹ đạo của electron.

3. Tìm vận tốc dài của electron tại thời điểm t bất kì.

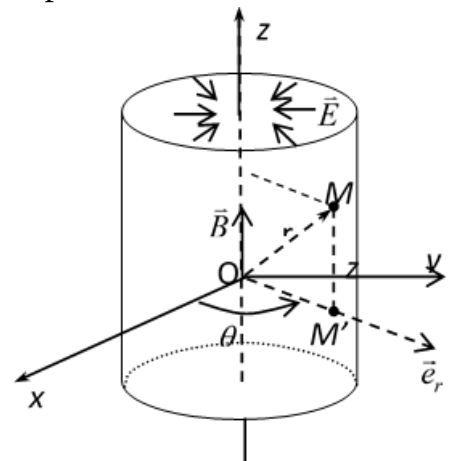
Cho biết, trong hệ tọa độ trụ:

- Chất điểm M xác định bởi véc-tơ tọa độ $\vec{OM} = (\rho, \theta, z)$ có vận tốc và gia tốc tương ứng là $\vec{v} = (\dot{\rho}, \rho\dot{\theta}, \dot{z})$ và $\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2, \rho^{-1}\frac{d}{dt}(\rho^2\dot{\theta}), \ddot{z})$.

- Nếu $\vec{a} = (a_\rho, a_\theta, a_z)$ và $\vec{b} = (b_\rho, b_\theta, b_z)$ thì

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_\theta b_z - a_z b_\theta, a_z b_\rho - a_\rho b_z, a_\rho b_\theta - a_\theta b_\rho).$$

ĐS: 1. $(r'' - r\theta'^2) = -\frac{e}{m}(-E + Br\theta')$; $\frac{d}{dt}(r^2\theta') = \frac{e}{m}(Br r')$; $z'' = 0$



$$2. r(t) = \frac{8mE}{eB^2} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right); 3. v = \frac{4E}{B} \left| \sin\left(\frac{eB}{4m}t\right) \right|$$

Bài 40. Ba mặt phẳng song song P_1, P_2 và P_3 cách nhau $d_1 = 2 \text{ cm}$ và $d_2 = 4 \text{ cm}$, phân không gian thành 4 vùng I, II, III và IV. Trong vùng II và III người ta tạo ra từ trường đều có vectơ cảm ứng từ B_1 và B_2 song song với ba mặt phẳng trên và có chiều như hình vẽ. Hạt proton trong vùng I được tăng tốc bởi hiệu điện thế U , sau đó được đưa vào vùng II tại điểm A trên mặt phẳng P_1 với vận tốc $\vec{v}_0$ hợp với pháp tuyến của P_1 một góc 60° .

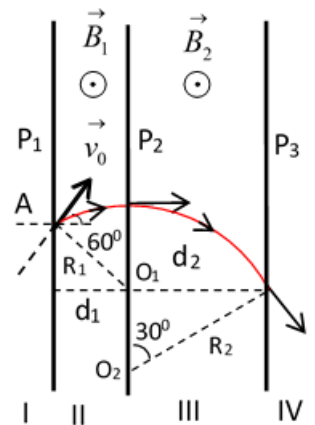
Bỏ qua tác dụng của trọng trường. Cho biết khối lượng và điện tích của proton tương ứng là $m = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ và $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

1. Tìm giá trị của U , biết rằng hạt đi sang vùng III với vận tốc hướng vuông góc với P_2 và cảm ứng từ $B_1 = 1 \text{ T}$.

2. Cho biết hạt ra khỏi vùng III theo hướng vuông góc với vectơ $\vec{v}_0$ tại A. Tính cảm ứng từ B_2 .

3. Thực tế khi chuyển động trong vùng III và vùng IV, hạt chịu tác dụng của lực cản $\vec{F}_c$ tỉ lệ thuận với vận tốc của hạt ($\vec{F}_c = -k\vec{v}$, với k là hằng số). Vì vậy khi chuyển động trong vùng III, bán kính quỹ đạo của hạt giảm dần và khi ra khỏi vùng III, bán kính quỹ đạo của hạt bị giảm đi 5% so với khi không có lực cản. Tìm độ dài đoạn đường l mà hạt còn đi tiếp được trong vùng IV.

ĐS: 1. $U = \frac{2qB_1^2 d_1^2}{3m} \approx 25,50 \text{ kV}$; 2. $B_2 = \frac{B_1}{2\sqrt{3}} \approx 0,29 \text{ T}$; 3. $l = \frac{\pi d_2 (1 - 1,5a)}{3a} \approx 77,5 \text{ cm}$



Hình 24

Bài 41. Một hạt mang điện $-q$ ($q > 0$), khối lượng m chuyển động trong điện trường gây bởi các ion dương. Các ion dương phân bố đều với mật độ điện tích ρ trong vùng không gian dạng khối trụ, bán kính R , trục đối xứng là xx' và đủ dài.

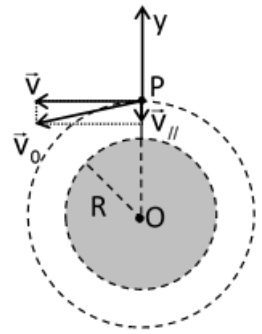
Giả sử các lực khác tác dụng lên hạt là rất nhỏ so với lực điện và trong khi chuyển động hạt không va chạm với các ion dương. Xét hai trường hợp sau:

1. Hạt chuyển động trong mặt phẳng chứa trục đối xứng xx' :

Lúc đầu hạt ở điểm M cách trục một đoạn $a < R$ và có vận tốc $\vec{v}_0$ hướng theo phương của trục. Giá trị v_0 phải bằng bao nhiêu để sau khi hạt đi được một khoảng L (tính dọc theo trục) thì nó tới điểm N nằm cùng phía với

M so với trục xx' và cách trục một đoạn $\frac{a}{2}$?

2. Hạt chuyển động trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng xx' : Lúc đầu hạt ở điểm P cách trục một khoảng $b > R$, có vận tốc $\vec{v}_0$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng. Lấy giao điểm O của mặt phẳng này với trục xx' làm tâm, vẽ một vòng tròn bán kính b qua P và phân tích $\vec{v}_0 = \vec{v} + \vec{v}_{//}$, trong đó $\vec{v}$ có phương tiếp tuyến với vòng tròn còn $\vec{v}_{//}$ hướng dọc theo phương bán kính. Giả sử $v_{//} = v$.



Hình 25

a) Chứng minh rằng hạt chuyển động tuần hoàn theo phương bán kính đi qua hạt.

b) Tìm độ lớn của v và chu kỳ T .

c) Tính khoảng cách l từ P tới hạt sau khoảng thời gian $t = n \frac{T}{2}$ (n nguyên, dương).

$$\text{ĐS: 1. } v_0 = \frac{L}{T} = \frac{3L}{p} \sqrt{\frac{qr}{2me_0}} \text{ và } v_0 = \frac{L}{T(k \pm \frac{1}{6})} = \frac{L}{2p(k \pm \frac{1}{6})} \sqrt{\frac{qr}{2me_0}} \text{ với } k = 1, 2, 3, \dots$$

$$2.b. \quad T = \frac{2\pi b}{R} \sqrt{\frac{m\epsilon_0}{q\rho}}, \quad v = R \sqrt{\frac{qr}{2me_0}}; \quad 2c. \text{ Khoảng cách cần tìm là } l = 2b \left| \sin \frac{np\sqrt{2}}{4} \right|$$

Bài 42. Máy xincrophazotron là máy gia tốc hạt năng lượng cao. Trong đó từ trường $B(t)$ và tần số $\omega(t)$ của điện thế xoay chiều cũng thay đổi.

1. Hãy tìm biểu thức liên hệ giữa $\omega(t)$ và $B(t)$ với các hạt gia tốc chuyển động trên quỹ đạo có bán kính không đổi R .

2. Quỹ đạo ổn định gồm các nửa đường tròn và đoạn thẳng. Trong các đoạn cong, dưới tác dụng của từ trường, các hạt chuyển động tròn với bán kính $R=28\text{m}$ và giữ nguyên trong suốt quá trình tăng tốc. Còn trên đoạn thẳng các chùm hạt được gia tốc và hội tụ. Tổng chiều dài của quỹ đạo là $L=208\text{m}$. Prôtôn (có năng lượng nghỉ $E_0=938\text{ MeV}$), động năng ban đầu $9,0\text{MeV}$ được gia tốc đến năng lượng 4000MeV . Trong quá trình này, tốc

độ tăng của từ trường là: $\frac{dB}{dt} = 0,4\text{T/s}$. Hãy xác định:

a) Giá trị đầu và cuối của tần số f của hiệu điện thế xoay chiều.

b) Khoảng thời gian tăng tốc Δt .

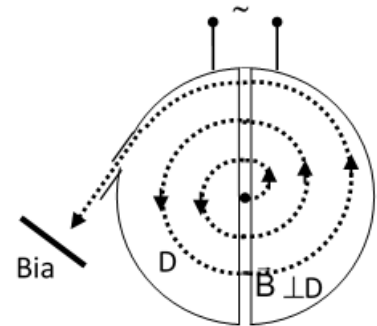
c) Độ tăng năng lượng ΔE của prôtôn trong một vòng quay.

d) Số vòng quay và tổng đường đi của prôtôn trong quá trình tăng tốc này. Bỏ qua ảnh hưởng của điện trường do sự thay đổi của từ trường gây nên.

ĐS: a. $\omega(t) = \frac{c}{r} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{e^2 m_0 c^2}{4 \pi r^2 B(t)^2}}}$; b. $\Delta t = \frac{p - p_0}{qr \frac{dB}{dt}} = 3,2s$; c. $\Delta E = qrL \frac{dB}{dt} = 2,33eV$;

d. $N = 4,3 \cdot 10^6$ vòng quay; $S = 9 \cdot 10^5 km$.

Bài 43. Xiclotrôn là máy gia tốc hạt tích điện đầu tiên của vật lý hạt nhân (1931). Nó gồm có hai hộp rỗng có dạng trụ nửa hình tròn gọi là các D, đặt cách nhau một khoảng rất nhỏ (khe) trong một buồng đã rút hết không khí (hình 26). Các D được nối với hai cực của một nguồn điện sao cho giữa hai D có một hiệu điện thế với độ lớn U xác định, nhưng dấu lại thay đổi một cách tuần hoàn theo thời gian với tần số f nào đó. Một nam châm điện mạnh tạo ra một từ trường đều, có vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt các D (mặt phẳng hình vẽ). Giữa hai thành khe của xiclotrôn có một nguồn phát ra hạt α (khối lượng m_α) với vận tốc ban đầu là $v_0 = 10^7 m/s$ vuông góc với khe, lúc ấy người ta điều chỉnh nguồn điện để cho D bên phải tích điện âm, D bên trái tích điện dương. Sau đó hạt α chuyển động với vận tốc tăng dần cho đến khi đủ lớn thì nó được lái ra ngoài cho đập vào các bia để thực hiện các phản ứng hạt nhân.



Cho $m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27} kg$, điện tích nguyên tố $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$, $B = 1T$, $U = 2 \cdot 10^5 V$.

1. Chứng minh rằng trong lòng các D quỹ đạo của hạt α là nửa đường tròn. Tìm mối liên hệ của bán kính quỹ đạo vào khối lượng, vận tốc, điện tích của hạt α và vào cảm ứng từ B . Với chiều đi của hạt α như trong hình vẽ thì $\vec{B}$ hướng ra trước hay sau mặt phẳng hình vẽ?

2. Nếu lần nào đi qua khe hạt α cũng chuyển động cùng chiều với điện trường do U sinh ra thì lần nào nó cũng được tăng tốc. Để có sự đồng bộ này, f phải thỏa mãn điều kiện gì và lấy giá trị bằng bao nhiêu? Tính vận tốc v_n của hạt α khi đi trên nửa đường tròn thứ n và bán kính R_n của nửa đường tròn đó. Nếu bán kính của nửa đường tròn cuối là $0,5m$ thì hạt α đã chuyển động được khoảng bao nhiêu vòng? Tính vận tốc trước khi ra ngoài của nó?

3. Nếu tần số f lấy giá trị như đã tính ở ý 2 (của câu này) và giữ không đổi, đồng thời tiếp tục cho hạt α chuyển động tăng tốc đến vận tốc ngưỡng $v_{ng} \gg 10^5 km/s$ thì không điều chỉnh đồng bộ được nữa.

a) Giải thích nguyên nhân.

b) Nêu mối liên hệ tốc độ góc của hạt α với f .

c) Để sự tăng tốc của hạt α đồng bộ với sự đảo chiều của hiệu điện thế thì bán kính tối đa của các D bằng bao nhiêu?

$$\text{ĐS: } 1. R = \frac{m_a v}{2eB} \quad 2. v_n = \sqrt{v_0^2 + \frac{4neU}{m_a}}; \quad R_n = \frac{m_a v_n}{2eB} = \frac{m_a \sqrt{v_0^2 + \frac{4neU}{m_a}}}{2eB};$$

Số vòng mà hạt α đã chuyển động là ≈ 12 ; $v \gg 2,4 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

$$3. b. \omega_\alpha = \frac{2cB}{m_\alpha} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad c. R_{\max} = \frac{m_\alpha v}{2cB \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Bài 44. Một hạt tích điện q chuyển động phi tương đối tính với gia tốc a thì sẽ phát ra bức xạ với công suất P liên hệ a và q theo biểu thức: $P \cdot 6\pi\epsilon_0 c^3 = q^2 a^2$, trong đó c là tốc độ ánh sáng trong chân không $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, hằng số điện $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$. Biết khối lượng electron $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, khối lượng proton là $m_p = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, điện tích nguyên tố $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

1. Hãy xác định thời gian để:

a. Năng lượng của một electron thực hiện một dao động điều hoà với tần số góc $\omega = 5 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$ giảm đi một lượng $\eta = 10$ lần.

b. Một proton trong máy gia tốc Cyclotron với năng lượng ban đầu là $E_0 = 100 \text{ MeV}$ mất đi $\kappa = 10\%$ năng lượng ban đầu của nó, nếu nó xuất phát từ bán kính $R = 10 \text{ m}$.

2. Một positron chuyển động với vận tốc ban đầu v_0 va chạm trực diện vào một hạt nhân có điện tích Ze . Positron đến từ xa này được hãm lại cho đến khi nó dừng hẳn và sau đó được tăng tốc theo hướng ngược lại chuyển động ban đầu cho đến khi nó đạt được vận tốc cuối cùng v_∞ . Hãy tìm biểu thức xác định giá trị của vận tốc v_∞ . Bỏ qua tác dụng trọng lực, có thể giả thiết rằng bức xạ bé khi tính toán.

$$\text{ĐS: } 1a. t = \frac{6\pi\epsilon_0 m c^3}{e^2 \omega^2} \ln \eta \approx 15 \text{ ns}, \quad b. \tau = -\frac{3\pi\epsilon_0 m^2 c^3 R^2}{2q^2 E_0} \ln(1 - \kappa) \approx 8 \cdot 10^{10} \text{ s}; \quad 2. v_\infty = v_0^2 \left(1 - \frac{16}{45} \frac{v_0^3}{Zc^3}\right)$$

Bài 45. (Chọn Đội tuyển Olympic Quốc Tế năm 2009): Trong vùng không gian xung quanh điểm O tồn tại một từ trường. Cảm ứng từ tại điểm M bất kì ($\overrightarrow{OM} = \vec{r}$) là $\vec{B} = \frac{k}{r^2} \vec{r}$ với k là một hằng số. Ở thời điểm $t = 0$, tại điểm M_0 ($OM_0 = r_0$) có một hạt điện tích q , khối lượng m chuyển động với vận tốc $\vec{v}_0$ vuông góc với OM_0 . Bỏ qua trọng lực và lực cản.

1. Chứng minh rằng độ lớn vận tốc v của hạt không đổi trên cả quỹ đạo của hạt.

2. Bằng cách lấy đạo hàm theo thời gian của tích vô hướng $\vec{r} \cdot \vec{v}$ rồi tính tích vô hướng đó để:

a) Tìm sự phụ thuộc vào thời gian của bình phương khoảng cách từ hạt đến điểm O và của $\cot \theta$, với θ là góc lập bởi $\vec{v}$ và $\vec{r}$ ở thời điểm t .

b) Tính θ ở thời điểm mà $r = \sqrt{2}r_0$.

3. Bằng cách lấy đạo hàm theo thời gian của tích hữu hướng $\vec{r} \wedge \vec{v}$, rồi tính tích hữu hướng đó để suy ra quỹ đạo của hạt nằm trên một mặt nón đỉnh O. Hãy tính nửa góc ở đỉnh của hình nón đó theo k, m, q, r_0 và v_0 .

ĐS: 2a. $r^2 = v_0^2 t^2 + r_0^2$, $\cot \theta = \frac{v_0}{r_0} t$; 2b. $\theta = 45^\circ$; 3. $\tan \alpha = \frac{mr_0 v_0}{kq}$

Bài 46. (Kỳ thi Vật lý thế giới lần thứ 18 tại Đông Đức, 1987)

Trong lòng một buồng hình xuyên có từ trường với cảm ứng từ $\vec{B}$ có độ lớn B không đổi. Từ nguồn điểm P phát ra một chùm electron theo phương các đường sức, electron đã được tăng tốc bởi hiệu điện thế V_0 . Góc mở của chùm $2\alpha_0$ rất nhỏ ($2\alpha_0 \ll 1$). P ở trên bán kính chính R của hình xuyên. Bỏ qua các tương tác giữa các electron.

1. Để giữ chùm electron trong hình xuyên phải có một từ trường lái $\vec{B}_1$. Tính B_1 cho một electron chuyển động trên quỹ đạo tròn bán kính R.

2. Tính B sao cho chùm electron hội tụ ở 4 điểm cách nhau $\pi/2$ như trong hình. Khi xét quỹ đạo của electron thì có thể bỏ qua sự cong của các đường sức từ trường.

3. Không thể giữ chùm electron trong hình xuyên nếu không có từ trường lái $\vec{B}_1$. Nhưng electron vẫn có một chuyển động theo phương vuông góc với mặt phẳng của hình xuyên, gọi là sự trôi (drift).

a) Chứng minh rằng độ lệch của bán kính quỹ đạo electron so với bán kính ban đầu R là hữu hạn.

b) Xác định chiều của vận tốc trôi

Chú thích: Có thể bỏ qua góc mở của chùm electron.

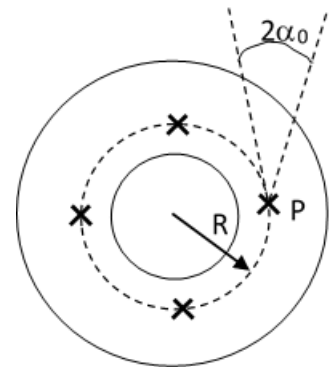
Sử dụng các định luật bảo toàn năng lượng và mômen động lượng.

Dữ kiện cho biết là $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{C} / \text{kg}$, $V_0 = 3 \text{kV}$, $R = 50 \text{mm}$

ĐS: 1. $B_1 = 0,37 \cdot 10^{-2} \text{Vs m}^{-2} (\text{tesla})$; 2. $B = \frac{4}{R} \frac{m}{e} V_0^{1/2} = 4B_1$

3. $v_z = - \frac{e}{m} B (r - R) < 0$

Bài 47. Một quả cầu rắn không dẫn điện tâm O, bán kính R, hằng số điện môi ϵ , có điện tích khối ρ phân bố không đều: $\rho = \rho_0 \frac{r}{R}$, trong đó ρ_0 là hằng số và r là khoảng cách tính từ tâm quả cầu.



Hình 20

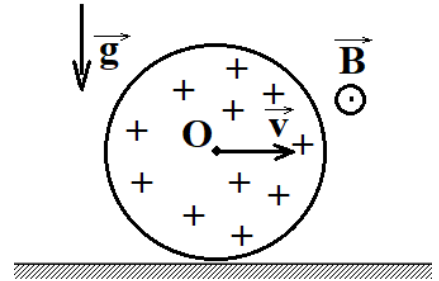
a. Tính điện tích toàn phần quả cầu.

Xét một điểm M nằm trong quả cầu, cách tâm O quả cầu một khoảng r ($r < R$).

b. Tính cường độ điện trường tại điểm M.

c. Tính điện thế tại M.

d. Quả cầu nói trên có khối lượng m , chuyển động lăn không trượt (chuyển động song phẳng) trên mặt máng trụ thẳng nằm ngang, cách điện có bán kính hình trụ bằng R , trong từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ nằm ngang và hướng từ trong ra, vận tốc khối tâm quả cầu là $\vec{v}$ hướng sang phải (Hình 3). Tìm áp lực do quả cầu đè lên máng trụ theo phương thẳng đứng.



Hình 3

ĐS: a. $Q = \pi\rho_0 R^3$; b. $E = \frac{\rho_0}{4R\epsilon\epsilon_0} r^2$; c. $V_M = \frac{\rho_0}{12\epsilon\epsilon_0 R} (4R^3 - r_0^3)$; d. $N = \pi\rho_0 R^3 vB + mg$

CHƯƠNG VII. CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ

VII.1. CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ

Bài 1. Trong một từ trường đồng nhất có cảm ứng từ biến đổi theo thời gian bởi $B = B_0 \cos \omega t$ (T). Một mẫu đồng có khối lượng riêng D , khối lượng M , điện trở suất ρ được kéo thành một dây dẫn dài L , tiết diện đồng đều, sau đó làm **thành vòng kín đặt trong từ trường**. Có thể nhận được dòng điện cực đại khả dĩ trong dây dẫn đó bằng bao nhiêu?

ĐS: $I_{\text{omax}} = \frac{\omega B_0 M}{4\pi \rho D}$

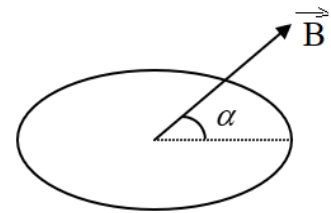
Bài 2. Một vòng dây dẫn bán kính R đặt trong từ trường đều có các đường cảm ứng từ biến thiên theo thời gian theo định luật $B = Kt$, trong đó K là một hằng số. Hãy xác định cường độ điện trường xoáy E xuất hiện trong vòng dây.

ĐS: $E = \frac{1}{2} KR$

Bài 3. Một vòng dây dẫn đồng chất, đặt trong một từ trường biến thiên đều, có đường cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng của vòng dây. Hãy xác định hiệu điện thế U giữa các điểm bất kỳ trong vòng dây.

ĐS: 0

Bài 4. Người ta đặt một vòng xuyên mảnh, đồng chất và dẫn điện bán kính r vào trong một từ trường đồng nhất và biến đổi theo thời gian theo công thức $B = B_0 \cos \omega t$. Điện trở của vòng xuyên là R và hệ số tự cảm L . Vectơ $\vec{B}$ tạo với mặt phẳng vòng xuyên góc α . Hãy tính momen trung bình của các lực tác dụng lên vòng xuyên?



ĐS: $M = \frac{B_0^2 \pi^2 r^4 \omega^2 L \sin \alpha \cos \alpha}{2(R^2 + \omega^2 L^2)}$

Bài 5. Trên bề mặt ngang nhẵn đặt một cái vòng mảnh không dẫn có khối lượng m mà dọc theo nó có điện tích Q phân bố đều. Vòng nằm trong từ trường ngoài đồng nhất với cảm ứng từ bằng B_0 và có hướng vuông góc với mặt phẳng vòng. Tìm vận tốc góc của sự quay vòng sau khi ngắt từ trường.

ĐS: $\omega = \frac{QB_0}{2m}$

Bài 6. Một vòng dây hình tròn bán kính $R = 10\text{cm}$, đường kính tiết diện dây $d = 0,1\text{mm}$, đặt nằm ngang trong một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng thẳng đứng.

1. Giả sử vòng dây điện làm bằng vật liệu siêu dẫn. Cho cảm ứng từ B tăng dần từ không đến $B_0 = 0,1\text{T}$. Tính cường độ dòng điện cảm ứng xuất hiện trong vòng dây cho biết hệ số tự cảm của vòng dây là $L = 0,1\text{mH}$.

2. Cho dòng điện $I = 10\text{A}$ chạy qua vòng dây.

a. Tính lực căng F đặt lên vòng dây do tác dụng của từ trường khi $B = 0,2\text{T}$

b. Với giá trị nào của cảm ứng từ B thì vòng dây sẽ bị lực từ kéo đứt. Cho biết giới hạn bền của dây là $\sigma = 2,3 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$.

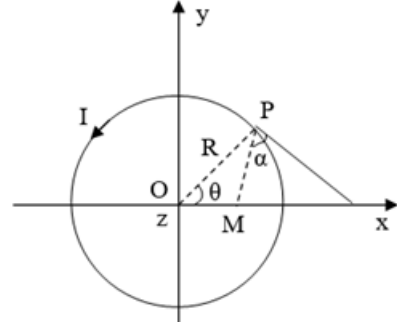
ĐS : 1. $I = \frac{\pi R^2 B_0}{L} = 31,4(A)$; 2a. 0,1N; 2b. 2,56T

Bài 7. Một vòng tròn tâm O, bán kính R, có dòng điện hình sợi chỉ cường độ I chạy qua (hình 4). Người ta muốn tính từ trường tại điểm M nằm trong mặt phẳng và gần tâm vòng OM = r << R.

1. Chứng tỏ rằng từ trường này vuông góc với mặt phẳng vòng dây.

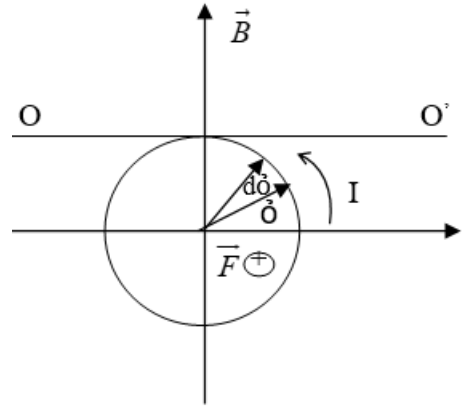
2. Sau khi đã thiết lập công thức B dưới dạng một tích phân có dùng góc β . Hãy chứng tỏ rằng với $\frac{r}{R} \ll 1$

thì gần đúng: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[1 + \frac{3\pi^2}{4R^2} \right]$



Bài 8. Trên mặt bàn nằm ngang không dẫn điện có đặt một vòng mảnh bằng kim loại khối lượng M và bán kính a. Vòng ở trong một từ trường đều nằm ngang có cảm ứng từ $\vec{B}$. Xác định cường độ dòng điện cần phải cho đi qua vòng kim loại để nó bắt đầu được nâng lên.

ĐS : $I_{gh} = \frac{Mg}{\pi Ba}$



Bài 9.

Một cuộn dây b, tâm O, trục (Oz) được cấu tạo bởi N vòng bán kính a. Cuộn dây tự nó khép kín; nó có điện trở R và độ tự cảm không đáng kể. ta cho một nam châm lại gần cuộn dây với vận tốc không đổi v dọc theo trục Oz. Ta giả thiết rằng trường do nam châm tạo ra cũng giống từ trường của một lưỡng cực từ có momen M, đặt tại P, cũng trên đường thẳng với (Oz).

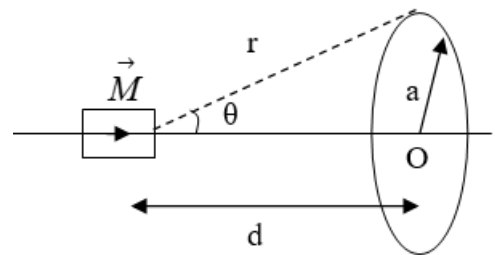
Ta thừa nhận biểu thức của thế vector $\vec{A}_M$ tại một điểm M, tạo ra bởi một lưỡng cực có momen từ μ tại P là:

$$\vec{A}_M = \frac{\mu_0 \vec{M} \wedge \vec{PM}}{4\pi PM^3}$$

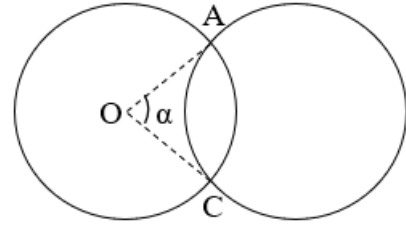
Xác định theo góc θ của sơ đồ, lực $\vec{F}$ do nam châm tác dụng lên cuộn dây.

Tìm khoảng cách d_0 để lực đó cực đại? Ta tính d_0 theo a.

ĐS: $F = \left(\frac{3\mu_0 NM}{2} \right)^2 \frac{V}{Ra^4} (\sin^8 \theta \cos^2 \theta)$. Lực cực đại khi $\tan \theta = 2$ khi đó $d_0 = \frac{a}{2}$



Bài 10. Hai chiếc vòng mảnh giống nhau có cùng khối lượng m và bán kính R , nằm trong từ trường đều có cảm ứng từ B_0 vuông góc với mặt phẳng các vòng (Hình 4). Tại các điểm A và C có tiếp xúc tốt, góc $\alpha = \pi/3$. Hỏi mỗi vòng thu được vận tốc là bao nhiêu nếu ngắt từ trường về 0? Cho điện trở của mỗi đoạn dây làm nên mỗi vòng là r .



Bỏ qua độ tự cảm của các vòng dây, ma sát và độ dịch chuyển trong thời gian ngắt từ trường. Bỏ qua tác dụng trọng lực.

$$\text{ĐS: } v = \frac{9\sqrt{3}R^3}{10mr} B_0^2$$

Bài 11. Hai vòng dây bán kính như nhau và điện trở R , chuyển động tịnh tiến trên cùng mặt phẳng tiến về phía nhau với cùng vận tốc, từ trường đều $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng. Tính lực tác dụng lên mỗi vòng tròn tại thời điểm mà vận tốc bằng v và góc $AOB = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$; trong đó A, B là các điểm tiếp xúc điện tốt, bỏ qua độ tự cảm của mạch điện.

$$\text{ĐS: Lực tác dụng lên cung AB: } \Rightarrow F_{AB} = \frac{8\pi B^2 \cdot v \cdot R^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{r \cdot \alpha} = \frac{6B^2 \cdot v \cdot R^2}{r}; \text{ lực tác dụng lên vòng}$$

$$\text{dây bên trái } F = \frac{16\pi^2 B^2 v \cdot R^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\alpha \cdot (2\pi - \alpha) \cdot r} = \frac{36}{5} B^2 \cdot v \cdot \frac{R^2}{r} \quad F = \frac{36}{5} B^2 \cdot v \cdot \frac{R^2}{r}$$

Bài 12. 1) Chứng tỏ rằng không thể có từ trường tăng theo trục z , nếu từ trường này chỉ có thành phần theo z . Xét một ống trụ có chứa các đường cảm ứng từ. Hãy chứng tỏ

$$\text{rằng: } B_r = \frac{r}{2} \frac{dB_z}{dz}$$

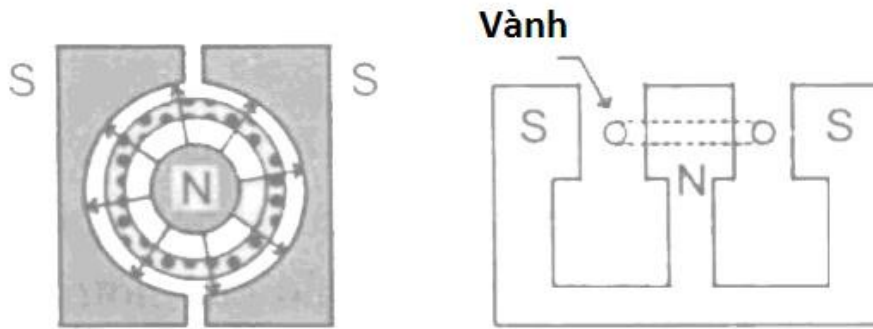
2) Một vòng dây tròn điện trở R bán kính r và khối lượng m rơi vào một vùng có từ trường không đều có các đường sức đối xứng xung quanh trục của hình trụ tâm của vòng tròn nằm trên trục hình trụ còn mặt phẳng vòng tròn vuông góc với các đường sức từ, cảm ứng từ biến thiên dọc theo trục z $\left(\frac{dB_z}{dz} \right) \neq 0$.

Viết phương trình biểu thị chuyển động rơi của vòng trong từ trường. Vẽ đồ thị biểu thị sự biến thiên của vận tốc theo thời gian. Tìm vận tốc cuối của vòng dây.

$$\text{ĐS: } \frac{dv}{dt} = g + \frac{\pi^2 r^4}{mR} \left(\frac{dB_z}{dz} \right)^2 v; |v_{\max}| = \frac{mgR}{\pi^2 r^4 \left(\frac{dB_z}{dz} \right)^2}$$

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Bài 13. Một vành tròn kim loại bán kính r , tiết diện ngang S ($S \ll r^2$), có khối lượng riêng ρ . Ban đầu vành nằm ngang, rơi vào một từ trường có tính đối xứng trục như hình vẽ. (Trục của vành trùng với trục đối xứng của từ trường). Tại thời điểm nào đó vận tốc của vành là v .



1. Hãy tìm biểu thức dòng điện cảm ứng trong vành
2. Tìm biểu thức gia tốc a và vận tốc v của vành. Nhận xét về độ lớn của v theo thời gian. Giả thiết độ cao của miền từ trường là đủ lớn.

ĐS: 1. $I = \frac{BSv}{\rho}$; 2. $a = ge^{-\frac{B^2}{\rho d}t}$; $v = \frac{\rho g d}{B^2} \left(1 - e^{-\frac{B^2}{\rho d}t} \right)$; sau một thời gian rơi đủ lớn thì $a = 0$ và

kể từ đó vành rơi đều với vận tốc $v_0 = \frac{\rho g d}{B^2}$

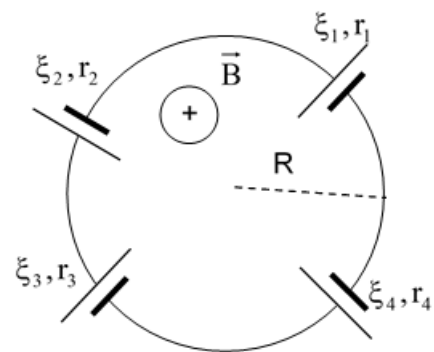
Bài 14. Một mạch điện gồm 4 nguồn nối tiếp với nhau bằng dây dẫn như hình vẽ, tạo thành vòng tròn đặt trong từ trường đều cảm ứng từ B . Tính cường độ dòng điện trong mạch nếu các giá trị của nguồn và cảm ứng từ B là:

$$\xi_1 = 5 \text{ V}; r_1 = 1 \Omega$$

$$\xi_2 = 4 \text{ V}; r_2 = 2 \Omega$$

$$\xi_3 = 3 \text{ V}; r_3 = 3 \Omega$$

$$\xi_4 = 2 \text{ V}; r_4 = 4 \Omega$$

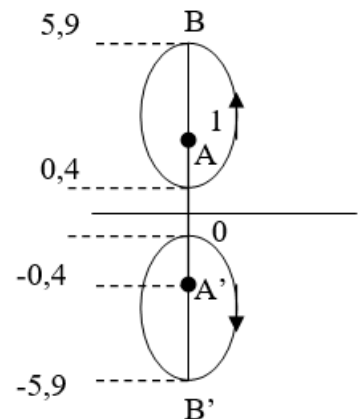


Cảm ứng từ $B = k.t$ với $k = 4\left(\frac{T}{s}\right)$; bán kính $R = 0,5 \text{ m}$.

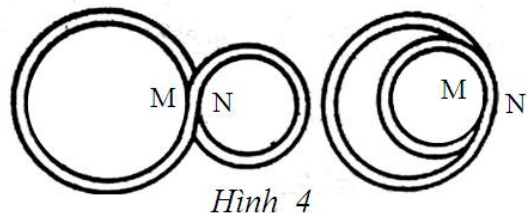
ĐS: $I = 0,7 \text{ (A)}$.

Bài 15. Cho một vòng dây tròn bán kính R và có trục (Ox) có dòng cường độ I chạy qua. Các đường sức trường nằm trong mặt phẳng (xOy) và đi qua mặt phẳng vòng dây ở khoảng cách $r_1 = 0,4 R$ tới trục (Ox) , cắt lại trục (Oy) ở $r_2 = 5,9 R$ tới trục (Ox) . Hãy giải thích tốt nhất có thể được kết quả này.

Nhớ lại rằng trong mặt phẳng vòng dây lân cận trục, từ trường có biểu thức gần đúng: $\vec{B}_{(M)} = \frac{\mu_0 I}{2R} \left[1 + \frac{3}{4} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$



Bài 16. Cho một dây dẫn đồng chất được uốn thành 2 vòng tròn hình hình số 8 như hình 4. M, N là 2 điểm tiếp xúc nhưng cách điện giữa hai vòng (M ở trên, N ở dưới). Vòng 1 bán kính r_1 , vòng 2 bán kính r_2 , từ trường có hướng vuông góc với mặt phẳng vòng dây và có độ lớn tăng đều theo thời gian ($B = B_0.t$). Nếu gấp vòng 2 vào phía trong vòng 1 thì hiệu điện thế giữa M và N tăng bao nhiêu lần. Cho điện trở trên một đơn vị chiều dài dây dẫn là ρ .



ĐS: $\frac{U'_{MN}}{U_{MN}} = \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2}$

VII.2. THANH KIM LOẠI CHUYỂN ĐỘNG TRONG TỪ TRƯỜNG

Bài 1. Xét vùng không gian có từ trường có tính đối xứng trụ. Độ lớn cảm ứng từ tại điểm cách trục trụ khoảng r là $B = B_0 r$ và $\vec{B}$ hướng thẳng đứng lên. Một thanh dẫn MN có chiều dài ℓ quay đều trong mặt phẳng ngang với tốc độ góc ω quanh đầu M nằm trên trục đối xứng của từ trường. Tìm độ lớn suất điện động cảm ứng trên thanh.

ĐS: $e = \frac{B_0 \omega \ell^3}{3}$

Bài 2. Xét thanh MN quay với tốc độ góc ω quanh trục cố định vuông góc với thanh đi qua điểm P trên thanh. Cho $PM = \ell_1, PN = \ell_2$. Vùng từ trường đều có $\vec{B}$ vuông góc với thanh. Tìm độ lớn suất điện động cảm ứng trên thanh.

ĐS: $e = \frac{B \omega \ell^2}{2}$

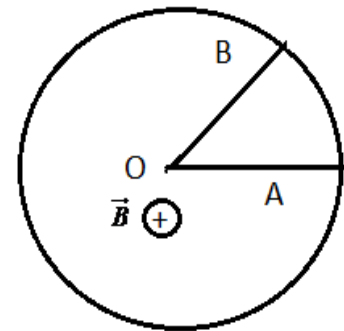
Bài 3. Một sợi dây tiết diện ngang $1,2 \text{ mm}^2$ và điện trở suất là $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$ được uốn thành một cung tròn có tâm tại O, bán kính $r = 24 \text{ cm}$ như hình vẽ bên. Một đoạn dây thẳng khác OP cũng cùng loại như trên, có thể quay quanh điểm O và trượt có tiếp xúc với cung tròn tại P. Sau cùng, một đoạn dây thẳng khác OQ cũng cùng loại trên, hợp với hai đoạn dây trên thành một mạch điện kín. Toàn bộ hệ nói trên đặt trong một từ trường $B = 0,15 \text{ T}$, hướng từ trong ra ngoài vuông góc với cung tròn. Đoạn dây thẳng OP thoạt đầu nằm yên tại vị trí $\theta = 0$ và nhận một gia tốc góc bằng 12 rad/s^2 .

- Tính điện trở của mạch kín OPQO theo θ .
- Tính từ thông qua mạch theo θ .
- Với giá trị nào của θ thì dòng điện cảm ứng trong mạch đạt cực đại.
- Tính giá trị dòng điện cảm ứng cực đại trong mạch.

ĐS: a. $R = 3,4 \cdot (2 + \theta) \text{ m}\Omega$; b. $\Phi = BS = \Phi = 4,32 \cdot \theta$; c. $\theta = 2 \text{ rad}$; d. $2,2 \text{ A}$

Bài 4. Một vòng dây dẫn tròn đường kính d được đặt trong từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ có phương song song với trục của vòng dây. Hai thanh kim loại mảnh có một đầu gắn với trục đi qua tâm O của vòng dây và vuông góc với mặt phẳng vòng dây, tiếp xúc điện với vòng dây và tiếp xúc nhau tại O.

a) Ban đầu 2 thanh đặt sát vào nhau, sau đó một thanh được giữ đứng yên, cho thanh còn lại quay đều xung quanh trục với vận tốc góc ω . Viết biểu thức cường độ dòng điện qua hai thanh và qua vòng dây sau khoảng thời gian t . Cho biết điện trở của mỗi đơn vị dài của thanh kim loại và của vòng dây dẫn là r_0 .



b) Bây giờ cho cả hai thanh cùng quay đều xung quanh trục quay qua O với vận tốc góc lần lượt là $\omega_1 > \omega_2$. Tính cường độ dòng điện qua mạch chính. Xét hai trường hợp:

- + Hai thanh quay cùng chiều.
- + Hai thanh quay ngược chiều.

ĐS: a. $I = \frac{B\omega d^2}{\frac{r_0 \omega t d}{2\pi} (\pi - \frac{\omega t}{2}) + r_0 d}$, $I_1 = I(1 - \frac{\omega t}{2\pi})$, $I_2 = \frac{\omega t}{2\pi} I$

b. * Khi hai thanh quay cùng chiều: $I = \frac{BR^2(\omega_1 - \omega_2)}{2(R + r)}$

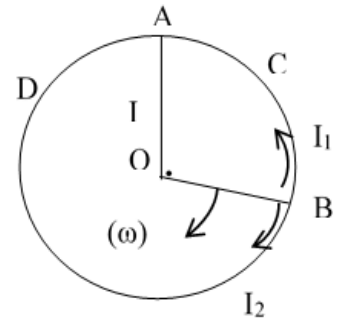
* Khi hai thanh quay ngược chiều: $I = \frac{BR^2(\omega_1 + \omega_2)}{2(R + r)}$

Bài 5. Một vòng dây dẫn đường kính d được đặt trong từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ song song với trục của vòng dây. Hai thanh kim loại mảnh có một đầu gắn với trục đi qua tâm O của vòng dây và vuông góc với mặt phẳng vòng dây; cả hai thanh đều tiếp xúc với mặt phẳng vòng dây và tiếp xúc điện với nhau tại O.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

1. Ban đầu hai thanh sát vào nhau, sau đó một thanh đứng yên và thanh kia quay quanh O với tốc độ góc ω . Tính cường độ dòng điện qua hai thanh và qua vòng dây sau thời gian t. Cho biết điện trở của mỗi đơn vị dài của thanh kim loại và của vòng dây dẫn là r.

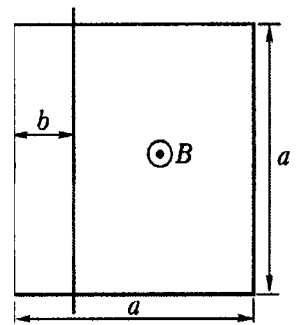
2. Bây giờ cho cả hai thanh quay với tốc độ góc là ω_1 và ω_2 ($\omega_1 > \omega_2$). Tìm hiệu điện thế giữa hai đầu mỗi thanh. Xét hai trường hợp: Hai thanh quay cùng chiều và hai thanh quay ngược chiều.



ĐS: 1.
$$I = \frac{B\omega d}{4\left(2 + \omega t - \frac{\omega^2 t^2}{2\pi}\right)r}; I_1 = \left(1 - \frac{\omega t}{2\pi}\right)I; I_2 = \frac{\omega t}{2\pi}I;$$

2. Hai thanh quay cùng chiều $U_1 = e_{c1} - I\left(\frac{dr}{2}\right); U_2 = e_{c2} - I\left(\frac{dr}{2}\right)$

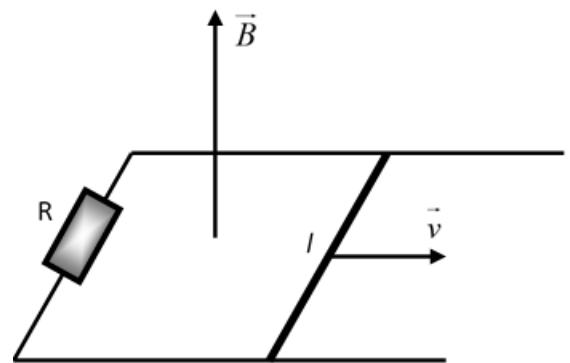
Bài 6. Một khung dây dẫn mảnh hình vuông cạnh a đặt trên mặt bàn nằm ngang. Trên khung có đặt một thanh khối lượng m song song với cạnh hình vuông và cách cạnh hình vuông đoạn $b = a/4$. Khung và thanh được làm bằng cùng một dây dẫn có mật độ điện trở là ρ (theo chiều dài). Tại thời điểm t người ta bật một từ trường có $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng của khung. Thanh chuyển động với vận tốc bao nhiêu biết rằng sau thời gian thiết lập thì từ trường có giá trị ổn định là B_0 . Bỏ qua sự dịch chuyển của thanh trong giai đoạn từ trường tăng từ 0 đến B_0 .



ĐS:
$$v = \frac{a^2 B_0^2}{31\rho m}$$

Bài 7. Hai thanh ray có điện trở không đáng kể được ghép song song với nhau, cách nhau một khoảng l trên mặt phẳng nằm ngang. Hai đầu của hai thanh được nối với nhau bằng điện trở R. Một thanh kim loại có chiều dài cũng bằng l, khối lượng m, điện trở r, đặt vuông góc và tiếp xúc với hai thanh. Hệ thống đặt trong một từ trường đều $\vec{B}$ có phương thẳng đứng (hình 2).

1. Kéo cho thanh chuyển động đều với vận tốc v.
 - a) Tìm cường độ dòng điện qua thanh và hiệu điện thế giữa hai đầu thanh.
 - b) Tìm lực kéo nếu hệ số ma sát giữa thanh với ray là μ .



Hình 2

2. Ban đầu thanh đứng yên. Bỏ qua điện trở của thanh và ma sát giữa thanh với ray. Thay điện trở R bằng một tụ điện C đã được tích

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

điện đến hiệu điện thế U_0 . Thả cho thanh tự do, khi tụ phóng điện sẽ làm thanh chuyển động nhanh dần. Sau một thời gian, tốc độ của thanh sẽ đạt đến một giá trị ổn định v_{gh} . Tìm v_{gh} ? Coi năng lượng hệ được bảo toàn.

ĐS: 1a. $I = \frac{Blv}{R+r}$, $U = \frac{BlvR}{R+r}$; 1b. $F = \frac{B^2 l^2 v}{R+r} + \mu mg$; 2. $v_{gh} = U_0 \sqrt{\frac{C}{CB^2 l^2 + m}}$

Bài 8. Trong một mặt phẳng nghiêng α so với mặt phẳng nằm ngang, có hai thanh kim loại cố định song song cách nhau một khoảng l , nối với nhau bằng điện trở R (Hình vẽ). Một thanh kim loại MN, có khối lượng m , có thể trượt không ma sát trên hai thanh kia và luôn vuông góc với chúng. Điện trở các thanh không đáng kể. có một từ trường đều không đổi B vuông góc với mặt phẳng các thanh và hướng lên phía trên. Người ta thả cho thanh MN trượt không vận tốc ban đầu.

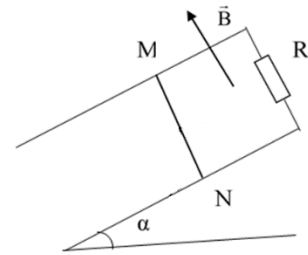
a) Mô tả hiện tượng và giải thích tại sao vận tốc v của thanh MN tăng tới giá trị cực đại v_{max} . Tính vận tốc v_{max} (giả thiết hai thanh song song có chiều dài đủ lớn).

b) Thay điện trở bằng một tụ điện có điện dung C . Chứng minh rằng lực cản chuyển động tỷ lệ với gia tốc a của thanh. Tính gia tốc này.

Gia tốc của trọng trường bằng g .

ĐS: a. Thanh chuyển động có gia tốc, $v_{max} = \frac{Rmg \sin \alpha}{B^2 l^2}$;

b. $\rightarrow a = \frac{g \sin \alpha}{1 + \frac{B^2 l^2 C}{m}}$



Bài 9. Cho hệ thống như hình vẽ, thanh dẫn $AB = l$ khối lượng m trượt thẳng đứng trên hai ray trong một từ trường đều có các đường sức từ nằm ngang, chiều từ trong ra ngoài. Ban đầu thanh AB được giữ nằm yên, sau đó buông nhẹ tay cho thanh chuyển động xuống phía dưới.

a) Mô tả hiện tượng xảy ra. Xác định vận tốc cực đại của thanh AB?

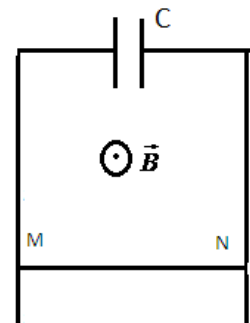
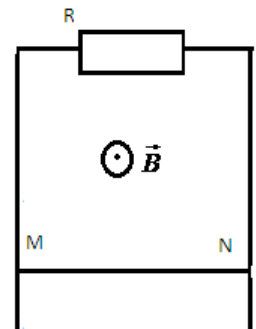
b) Xác định lại vận tốc cực đại của thanh AB trong trường hợp các thanh ray hợp với mặt phẳng ngang một góc α .

c. Vẫn hệ thống trên, thay điện trở R bằng tụ điện có điện dung C . Bỏ qua điện trở các dây dẫn. Tính gia tốc chuyển động của thanh AB và cho biết sự biến đổi năng lượng trong mạch.

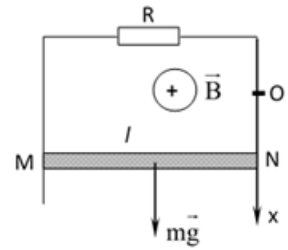
ĐS: a. $v_{max} = \frac{mgR}{B^2 l^2}$; b. $v_{max} = \frac{mgR}{B^2 l^2 \sin \alpha}$

c. $a = \frac{mg}{m + CB^2 l^2} = \text{const.}$ Thanh rơi xuống nhanh dần đều. Khi thanh

đi xuống, thế năng trọng lực của thanh AB biến thành động năng của thanh AB và năng lượng điện trường tích lũy trong tụ điện.

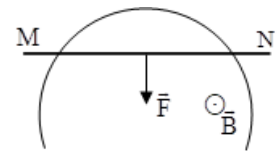


Bài 10. Cho khung dây thuộc mặt phẳng thẳng đứng, thanh kim loại MN có khối lượng m , có điện trở bằng không, có thể trượt không ma sát trên hai thanh ray kim loại thẳng đứng ($R = 0$). Xét lúc $t = 0$, $v_0 = 0$, $x_0 = 0$. Xác định quy luật chuyển động của thanh kim loại trong các hình dưới đây. Từ trường đều $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng khung dây, ma sát bằng không đáng kể.



$$\text{ĐS: } Z = Ae^{-\frac{B^2 l^2}{mR}t}; v = \frac{mgR}{B^2 l^2} \left(1 - e^{-\frac{B^2 l^2}{mR}t} \right); t \rightarrow \infty \Rightarrow v = v_{\max} = \frac{mgR}{B^2 l^2};$$

Bài 11. Một thanh kim loại đồng chất, tiết diện đều, có điện trở không đáng kể, được uốn thành một cung tròn đường kính d . Thanh dẫn MN có điện trở cho mỗi đơn vị chiều dài là r , gác trên cung tròn (Hình 3). Cả hệ thống đặt trên mặt phẳng nằm ngang và ở trong một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng thẳng đứng dưới lên. Tác dụng một lực F theo phương ngang lên thanh MN sao cho thanh MN chuyển động tịnh tiến với vận tốc v không đổi (vector $\vec{v}$ luôn vuông góc với thanh MN). Bỏ qua ma sát, hiện tượng tự cảm và điện trở ở các điểm tiếp xúc giữa các dây dẫn. Coi B , v , r , d đã biết.

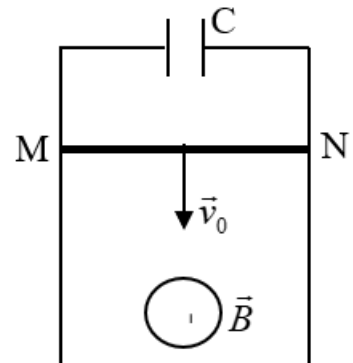


Hình 3

- Xác định chiều và cường độ của dòng điện qua thanh MN.
- Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, thanh MN ở vị trí tiếp tuyến với cung tròn. Viết biểu thức lực F theo thời gian t .

$$\text{ĐS: a. } I = Bv/r, \text{ chiều từ N sang M; b. } F = \frac{2B^2 v}{r} \sqrt{dvt - v^2 t^2}$$

Bài 12. Đầu trên của hai thanh kim loại thẳng, song song cách nhau L đặt thẳng đứng nối với hai cực của tụ có điện dung C như hình vẽ. Hiệu điện thế đánh thủng tụ điện là U_T . Hệ thống được đặt trong một từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng hai thanh. Một thanh kim loại khác MN cũng có chiều dài L trượt từ đỉnh hai thanh kia xuống dưới với vận tốc ban đầu v_0 . Cho rằng trong quá trình trượt MN luôn tiếp xúc và vuông góc với hai thanh kim loại. Giả thiết các thanh kim loại đủ dài và bỏ qua điện trở của mạch điện, ma sát không đáng kể.



- Hãy chứng minh rằng chuyển động của thanh MN là chuyển động thẳng nhanh dần đều và tìm gia tốc của nó.
- Hãy tìm thời gian trượt của thanh MN cho đến khi tụ điện bị đánh thủng.

$$\text{ĐS: a. } a = \frac{mg}{m + CB^2 L^2}; \text{ b. } t = \frac{1}{mg} \left(\frac{U_T}{BL} - v_0 \right) (m + CB^2 L^2)$$

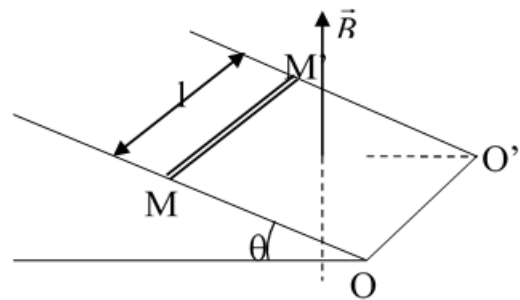
Bài 13. Một thanh dẫn điện có chiều dài l , khối lượng m , điện trở R , trượt xuống không ma sát trên hai thanh ray điện trở không đáng kể như trên hình vẽ bên. Đầu dưới của hai thanh được nối vào nhau. Mặt phẳng của hai thanh ray hợp với mặt phẳng ngang một

góc θ . Hệ thống đặt trong một từ trường đều có các đường sức từ thẳng đứng, có chiều hướng lên, cảm ứng từ có độ lớn là B .

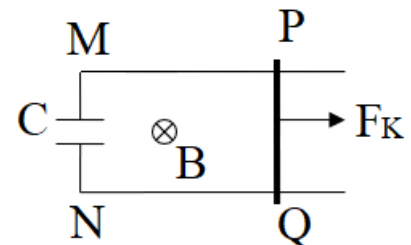
a. Chứng minh rằng cuối cùng thanh vật dẫn sẽ đạt tới tốc độ không đổi mà giá trị của nó bằng:

$$v = \frac{mgR \sin \theta}{B^2 l^2 \cos^2 \theta}$$

b. Chứng minh rằng tốc độ sinh nhiệt trên thanh đúng bằng tốc độ giảm thế năng hấp dẫn của nó.



Bài 14. MN và PQ là hai thanh kim loại thẳng và nhẵn, đặt song song với nhau trong mặt phẳng ngang, cách nhau $l=50\text{cm}$. Hai đầu M và P được nối với nhau qua tụ điện có điện dung $C=9\text{mF}$, điện trở các thanh không đáng kể. Một thanh kim loại ab có khối lượng $m=200\text{g}$ được đặt tựa lên MN và PQ (hình vẽ). Hệ nằm trong một từ trường đều có $\vec{B}$ thẳng đứng, độ lớn $B=1,2\text{T}$. Tác dụng vào trọng tâm của thanh một lực nằm ngang, vuông góc với thanh và có độ lớn phụ thuộc vào thời gian bằng biểu thức $F=bt=0,06t$ (N), t tính bằng giây.

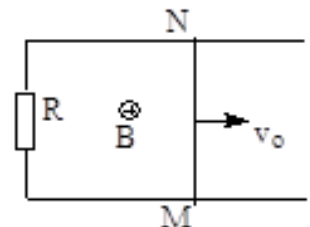


a) Tìm vận tốc của thanh sau 10s chuyển động?

b) Tìm quãng đường thanh đi được trong khoảng thời gian đó?

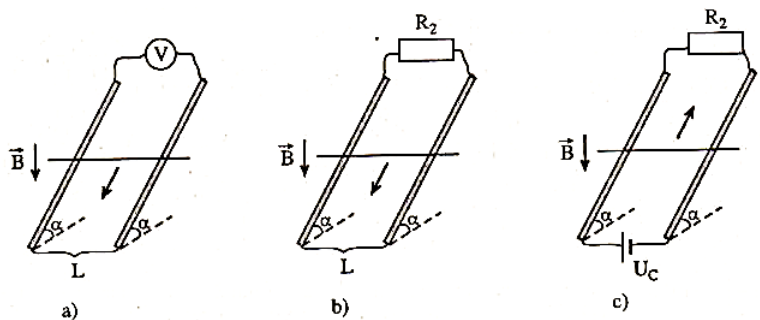
ĐS: a. $v=14,76$ (m/s); 2. $S=49,2$ (m)

Bài 15. Dọc trên hai thanh kim loại đặt song song nằm ngang, khoảng cách giữa chúng là l , có một thanh trượt MN, khối lượng m có thể trượt không ma sát. Các thanh được nối với một điện trở R và đặt trong một từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ thẳng đứng vuông góc với mặt phẳng khung. Biết đoạn dây MN trượt với vận tốc đầu v_0 như hình vẽ. Tìm biểu thức cường độ dòng điện I chạy qua R .



ĐS : $I = \frac{Blv_0}{R} \exp\left(-\frac{B^2 l^2 t}{mR}\right)$

Bài 16. Hai thanh ray như nhau, bằng đồng, có điện trở trong không đáng kể đặt song song với nhau, cách nhau một đoạn L , trong một từ trường đều $\vec{B}$ có chiều hướng xuống dưới. Các thanh hợp với phương nằm ngang một góc α . Đặt lên hai thanh ray, ở phía trên cao, một thanh trượt có khối lượng m , đường kính d sao cho thanh trượt khi chuyển động luôn luôn vuông góc với ray. Điện trở của phần thanh trượt nằm giữa hai ray là R_1 (bao gồm cả điện trở tiếp xúc giữa thanh trượt và hai thanh ray), hình vẽ.



BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

a) Viết biểu thức của vận tốc dịch chuyển v_a của thanh trượt vào hiệu điện thế U_a xuất hiện giữa hai đầu của thanh đo được trên von kế lí tưởng, hình a.

b) Người ta thay von kế bằng điện trở $R_2 = R_1$ và lại thả thanh trượt từ trên cao. Lần này thanh trượt sẽ đạt đến vận tốc v_b ổn định. Hãy viết biểu thức vận tốc này, hình b.

c) Sau đó người ta nối hai đầu dưới của ray với nguồn điện có hiệu điện thế U_c không đổi. Nếu ta truyền cho thanh một vận tốc ban đầu theo hướng từ dưới lên thì sau đó thanh có vận tốc ổn định v_c . Hãy viết biểu thức tính cường độ dòng điện tổng cộng I_{tp} đi ra từ nguồn theo các đại lượng khác, hình c.

ĐS: a. $v_a = \frac{U_a}{LB \cos \alpha}$; b. $v_b = \frac{mg \sin \alpha (R_1 + R_2)}{(LB \cos \alpha)^2}$; c. $I_{tp} = U_c \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{v_c LB \cos \alpha}{R_1}$

Bài 17. Một dây dẫn cứng có điện trở không đáng kể, được uốn thành khung ABCD nằm trong mặt phẳng nằm ngang, có AB và CD song song với nhau, cách nhau một khoảng $l=0,5m$, được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B=0,5T$ hướng vuông góc với mặt phẳng của khung như hình 1. Một thanh dẫn MN có điện trở $R=0,5\Omega$ có thể trượt không ma sát dọc theo hai cạnh AB và CD.

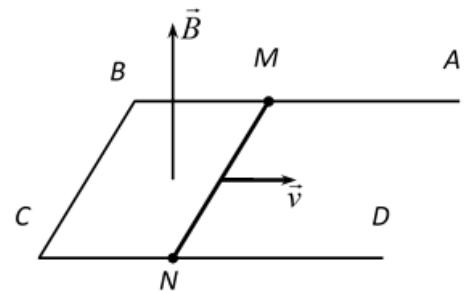
a) Hãy tính công suất cơ học cần thiết để kéo thanh MN trượt đều với vận tốc $v=2m/s$ dọc theo các thanh AB và CD. So sánh công suất này với công suất tỏa nhiệt trên thanh MN và nhận xét.

b) Thanh đang trượt đều thì ngừng tác dụng lực. Sau đó thanh còn có thể trượt thêm được đoạn đường bao nhiêu nếu khối lượng của thanh là $m=5gam$?

ĐS: a. Vì vậy công suất cơ học $P = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$. Công suất

lực kéo bằng công suất tỏa nhiệt.

b. $S = \frac{mvR}{B^2 l^2} = 0,08(m)$

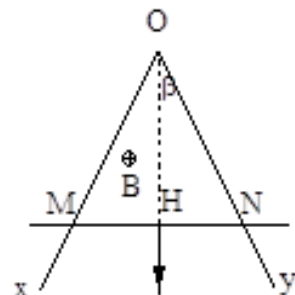


Hình 1

Bài 18. Một đoạn dây dẫn thẳng chiều dài $2L$ được uốn thành một góc $xOy = 2\beta$, đặt trong mặt phẳng nằm ngang. Một đoạn dây dẫn MN trượt trên Ox, Oy và luôn tiếp xúc với Ox, Oy. Trong quá trình trượt, MN luôn luôn vuông góc với đường phân giác của góc xOy, vận tốc trượt giữ không đổi và bằng v . Toàn bộ hệ thống được đặt trong một từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng xOy. Giả sử ban đầu đoạn dây MN chuyển động từ O. Các dây dẫn trong mạch được làm từ cùng một chất, đều cùng tiết diện và có điện trở trên mỗi đơn vị dài là r . Xác định :

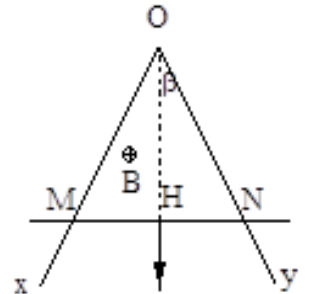
a. Cường độ dòng điện chạy qua MN.

b. Nhiệt lượng tỏa ra trong toàn mạch khi MN đi hết Ox.



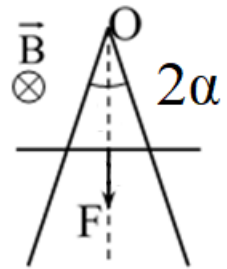
ĐS : a. $I = \frac{Bv \sin \beta}{r(1 + \sin \beta)}$ b. $Q = \frac{B^2 v L^2 \sin^2 \beta \cos \beta}{r(1 + \sin \beta)}$

Bài 19. Một khung dây dẫn hình vuông cạnh a , có khối lượng m và điện trở R , ban đầu nằm trong mặt phẳng thẳng đứng xOz (các cạnh song song với trục Ox và Oz), trong một từ trường có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng theo trục Oy vuông góc với mặt phẳng xOz và có độ lớn biến thiên theo tọa độ z (trục Oz hướng thẳng đứng xuống dưới) theo quy luật $B = B_0 + kz$, (B_0 và k là các hằng số). Truyền cho khung một vận tốc ban đầu v_0 theo phương ngang Ox và khung chuyển động trong mặt phẳng xOz . Người ta thấy sau một thời gian khung đạt được vận tốc không đổi bằng v . Hãy tính v_0 .



ĐS: $v = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{mgR}{k^2 a^4}\right)^2}$

Bài 20. Một dây dẫn thẳng có điện trở là r_0 ứng với một đơn vị chiều dài. Dây được gấp thành hai cạnh của một góc 2α và đặt trên mặt phẳng ngang. Một thanh chắn cũng bằng dây dẫn ấy được gác lên hai cạnh của góc 2α nói trên và vuông góc với đường phân giác của góc này (Hình vẽ). Trong không gian có từ trường đều với cảm ứng từ $\vec{B}$ thẳng đứng. Tác dụng lên thanh chắn một lực $\vec{F}$ dọc theo đường phân giác thì thanh chắn chuyển động đều với tốc độ v .

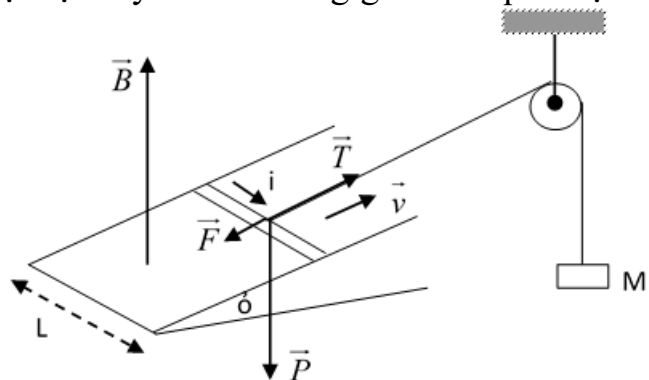


Bỏ qua hiện tượng tự cảm và điện trở ở các điểm tiếp xúc giữa các dây dẫn. Xác định:

1. chiều dòng điện cảm ứng trong mạch và giá trị cường độ của dòng điện này.
2. giá trị lực F khi thanh chắn cách đỉnh O một khoảng l .

ĐS: 1. $I = e_c/R = B \cdot v \cdot \sin \alpha / [(1 + \sin \alpha) \cdot r_0]$; 2. $F_t = 2B^2 \cdot v \cdot l \sin \alpha \cdot \tan \alpha / [(1 + \sin \alpha) \cdot r_0]$

Bài 21. Hai thanh ray song song với nhau được đặt trong mặt phẳng lập với mặt phẳng nằm ngang một góc α và được nối ngắn mạch ở hai đầu dưới. Khoảng cách giữa hai thanh ray là L . Một thanh dẫn có điện trở R và khối lượng m có thể trượt không ma sát trên hai ray. Thanh này được nối với một sợi dây mảnh không giãn vắt qua một ròng rọc cố định và đầu kia của dây có treo một vật có khối lượng M . Đoạn dây giữa thanh và ròng rọc nằm trong mặt phẳng chứa hai ray và song song với chúng. Hệ trên được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ B hướng thẳng đứng lên trên (xem hình vẽ). Ban đầu giữ cho hệ đứng yên, rồi thả nhẹ ra. Bỏ qua điện trở của hai thanh ray. Hãy xác định:



- a. Vận tốc ổn định của thanh.

b. Gia tốc của thanh ở thời điểm vận tốc của nó bằng một nửa vận tốc ổn định.

ĐS: a. $v = \frac{gR(M - m \sin \alpha)}{RB^2 L^2 \cos^2 \alpha}$; b. $a = \frac{(M - m \sin \alpha)g}{2(M + m)}$

Bài 22. Hai thanh ray dẫn điện đặt song song với nhau và cùng nằm trong mặt phẳng ngang, khoảng cách giữa chúng là l . Trên hai thanh ray này có đặt hai thanh dẫn, mỗi thanh có khối lượng m , điện trở thuần R cách nhau một khoảng đủ lớn và cùng vuông góc với hai ray. Thiết lập một từ trường đều có cảm ứng từ B_0 thẳng đứng trong vùng đặt các thanh ray. Bỏ qua điện trở các ray, độ tự cảm của mạch và ma sát.

1. Xác định vận tốc của mỗi thanh dẫn ngay sau khi từ trường được thiết lập.
2. Xác định vận tốc tương đối giữa hai thanh tại thời điểm t tính từ thời điểm từ trường đã được thiết lập.

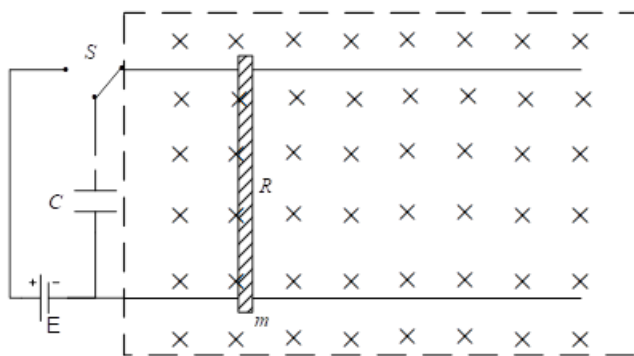
ĐS: 1. $v_0 = \frac{l^2 B_0^2}{4mR}$; 2. $v_{12} = \frac{B_0^2 l^2 b}{2mR} e^{-\frac{2B_0^2 l^2}{mR} t}$

Bài 23. Một lực F không đổi tác dụng vào một thanh kim loại khối lượng m , có thể trượt trên hai thanh ray, đầu của các thanh ray được nối với điện trở R . Toàn bộ hệ thống đặt nằm ngang, trong một vùng có từ trường đều, các đường sức hướng thẳng đứng. Thanh được kéo từ trạng thái nghỉ. Giả thiết rằng thanh trượt không ma sát và bỏ qua hệ số tự cảm của khung, điện trở của thanh và các thanh ray.

- a) Xác định vận tốc của thanh là hàm số của thời gian.
- b) Xác định dòng điện chạy qua điện trở R là hàm số của thời gian.

ĐS: a. $v = \frac{FR}{B^2 l^2} \left[1 - \exp\left(\frac{-B^2 l^2 t}{mR}\right) \right]$; b. $i = \frac{F}{Bl} \left[1 - \exp\left(\frac{-B^2 l^2 t}{mR}\right) \right]$

Bài 24. Một đầu của thanh ray nằm ngang với khoảng cách giữa hai thanh là l và các thanh không có điện trở được nối với một tụ điện có điện dung C được tích điện nhờ một nguồn điện có suất điện động là E .

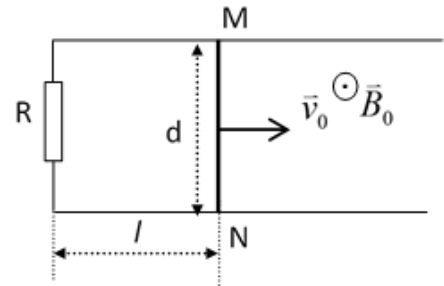


Độ tự cảm của toàn bộ hệ thống có thể bỏ qua. Hệ thống được đặt trong một từ trường đều hướng thẳng đứng, có cảm ứng từ B như hình vẽ. Một thanh dẫn trơn, nhẵn

có khối lượng m và điện trở R được đặt vuông góc với các thanh ray. Các bản cực của tụ điện được bố trí sao cho thanh bị đẩy ra xa từ phía tụ điện khi đóng mạch. Tính vận tốc cực đại của thanh và điện tích cực tiểu tụ điện.

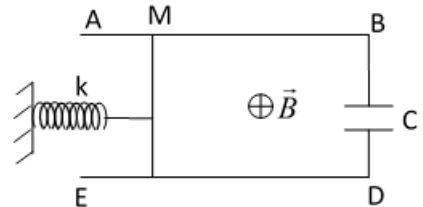
$$\text{ĐS: } v_{\max} = \frac{BlCE}{m + B^2 l^2 C}, Q_{\min} = \frac{B^2 l^2 C^2 E}{m + B^2 l^2 C}$$

Bài 25. Hai thanh ray kim loại đủ dài nằm trên mặt phẳng ngang, song song với nhau cách nhau một đoạn d , hai đầu thanh nối với điện trở thuần R . Một thanh kim loại MN khối lượng m , đặt vuông góc và có thể trượt trên hai thanh ray. Hệ được đặt trong một từ trường đều $\vec{B}_0$ hướng thẳng đứng từ dưới lên (Hình vẽ). Ban đầu thanh MN cách điện trở một khoảng l . Truyền cho thanh MN một vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ nằm ngang hướng sang phải vuông góc với MN . Điện trở của hai thanh ray và thanh MN không đáng kể. Tìm khoảng cách lớn nhất giữa thanh MN và R . Biết hệ số ma sát giữa thanh MN và hai thanh ray là μ .



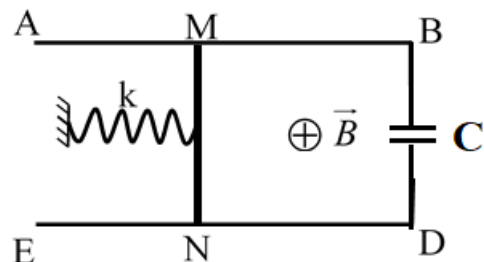
$$\text{ĐS: } l_{\max} = l + \left(v_0 + \frac{\mu mgR}{B_0^2 d^2} \right) \frac{mR}{B_0^2 d^2} \left(1 - e^{-\frac{B_0^2 d^2}{mR} t_0} \right) - \frac{\mu mgR t_0}{B_0^2 d^2}$$

Bài 26. Cho mạch điện như hình vẽ bên. Khung dây $ABCD$ không có điện trở có hai cạnh $AB//ED$ đặt nằm ngang, tụ điện có điện dung C , lò xo có độ cứng K , đoạn dây MN có chiều dài l , không khối lượng có thể chuyển động tịnh tiến không ma sát dọc theo cạnh của khung. Hệ thống đặt trong từ trường đều có hướng vuông góc với mặt phẳng khung. Tịnh tiến thanh MN lệch một đoạn nhỏ khỏi vị trí cân bằng rồi buông nhẹ. Chứng minh thanh dao động điều hòa. Xác định chu kỳ dao động?



$$\text{ĐS: } T = 2\pi Bl \sqrt{\frac{k}{C}}$$

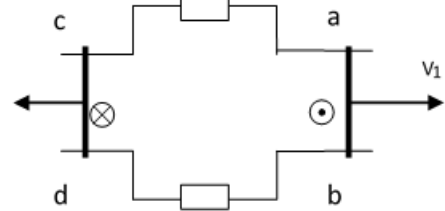
Bài 27. Cho cơ hệ gồm khung dây $ABDE$ như hình vẽ, được đặt nằm trên mặt phẳng nằm ngang. Biết lò xo có độ cứng k , đoạn dây MN dài l , khối lượng m tiếp xúc với khung và có thể chuyển động tịnh tiến không ma sát dọc theo khung. Hệ thống đặt trong từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng của khung và có chiều như hình vẽ. Nối hai đầu B, D với tụ có điện dung C . Kích thích cho MN dao động. Bỏ qua điện trở thuần của khung dây. Chứng minh thanh MN dao động điều hòa và tính chu kỳ dao động.



$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m + CB^2 l^2}{k}}$$

Bài 28. Hai dây dẫn dài, mỗi dây có điện trở $R = r_0$ được uốn thành hai đường ray nằm trong mặt phẳng ngang như hình vẽ. Hai ray phía bên phải cách nhau $l_1 = 5l_0$ và nằm trong từ trường có cảm ứng từ $B_1 = 8B_0$, hướng từ dưới lên. Hai thanh ray bên trái cách nhau khoảng $l_2 = l_1 = 5l_0$ và nằm trong từ trường $B_2 = 5B_0$, hướng từ trên xuống.

Hai thanh kim loại nhẵn ab và cd có cùng điện trở r_0 được đặt nằm trên các ray như hình vẽ, mọi ma sát đều không đáng kể. Tác dụng một lực kéo để ab chuyển động sang phải với vận tốc đều $v_1 = 5v_0$.



1. Khi đó cd cũng chịu tác dụng một ngoại lực và chuyển động sang trái với vận tốc đều $v_2 = 4v_0$. Hãy tìm:

a. Độ lớn ngoại lực tác dụng lên cd , biết lực này nằm trong mặt phẳng ngang.

b. Hiệu điện thế giữa hai đầu c và d và công suất toả nhiệt của mạch trên.

2. Nếu không có ngoại lực tác dụng vào cd , hãy viết biểu thức vận tốc và quãng đường cd đi được theo thời gian.

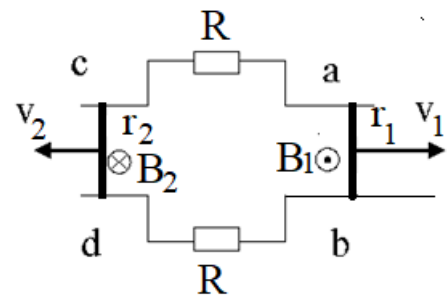
Cho khối lượng của thanh cd là m .

$$\text{ĐS: } 1a. F_N = 625 \frac{B_0^2 v_0 l_0^2}{r}; \quad 1b. u_{cd} = -125 B_0 v_0 l_0; \quad P = 2500 \frac{(B_0 v_0 l_0)^2}{r}$$

$$2. v = 8v_0 \left(1 - e^{-\frac{(25B_0 l_0)^2}{4mr} t}\right), \quad s = 8v_0 \left[t - \frac{m \cdot 4r}{(25B_0 l_0)^2} \left(1 - e^{-\frac{(25B_0 l_0)^2}{4mr} t}\right)\right]$$

Bài 29. Hai dây dẫn dài, mỗi dây có một điện trở $R = 0,41 \Omega$ và được uốn thành hai đường ray nằm trong mặt phẳng ngang như hình vẽ. Hai ray phía bên phải cách nhau $l_1 = 0,6m$ và nằm trong từ trường có cảm ứng từ $B_1 = 0,8T$, hướng từ dưới lên. Hai thanh ray bên trái cách nhau khoảng $l_2 = 0,5m$ và nằm trong từ trường $B_2 = 0,5T$, hướng từ trên xuống.

Hai thanh kim loại nhẵn ab điện trở $r_1 = 0,41 \Omega$ và cd điện trở $r_2 = 0,16 \Omega$ được đặt nằm trên các ray như hình vẽ, mọi ma sát đều không đáng kể.



1. Tác dụng một lực kéo để ab chuyển động sang phải với vận tốc đều $v_1 = 10m/s$; khi đó cd cũng chịu tác dụng một ngoại lực và chuyển động sang trái với vận tốc đều $v_2 = 8m/s$. Hãy tìm:

a. Độ lớn ngoại lực tác dụng lên cd , biết lực này nằm trong mặt phẳng ngang?

b. Hiệu điện thế giữa hai đầu c và d ?

c. Công suất điện của mạch trên?

2. Nếu không có ngoại lực tác dụng vào cd thì nó sẽ chuyển động như thế nào?

ĐS: 1. A. 0,625 ; b. -2,4 (V); c. 7 (W); 2. Phương trình chuyển động $x = B l_1 v_1 \cdot e^{kt}$.

Bài 30. Hai thanh ray dẫn điện dài nằm song song với nhau, khoảng cách giữa hai thanh ray là $l = 0,4\text{m}$. MN và PQ là hai thanh dẫn điện song song với nhau và được gác tiếp xúc điện lên hai thanh ray, cùng vuông góc với hai ray (Hình vẽ 4). Điện trở của MN và PQ đều bằng $r = 0,25\Omega$,

$R = 0,5\Omega$, tụ điện $C = 20\mu\text{F}$ ban đầu chưa tích điện, bỏ qua điện trở của hai ray và điện trở tiếp xúc. Tất cả hệ thống được đặt trong một từ trường đều có véc tơ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng hình vẽ chiều đi vào trong, độ lớn $B = 0,2\text{T}$.

Cho thanh MN trượt sang trái với vận tốc $v = 0,5\text{m/s}$, thanh PQ trượt sang phải với vận tốc $2v$.

1. Tìm công suất tỏa nhiệt trên điện trở R.
2. Tìm điện tích của tụ, nói rõ bản nào tích điện dương ?

ĐS: 1. $P = \left(\frac{3Blv}{R+2r} \right)^2 \cdot R = 0,0072\text{W}$; 2. $Q = C \left(Blv - \frac{3Blv}{R+2r} r \right) = 2 \cdot 10^{-7} (\text{C})$

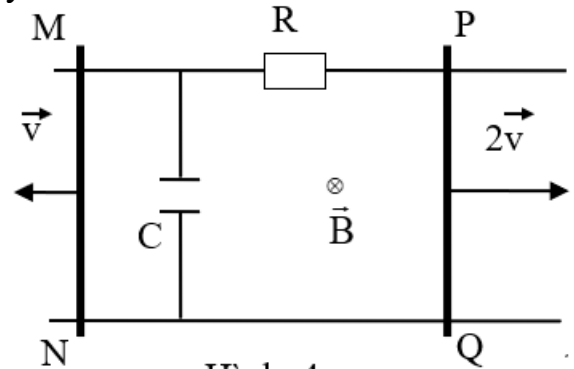
Bài 31. Một thanh dẫn điện MN có khối lượng m , có thể trượt không ma sát dọc theo rãnh hai ray bằng đồng song song (điện trở thanh dẫn và hai ray không đáng kể) thẳng đứng trong trọng trường có gia tốc rơi tự do do $\vec{g}$ không đổi và từ trường đều $\vec{B}$. Biết từ trường $\vec{B}$ vuông góc mặt phẳng chứa hai ray và khoảng cách giữa hai ray là l ; thanh MN luôn vuông góc với hai ray. Đầu trên hai dây dẫn được nối với nhau qua cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm L , đầu dưới hai dây nối với nhau qua một vật dẫn có điện trở R (Hình 3). Chọn trục $z'Oz$ thẳng đứng, chiều dương từ trên xuống, gốc O gắn tại vị trí thanh bắt đầu chuyển động.

- a. Viết phương trình chuyển động dạng vi phân của thanh dẫn MN.
- b. Biết lúc $t=0$ thì $z(0)=0$. Hãy viết biểu thức tọa độ z theo thời gian t .
- c. Coi hai ray rất dài. Sau một thời gian dài thanh MN tiến đến vị trí cân bằng. Tìm vị trí đó.

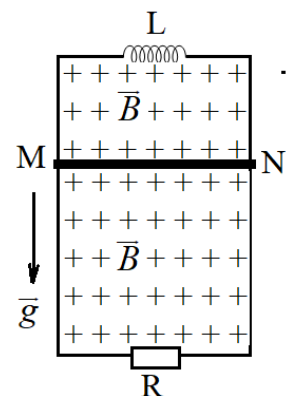
Ghi chú: Phương trình vi phân tuyến tính hạng hai $\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha \frac{dx}{dt} + \omega^2 x + c = 0$ có

ng nghiệm dạng $x(t) = A[1 - e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \varphi)]$. Trong đó $A, \alpha, \omega, c, \varphi$ là những hằng số.

ĐS: a. $z'' + \frac{B^2 l^2}{mR} z' + \frac{B^2 l^2}{mL} z - g = 0$; b. $z(t) = \frac{mgL}{B^2 l^2} (1 - e^{-\alpha t} \cos \omega t)$; c. $z(\infty) = \frac{mgL}{B^2 l^2}$

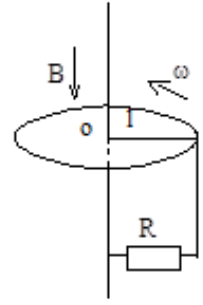


Hình 4



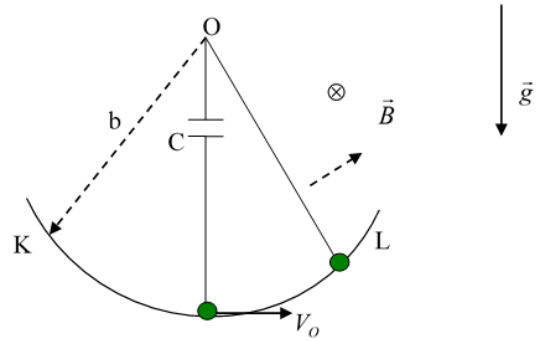
Hình 3

Bài 32. Một thanh kim loại có chiều dài l nằm ngang, có thể quay quanh trục thẳng đứng đi qua một đầu. Đầu kia của thanh được tựa trên một vòng dây dẫn nằm ngang có bán kính l . Vòng dây được nối với trục quay (dẫn điện) qua một điện trở thuần R . Hệ được đặt trong một từ trường đều hướng thẳng đứng xuống dưới. Hỏi lực cần thiết phải tác dụng vào thanh để nó quay với vận tốc góc không đổi ω . Bỏ qua điện trở của vòng, trục quay, các dây nối và ma sát. Áp dụng số: $B = 0,8T$, $l = 0,5m$, $\omega = 10rad/s$.



ĐS: $F \geq \frac{B^2 l^3 \omega}{4R}$

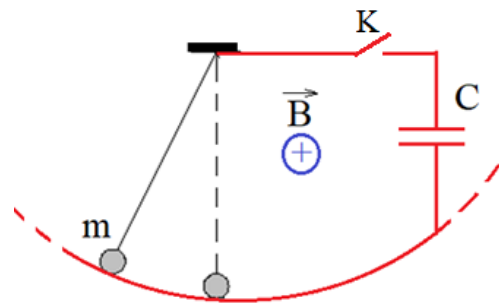
Bài 33. Một thanh kim loại mảnh, cứng, có khối lượng nhỏ không đáng kể, ở đầu có gắn một quả cầu kim loại nhỏ (coi như chất điểm) có khối lượng bằng m . Thanh có thể dao động quanh trục O nằm ngang như một con lắc. Quả cầu tiếp xúc với một sợi dây dẫn $K - L$ được uốn thành một cung tròn có bán kính b . Tâm của sợi dây này gắn với điểm treo O qua một tụ điện có điện dung C . Tất cả cơ cấu này được đặt trong một từ trường đều $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng dao động của thanh. Tại thời điểm ban đầu người ta truyền cho quả cầu (từ vị trí cân bằng) vận tốc nằm trong mặt phẳng hình vẽ và vuông góc với thanh. Bỏ qua ma sát và điện trở của thanh, của dây dẫn $K-L$ và điện trở ở các chỗ tiếp xúc.



- Chứng minh quả cầu dao động điều hoà. Tìm chu kỳ dao động.
- Viết phương trình dao động của thanh.
- Tính năng lượng dao động của quả cầu.

ĐS: a. $T = 2\pi\sqrt{\frac{mb^2 + \frac{1}{4}b^4 B^2 C}{mgb}}$; b. $\alpha = \frac{V_0}{b\omega} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$; c. $E = \frac{1}{2}mV_0^2$

Bài 34. Xét một con lắc đơn có vật nặng và dây treo làm bằng kim loại, khối lượng vật nặng là m , chiều dài dây treo là l , thực hiện dao động nhỏ với biên độ góc α_1 trong từ trường đều nằm ngang, từ trường vuông góc với mặt phẳng dao động của con lắc. Biết vật nặng trượt trên máng tròn làm bằng kim loại. Người ta nối một tụ điện chưa tích điện vào máng và một đầu dây treo con lắc qua một khóa K . Ngay tại thời điểm con lắc qua vị trí cân bằng, taddongs khóa K . Góc lệch cực đại của dây treo con lắc sau khi mắc tụ là α_2 . Xác định điện dung C của tụ điện?



ĐS: $C = \frac{4m(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)}{B^2 l^2 \alpha_1^2}$

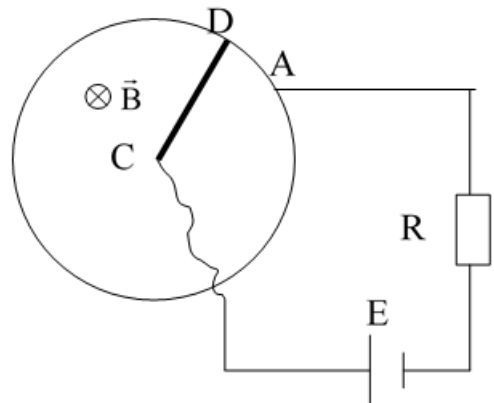
Bài 35. Một quả cầu kim loại nhỏ, khối lượng m được treo vào đầu thanh kim loại mảnh, nhẹ, khối lượng không đáng kể chiều dài l ; đầu kia của thanh kim loại treo vào điểm O và có thể quay được dễ dàng xung quanh trục nằm ngang qua O . Trong quá trình chuyển động, quả cầu luôn tiếp xúc với vành tròn kim loại.

Một từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ có phương vuông góc với mặt phẳng chuyển động của thanh. Bỏ qua mọi ma sát và điện trở của mạch. Kích thích cho m dao động nhỏ. Nối vào O và vành tròn một cuộn dây có độ tự cảm L . Bỏ qua điện trở của cuộn dây.

Chứng tỏ m dao động điều hòa và tìm chu kỳ dao động.

ĐS: $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l} + \frac{B^2 l^2}{4mL}}}$

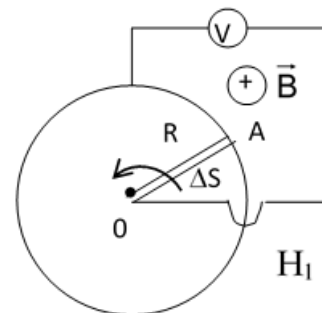
Bài 36. Hình bên là sơ đồ một mẫu động cơ điện đơn giản. Một vòng dây dẫn hình tròn tâm C bán kính l nằm ngang cố định trong một từ trường đều thẳng đứng có cảm ứng từ $\vec{B}$. Một thanh kim loại CD dài l , khối lượng m có thể quay quanh trục thẳng đứng đi qua C , đầu kia của thanh kim loại trượt có ma sát trên vòng tròn. Một nguồn điện suất điện động E nối vào tâm C và điểm A trên vòng tròn qua điện trở R . Chọn mốc tính thời gian là khi vừa nối nguồn. Tìm biểu thức của vận tốc góc ω của thanh kim loại theo thời gian. Biết lực ma sát tác dụng lên thanh kim loại có momen cản là $\alpha l^2 \omega$ trong đó α là hằng số. Bỏ qua các điện trở trong của nguồn, điện trở của thanh kim loại, vòng dây và chỗ tiếp xúc.



ĐS: $\omega = \frac{2BE}{B^2 l^2 + 4\alpha R} \left(1 - e^{-\frac{3\left(\alpha + \frac{B^2 l^2}{4R}\right)t}{m}}\right)$

Bài 37. Trên một cái đĩa không dẫn điện, bán kính R người ta kẹp vào theo đường dây cung một thanh dẫn điện. Đĩa được quay với vận tốc góc ω không đổi. Một từ trường có cảm ứng từ B hướng vuông góc với mặt phẳng của đĩa (H_1).

Hãy tính hiệu điện thế ở giữa dây và cuối dây dẫn (Bỏ qua điện trở của dây nối và thanh).



ĐS: $U = \frac{B\omega R^2}{8}$

Bài 38. Trên một đĩa nằm ngang không dẫn điện có gắn một thanh kim loại mảnh AC nằm dọc theo bán kính đĩa (H.3.41). Đĩa ở trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 10^{-2} \text{ T}$ và thực hiện ở một dao động xoắn điều hòa xung quanh trục thẳng đứng đi qua tâm O của đĩa : $\phi(t) = \phi_0 \sin \omega t$. Chiều dài của thanh $L = a + b$, trong đó $a = 0,5 \text{ mm}$ và $b = 1,0 \text{ mm}$. Hãy xác định hiệu điện thế (h.đ.t) cực đại giữa hai đầu A và C của thanh, nếu $\phi_0 = 0,5 \text{ rad}$ và $\omega = 0,2 \text{ rad/s}$.

$$\text{ĐS: } U_{\max} = \frac{\phi_0 \omega B}{2} (b^2 - a^2) = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$

Bài 39. Thanh kim loại OA khối lượng m, chiều dài a có thể quay tự do quanh trục thẳng đứng Oz. Đầu A của thanh tựa trên vòng kim loại tròn, tâm O, bán kính a đặt cố định nằm ngang. Đầu O của thanh và một điểm của vòng kim loại được nối với điện trở thuần R, tụ điện C, khóa K và nguồn điện E tạo thành mạch điện như hình 29. Hệ thống đặt trong từ trường đều, không đổi có cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng lên.

Điện trở của thanh OA và của vòng dây, điện trở khóa K và các dây nối, điện trở tại các điểm tiếp xúc và của nguồn E nhỏ không đáng kể so với điện trở R. Bỏ qua hiện tượng tự cảm, mọi ma sát và lực cản không khí. Ban đầu K mở, tụ C chưa tích điện và thanh OA nằm yên. Tại $t = 0$, đóng khóa K:

1. Thiết lập hệ thức liên hệ giữa vận tốc góc ω của thanh OA và điện tích q của tụ điện sau khi đóng khóa K.

2. Giả sử nguồn E có suất điện động $E_0 = \text{const}$.

a) Tìm biểu thức ω và q theo t.

b) Tính ω và q sau thời gian t đủ lớn. Khi đó hiệu điện thế giữa hai bản tụ có bằng E_0 không? Tìm nhiệt lượng tổng cộng tỏa ra trên điện trở R.

3. Giả sử E là nguồn xoay chiều có hiệu điện thế $e = E_0 \cdot \cos \omega_0 t$

a) Tìm biểu thức cường độ dòng điện I trong mạch và vận tốc góc ω của thanh theo t.

b) Tính cường độ dòng điện trong mạch và vận tốc góc của thanh sau thời gian đủ lớn.

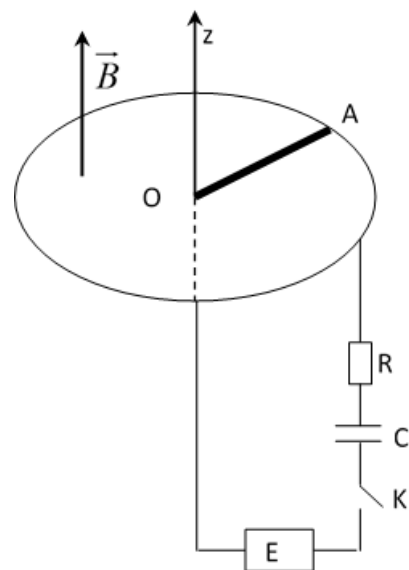
Biết:

+ Mômen quán tính của thanh OA đối với trục Oz là

$$\frac{1}{3} m a^2.$$

+ Nghiệm của phương trình vi phân: $\frac{dy}{dx} + a \cdot y = F$, với $y = y(x)$ và a là hằng số.

$$\text{Nếu } F = d = \text{const, thì: } y = A e^{-a \cdot x} + \frac{d}{a}$$



Hình 22

Nếu $F = d \cdot \cos bx$ (d, b là hằng số), thì: $y = Ae^{-ax} + \frac{d}{a^2 + b^2} (b \cdot \sin bx + a \cdot \cos bx)$.

$$\text{ĐS: } 1. \quad \omega = \frac{3}{2} \cdot \frac{B}{m} \cdot q; \quad 2a. \quad q = I_0 \cdot t_0 \cdot (1 - e^{-t/t_0}); \quad \omega = \frac{3BI_0 t_0}{2m} \left(1 - e^{-\frac{t}{t_0}} \right); \quad 2b. \quad q_0 = \frac{C \cdot E_0}{1 + \frac{3B^2 \cdot a^2 \cdot C}{4m}};$$

$$\omega_0 = \frac{6B \cdot C \cdot E_0}{4m + 3B^2 \cdot a^2 \cdot C}; \quad W_n = \frac{CE_0^2}{2 \left(1 + \frac{3B^2 a^2 C}{4m} \right)}$$

$$3a. \quad \omega = \frac{3BI_0 t_0}{2m(1 + \omega_0^2 t^2)} \left(\omega_0 t_0 \cdot \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 t - e^{-\frac{t}{t_0}} \right);$$

$$i = \frac{I_0}{1 + \omega_0^2 t_0^2} \left(\omega_0^2 t_0^2 \cdot \cos \omega_0 t - \omega_0 t_0 \cdot \sin \omega_0 t + e^{-\frac{t}{t_0}} \right)$$

$$3b. \quad i_{od} = \frac{I_0}{1 + \omega_0^2 t_0^2} (\omega_0^2 t_0^2 \cos \omega_0 t - \omega_0 t_0 \sin \omega_0 t); \quad \omega_{od} = \frac{3BI_0 t_0}{2m(1 + \omega_0^2 t_0^2)} (\omega_0 t_0 \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 t)$$

VII.3. KHUNG DÂY CHUYỂN ĐỘNG TRONG TỪ TRƯỜNG

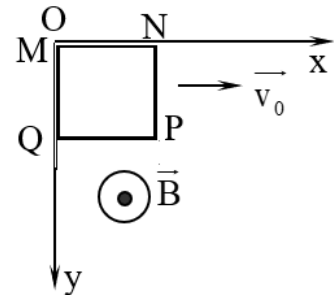
Bài 1. Một khung dây kín hình vuông cạnh a , có điện trở R nằm trong từ trường có $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng của khung. Mặt phẳng của khung song song với mặt phẳng Oxy. Khung được truyền vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ hướng dọc theo chiều dương trục Ox. Biết từ trường chỉ biến thiên theo trục Ox theo quy luật $\frac{dB}{dx} = k$. Tìm vận tốc của khung sau thời gian t từ khi khung bắt đầu chuyển động.

$$\text{ĐS: } v = v_0 \cdot e^{-\frac{k^2 a^4}{mR} t}$$

Bài 2. Một khung dây hình chữ nhật siêu dẫn, có các cạnh là a và b , khối lượng m và hệ số tự cảm L , chuyển động với vận tốc ban đầu v_0 trong mặt phẳng của nó hướng dọc theo chiều dài khung từ vùng không có từ trường vào một vùng có từ trường đều B_0 vuông góc với mặt phẳng khung dây. Hãy mô tả chuyển động của khung như là hàm số của thời gian.

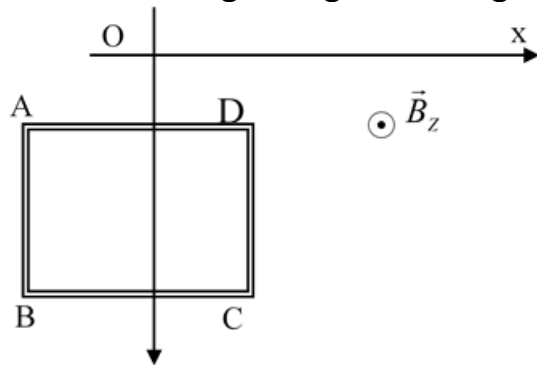
$$\text{ĐS: } x = v_0 \frac{\sqrt{mL}}{B_0 a} \sin \left(\frac{B_0 a}{\sqrt{mL}} t \right)$$

Bài 3. Một khung dây dẫn hình vuông MNPQ có chiều dài mỗi cạnh là a ; khung dây có điện trở R , khối lượng m . Ban đầu khung dây ở vị trí như hình vẽ, truyền cho khung dây một vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ theo phương ngang. Khung dây chuyển động cắt các đường cảm ứng từ trong một từ trường có các đường cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng khung dây như hình vẽ. Cảm ứng từ của từ trường phụ thuộc vào tọa độ y theo quy luật $B = B_0(1 + ky)$, với B_0 , k là các hằng số dương. Bỏ qua ma sát và lực cản môi trường, trong quá trình chuyển động khung dây không thay đổi hình dạng và luôn chuyển động trong mặt phẳng thẳng đứng. Viết phương trình biểu diễn sự phụ thuộc của thành phần vận tốc v_y (thành phần vận tốc theo trục Oy) của khung dây theo thời gian t , vẽ đồ thị biểu diễn phương trình đó và nêu nhận xét về quá trình chuyển động của khung dây. Cho gia tốc rơi tự do là g .



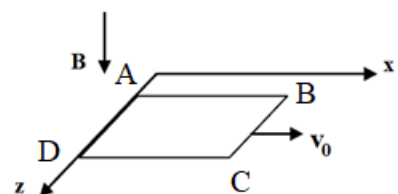
$$\text{ĐS: } v_y = \frac{g}{A} (1 - e^{-At}) = \frac{mgR}{k^2 B_0^2 a^4} \left(1 - e^{-\frac{k^2 B_0^2 a^4}{mR} t} \right)$$

Bài 4. Một khung dây dẫn hình vuông chuyển động dọc theo trục x với vận tốc v_0 đi vào một bán không gian vô hạn ($x > 0$) trong đó có một từ trường không đều hướng theo trục z : $B_z(x) = B_0(1 + \alpha x)$ với B_0 là hằng số dương. Biết rằng hai cạnh của khung song song với trục x , còn mặt phẳng của khung luôn vuông góc với trục z . Hỏi khung đã thâm nhập vào không gian có từ trường một khoảng cách bằng bao nhiêu, nếu khối lượng của khung là m , chiều dài cạnh của khung là b và biết rằng vào thời điểm khi các đường sức từ xuyên qua toàn bộ mặt phẳng của khung, trong khung tỏa ra lượng nhiệt đúng bằng nhiệt lượng mà khung tỏa ra trong chuyển động tiếp sau đó cho tới khi dừng hẳn. Tính điện trở của khung. Bỏ qua hệ số tự cảm của khung và coi $\alpha b \ll 1$.



$$\text{ĐS: } s = \frac{\sqrt{2} + 1}{\alpha^2 b}; \quad R = \frac{(\sqrt{2} + 2) B_0^2 b^3}{mv_0}$$

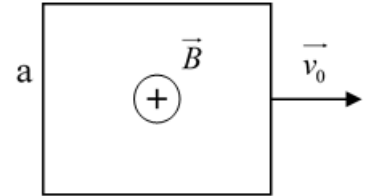
Bài 5. Một khung dây dẫn hình vuông ABCD có điện trở R được đặt trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn sao cho cạnh AD trùng với Oz , AB song song với Ox như hình vẽ. Khung dây có khối lượng m và chiều dài cạnh là b . Hệ nằm trong từ trường thẳng đứng, chiều hướng lên, có độ lớn cảm ứng từ thay đổi theo quy luật: $B = B_0(1 + kx)$ với B_0 và k là các hằng số dương đã biết. Truyền cho khung vận tốc $\vec{v}_0$ hướng dọc theo trục Ox để khung chuyển động tịnh tiến dọc theo trục Ox . Tính quãng



đường khung đi được cho đến khi dừng lại. Biết trong quá trình chuyển động khung không bị biến dạng và coi độ tự cảm của khung bằng không.

$$\text{ĐS: } S = \frac{mRv_0}{B_0^2 k^2 b^4}$$

Bài 6. Một khung dây dẫn phẳng, hình vuông cạnh a , khối lượng m , không biến dạng, điện trở R . Khung được ném ngang từ độ cao h_0 với vận tốc v_0 (Hình 4) trong vùng có từ trường với cảm ứng từ $\vec{B}$ có hướng không đổi, độ lớn phụ thuộc vào độ cao h theo quy luật $B = B_0 + k.h$, với k là hằng số, $k > 0$.



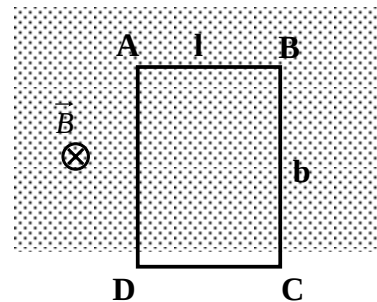
Lúc ném, mặt phẳng khung thẳng đứng vuông góc với $\vec{B}$ và khung không quay trong suốt quá trình chuyển động.

- Tính tốc độ cực đại mà khung đạt được.
- Khi khung đang chuyển động với tốc độ cực đại và cạnh dưới của khung cách mặt đất một đoạn h_1 thì một hàn tại một đỉnh của khung bị bung ra (khung hở). Bỏ qua mọi lực cản. Xác định hướng của vận tốc của khung ngay trước khi chạm đất.

$$\text{ĐS: a. } v = \sqrt{\left(\frac{mgR}{k^2 a^4}\right)^2 + v_0^2};$$

$$\text{b. Góc hợp bởi vận tốc và phương ngang } \alpha : \tan \alpha = \frac{\sqrt{\left(\frac{mgR}{k^2 a^4}\right)^2 + 2gh_1}}{v_0}$$

Bài 7. Một khung dây dẫn kín hình chữ nhật ABCD ($AB = l$; $BC = b$), khối lượng m được giữ đứng yên và mặt phẳng khung nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Khung được đặt trong từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng khung sao cho chỉ có cạnh CD không nằm trong từ trường như hình vẽ 1. Ở thời điểm ban đầu ($t = 0$) người ta thả nhẹ khung dây.



Hình vẽ 1

- Giả sử khung có điện trở thuần R , độ tự cảm của khung không đáng kể, chiều dài b đủ lớn sao cho khung đạt tới vận tốc giới hạn (vận tốc không đổi) trước khi ra khỏi từ trường. Tìm vận tốc giới hạn của khung và nhiệt lượng tỏa ra trên khung đến khi cạnh AB của khung vừa ra khỏi từ trường?

- Giả sử khung được làm từ vật liệu siêu dẫn và có độ tự cảm L . Cũng giả thiết b đủ lớn để khung không ra khỏi từ trường trong quá trình chuyển động. Chọn trục Ox hướng thẳng đứng từ trên xuống, gốc O tại vị trí ban đầu của cạnh CD. Biết trong quá

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

trình khung chuyển động, cạnh CD không chuyển động vào vùng có từ trường. Viết phương trình chuyển động của khung?

Giả thiết khung dây không bị biến dạng trong quá trình chuyển động.

$$\text{ĐS: a. } v = \frac{mgR}{B^2 l^2} ; Q = mgb - \frac{mv^2}{2} = mg \left(b - \frac{m^2 g R^2}{2B^4 l^4} \right)$$

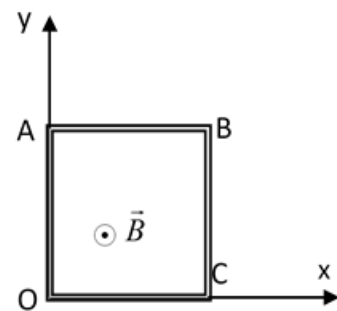
$$\text{b. } x = \frac{gmL}{B^2 l^2} \left[\cos \left(\frac{Bl}{\sqrt{mL}} t + \pi \right) + 1 \right] - \frac{b}{2}$$

Bài 8. Một khung dây dẫn OABC nằm trong mặt phẳng Oxy có cạnh $b=2\text{cm}$. Từ trường $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng Oxy có chiều hướng từ trong ra ngoài và có độ lớn cho bởi công thức $B = 4t^2 \text{y}$. Trong đó B tính bằng T, t tính bằng s và y tính bằng m.

a. Xác định suất điện động cảm ứng trên khung dây tại thời điểm $t = 2,5 \text{ s}$.

b. Xác định chiều của dòng cảm ứng chạy trong khung dây tại thời điểm $t=2,5\text{s}$.

ĐS: a. $\xi = 80 \cdot 10^{-6} \text{ V}$; b. Dòng điện cảm ứng có chiều đi theo chiều quay của kim đồng hồ.



Bài 9. Một khung dây kim loại hình vuông điện trở không đáng kể đặt trên mặt bàn ngang không ma sát, khối lượng m , độ dài cạnh là a , độ tự cảm L . Khung và bàn đặt trong không gian có từ trường đều, đường sức từ thẳng đứng có độ lớn $B = B_0(1 + kx)$ trong đó B_0 , k là các hằng số dương. Lúc đầu khung nằm yên, không có dòng điện. Tại $t = 0$ người ta truyền cho khung vận tốc $\vec{v}_0$ dọc theo trục Ox

1. Tìm thời gian $t_{\min}$ kể từ thời điểm khung bắt đầu chuyển động đến khi khung có vận tốc bằng 0

2. Tính tổng điện lượng dịch chuyển trong khung trong thời gian trên.

$$\text{ĐS: 1. } t_{\min} = \frac{\pi \sqrt{mL}}{2B_0 a^2 k} ; 2. q = v_0 \sqrt{\frac{m}{L}}$$

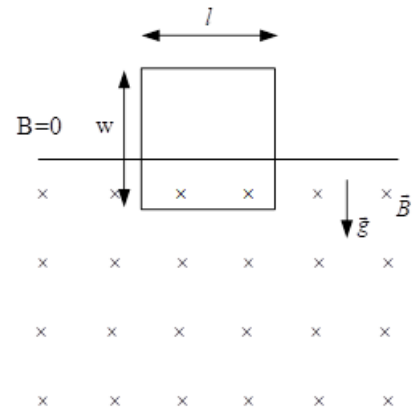
Bài 10. Một khung dây thép hình chữ nhật có kích thước là l và w được thả ra từ trạng thái nghỉ từ thời điểm $t = 0$ ở ngay phía trên có từ trường B_0 được cho như hình vẽ .

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Vòng dây có điện trở R , hệ số tự cảm L và khối lượng m . Xét khung dây trong suốt khoảng thời gian mà cạnh trên của khung ở trong vùng không có từ trường.

a) Giả sử rằng độ tự cảm của vòng có thể bỏ qua nhưng điện trở của vòng thì không. Tìm biểu thức của dòng điện và vận tốc của vòng như hàm số của thời gian

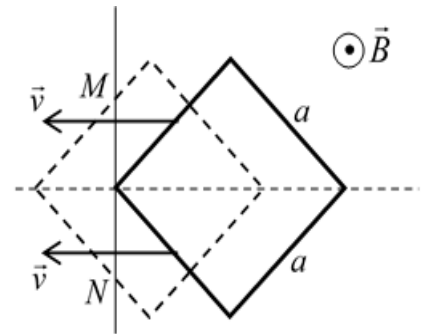
b) Giả sử rằng điện trở của vòng có thể bỏ qua nhưng độ tự cảm khác không. Tìm biểu thức của dòng điện và vận tốc của vòng như hàm số của thời gian.



ĐS: a. $v = \frac{mgR}{B^2 l^2} \left[1 - \exp\left(\frac{-B^2 l^2 t}{Rm}\right) \right]$; $I = \frac{mg}{Bl} \left[1 - \exp\left(\frac{-B^2 l^2 t}{Rm}\right) \right]$

b. $v = \frac{g}{\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$, $I = \frac{mg}{Bl} \left[\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right]$

Bài 11. Cho dây dẫn thẳng dài vô hạn và khung dẫn hình vuông cạnh a . Ban đầu dây dẫn đi qua một đỉnh của khung như hình vẽ. Sau đó cho dây chạy với vận tốc v không đổi sang trái theo phương vuông góc với dây dẫn. Từ trường đều B , phương vuông góc với mặt phẳng khung có chiều như hình vẽ. Cho điện trở trên một đơn vị chiều dài của khung và của dây dẫn là $r = 100 \, \Omega/\text{m}$, $a = 0,1 \, \text{m}$, $v = 0,24 \, \text{m/s}$, $B = 10^{-4} \, \text{T}$. Chọn thời điểm $t = 0$ là lúc khung bắt đầu chuyển động. Lúc đó sẽ có dòng điện I qua dây dẫn.



1. Lập hàm $I(t)$ và vẽ đồ thị
2. Tìm tổng điện lượng Q qua dây dẫn
3. Vẽ đồ thị biểu diễn lực từ tác dụng vào dây dẫn theo thời gian.

ĐS: 1. $I(t) = \begin{cases} \frac{10^{-7}}{1-t} \, \text{A} & (0 \leq t \leq 0,3\text{s}) \\ \frac{10^{-7}}{0,4+t} \, \text{A} & (0,3\text{s} \leq t \leq 0,6\text{s}) \end{cases}$; 2. $Q = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \int_0^{0,3} \frac{dt}{1-t} \approx 7 \cdot 10^{-8} \, \text{C}$

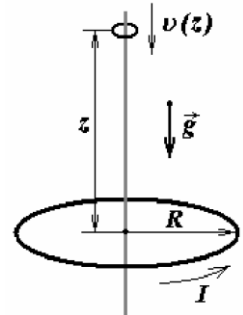
Bài 12. Cho một vòng dây nằm ngang bán kính R có dòng điện không đổi I chạy qua. Dọc theo trục của vòng dây có một vòng nhỏ bán kính r , khối lượng m , điện trở R_0 ở tại độ cao z . Với $z \gg R$.

a. Chứng minh rằng từ trường gây ra bởi vòng dây tại vị trí z được xác

định bởi $B(z) = \frac{a}{z^3}$, với a là hằng số. Tìm a ?

b. Vòng nhỏ được thả từ độ cao z khá lớn chuyển động của vòng nhả ổn định trong thời gian rất ngắn, (Vòng nhả chuyển động đều) bỏ qua mọi sức cản không khí. Tính vận tốc của vòng nhỏ tại độ cao z

ĐS: $v(z) = \frac{8mgR_0}{9\pi r^3 \mu_0^2 I^2 R^4} z^8$



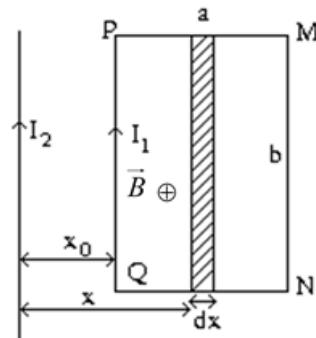
Bài 13. Khung dây chữ nhật cạnh $a=10\text{cm}$, $b=20\text{cm}$ đặt gần dây dẫn thẳng dài sao cho cạnh b song song dây dẫn và mặt phẳng khung chứa dây dẫn. Cạnh của khung dây dẫn và cách dây $x_0=5\text{cm}$. Dây dẫn thẳng mang dòng điện $I_1=5\text{A}$, khung dây mang dòng điện $I_2=1\text{A}$. Tính công cần thực hiện trong hai trường hợp:

a. Tịnh tiến khung một đoạn a theo phương nằm trong mặt phẳng khung và vuông góc với dây dẫn.

b. Quay khung 180° chung quanh cạnh b xa dây dẫn hơn. Coi rằng trong khi khung chuyển động dòng điện trong khung và trong dây dẫn thẳng là đều không đổi.

ĐS: a. $A = 2 \cdot 10^{-7} \cdot b \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \ln \frac{(x_0 + a)^2}{x_0(x_0 + 2a)} = 1,2 \cdot 10^{-7} (\text{J})$.

b. $A' = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot b \cdot \ln \frac{x_0 + 2a}{x_0} = 3,2 \cdot 10^{-7} (\text{J})$

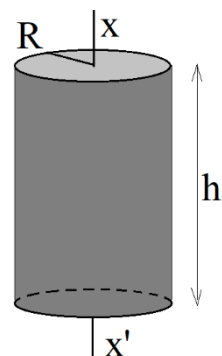


VII.4. DÒNG ĐIỆN PHU CÔ.

Bài 1. Một hình trụ đồng chất bán kính R , chiều cao h được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng B song song với trục đối xứng xx' của hình trụ. Tại thời điểm $t_0 = 0$ hình trụ đứng yên, cảm ứng từ bằng không. Sau đó cảm ứng từ tăng đều từ 0 đến B_0 trong khoảng thời gian từ t_0 đến τ .

a. Giả thiết hình trụ được làm bằng chất dẫn điện có điện trở suất ρ và được giữ cố định. Hãy tìm cường độ dòng điện và công suất toả nhiệt của dòng điện cảm ứng chạy trong hình trụ.

b. Giả thiết hình trụ là chất điện môi có khối lượng m , điện tích q phân bố đều và có thể quay không ma sát quanh trục đối xứng xx' của nó. Trục quay cố định. Lúc đầu hình trụ đứng yên. Hãy xác định vận tốc góc của hình trụ tại thời điểm τ .



ĐS: a. $I = \frac{B_0 h R^2}{4\tau\rho}$; $P = \frac{\pi B_0^2 h R^4}{8\tau^2 \rho}$; b. $\omega = \frac{qB_0}{2m}$

Bài 2. Một đĩa dẫn có tâm O và có bk R quay với vận tốc góc không đổi quanh trục Oz của nó. Đĩa mang một điện tích toàn phần q được phân bố với mật độ điện mặt toàn phần (Kể cả 2 mặt): $\delta = \frac{\delta_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}}$. Trong đó r = OP là khoảng cách từ tâm tới điểm P của đĩa.

của đĩa.

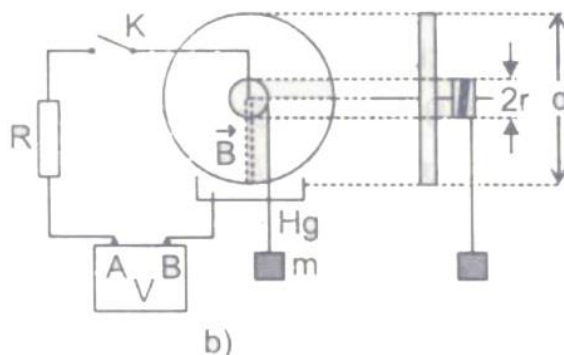
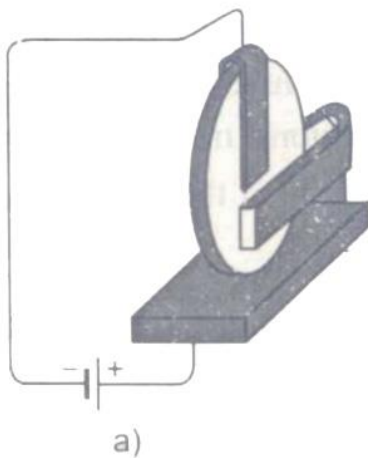
1. Tìm giá trị của δ_0 theo q và R. Tính mômen từ của đĩa.
2. Tìm biểu thức của từ trường tạo ra bởi 1 phân bố như thế tại 1 điểm M nằm trong mặt phẳng đĩa và rất xa đĩa.

ĐS: 1. $\delta_0 = \frac{Q}{2\pi R}$

Bài 3. Một bản kim loại hình tròn khối lượng m, bán kính R chiều dày d ($d \ll R$) rơi thẳng đứng xuống dưới trong một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ song song với mặt khối kim loại (HV). Xác định gia tốc rơi của khối kim loại.

ĐS: $a = \frac{g}{1 + \frac{B^2 d \pi R^2}{m}}$

Bài 4. Một đĩa tròn bằng đồng có thể quay quanh một trục nằm ngang được đặt vào giữa hai cực của một nam châm, mép dưới của đĩa nhúng vào một chậu thủy ngân và trục của bánh xe được mắc vào một nguồn điện một chiều (Như hình vẽ 12). Điện trở tổng cộng của dây dẫn ở mạch ngoài là $R = 0,8\Omega$ đường kính của đĩa là $d = 0,5m$. Cảm ứng từ B của từ trường gây ra bởi nam châm có độ lớn $B = 1 \text{ T}$ và chỉ tồn tại trong vùng không gian giữa trục và mặt thủy ngân.



a) Mô tả hiện tượng xảy ra khi đóng khóa K

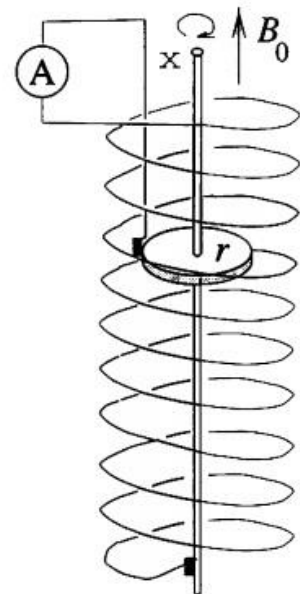
BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

b) Bây giờ gắn vào trục của bánh xe một ròng rọc có khối lượng không đáng kể, bán kính của ròng rọc $r = 2 \text{ cm}$. Quấn vào ròng rọc một sợi dây dài, không dẫn, mảnh đầu sợi dây treo một vật có khối lượng $m = 200\text{g}$. Tính suất điện động tối thiểu của nguồn điện để vật m được nâng lên cao.

c) Biết rằng khi suất điện động của nguồn điện có độ lớn $1,5 \text{ V}$ thì vật m được nâng lên với vận tốc không đổi. Tính vận tốc góc của đĩa lúc này.

ĐS: b. $E \geq 1,26\text{V}$; c. $\omega = 15,23 \text{ rad/s}$

Bài 5. Một đĩa kim loại bán kính r có thể quay không ma sát ở bên trong, dọc theo một ống dây điện, trục của đĩa song song với trục hình học của ống dây. Một đầu của ống dây điện được nối với mép đĩa và đầu kia nối với trục của ống dây. Cuộn dây có điện trở thuần R và có n vòng dây trên một đơn vị dài, nó được đặt sao cho trục của nó song song với véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}_0$ của từ trường trái đất. Tính dòng điện chạy qua Am-pe kế nếu đĩa quay với tốc độ góc ω . Hãy vẽ đồ thị dòng điện là hàm số của tần số góc ứng với cả hai hướng quay của đĩa.



Hãy chứng minh rằng công suất cần thiết để làm quay đĩa bằng với công suất tỏa nhiệt do hiệu ứng Jun-Len-xơ trong cuộn dây dẫn.

ĐS: Dòng qua Ampe kế $I = \frac{B_0 r^2 \omega}{2R - \mu_0 n r^2 \omega}$

Bài 6. Cho hệ như hình vẽ, đĩa bằng đồng bán kính r có trục quay qua tâm đĩa và nằm ngang, từ trường đều có $\vec{B}$ vuông góc với mặt đĩa, điện trở R tiếp xúc vành đĩa bằng chổi quét kim loại, vật m treo bằng dây mảnh cách điện quấn quanh đĩa và dây không trượt trên vành đĩa. Thả cho m chuyển động, hãy tính vận tốc quay cuối cùng của đĩa? Bỏ qua mọi ma sát.

ĐS: $\omega = \frac{4mgR}{B^2 r^3}$

Bài 7. Một đĩa phẳng bằng đồng có bán kính $r = 10\text{cm}$, khối lượng $m = 0,4\text{kg}$ được đặt vuông góc với một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,25\text{T}$. Đĩa có thể quay tự do, không ma sát quanh trục đi qua tâm và vuông góc với mặt phẳng của đĩa. Hai đầu ab

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

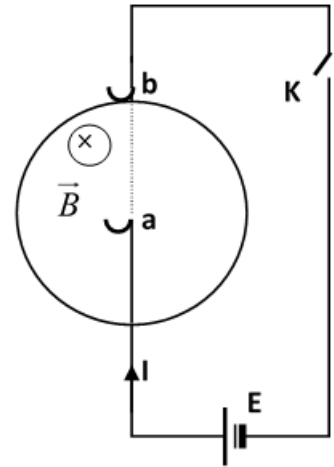
của một bán kính có đặt các tiếp điểm trượt (tiếp xúc với trục và mép đĩa) để cho dòng điện chạy qua. Người ta nối hai tiếp điểm với nguồn điện áp một chiều để cho dòng điện $I = 5A$ chạy qua đĩa.

a. Hỏi sau bao lâu kể từ khi bắt đầu có dòng điện chạy qua, đĩa đạt tốc độ 5vòng/s.

b. Giả sử bánh xe quay nhanh dần đều tới tốc độ 5vòng/s rồi quay đều với tốc độ đó. Hãy tìm công suất của động cơ.

c. Thiết bị trên có thể hoạt động như một máy phát điện. Giả sử ta không mắc nguồn điện mà thay vào đó một điện trở

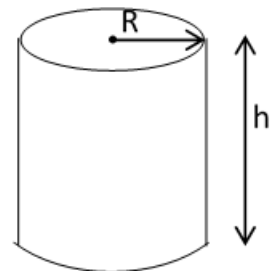
$R = 1\Omega$. Khi bánh xe quay trong từ trường, trong mạch xuất hiện suất điện động cảm ứng. Hỏi phải tác dụng vào bánh xe một mômen quay bằng bao nhiêu để đĩa quay đều với tốc độ 5vòng/s. Tính công suất của máy trong trường hợp này.



ĐS: a. $t = \frac{m\omega}{BI} = 8,4s$; b. $P = \frac{BIr^2}{2} \omega = 0,2355W$; c. $M = \frac{BIr^2}{2} = 5.10^{-5} (Nm)$,

$P = 1,6.10^{-3}W$.

Bài 8. Điện tích phân bố đều trên bề mặt bên của một khối trụ đặc dài không dẫn điện bán kính r với mật độ mặt σ . Khối trụ có thể quay quanh một trục không ma sát. Một từ trường ngoài có cảm ứng từ $\vec{B}_n$ hướng dọc theo trục khối trụ. Xác định vận tốc góc (ω) của khối trụ sau khi ngắt từ trường ngoài. Biết khối lượng riêng của trụ là ρ . Xét trường hợp: a. $h \ll r$ b. $h \gg r$



ĐS: a. $\omega = \frac{2\sigma B}{(h\mu_0\sigma + r\rho)}$; b. $\omega = \frac{2\sigma B}{(2\mu_0\sigma^2 r + \rho)}$

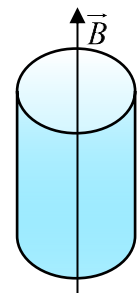
Bài 9. Một hình trụ tròn (C) dài l , bán kính R ($R \ll l$), làm bằng vật liệu có điện trở suất phụ thuộc vào khoảng cách tới trục theo công thức

$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{2R^2}\right)^{-1}$, trong đó ρ_0 là hằng số. Đặt vào hai đầu hình trụ một hiệu

điện thế không đổi U .

a. Tìm cường độ dòng điện chạy qua hình trụ.

b. Tìm cảm ứng từ tại điểm M cách trục hình trụ đoạn x .



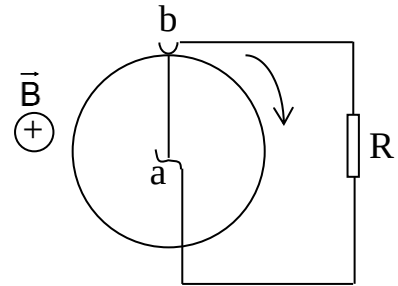
BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

c. Ngắt hình trụ khỏi nguồn, sau đó đưa vào trong một từ trường đồng nhất hướng dọc theo trục của hình trụ và biến đổi theo thời gian theo quy luật $B = kt$. Xác định cường độ dòng điện cảm ứng xuất hiện trong hình trụ.

ĐS: a. $I = \frac{3\pi UR^2}{4\rho_0 l}$; b. $B = \frac{3\mu_0 UR^2}{8\rho_0 lx}$; c. $I = \frac{k\pi^2 R^4}{3\rho_0 l}$

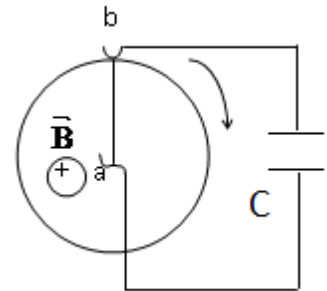
Bài 10. Một đĩa tròn bằng đồng bán kính r được đặt vuông góc với từ trường đều có cảm ứng từ B . Bánh xe có thể quay tự do quanh trục của nó. Ở trục và mép đĩa có gắn hai tiếp điểm trượt nối với điện trở R . Tính suất điện động cảm ứng xuất hiện khi đĩa quay đều với vận tốc góc ω .

ĐS: $E_c = \frac{Br^2\omega}{2}$



Bài 11. Thí nghiệm bánh xe Barlow được vẽ trên hình.

Nó gồm một đĩa phẳng bằng đồng có bán kính $r = 8\text{cm}$, được đặt vuông góc với một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,2\text{T}$. Đĩa có thể quay tự do quanh trục của nó. Đĩa được nối kín với một tụ điện $C = 2\mu\text{F}$ nhờ hai tiếp điểm: một ở trục của đĩa, một ở vành đĩa. Cho đĩa quay đều theo chiều kim đồng hồ với vận tốc góc $n = 240\text{v/p}$.



a) Xác định dấu và độ lớn điện tích trên các bản tụ.

b) Thay tụ C bằng một nguồn điện không đổi sao cho dòng điện qua bán kính OA có cường độ $I = 5\text{A}$. Sau thời gian $t = 6,28\text{s}$ kể từ lúc bắt đầu quay, đĩa đạt vận tốc 240v/p . Tính khối lượng m của đĩa. Bỏ qua ma sát và dòng điện cảm ứng xuất hiện khi đĩa quay trong từ trường.

ĐS: a. $Q = \frac{CB r^2 2\pi n}{2} = 0,032\mu\text{C}$; b. $m = \frac{BIt}{2\pi n} = 0,25\text{kg}$

Bài 12. Một đường cáp điện đặt vuông góc với một mặt bàn rộng. Trên mặt bàn nằm ngang, cách đường cáp một khoảng l có đặt dựng đứng một đồng xu mỏng bằng nhôm sao cho dây cáp nằm trong mặt phẳng đáy của đồng xu như hình 4. Đồng xu coi như một đĩa đồng nhất có bán kính R và độ dày h . Kích thước của đồng xu được coi là nhỏ so với khoảng cách đến sợi cáp. Một dòng điện bắt đầu chạy trong dây cáp và tăng

nhANH từ 0 đến giá trị cực đại I_0 và sau đó được giữ ổn định. Cho khối lượng riêng của nhôm là γ , điện trở suất là ρ được coi là không đổi.

Hãy tìm tốc độ cực đại mà đồng xu nhận được sau thời gian dòng điện tăng.

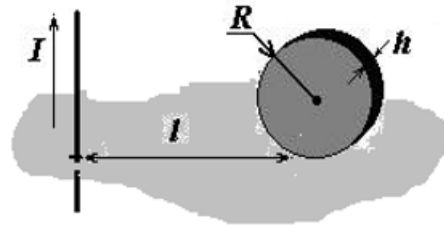
Cho biết: Một vòng dây nhỏ mang dòng điện nằm trong một từ trường không đồng nhất thì tổng các lực tác dụng lên vòng dây có thể xác định theo công thức:

$F = IS \frac{\Delta B}{\Delta x}$, trong đó I là dòng điện chạy trong vòng

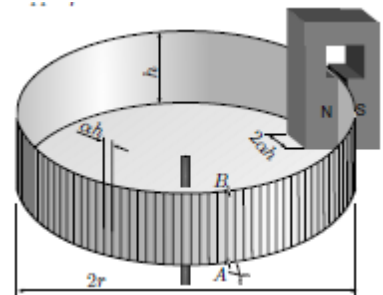
dây, S là diện tích của vòng, $\frac{\Delta B}{\Delta x}$ là tốc độ biến

thiên của thành phần cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng vòng dây dọc theo một đường kính.

$$\text{ĐS: } V_0 = \frac{\mu_0^2 R^2 I_0^2}{64\pi^2 \rho l^3 \gamma}$$



Bài 13. Dòng điện Fucô có thể được dùng để hãm CD của các vật bằng kim loại, ví dụ như một đĩa quay. Xét mô hình đơn giản sau: Để đơn giản, đĩa quay được thay bởi một “đường sắt tròn” như hình trụ nhựa có bán kính $r=15\text{cm}$, khối lượng $m=100\text{g}$ và chiều cao $h=1\text{cm}$, bao gồm một đĩa đồng chất (dưới đáy) và một vành trụ rất mỏng. Dọc theo mặt bên của trụ là 2 vòng dây song song (tả vệt/dầm gối). Cả dầm gối và đường ray đều được làm bằng dây đồng đường kính $\delta=0,2\text{mm}$, khoảng cách giữa các dầm gối là $L=\alpha h$, với $\alpha=0,3$. Chuyển động quay của hệ thống được giảm tốc bởi một từ trường đều trong khe giữa 2 cực của một nam châm vĩnh cửu (biết $B=1\text{T}$), như hình. Giả sử, từ trường đều chiếm đầy một miền có mặt cắt hình chữ nhật, bằng diện tích giữa ba dầm gối liên tiếp (nghĩa là, có kích thước $h.2\alpha h$). Bên ngoài miền đó, từ trường không đáng kể. Điện trở suất của đồng là $\delta=1,724.10^{-8}\Omega\text{m}$



Giả sử hệ thống đứng yên:

a. Tìm điện trở của 1 dầm gối.

b. Giả sử đường ray được cắt rời tại 2 điểm A và B gần sát một dầm gối. Chứng minh rằng điện trở giữa 2 điểm A và B xấp xỉ bằng $R_0 = R \left[\sqrt{\alpha(\alpha+2)} - \alpha \right]$

Bây giờ giả sử rằng hệ thống quay với tốc độ góc $\omega = 1\text{rad/s}$ và đường ray không bị cắt.

c. Vẽ mạch điện 1 chiều tương đương với dòng điện qua các điện trở là dòng điện tương ứng trong các yếu tố của dây sắt: các dầm nối và từng đoạn đường ray (giữa các dầm nối).

d. Sử dụng các kết quả trên, chứng minh rằng công suất hao phí (Tun- Lenxo) được xác định bởi công thức: $P = k B^2 \omega^2 / R$, tìm biểu thức của hệ số k .

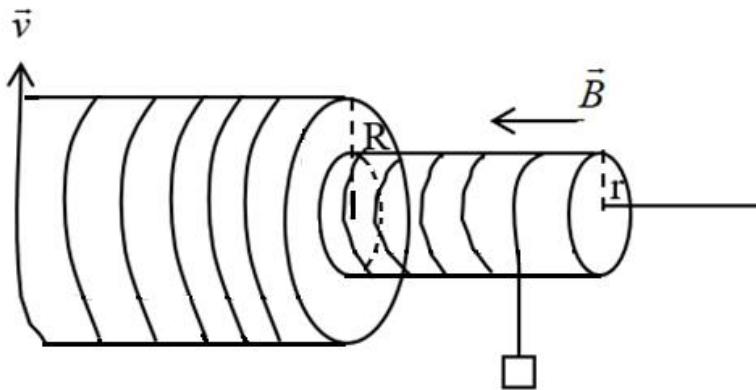
e. Tìm momen lực cản?

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

f. Chứng minh rằng tốc độ góc sẽ giảm theo biểu thức $\omega = \omega_0 \cdot e^{-t/\tau}$ và xác định hằng số thời gian τ ?

ĐS: a. $R \approx 5,59 \text{ m}\Omega$; d. $k = \frac{2r^2 h^2}{\sqrt{\alpha(\alpha+2)} + \alpha + 1} \approx 2,12 \cdot 10^{-6}$; e. $M = \frac{R}{\omega} = 0,39 \text{ Nm}$; f. $\tau = \frac{IR}{kB^2} \approx 2,9$

Bài 14. Trên một con lăn được cấu tạo bởi hai hình trụ bán kính r và R quay quanh trục ngang OO' được quấn một sợi dây dẫn mảnh có vỏ cách điện. Người ta kéo đầu trên của nó với vận tốc không đổi v , đầu dưới treo vật nặng. Con lăn được đặt trong từ trường đều $\vec{B}$ song song với trục hình trụ. Tìm hiệu điện thế giữa hai đầu sợi dây?

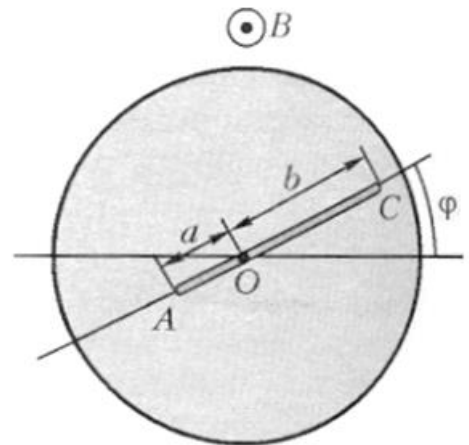


ĐS: $U_{MN} = \frac{vB}{2R}(R^2 - r^2)$

Bài 15. Trên một đĩa nằm ngang không dẫn điện có gắn một thanh kim loại mảnh AC nằm dọc theo bán kính đĩa (H.4). Đĩa ở trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 10^{-2} \text{ (T)}$ và thực hiện một dao động xoắn điều hoà xung quanh trục thẳng đứng đi qua tâm O của đĩa: $\varphi(t) = \varphi_0 \sin \omega t$. Chiều dài của thanh $L = a + b$, trong đó $a = 0,5 \text{ mm}$ và $b = 1,0 \text{ mm}$. Hãy xác định hiệu điện thế (h.đ.t.) cực đại giữa hai đầu A và C của thanh, nếu $\varphi_0 = 0,5 \text{ rad}$ và

$$\omega = 0,2 \text{ rad/s}.$$

ĐS: $U_{\max} = \frac{\varphi_0 \omega B}{2}(b^2 - a^2) = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ V}.$



VII.5. DÒNG ĐIỆN THẲNG VÀ CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ

Bài 1. Xét từ trường gây ra bởi dòng điện I không đổi chạy trong dây dẫn thẳng dài vô hạn. Một thanh dẫn MN có chiều dài ℓ chuyển động tịnh tiến với vận tốc v . Biết $\vec{v}$ vuông góc với dây dẫn và MN chuyển động trong mặt phẳng chứa dây dẫn thẳng dài vô hạn. Tìm biểu thức độ lớn suất điện động trên MN khi nó cách dây dẫn thẳng dài một đoạn là x .

ĐS: $\mathcal{E} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I \ell v}{x}$

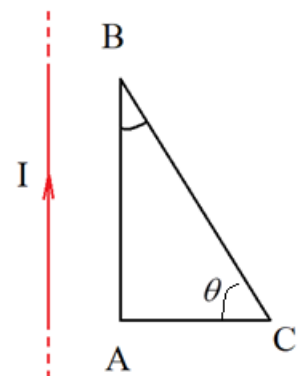
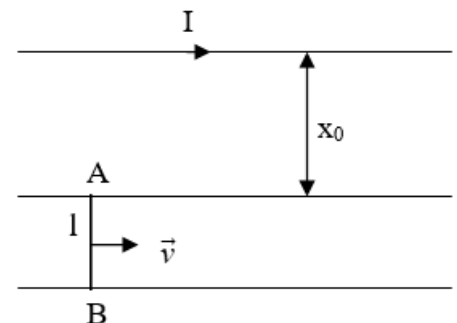
Bài 2. Xét từ trường gây ra bởi dòng điện I không đổi chạy trong dây dẫn thẳng dài vô hạn. Một thanh dẫn MN chiều dài ℓ có vị trí vuông góc với dây. Cho thanh MN chuyển động tịnh tiến với vận tốc v . Biết $\vec{v}$ song song với dây dẫn và MN chuyển động trong mặt phẳng chứa dây dẫn thẳng dài vô hạn. Tìm biểu thức độ lớn suất điện động trên MN biết đầu M cách dây thẳng dài một đoạn r .

ĐS: $\mathcal{E} = 2 \cdot 10^{-7} I v \ln \frac{r + \ell}{r}$

Bài 3. Trong cùng một mặt phẳng với một dòng điện thẳng dài vô hạn cường độ $I = 20\text{A}$ người ta đặt hai thanh trượt kim loại song song với dòng điện, cách dòng điện I một khoảng $x_0 = 1\text{cm}$. Hai thanh trượt cách nhau $l = 0,5\text{cm}$ (hình 1). Một đoạn dây dẫn AB có chiều dài l được đặt tiếp xúc điện với hai thanh trượt. Tìm hiệu điện thế xuất hiện giữa hai đầu dây AB khi cho AB trượt tịnh tiến trên hai thanh với vận tốc không đổi $v = 3\text{m/s}$.

ĐS: $4,87 \cdot 10^{-6}(\text{V})$

Bài 4. Trong hình vẽ, một dây dẫn thẳng dài vô hạn có cường độ I , một khung dây siêu dẫn dạng tam giác ABC vuông tại A đặt đồng phẳng với dây dẫn. Cạnh AB song song với dây, cạnh AC có chiều dài ℓ , $\angle BCA = \theta$. Cho khung chuyển động tịnh tiến theo phương của cạnh AC với vận tốc không đổi v . Tính suất điện động cảm ứng trong khung khi khoảng cách từ cạnh AB đến dây dẫn là d .



$$\text{ĐS: } \varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{\mu_0 I v \cdot \tan \theta}{2\pi} \left(\frac{\ell}{d} - \ln \frac{d + \ell}{d} \right)$$

Bài 5. Cho hai vòng dây dẫn phẳng 1 và 2 giống nhau, đều là hình vuông cạnh a , có cùng khối lượng m .

1. Ban đầu vòng dây 1 được đặt cố định trên mặt bàn nằm ngang còn vòng dây 2 đặt ở phía trên song song với vòng dây 1, đồng trục với vòng dây 1. Cho hai dòng điện không đổi có cùng cường độ chạy trong hai vòng dây đó và có chiều sao cho hai vòng dây đẩy nhau. Thí nghiệm cho thấy khi cường độ dòng điện có giá trị I thì vòng dây 2 nằm lơ lửng bên trên vòng dây 1 và cách vòng dây 1 một khoảng d ($d \ll a$).

a. Tìm biểu thức của I theo m , a và d . Áp dụng số: $a = 40\text{cm}$, $m = 2,5\text{g}$, $d = 2\text{mm}$.

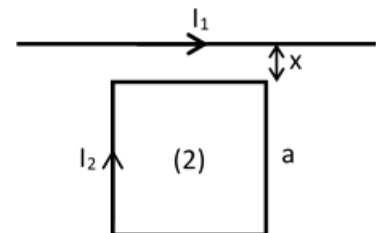
b. Kéo nhẹ vòng 2 xuống dưới theo phương thẳng đứng một đoạn nhỏ A ($A \ll d$) rồi buông ra. Tính khoảng thời gian ngắn nhất để khoảng cách giữa hai vòng dây có giá trị lớn nhất.

2. Sau đó, người ta thay vòng dây 1 bằng một dây dẫn rất dài nằm ngang, còn vòng dây 2 thì đặt trong cùng mặt phẳng thẳng đứng với dây dẫn và có hai cạnh song song với dây dẫn. Thí nghiệm cho thấy khi cho hai dòng điện có cường độ I_1 và I_2 chạy trong dây dẫn (chiều như hình vẽ) thì vòng dây 2 nằm cân bằng. Khoảng cách giữa cạnh trên của vòng dây 2 và dây dẫn là x .

a. Tính x , biết $I_1 = I_2 = 50\text{A}$.

b. Kéo nhẹ vòng dây 2 xuống dưới theo phương thẳng đứng một đoạn rất nhỏ rồi buông ra. Vòng dây 2 sẽ chuyển động như thế nào? Tính khoảng cách nhỏ nhất giữa tâm vòng dây 2 và dây dẫn.

Bỏ qua mọi hiện tượng cảm ứng điện từ. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



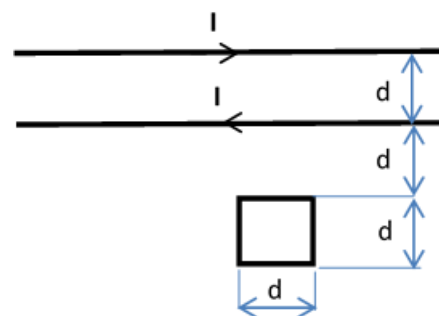
Bài 6. Hai dây dẫn dài vô hạn song song đặt cách nhau một khoảng cách d mang các dòng điện I bằng nhau nhưng ngược hướng nhau, trong

đó I tăng với tốc độ $\frac{dI}{dt}$. Một vòng dây hình vuông có

chiều dài một cạnh là d nằm trong mặt phẳng của các dây dẫn và cách một trong hai sợi dây song song một khoảng bằng d như hình 15.

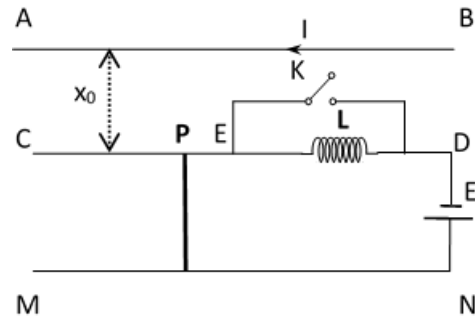
Hãy tìm suất điện động cảm ứng trên vòng dây hình vuông và cho biết chiều của dòng điện cảm ứng chạy trong nó, giải thích tại sao lại có chiều như vậy.

$$\text{ĐS: } \varepsilon = -\frac{\mu_0 d}{2\pi} \ln\left(\frac{4}{3}\right) \frac{dI}{dt}$$



Hình 15

Bài 7. Cho mạch điện đặt trong mặt phẳng nằm ngang, như hình vẽ. Trong đó **AB** là dây dài vô hạn mang dòng điện không đổi I khá lớn, **CD** và **MN** là hai thanh kim loại cùng đặt song với **AB**, dây **AB** cách thanh **CD** một khoảng x_0 . **PQ** là thanh kim loại có điện trở R , chiều dài l và khối lượng m , luôn tiếp xúc và vuông góc với thanh **CD** và **MN**. Nguồn điện có suất điện động E , điện trở trong không đáng kể, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L . Coi điện trở thanh **CD** và **MN**, điện trở khóa **K** và dây nối không đáng kể. Bỏ qua từ trường của dòng điện do nguồn điện gây ra.



1. Khóa **K** đóng: Thanh **PQ** được duy trì với vận tốc không đổi v hướng sang trái. Xác định độ lớn và chiều cường độ dòng điện chạy qua thanh **PQ**.

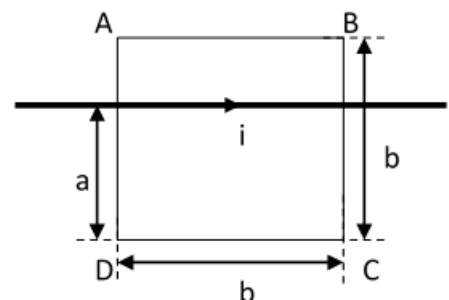
2. Khóa **K** mở: Ngắt dòng điện trên dây **AB**, thiết lập từ trường đều $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng hình vẽ, chiều từ trước ra sau và choán hết mạch điện tính từ **E** sang trái. Giữ thanh **PQ**, tại thời điểm $t = 0$ thả nhẹ nó. Lập biểu thức vận tốc của thanh **PQ** theo i và $\frac{di}{dt}$ trong mạch và biểu thức lực từ tác dụng lên thanh **PQ** tại thời điểm t . Bỏ qua mọi ma sát.

Cho biết nghiệm của phương trình $y''(t) + 2ay'(t) + by(t) = 0$ (với $a^2 - b > 0$) có dạng : $y = y_0 \exp[(-a \pm \sqrt{a^2 - b})t]$ với y_0 được xác định từ điều kiện ban đầu.

ĐS: a. Chiều dòng điện I_C cùng chiều dòng điện I_n do E gây ra, $I = \frac{E + \frac{\mu_0 I}{2\pi} v \ln \frac{x_0 + l}{x_0}}{R}$

b. $v = \frac{E}{Bl} - \frac{iR}{Bl} - \frac{Ldi}{Bldt}$

Bài 8. Một dòng điện chạy trên một dây dẫn thẳng dài qua hai cạnh của một hình vuông **ABCD**, có cường độ dòng điện i cho bởi biểu thức $i = 4,5.t^2 - 10.t$, trong đó i tính bằng **A** và t tính bằng **s**. Cho $a = 12$ cm; $b = 16$ cm (hình vẽ) (Giữa dây dẫn thẳng dài và hình vuông có cách điện)



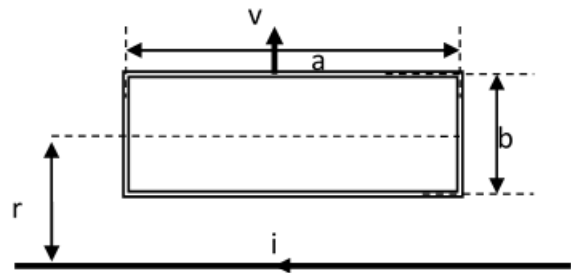
a. Tính suất điện động trong khung dây dẫn hình vuông **ABCD** tại thời điểm $t = 3$ s.

b. Xác định chiều của dòng điện cảm ứng trong khung tại thời điểm $t=3s$.

ĐS: a. $\xi = 0,598.10^{-6}V$; b. Dòng điện trong khung có chiều ngược chiều quay của kim đồng hồ.

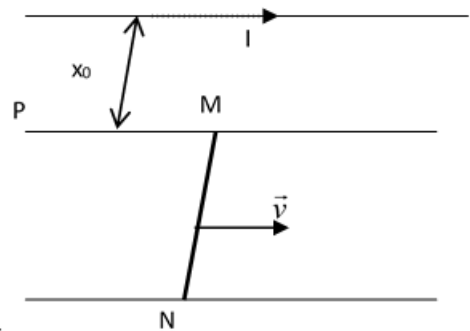
Bài 9: Một khung dây hình chữ nhật, có chiều dài là a , chiều rộng là b , điện trở là R đặt gần một sợi dây dài vô hạn mang dòng điện i nh hình vẽ bên. Khoảng cách từ sợi dây dài đến tâm của khung dây là r . Hãy tính.

- Độ lớn của từ thông gửi qua khung dây.
- Dòng điện cảm ứng trong khung dây khi khung dây chuyển động ra xa sợi dây dài với tốc độ v .



ĐS: a. $\Phi = \frac{\mu_0 i a}{2\pi} \ln\left(\frac{2r+b}{2r-b}\right)$; b. $i_c = \frac{2\mu_0 a b v i}{\pi R(4r^2 - b^2)}$

Bài 10. Trong cùng một mặt phẳng nằm ngang với dòng điện thẳng dài vô hạn có cường độ $I = 20A$ người ta đặt hai thanh trượt kim loại song song với dòng điện và thanh gần hơn cách dòng điện một khoảng $x_0 = 1cm$. Hai thanh trượt cách nhau $l = 2cm$. Trên hai thanh trượt người ta lồng vào một đoạn dây dẫn MN dài l . Cho dây dẫn trượt tịnh tiến trên các thanh với vận tốc không đổi $v = 3m/s$ theo hướng song song với các thanh trượt.

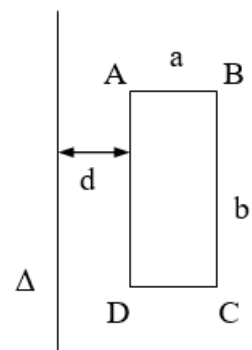


- Tìm hiệu điện thế xuất hiện giữa hai đầu dây dẫn U_{MN} .

b. Nối hai đầu P, Q của hai thanh trượt với nhau bằng điện trở $R = 0,2\Omega$ để tạo thành mạch kín. Xác định độ lớn và điểm đặt lực kéo tác dụng lên MN để nó chuyển động tịnh tiến đều như trên. Bỏ qua ma sát.

ĐS: a. $U_{MN} = 1,32.10^{-5} (V)$; b. $F = 2,9.10^{-10}N$

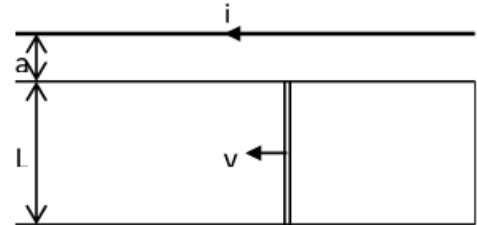
Bài 11. Cho một khung dây dẫn kín hình chữ nhật ABCD bằng kim loại, có điện trở là R , có chiều dài các cạnh là a và b . Một dây dẫn thẳng Δ dài vô hạn, nằm trong mặt phẳng của khung dây, song song với cạnh AD và cách nó một đoạn d như hình 9. Trên dây dẫn thẳng có dòng điện cường độ I_0 chạy qua.



- Tính từ thông qua khung dây.
- Tính điện lượng chạy qua một tiết diện thẳng của khung dây trong quá trình cường độ dòng điện trong dây dẫn thẳng giảm đến không.
- Cho rằng cường độ dòng điện trong dây dẫn thẳng giảm tuyến tính theo thời gian cho đến khi bằng không, vị trí dây dẫn thẳng và vị trí khung dây không thay đổi. Hãy xác định xung của lực từ tác dụng lên khung.

ĐS: 1. $\varphi = \frac{\mu_0 I_0 b}{2\pi} \ln(1 + \frac{a}{d})$; 2. $q = \frac{\mu_0 I_0 b}{2\pi R} \ln(1 + \frac{a}{d})$; c. $X = \frac{\mu_0^2 \cdot ab^2}{4\pi^2 d(d+a)} \frac{I_0^2}{2R} \ln(1 + \frac{a}{d})$

Bài 12. Một thanh có chiều dài L chuyển động với tốc độ không đổi v dọc theo hai thanh ray dẫn điện nằm ngang. Hệ thống này được đặt trong từ trường của một dòng điện thẳng dài, song song với thanh ray cách thanh ray một đoạn a , có cường độ dòng điện I chạy qua. Cho $v = 5 \text{ m/s}$, $a = 10 \text{ mm}$, $L = 10 \text{ cm}$ và $I = 100 \text{ A}$.



- Tính suất điện động cảm ứng trên thanh.
- Tính cường độ dòng điện cảm ứng trong mạch. Biết rằng điện trở của thanh là $0,4 \Omega$ và điện trở của hai thanh ray và thanh ngang nối hai đầu thanh ray bên phải là không đáng kể.
- Tính tốc độ sinh nhiệt trong thanh.
- Phải tác dụng lên thanh một lực bằng bao nhiêu để duy trì chuyển động của nó.
- Tính tốc độ cung cấp công từ bên ngoài lên thanh.

ĐS: a. $\xi = 0,24 \text{ mV}$; b. $i_c = 0,6 \text{ mA}$; c. $\frac{dQ}{dt} = 0,1437 \cdot 10^{-6} \text{ W}$; d. $F = \frac{\mu_0 I i_c}{2\pi} \ln \frac{a+L}{a}$;

e. $\frac{dW}{dt} = 0,1437 \cdot 10^{-6} \text{ W}$

VII.6. CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ TRONG VẬT LIỆU SIÊU DẪN

Bài 1. Một vòng dây ở trạng thái siêu dẫn được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng của vòng và có độ lớn tăng đều từ 0 đến B_0 . Xác định cường độ dòng điện cảm ứng xuất hiện trong vòng nếu vòng có hệ số tự cảm L và bán kính R .

ĐS: $I = \frac{\pi r^2 B_0}{L}$

Bài 2. Cho hệ trục tọa độ Oxyz có trục Oz hướng thẳng đứng lên trên. Trong vùng không gian $z \leq 0$ có một từ trường đều với vector cảm ứng từ $\vec{B} = (0, B, 0)$. Lúc đầu trong vùng không gian $z > 0$ (không có từ trường) có một vòng dây siêu dẫn, cứng, mảnh, hình tròn bán kính R , độ tự cảm L và có dòng điện không đổi cường độ I_0 chạy bên trong. Sau đó, vòng dây được đưa vào để treo trong vùng không gian $z < 0$ bằng một sợi dây mảnh không dẫn điện. Khi vòng dây nằm cân bằng bên trong từ trường, góc giữa vector $\vec{B}$ và hình chiếu của nó trên mặt phẳng vòng dây là α .

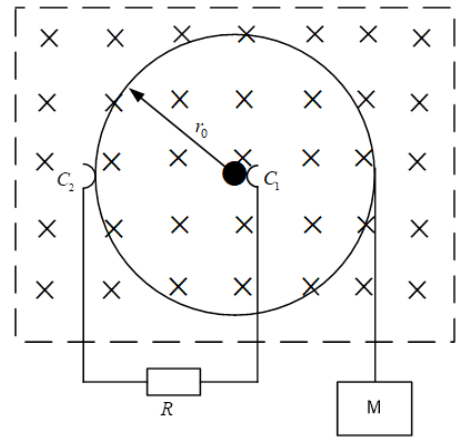
- Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của $\sin \alpha$ vào B .
- Cho $R = 8 \text{ cm}$, $L = 10 \text{ mH}$, $B = 0,5 \text{ T}$ và $I_0 = 2 \text{ A}$. Hãy tính công của lực từ cho đến khi $1/3$ diện tích của vòng dây đã được kéo chậm ra khỏi vùng có từ trường.

ĐS: a. $\sin \alpha = \left(\frac{L I_0}{\pi R^2 B} \right)$; b. $A_{\text{tu}} = 38,94 \cdot 10^{-4} \text{ (J)}$

Bài 3. (MÁY PHÁT ĐIỆN ĐƠN CỰC FARADAY)

Xét **một đĩa siêu dẫn** có bán kính r_0 đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ B vuông góc với mặt phẳng của đĩa

Các chổi quét được bố trí ở mép đĩa và ở trục của nó (Xem hình vẽ 14) hệ thống này được gọi là máy phát điện đơn cực Faraday, khi quay đĩa với tốc độ góc không đổi thì nó sẽ cung cấp một dòng điện một chiều rất lớn và mượt (không có gợn). Một mo-men quay được tạo ra nhờ một trọng vật có khối lượng M treo trên một sợi dây dài quấn quanh mép đĩa.



a) Hãy giải thích làm thế nào và tại sao lại xuất hiện dòng điện. Lập biểu thức định lượng của dòng điện như một hàm của tốc độ góc

b) Cho rằng sợi dây đủ dài, hệ thống sẽ đạt đến một tốc độ góc không đổi ω_f . Hãy tìm tốc độ góc và dòng điện khi đó.

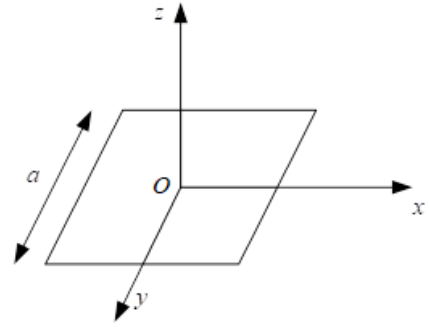
ĐS: a. $i = \frac{B\omega r_0^2}{2R}$; b. $\omega_f = \frac{4RMg}{B^2 r_0^3}$, $i_f = \frac{2Mg}{Br_0}$

Bài 4. Một khung **dây siêu dẫn** hình vuông cạnh a , có độ tự cảm là L được đặt trên mặt bàn nằm ngang. Trong khung có dòng điện cường độ I_0 chạy qua. Trên mặt bàn có hệ trục tọa độ Oxy. Khung dây ở miền $x > 0, y > 0$. Biết tại thời điểm $t = 0$ người ta bật một từ trường có $\vec{B}$ hướng theo chiều dương trục Oz. Cảm ứng từ B biến thiên theo trục Ox theo quy luật $B = B_0(1 + \alpha x)$. Ngay sau đó khung dây chuyển động theo chiều dương của trục Ox. Chứng minh khung dây dao động điều hòa và tìm tần số góc dao động của khung.

ĐS: Tần số góc dao động của khung là $\omega = \frac{B_0 a^2 \alpha}{\sqrt{mL}}$

Bài 5. Một khung dây dẫn **hình vuông siêu dẫn**, có khối lượng m và cạnh a nằm trong mặt phẳng ngang trong một từ trường không đều, có giá trị cảm ứng từ biến thiên theo quy luật:

$$\begin{cases} B_x = -\alpha \cdot x \\ B_y = 0 \\ B_z = \alpha \cdot z + B_0 \end{cases}$$



Cho độ tự cảm của khung dây là L . Tại thời điểm $t = 0$ thì tâm của khung dây trùng với gốc tọa độ, và các cạnh của nó song song với các trục tọa độ Ox, Oy , dòng điện trong khung bằng không và nó được thả ra không vận tốc đầu.

Hỏi khung sẽ chuyển động như thế nào và ở đâu sau thời gian t kể từ lúc thả.

ĐS: Phương trình dao động của khung $z = \frac{mgL}{a^4 \alpha^2} [\cos(\omega t) - 1]$ với $\omega = \frac{a^2 \alpha}{\sqrt{mL}}$

Bài 6. Cho hệ trục tọa độ $Oxyz$ với trục Oz hướng thẳng đứng lên trên. Trong vùng không gian $z < 0$ có một từ trường đều với vectơ cảm ứng từ $\vec{B}(0, B, 0)$. Lúc đầu trong vùng không gian $z > 0$ (không có từ trường) có một vòng dây siêu dẫn, cứng, mảnh, hình tròn bán kính R , độ tự cảm L và có dòng điện không đổi cường độ I_0 chạy bên trong. Sau đó vòng dây được truyền vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$. Tìm giá trị tối thiểu của v_0 để một nửa diện tích vòng dây được kéo ra khỏi vùng có từ trường.

ĐS: $v_0 = \sqrt{\frac{B\pi R^2 \left(I_0 - \frac{3B\pi R^2}{4L} \right)}{m}}$

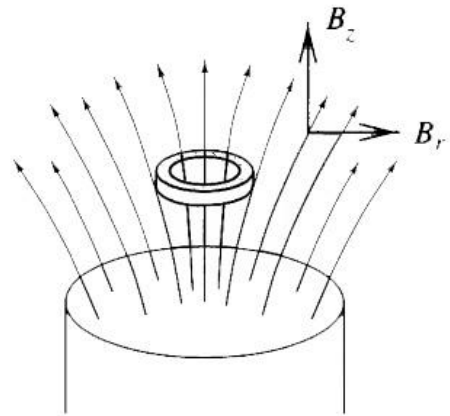
Bài 7. Một vòng dây mảnh siêu dẫn cùng trục đối xứng với 1 nam châm hình trụ và ở phía trên như hình vẽ. Từ trường gây bởi thanh nam châm có tính đối xứng trụ $B_z = B_0(1 - \alpha z)$ với $z = 0$ là tâm vòng siêu dẫn lúc đầu và $B_r = B_0 \beta r$. Ban đầu trong vòng không có dòng điện, vòng được thả tự do và rơi theo phương thẳng đứng.

1. Xác định quy luật chuyển động của vòng dây
2. Tính dòng điện cực đại trong vòng dây.

Áp dụng số $m = 50 \text{ mg}$; $r_0 = 0,5 \text{ cm}$; $L = 1,3 \cdot 10^{-8} \text{ H}$; $B_0 = 0,01 \text{ T}$; $\alpha = 2 \text{ m}^{-1}$; $\beta = 32 \text{ m}^{-1}$.

ĐS: 1. $z = \frac{mgL}{2\pi^2 r^4 B_0^2 \alpha \beta} [\cos(\omega t) - 1]$; 2. $i_{\max} = \frac{mg}{\pi r^2 B_0 \beta} \approx 19,9 \text{ A}$

Bài 8. Một vòng nhẫn mỏng, **siêu dẫn** được giữ ở phía trên một thanh nam châm đặt thẳng đứng như hình vẽ 2. Trục của vòng dây trùng với trục của thanh nam châm. Từ trường xung quanh chiếc vòng có tính đối xứng trụ và được mô tả bởi hệ thức:



$$\begin{cases} B_z = B_0(1 - \alpha z) \\ B_r = B_0 \beta r \end{cases}$$

Trong đó B_0 , α , β là những hằng số; z và r là tọa độ theo phương thẳng đứng và phương bán kính. Ở thời điểm ban đầu không có dòng điện trong chiếc vòng. Khi được thả ra nó bắt đầu di chuyển xuống dưới và trục vẫn thẳng đứng. Từ các dữ kiện bên dưới, hãy xác định xem sau đó vòng nhẫn chuyển động thế nào. Tính cường độ dòng điện trong chiếc vòng

Dữ kiện:

- Đặc điểm của vòng: Khối lượng $m = 50mg$; bán kính: $r_0 = 0,5cm$; độ tự cảm

$$L = 1,3 \cdot 10^{-8} H$$

- Tọa độ ban đầu của tâm vòng nhẫn ($z = 0; r = 0$)

$$B_0 = 0,01(T)$$

- Các thông số của từ trường: $\alpha = 2(m^{-1})$

$$\beta = 32(m^{-1})$$

$$\text{ĐS: } z = \frac{mg}{k} [\cos \omega t - 1], \quad I = \frac{B_0 \pi r_0^2 \alpha}{L} \frac{mg}{k} (\cos \omega t - 1)$$

Bài 9. Hai vòng dây siêu dẫn giống nhau được đặt đồng trục xa nhau, mặt phẳng hai vòng dây vuông góc với trục chung của hai vòng, mỗi vòng dây có độ tự cảm L , dòng điện có cường độ i_1 cùng chiều chạy qua. Cho hai vòng dây tịnh tiến lại gần nhau.

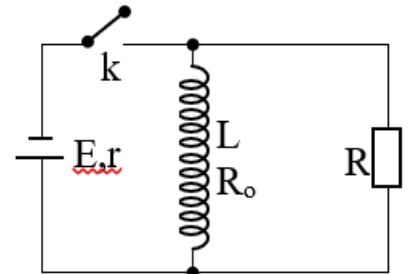
a) Tìm cường độ dòng điện trong mỗi vòng khi chúng sát nhau.

b) So sánh năng lượng trước và sau của hệ.

ĐS: a. $i_2 = i_1/2$; b. Năng lượng lúc trước lớn gấp hai lần năng lượng lúc sau của hệ.

VII.7. HIỆN TƯỢNG TỰ CẢM

Bài 1. Một mạch điện gồm có: ống dây có hệ số tự cảm $L = 2,00\mu\text{H}$ và điện trở $R_0 = 1,00\Omega$; nguồn điện có suất điện động $E = 3,0\text{V}$ và điện trở trong $r = 0,25\Omega$; điện trở $R = 3,00\Omega$, được mắc như hình 4. Bỏ qua điện trở dây nối và khoá k.



a. Đóng khoá k, sau một thời gian cường độ các dòng điện trong mạch đạt giá trị ổn định. Xác định cường độ dòng điện qua ống dây và điện trở R ; công suất của nguồn E ;

b. Tính nhiệt lượng Q toả ra trên R sau khi ngắt khoá k.

ĐS: a. $0,75\text{A}$; $2,25\text{A}$; 9W b. $3,8\mu\text{J}$

Bài 2. Một xô lê nơ ít đường kính $D=5\text{cm}$ gồm N vòng 1000 vòng dây bằng đồng được đặt trong một từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ B nằm dọc theo trục của xô lê nơ ít.

Cảm ứng từ biến thiên với tốc độ $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 10^{-2} \text{ T/s}$

a. Nếu mắc vào hai đầu của xô lê nơ ít một tụ điện có điện dung $C = 10 \mu\text{F}$ thì điện tích của tụ điện là bao nhiêu?

b. Nếu bỏ tụ điện mà nối tắt (đoạn mạch) hai đầu dây xô lê nơ ít với nhau thì công suất toả nhiệt trên các vòng dây của xô lê nơ ít bằng bao nhiêu?

Cho biết điện trở suất của đồng $\rho = 1,75 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$, tiết diện dây $S = 0,2 \text{ mm}^2$.

ĐS: a. $q = 1,96 \cdot 10^{-7} \text{ C}$; b. $P \approx 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ W}$

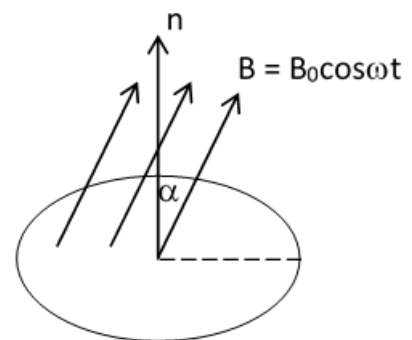
Bài 3. Một dây đồng đường kính $d = 0,2\text{mm}$ có phủ một lớp sơn cách điện mỏng được quấn thành các vòng khác nhau để tạo thành một ống dây, ống dây có đường kính $D = 5\text{cm}$. Trong ống dây có dòng điện $I_0 = 1\text{A}$. Ngắt các đầu dây của ống khỏi nguồn, hãy xác định điện lượng chạy trong ống kể từ lúc ngắt điện. Cho biết $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$.

ĐS: $q = 1,45 \cdot 10^{-4} \text{ C}$

Bài 4. Trong một từ trường đồng nhất biến đổi theo thời gian $B = B_0 \cos \omega t$ người ta đặt một vòng dây dẫn nhỏ đồng chất bán kính r . Biết điện trở vòng dây là R và hệ số tự cảm là L , $\vec{B}$ tạo với mặt phẳng một góc α . Tính mô men trung bình của lực từ tác dụng lên vòng.

Biện luận kết quả thu được.

ĐS: $M_{tb} = \frac{B_0^2 \pi^2 r^4 \omega^3 L \cos \alpha}{2(\omega^2 L^2 + R^2)} \sin \alpha$

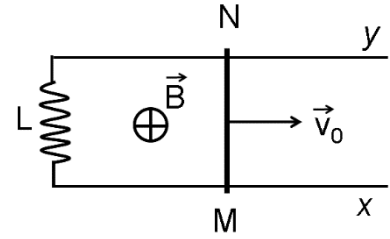


Bài 5. Cho mạch điện như hình vẽ: Cuộn dây thuần cảm, có độ tự cảm L ; thanh kim loại MN khối lượng là m , chiều dài l , điện trở không đáng kể có thể trượt không ma sát dọc theo 2 thanh ray x, y . Bỏ qua điện trở của các thanh ray và điện trở tiếp xúc giữa MN

và các thanh ray. Hệ thống được đặt trong một mặt phẳng nằm ngang trong một từ trường đều cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng thẳng đứng xuống dưới.

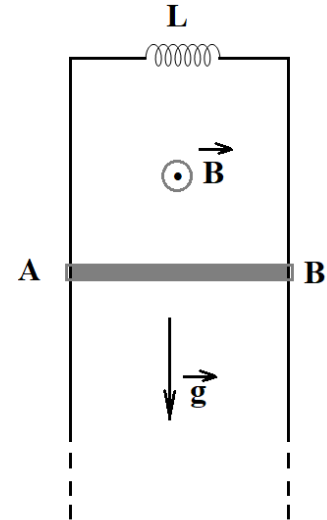
Thanh MN đang đứng yên, truyền cho MN vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ theo hướng như hình vẽ. Tìm quy luật chuyển động của MN.

ĐS: $x = \frac{v_0 \sqrt{mL}}{Bl} \sin \frac{Bl}{\sqrt{mL}} t$

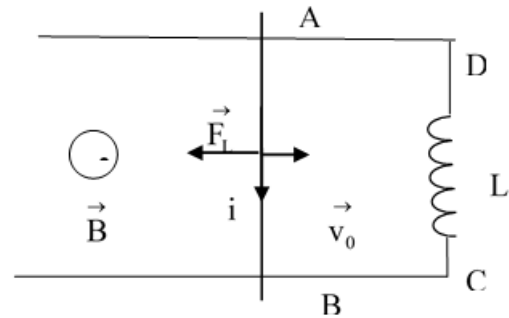


Bài 6. Một thanh dẫn điện chiều dài l trượt không ma sát theo một đường ray dẫn điện đặt trong mặt phẳng thẳng đứng. Trong quá trình thanh chuyển động, thanh luôn tiếp xúc với hai thanh ray. Một cuộn dây lí tưởng có độ tự cảm L nối kín mạch ngang ray và thanh ngang. Toàn bộ hệ thống đặt trong từ trường ngang đồng nhất với véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ có phương nằm ngang, chiều hướng từ ngoài vào trong. Tại thời điểm ban đầu, thanh được giữ nằm yên. Xác định độ dịch chuyển cực đại của thanh AB sau khi buông tay. Bỏ qua mọi ma sát và điện trở của dây nối cũng như thanh AB.

ĐS: $\Delta s = \frac{2mgL}{B^2 l^2}$



Bài 7. Một thanh trượt có khối lượng m đặt trên hai thanh ray nằm ngang và vuông góc với hai thanh đó. Toàn bộ được đặt trong một từ trường đều với thành phần hằng đứng của cảm ứng từ là B . Cuộn dây dẫn có hệ số tự cảm L được mắc vào một đầu của hai thanh ray. Khoảng cách giữa hai thanh ray là d . Vận tốc ban đầu của thanh trượt là v_0 và hướng về phía cuộn dây. Bỏ qua điện trở của ác dây dẫn và coi thanh trượt chuyển động tịnh tiến, hãy xác định sự phụ thuộc của vận tốc thanh trượt vào thời gian.



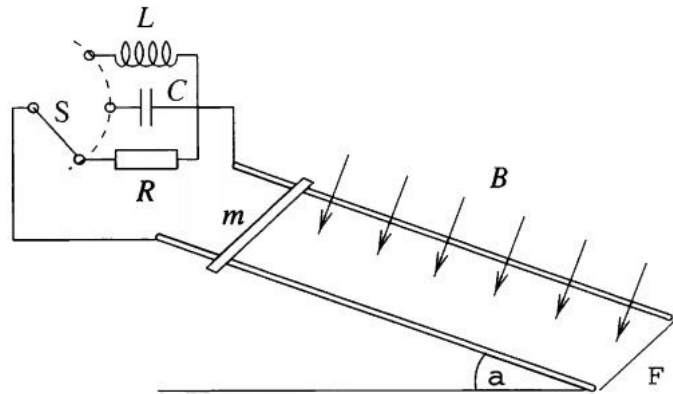
ĐS: $v = v_0 \cos \left(\frac{B^2 d^2}{mL} t \right)$

Bài 8. Một từ trường đều có cảm ứng từ B , vuông góc với hai thanh ray, với khoảng cách giữa hai thanh ray là l được đặt nghiêng một góc α so với phương nằm ngang. Một thanh dẫn có khối lượng m , được đặt nằm trên hai thanh ray, và có thể trượt không ma sát trên hai thanh như hình vẽ.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Thanh sẽ chuyển động như thế nào sau khi được thả ra từ trạng thái nghỉ nếu mạch điện tạo bởi thanh và các thanh ray được khép kín bởi.

- a) Một điện trở R
- b) Một tụ điện có điện dung C
- c) Một cuộn dây có độ tự cảm L



ĐS: a. $v_{\max} = \frac{mgR \sin \alpha}{B^2 l^2}$; b.

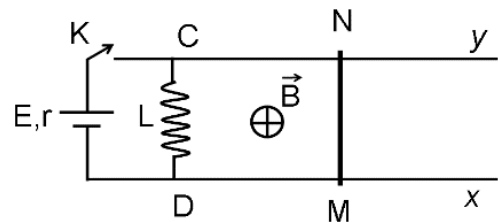
$a = \frac{mg \sin \alpha}{m + B^2 l^2 C}$; c. $x = \frac{mgL \sin \alpha}{B^2 l^2} (1 - \cos \omega t)$

Bài 9. Cho mạch điện như hình vẽ: nguồn điện có suất điện động E, điện trở trong r; cuộn dây thuần cảm, có độ tự cảm L; thanh kim loại MN khối lượng là m, chiều dài l, điện trở không đáng kể có thể trượt không ma sát dọc theo 2 thanh ray x, y. Hệ thống được đặt trong một mặt phẳng nằm ngang trong một từ trường đều cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng thẳng đứng xuống dưới.

Ban đầu khoá K đóng. Khi dòng điện trong cuộn dây ổn định người ta ngắt khoá K. Hỏi thanh MN sẽ chuyển động như thế nào?

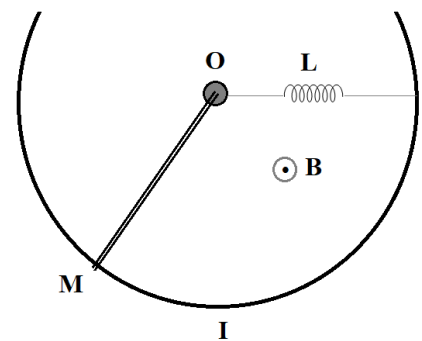
Bỏ qua điện trở của các thanh ray và điện trở tiếp xúc giữa MN và các thanh ray.

ĐS: $x_{MN} = \left(\frac{E\sqrt{mL}}{Bl} \sqrt{\frac{1}{B^2 l^2} + \frac{L}{mr^2}} \right) \cos\left(\frac{Bl}{\sqrt{mL}} t + \varphi\right)$



Bài 10. Một thanh kim loại OM có thể quay trong mặt phẳng nằm ngang quanh trục quay đi qua O. Đầu M trượt không ma sát trên dây dẫn uốn thành cung tròn tâm O, bán kính r. Thanh OM và dây dẫn tròn được nối với nhau thành mạch điện kín qua cuộn dây có độ tự cảm L. Cả hệ thống được đặt trong mặt phẳng ngang, trong một từ trường đều có phương thẳng đứng, có chiều từ trên xuống.

Ban đầu điểm M nằm yên tại điểm giữa của khung dây, sau đó truyền cho M một vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ theo phương tiếp tuyến với khung dây. Bỏ qua điện trở của toàn mạch.



- a) Mô tả chuyển động của thanh OM? Viết phương trình chuyển động?

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

b) Vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ phải có giá trị cực đại bằng bao nhiêu để góc hợp bởi thanh OM với đường OI luôn $\leq 90^\circ$.

Cho biết mô men quán tính của thanh OM đối với trục quay qua O là $I = \frac{mr^2}{3}$

ĐS: a Thanh dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng OI:

$$\alpha = \frac{v_0}{r} \sqrt{\frac{4mL}{3B^2 r^2}} \cos\left(\sqrt{\frac{3B^2 r^2}{4mL}} t + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$b. v_0 \leq \frac{\pi}{2r} \sqrt{\frac{3B^2 r^2}{4mL}}$$

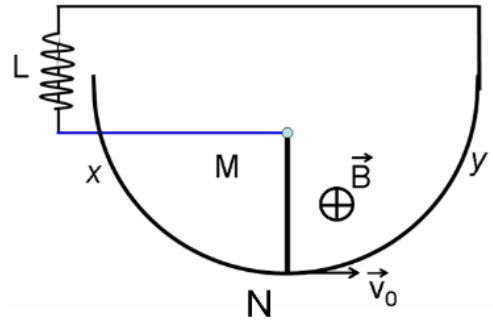
Bài 11. Trong mặt phẳng nằm ngang cho hệ như hình vẽ: cuộn dây có độ tự cảm L, điện trở không đáng kể; thanh dây dẫn MN khối lượng m, chiều dài l có điện trở không đáng kể, đầu M có thể quay không ma sát quanh trục qua M, đầu N luôn tiếp xúc với thanh ray dẫn điện xy và có thể trượt không ma sát trên thanh ray.

Hệ được đặt trong từ trường đều, vector cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng của mạch điện. Bỏ qua điện trở tiếp xúc, điện trở của dây nối và điện trở của thanh ray. Thanh MN đang đứng yên, ta truyền cho đầu N của thanh vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ (đủ nhỏ) như hình vẽ.

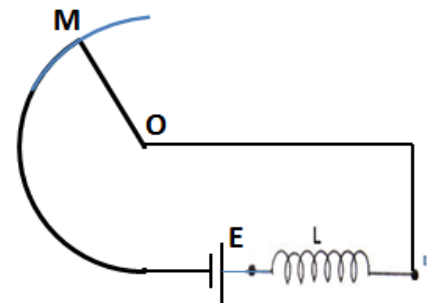
Tìm quy luật chuyển động của thanh MN.

ĐS: Thanh MN dao động điều hòa quanh vị trí ban

đầu với vận tốc góc $\Omega = \frac{Bl^2}{2\sqrt{I_M L}}$ và biên độ góc $\phi_m = \frac{2v_0}{Bl^2} \sqrt{\frac{mL}{3}}$



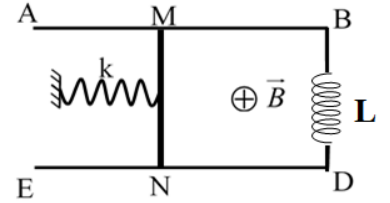
Bài 12. Trên mặt bàn nằm ngang nhẵn có một thanh OM dẫn điện, khối lượng m, chiều dài ℓ có thể quay quanh đầu O cố định, thanh có momen quán tính với trục quay qua O là I_0 . Đầu M của thanh trượt không ma sát trên cung tròn AB tâm O và đầu A, O của khung nối với mạch điện như hình vẽ. Hệ được đặt trong từ trường đều có $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng mạch điện. Ban đầu thanh đứng yên và khóa K mở. Sau đó khóa K đóng.



1. Viết biểu thức dòng điện trong mạch theo thời gian
2. Viết biểu thức tốc độ quay của thanh theo thời gian.

ĐS: 1. $i = \frac{2E}{B\ell^2} \sqrt{\frac{I_0}{L}} \sin\left(\frac{B^2\ell^2}{2\sqrt{LI_0}}t\right)$; 2. $\omega = \frac{2E}{B\ell^2} \left(1 - \cos\frac{B^2\ell^2}{2\sqrt{LI_0}}t\right)$

Bài 13. Cho cơ hệ gồm khung dây ABDE như hình vẽ, được đặt nằm trên mặt phẳng nằm ngang. Biết lò xo có độ cứng k , đoạn dây MN dài ℓ , khối lượng m tiếp xúc với khung và có thể chuyển động tịnh tiến không ma sát dọc theo khung. Hệ thống đặt trong từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng của khung và có chiều như hình vẽ. Nối hai đầu B, D với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L . Kích thích cho MN dao động. Bỏ qua điện trở thuần của khung dây. Chứng minh thanh MN dao động điều hòa và tính chu kì dao động.

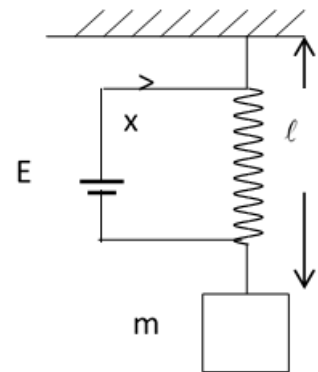


ĐS: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k + \frac{B^2\ell^2}{L}}}$

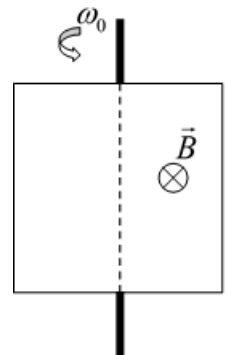
Bài 14. Một lò xo xoắn chiều dài ℓ tiết diện S , có N vòng, d là đường kính, sợi dây treo một đầu trên cố định, đầu dưới treo một vật khối lượng m .

Xác định độ giãn x của lò xo khi cho một dòng điện có cường độ I chạy qua lò xo. Lò xo có độ cứng k tuân theo định luật Húc ($x \ll \ell$); ρ là điện trở suất của dây.

ĐS: $\Delta x = \frac{\mu_0 \mu_s}{2K} \left(\frac{NI}{r\ell}\right)^2$



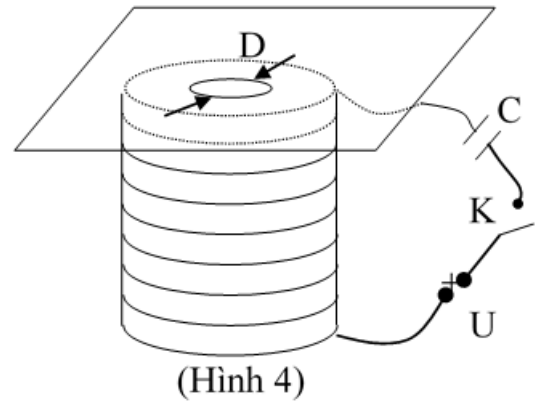
Bài 15. Một khung dây dẫn hình vuông cạnh a có thể quay không ma sát quanh một trục quay cố định thẳng đứng, nằm trong mặt phẳng khung dây và đi qua tâm khung như hình vẽ. Trục quay cách điện với khung. Khung được đặt trong từ trường đều có $\vec{B}$ nằm ngang. Khi khung dây ở vị trí cân bằng, mặt phẳng của khung vuông góc với $\vec{B}$. Momen quán tính của khung đối với trục quay là I , độ tự cảm của khung là L , bỏ qua điện trở của khung. Tại thời điểm $t = 0$, khi khung đang ở vị trí cân bằng người ta tác động để tạo ra tức thời cho khung tốc độ góc ω_0 .



1. Tính cường độ dòng điện cực đại qua khung.
2. Tìm điều kiện của tốc độ góc để khung quay không quá nửa vòng.

ĐS: 1. $i_{\max} = \omega_0 \sqrt{\frac{I}{L}}$; 2. $\omega_0 \leq \frac{\sqrt{LI}}{a^2 B}$

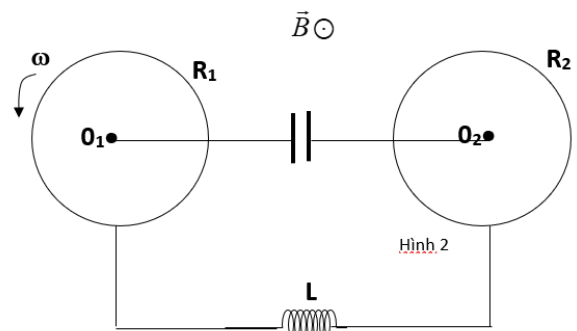
Bài 16. Phía trên của một hình trụ solenoit đặt thẳng đứng có một tấm bìa cứng nằm ngang trên đó đặt một vòng tròn nhỏ siêu dẫn làm từ dây kim loại có đường kính tiết diện dây là d_1 , đường kính vòng là D ($d_1 \ll D$). Nối solenoit với nguồn và tụ điện (hình 4), đóng khóa K thì vòng sẽ nảy lên khi hiệu điện thế $U \geq U_0$ (U_0 là hiệu điện thế xác định). Thay vòng trên bằng vòng siêu dẫn khác cùng kim loại trên và cùng đường kính D còn đường kính tiết diện dây là d_2 . Hỏi hiệu điện thế nguồn điện như thế nào để khi đóng khóa K thì vòng vừa được thay nảy lên. Biết độ tự cảm của vòng là $L = kD \cdot \ln\left(\frac{1,4D}{d}\right)$ (k là hằng số). Điện



trở thuần của solenoit và dây nối được bỏ qua.

ĐS: $U \sim \sqrt{L_v} \frac{d}{D}$

Bài 18. Hai đĩa tròn giống nhau R_1 và R_2 , mỗi đĩa có bán kính a , khối lượng m . Chúng có thể quay không ma sát xung quanh trục đi qua tâm và vuông góc mặt đĩa. Hệ được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ B vuông góc với mặt đĩa. Nhờ hệ thống tiếp điểm mà tâm và mép các đĩa được nối với nhau qua một cuộn dây thuần cảm L và tụ điện C (Hình 2). Bỏ qua điện trở thuần của mạch và ma sát ổ trục. Tại thời điểm ban đầu đĩa R_1 quay với tốc độ góc ω_0 còn đĩa R_2 đứng yên. Xác định biểu thức dòng điện qua cuộn dây và điện áp tụ theo thời gian.



ĐS: $i = \frac{Ba^2\omega_0}{2L\sqrt{\frac{B^2a^4}{2JL} + \frac{1}{LC}}} \sin\sqrt{\frac{B^2a^4}{2JL} + \frac{1}{LC}}t, u = \frac{Ba^2\omega_0}{2LC(\frac{B^2a^4}{2JL} + \frac{1}{LC})} (1 - \cos\sqrt{\frac{B^2a^4}{2JL} + \frac{1}{LC}}t)$

CHƯƠNG VIII. PHẢN XẠ VÀ KHÚC XẠ ÁNH SÁNG

VIII.1. PHẢN XẠ ÁNH SÁNG. GƯƠNG PHẪNG- GƯƠNG CẦU

Bài 1. Gương phẳng G đặt thẳng đứng trên mặt đất. Trên mặt gương có gắn vật AB mảnh, hợp với mặt gương góc $\alpha = 30^\circ$. Chùm sáng tới gương là chùm song song, hợp với mặt gương góc $\beta = 45^\circ$ (hình bên).

a/ Hãy xác định chiều dài của vật AB, biết bóng của AB trên mặt đất có chiều dài 30cm.

b/ Giữ nguyên β , cho AB quay trong mặt phẳng hình vẽ xung quanh A theo chiều để α tăng. Mô tả hiện tượng quan sát được trên mặt đất.

ĐS: a. $AB = 21,96\text{cm}$;

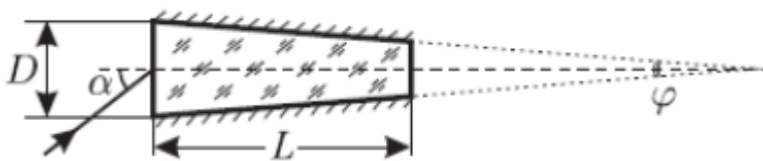
b. Thay đổi theo quy luật $MN = AB \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\beta - \alpha)$

Bài 2. Một nón bằng thủy tinh có α nhỏ, chiết suất n và đường kính đáy là d . Mặt bên của nó mạ bạc. Một tia sáng chiếu vào tâm I của đáy với góc tới i , tia sáng phản xạ liên tục trong mặt nón rồi cuối cùng ló ra ngoài. Tính chiều dài đường đi tia sáng trong mặt nón?

ĐS: $S = \frac{2D}{n\alpha} \sqrt{n^2 - \sin^2 i}$

Bài 3.

Một tấm thủy tinh có chiết suất n , tiết diện là hình thang cân, chiều cao L , đáy dài D , hai mặt bên được mạ bạc và tạo với nhau một góc φ như hình vẽ. Biết $\varphi \ll 1$. Một tia sáng chiếu đến đáy lớn tại điểm A với góc tới α như hình 3.

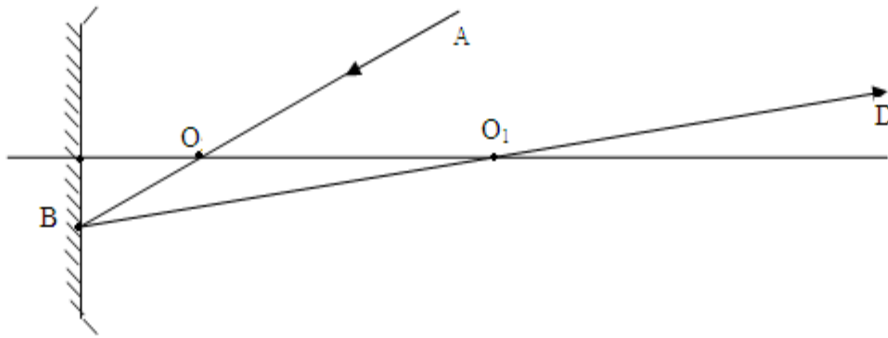


a) Hỏi α cần thỏa mãn điều kiện nào để tia này ló ra khỏi đáy nhỏ của tấm thủy tinh ?

b) Tính tổng chiều dài tia sáng từ điểm tới đáy lớn đến điểm ló ra ở đáy nhỏ.

ĐS: a. $\sin \alpha < (1 - \frac{L}{D} \varphi)$; b. $AB = R \frac{\sin(\beta - \theta)}{\sin \beta}$ với $\sin \theta = \frac{\sin \alpha}{n}$

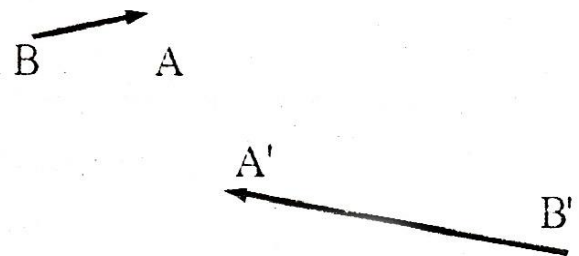
Bài 4. Một tia sáng AOB rọi lên một gương cầu lõm, cắt trục chính tại điểm O. Tia phản xạ BO_1D cắt trục chính tại O_1 (hình 3). Bằng cách vẽ đường đi của tia sáng, hãy xác định tiêu cự của gương.



Bài 5. Tại tiêu điểm của một gương cầu của một đèn pha có đặt vuông góc với trục chính một nguồn sáng có dạng một đĩa phát sáng có bán kính $r = 1 \text{ cm}$. hãy tìm đường kính của vệt sáng trên một bức tường nằm cách đèn pha một khoảng $L = 500 \text{ m}$. Nếu tiêu cự của gương $f = 4 \text{ m}$, đường kính vành của gương $d = 1 \text{ m}$.

ĐS: 3,5m

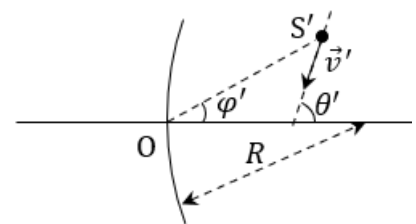
Bài 6. Một vật có dạng một đoạn thẳng như AB có ảnh A'B' qua một gương cầu như hình. Hãy dùng phép vẽ đường đi các tia sáng để xác định vị trí đỉnh gương và tiêu cự gương



Bài 7. Hai tia sáng song song đi song song với trục chính tới một gương cầu lõm có bán kính cong $R = 5 \text{ cm}$. Khoảng cách từ trục gương tới tia thứ nhất là $h_1 = 3,5 \text{ cm}$, đến tia thứ hai là $h_2 = 0,5 \text{ cm}$. Hãy xác định khoảng cách giữa hai giao điểm của trục chính với hai tia phản xạ.

ĐS: 1 cm

Bài 8. Khi nhìn vào một gương cầu lồi có bán kính cong R , người ta nhận thấy ảnh S' của một điểm S nào đó dường như ở cách đỉnh O của gương một khoảng ρ' theo hướng hợp với pháp tuyến của gương một góc φ' . Dùng máy đo vận tốc, người ta đo được vận tốc của S' có độ lớn v' và hợp với pháp tuyến của gương một góc θ' (hình vẽ).

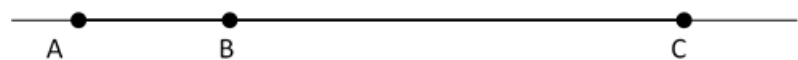


1. Xác định vị trí của S .
2. Xác định vận tốc của S .

ĐS: 1. $\rho = \frac{R\rho' \cos \varphi'}{R \cos \varphi' - 2\rho'}$; 2. $v = v' \frac{R \cos \varphi'}{R \cos \varphi' - 2\rho'} \frac{\sin(\theta' - \varphi')}{\sin(\theta - \varphi)}$

Bài 9.

1. Cho ba điểm A, B, C nằm trên trục chính của một thấu kính như hình 3. Nếu đặt điểm sáng ở A thì thấu kính cho ảnh ở B, nếu đặt điểm sáng ở B thì thấu kính cho ảnh ở C. Biết $AB = 8 \text{ cm}$,

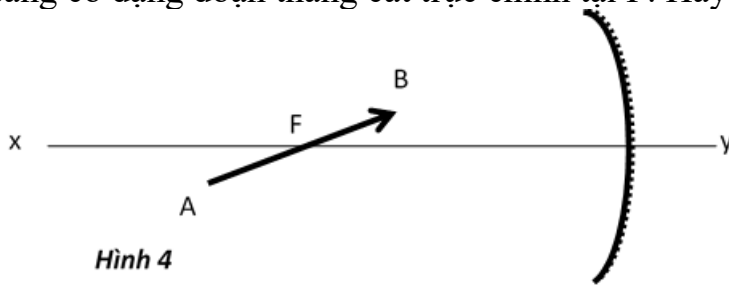


Hình 3

$BC = 24 \text{ cm}$. Hãy xác định loại thấu kính, vị trí đặt thấu kính và tiêu cự của nó.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

2. Hình 4 : xy là trục chính, F là tiêu điểm chính của một gương cầu lõm, AB là vật sáng có dạng đoạn thẳng cắt trục chính tại F. Hãy dựng ảnh của AB .



ĐS: 1. $d = 16\text{cm}$ và $f = 48\text{cm}$. Thấu kính hội tụ

Bài 10. Một gương cầu lõm bán kính $R=500\text{mm}$, đường kính mặt gương 10mm . Chiếu vào mặt gương một chùm tia sáng song song hình trụ có phương làm với trục chính của gương góc 30° . Chứng minh rằng chùm tia phản xạ bị thắt lại trên một đoạn thẳng nhỏ nằm trên mặt phẳng chứa trục chính và song song với chùm tia tới. Xác định vị trí và kích thước của đoạn thẳng này.

ĐS: kích thước đoạn thẳng $3,3 \text{ (mm)}$

Bài 11.

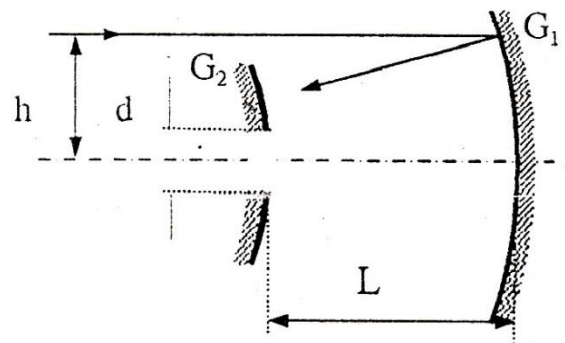
Một gương cầu lõm đặt sau một thấu kính phân kỳ tiêu cự $f_1 = 5 \text{ cm}$ một khoảng $l = 7 \text{ cm}$. Hệ cho ảnh cùng độ cao như vật của mọi vật nằm ở vị trí tùy ý trước thấu kính. Hãy xác định tiêu cự của gương.

ĐS: 6cm

Bài 12.

Trên hình 5.1 cho hệ hai gương cầu: gương lõm G_1 có bán kính cong $R_1 = 20\text{m}$, gương lồi có bán kính cong $R_2 = 10 \text{ m}$, được đặt cách nhau một khoảng $L = 5 \text{ m}$. Hệ được dùng để làm chậm một xung sáng ngắn hạn rơi vào gương G_1 theo đường song song với trục chính và ở khoảng cách $h = 20 \text{ cm}$. Hỏi bao nhiêu lâu thì tia sáng chui ra khỏi hệ qua lỗ đường kính $d = 2\text{cm}$ nằm tại tâm của gương cầu lồi ?

ĐS: $\tau = 9 \frac{L}{c} = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$



Bài 13. Một bình hình trụ đựng thủy ngân đặt trên một bàn xoay và bình quay xung quanh trục thẳng đứng của hình trụ với tốc độ góc không đổi ω . Khi đạt tới trạng thái chuyển động ổn định, bề mặt thủy ngân lõm xuống. Bỏ qua ảnh hưởng của các hiệu ứng bề mặt.

- Lập phương trình của mặt cong mô tả hình dạng bề mặt của thủy ngân.
- Chứng minh rằng một chùm tới song song chiếu từ trên xuống dọc theo trục quay sau khi phản xạ trên mặt thủy ngân sẽ hội tụ lại ở một điểm.
- Xác định khoảng cách từ điểm hội tụ này tới điểm lõm nhất của bề mặt thủy ngân.

ĐS: a. $y = \frac{\omega^2}{2g} x^2 \rightarrow$ bề mặt thủy ngân là một parabol tròn xoay (paraboloit) đỉnh O.

b. Tiêu cự của paraboloit là $OF = \frac{g}{2\omega^2}$

VIII.2. HIỆN TƯỢNG KHÚC XẠ, PHẢN XẠ TOÀN PHẦN

Bài 1. Trong một thí nghiệm, người ta nhúng một đầu của một đũa thủy tinh vào một chậu nước trong suốt, có chiết suất $n = \frac{4}{3}$, đũa nghiêng

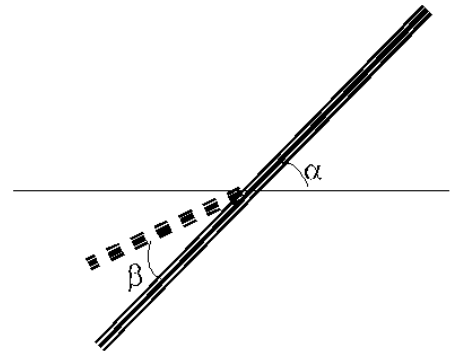
góc α so với mặt thoáng. Quan sát từ trên theo phương gần như vuông góc với mặt nước, người ta thấy đầu đũa nhúng trong nước dường như dịch chuyển đi một góc β (Hình 1)

Tăng đầu góc α từ 5° đến 85° thì thấy độ dịch chuyển góc β cũng tăng, sau khi đi qua một giá trị cực đại, nó lại giảm

a) Hãy thiết lập biểu thức của dịch chuyển góc β theo góc nghiêng α . Tính giá trị của β khi $\alpha = 30^\circ$ và khi $\alpha = 60^\circ$

b) Tính α khi β đạt giá trị cực đại $\beta_{\max}$. Tính $\beta_{\max}$

ĐS: a. $\tan \beta = \frac{n-1}{\frac{n}{\tan \alpha} + \tan \alpha}$; b. $\alpha = 49^\circ 6'$; $\beta_{\max} = 8^\circ 13'$

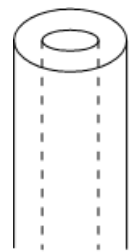


Bài 2. Một ống mao dẫn bằng thủy tinh có chiết suất $n=1,732$; đường kính ngoài $D=3,364(\text{mm})$; đường kính trong $d=2\text{mm}$ (Hình 4); ống chứa thủy ngân. Ống được quan sát từ phía bên và đặt đủ xa mắt để các tia sáng từ mọi điểm của ống tới mắt đều có thể coi gần đúng là những tia song song với nhau.

Người ta sẽ quan sát thấy cột thủy ngân có đường kính bằng bao nhiêu?

ĐS: $d' \approx 3(\text{mm})$

Bài 3. Một ống thủy tinh bán kính trong r và bán kính ngoài R ($r < R$) chứa đầy một chất huỳnh quang. Dưới tác dụng của tia Ronghen chất này phát ra ánh sáng xanh. Chiết suất thủy tinh và của chất huỳnh quang đối với ánh sáng xanh lần lượt là n_1 và n_2 . Hỏi tỉ số $\frac{r}{R}$ phải thỏa mãn điều kiện như thế nào để khi nhìn lên ống thủy tinh ta có cảm giác chiều dày ống bằng không?



$$\text{ĐS: } \frac{r}{R} \geq \frac{1}{n_1} \text{ khi } n_1 \leq n_2 \text{ hoặc } \frac{r}{R} \geq \frac{1}{n_2} \text{ khi } n_1 \geq n_2$$

Bài 4. Một sợi cáp quang hình trụ rất dài, hai đáy phẳng và vuông góc với trục sợi cáp, bằng thủy tinh chiết suất n_1 , được bao xung quanh bằng một hình trụ đồng trục, bán kính lớn hơn nhiều bán kính a của sợi cáp, bằng thủy tinh chiết suất n_2 , với $n_2 < n_1$. Một tia sáng SI tới một đáy của sợi cáp quang dưới góc tới i , khúc xạ trong sợi cáp, và sau nhiều lần phản xạ toàn phần ở mặt tiếp xúc giữa hai lớp thủy tinh, có thể ló ra khỏi đáy kia.

1. Tính giá trị lớn nhất i_m mà i không vượt quá để tia sáng không truyền sang lớp vỏ ngoài.

2. Sợi cáp (cùng với lớp vỏ bọc) được uốn cong cho trục của nó làm thành một cung tròn, bán kính R . Góc i bây giờ là bao nhiêu?

Cho biết: $n_1 = 1,50$; $n_2 = 1,48$; $a = 0,2\text{mm}$; $R = 5 \text{ cm}$.

Chú ý:

- Chỉ xét tia sáng nằm trong mặt phẳng chứa trục của sợi cáp.
- Chỉ cần cho biết giá trị chính xác của $\sin$, $\cos$ hoặc $\tan$ của i_m .

$$\text{ĐS: } 1. i_m \approx 14^{\circ}08'; 2. i_m' \approx 9^{\circ}$$

Bài 5. Ngày xưa ngày xưa, chuyện kể rằng, sau một ngày làm việc mệt mỏi, người thợ rèn Akaba đi qua một con suối nhỏ uống nước. Khi nhìn xuống nước theo phương hợp với mặt nước một góc $\alpha = 45^{\circ}$ thoạt nhiên anh nhận thấy dưới đáy suối có một chiếc nhẫn kim cương. Sung sướng và hạnh phúc, anh vội vàng lội xuống suối, đến chỗ có chiếc nhẫn. Khi đến nơi, nhìn theo phương thẳng đứng xuống, anh ta ngạc nhiên khi thấy tự nhiên nó bị nâng lên cao hơn lúc đầu, nhưng không chần chừ anh thò tay xuống nhặt chiếc nhẫn lên và đi ngay về làng. Hãy giải thích hiện tượng mà Akaba đã nhìn thấy. Nếu cho rằng so với lúc đầu anh ta nhìn thì nhẫn dường như được nâng lên một đoạn là $18,2 \text{ cm}$. Hỏi độ sâu của con suối mà Akaba đến uống nước là bao nhiêu. Chiết suất nước ở đó là $4/3$.

$$\text{ĐS: } 57,8\text{cm}.$$

Bài 6. Một môi trường trong suốt, chiết suất n ngăn cách với chân không bằng một mặt đối xứng tròn xoay Σ . Xác định phương trình của mặt Σ sao cho một chùm tia sáng song song với trục đối xứng của Σ , khi truyền từ chân không qua mặt Σ vào môi trường thì hội tụ tại

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

một điểm F. Bán kính cực đại của chùm tia có thể hội tụ được bằng thấu kính Σ này là bao nhiêu?

Nếu môi trường chứa chùm tia tới song song không phải chân không mà có chiết suất $N > n$ thì mặt Σ phải thay đổi thế nào?

$$\text{ĐS: Elips } \frac{\left(x - \frac{nf}{n+1}\right)^2}{\left(\frac{nf}{n+1}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(f\sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\right)^2} = 1.$$

Theo giả thiết ta có $n > 1$ nên $\sqrt{\frac{n-1}{n+1}} > 0$, các bán trục $a = \frac{n}{n+1}f$; $b = \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}f$.

Bán tiêu cự của elip là $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \frac{f}{n+1}$. Tâm sai là $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{n}$.

Bài 7. Một thấu kính phẳng - lồi có chiết suất n . Mặt lồi là một mặt cong. Một chùm tia tới song song được chiếu vuông góc với mặt phẳng. Xác định dạng mặt cong để chùm tia ló hội tụ tại một điểm.

$$\text{ĐS: } \frac{\left(x - \frac{ne+d}{n+1}\right)^2}{\left(\frac{d-e}{n+1}\right)^2} - \frac{y^2}{\frac{(d-e)^2(n-1)}{n+1}} = 1.$$

Đây là phương trình của một Hyperbol quy về hai trục đối xứng. Hai bán trục và nửa tiêu cự

lần lượt là: $a = \frac{d-e}{n+1}$; $b = \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}(d-e)$; $c = \frac{(d-e)\sqrt{n^2-2}}{n+1}$.

Bài 8. Một mặt đối xứng tròn xoay Σ ngăn cách hai môi trường trong suốt chiết suất n_1, n_2 . Xác định Σ sao cho một chùm sáng hình nón, có đỉnh A ở trên trục đối xứng của Σ , cách Σ một khoảng d , trong môi trường 1, sau khi truyền qua mặt Σ sang môi trường 2, thì trở thành một chùm song song. Xét hai trường hợp: $n_1 > n_2$ và $n_1 < n_2$.

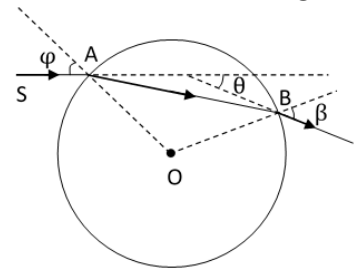
ĐS: : Đường Cônic $(n_1^2 - n_2^2)x^2 + 2n_1(n_1 - n_2)dx + n_1^2y^2 = 0$.

Trường $n_1 > n_2$ là một elipsoit tròn xoay

Trường hợp $n_1 < n_2$ hyperboloit tròn xoay

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Bài 9. Một quả cầu được làm bằng một chất trong suốt được đặt vào một chùm sáng song song đi qua tâm mặt cầu như hình vẽ. Góc tới của một trong các tia tại mặt cầu là $\varphi = \arctan(4/3)$, sau khi nó khúc xạ qua quả cầu thì bị lệch một góc $\theta = 2\arctan(7/24)$. Tìm chiết suất của vật liệu làm quả cầu.



Hình 6

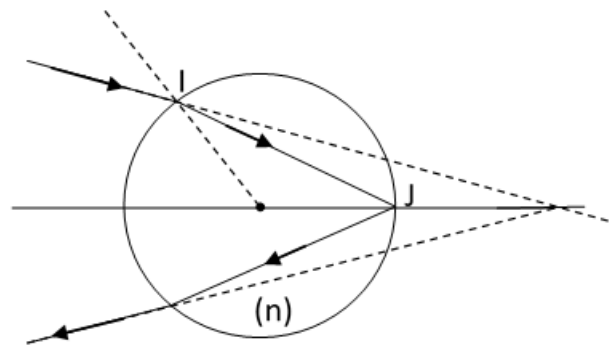
ĐS: $n = \frac{4}{3}$

Bài 10. Một chùm đơn sắc song song chiếu lên quả cầu được tạo ra từ vật liệu trong suốt xuyên qua quả cầu đó. Tiết diện chùm tia này nhỏ so với kích thước quả cầu. Chùm tia ló tạo ra trên mặt quả cầu một vết sáng tròn có đường kính nhỏ hơn 3 lần đường kính tiết diện chùm tia tới. Tìm chiết suất vật liệu quả cầu.

ĐS: $n = 1,5$

Bài 11. Một tia sáng đi vào một giọt nước hình cầu chiết suất n như hình vẽ.

1. Góc tới α của tia sáng trên mặt đối diện là bao nhiêu? Tia này phản xạ một phần hay toàn phần?
2. Tìm biểu thức đối với góc lệch δ .
3. Tìm góc φ để gây ra góc lệch cực tiểu.



Hình 9

(Gợi ý: $\frac{d \sin^{-1} x}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$)

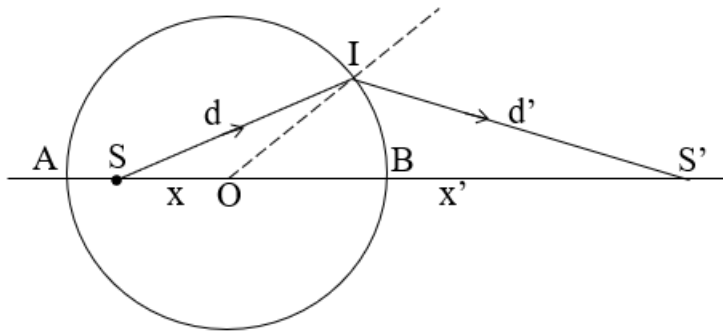
ĐS: 1. $\sin \alpha = \frac{1}{n} \sin \varphi < \frac{1}{n}$, do đó tia tới phản xạ một phần trên mặt cầu đối diện.

2. $\delta = \pi - 2x = \pi - 4\alpha + 2\varphi$; 3. $\cos \varphi = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}}$

Bài 12. Xét một khối cầu thủy tinh tâm O, bán kính R và chiết suất n đặt trong không khí. (P) là một tiết diện thẳng chứa đường kính AB, một điểm sáng S thuộc AB, S' là ảnh của S tạo bởi các tia khúc xạ qua mặt cầu (hình 5).

1. Gọi I là một điểm tới bất kì;

$\overline{SO} = x$; $\overline{S'O} = x'$; $\overline{SI} = d$; $\overline{S'I} = d'$. Chứng tỏ rằng: $\frac{d}{d'} = \frac{nx}{x'}$



2. Điểm sáng S cho ảnh rõ nét khi thỏa mãn điều kiện tương điểm. Tuy nhiên, có hai vị trí của S (không trùng với O) thỏa mãn điều kiện tương điểm một cách tuyệt đối với mọi tia sáng phát ra từ S. Tìm hai vị trí đó.

ĐS: 2. 2 vị trí của S nằm đối xứng nhau qua tâm O; cách O một khoảng R/n .

Bài 13. Một quả cầu trong suốt bán kính R có chiết suất phụ thuộc vào khoảng cách r từ tâm điểm theo công thức:

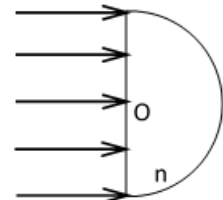
$$n(r) = \frac{R+a}{r+a} \quad (a > 0)$$

Chiếu tia sáng lên quả cầu dưới góc tới α (hình vẽ). Hãy xác định khoảng cách ngắn nhất d từ tâm quả cầu đến tia sáng.

ĐS: $d = \frac{aR \sin \alpha}{a + R(1 - \sin \alpha)}$

Bài 14. Chiếu một chùm sáng song song, rộng, vuông góc với mặt bán cầu thủy tinh, bán kính $R = 3\text{cm}$, chiết suất $n = \sqrt{2}$ như Hình 3.

- Vẽ hình và lập luận để chứng tỏ ảnh của chùm sáng ló ra khỏi bán cầu không phải là một điểm sáng.
- Tìm khoảng cách ngắn nhất từ ảnh của chùm sáng ló ra khỏi bán cầu đến tâm O của bán cầu.



Hình 3

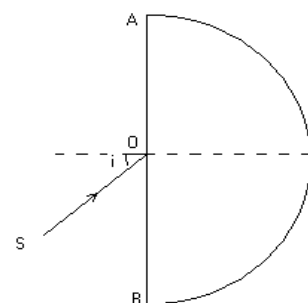
ĐS: $3\sqrt{2}\text{ cm}$.

Bài 15. Tiết diện thẳng của một khối đồng chất, trong suốt nửa hình trụ là nửa hình tròn tâm O, bán kính R (Hình 1), khối này làm bằng chất có chiết suất $n = \sqrt{2}$, đặt trong không khí. Tia sáng SI nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục của hình trụ, tới mặt phẳng của khối này với góc tới 45° .

- Vẽ đường đi của tia sáng khi đi tới I trùng với tâm O, nói rõ cách vẽ.

Tính góc ló và góc lệch D giữa tia tới và tia ló.

- Xác định vị trí điểm tới I để góc lệch D bằng không, vẽ hình.



3. Điểm tới I nằm trong khoảng nào thì không có tia ló khỏi mặt trụ.

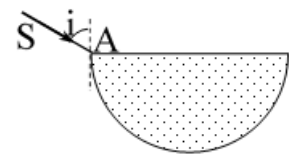
ĐS: 1. 15° ; 2. $OI_0 = R \frac{\sqrt{3}}{3}$; 3. Trên đoạn I_1I_2 : $OI_1 = R \sqrt{\frac{2}{3}}$, $OI_2 = R \sqrt{\frac{2}{3}}$

Bài 16. Cho một bình cầu chứa một chất lỏng trong suốt chưa biết, nguồn sáng laser đặt trên bàn quang học, giấy kẻ ô tới mm, giá thí nghiệm. Hãy nêu phương án thí nghiệm để xác định chiết suất của chất lỏng trong bình, vị trí của tiêu điểm của bình chất lỏng đối với thành bình và bán kính cong của bình.

ĐS: Xây dựng được $n = 1 + \frac{R}{2L + R}$. Như vậy chiết suất của chất lỏng được xác định theo các số đo R và L trên đây.

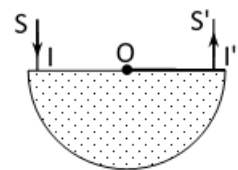
Bài 17. Cho một khối bán trụ tròn trong suốt, đồng chất chiết suất n đặt trong không khí (coi chiết suất bằng 1).

1. Cho $n = 1,732 \approx \sqrt{3}$. Trong một mặt phẳng của tiết diện vuông góc với trục của bán trụ, có tia sáng chiếu tới mặt phẳng của bán trụ dưới góc tới $i = 60^\circ$ ở mép A của tiết diện (Hình 2).



Vẽ đường truyền của tia sáng.

2. Chiếu tia sáng SI tới vuông góc với mặt phẳng của bán trụ thì tia sáng ló duy nhất của nó là I'S' cũng vuông góc với mặt này (Hình 3). Cho bán kính của khối trụ là R , tìm khoảng cách nhỏ nhất từ điểm tới I của tia sáng đến trục O của bán trụ. Ứng với khoảng cách ấy, tìm giá trị nhỏ nhất của n .



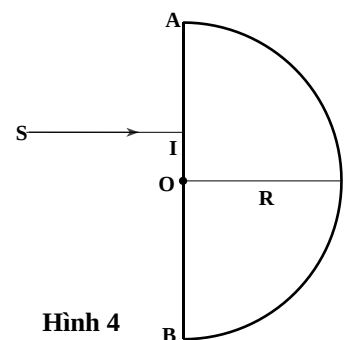
ĐS: 2. $n \geq 2$; $OI_{\min} = R \frac{\sqrt{2}}{2}$

Bài 18. Cho một khối thủy tinh dạng bán cầu có bán kính $R = 4\text{cm}$, chiết suất $n = \sqrt{2}$ đặt trong không khí (Hình 4).

1. Chiếu thẳng góc tới mặt phẳng của bán cầu một tia sáng SI.

a) Điểm tới I cách tâm O của khối bán cầu là $R/2$. Xác định góc lệch giữa tia ló ra khỏi bán cầu so với tia tới.

b) Điểm tới I ở trong vùng nào thì có tia sáng đi qua mặt cầu của bán cầu?



Hình 4

2. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song vào mặt phẳng, theo phương vuông góc và phủ kín mặt đó. Chùm sáng ló ra khỏi mặt cầu không phải là một chùm tia sáng đồng quy mà nó tạo ra một vệt sáng có dạng một đoạn thẳng nằm dọc theo đường kính vuông góc với mặt phẳng. Hãy xác định vị trí và chiều dài đoạn thẳng nói trên.

ĐS: 1a. $D = 15^\circ$. 1b. Nếu điểm tới I nằm trong đoạn $I_1I_2 = R\sqrt{2}$, với $OI_1 = OI_2 = \frac{R}{\sqrt{2}}$ thì sẽ

có tia ló ra khỏi mặt cầu của bán cầu.

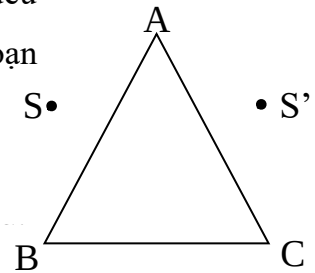
2. $8(\text{cm})$

VIII.3. LĂNG KÍNH- BẢN MẶT SONG SONG

Bài 1. Một tia sáng đơn sắc đến lăng kính có tiết diện là một tam giác đều ABC phản xạ toàn phần ở mặt thứ hai AC và ló ra ở mặt thứ ba BC. Xác định góc lệch cực đại giữa tia tới và tia ló, nếu lăng kính là thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$ và đặt trong không khí.

ĐS: $D_{\max} = 116^\circ$

Bài 2. Đặt trong không khí một lăng kính tiết diện thẳng là tam giác đều ABC. Điểm sáng S cách mặt bên AB đoạn $a = 30\text{cm}$ và cách cạnh A đoạn $b = 50\text{cm}$. Chiết suất lăng kính $n = \sqrt{2}$. Gọi S' là điểm đối xứng của S qua mặt phẳng phân giác của góc chiết quang A.



Hình 22

1. Xác định đường đi của tia sáng truyền từ S qua lăng kính tới S'.
2. Tính thời gian truyền từ S đến S'.

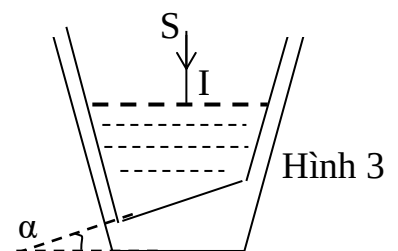
ĐS: 2. $3,3 \text{ ns}$

Bài 3. Cho lăng kính có tiết diện thẳng là một tam giác đều ABC, cạnh a . Chiếu tia sáng trắng SI đến mặt bên AB dưới góc tới i sao cho tia sáng bị phản xạ toàn phần ở AC rồi ló ra ở BC. Chiết suất lăng kính đối với tia đỏ là $n_d = 1,61$, đối với tia tím là $n_t = 1,68$.

1. Tính góc lệch cực đại giữa tia tới SI và tia ló màu đỏ.
2. Chứng tỏ rằng chùm ló là chùm song song. Tính bề rộng của chùm tia ấy theo a trong trường hợp góc lệch giữa tia tới SI và tia ló màu đỏ đạt cực đại.

ĐS: 1. $D_{\max} = 133^\circ$; 2. $0,0113a$

Bài 4. a) Đáy một cái cốc thủy tinh dày không đều có dạng là một lăng kính có góc đỉnh $\alpha = 3^\circ$. Đặt cốc trên mặt bàn và rót nước vào cốc thì mặt nước song song với đáy ngoài của cốc (hình 3). Chiếu một tia sáng đơn sắc SI theo phương thẳng đứng vào mặt nước trong cốc. Tính góc lệch của tia sáng ló khỏi đáy ngoài của cốc.



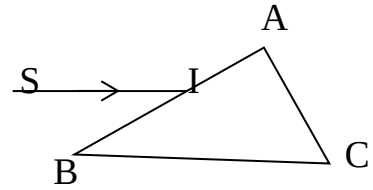
b) Để tia ló song song với tia tới phải nghiêng cốc bao nhiêu độ và theo chiều nào.

Cho biết chiết suất của thủy tinh và của nước lần lượt là $n_1 = 1,5$ và $n_2 = 4/3$

ĐS: a. Góc lệch tổng cộng D là: $D = D_1 - D_2 = (n_1 - n_2)A = 0,5^\circ$

b. Phải nâng cao bên đáy cốc dày lên để tăng góc A của lăng kính nước tới $4,5^\circ$.

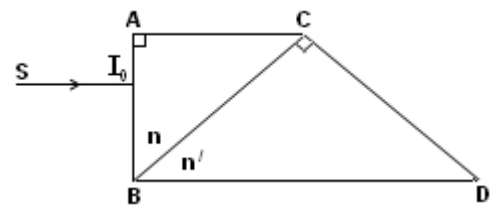
Bài 5. Một lăng kính có tiết diện thẳng là một tam giác vuông cân ABC, $A = 90^\circ$; $B = 30^\circ$ và $C = 60^\circ$. Chiếu một tia sáng đơn sắc SI tới mặt bên AB của lăng kính theo phương song song với đáy BC. Tia sáng đi vào lăng kính và ló ra ở mặt bên AC. Biết chiết suất của lăng kính (ứng với ánh sáng đơn sắc chiếu tới lăng kính) là n .



1. Để tia sáng ló ra khỏi mặt bên AC thì chiết suất của lăng kính phải thỏa mãn điều kiện gì?
2. Với $n = ?$ thì tia sáng phản xạ toàn phần ở mặt bên AC và ló ra khỏi mặt bên BC theo phương vuông góc với BC.

ĐS: 1. $n \leq \frac{\sqrt{7}}{2}$; 2. $n = \sqrt{3}$

Bài 6. Người ta gắn hai lăng kính có tiết diện thẳng là các tam giác vuông cân (như hình vẽ). Lăng kính ABC có chiết suất n , lăng kính BCD có chiết suất n' (Các lăng kính đặt trong không khí).

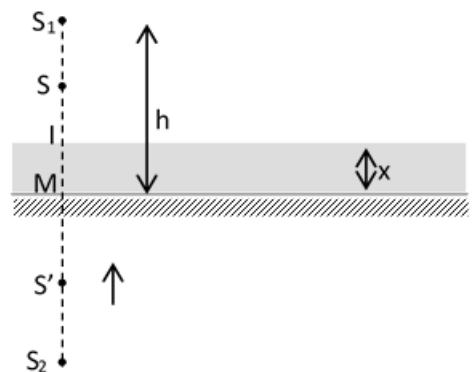


Một chùm tia sáng hẹp đơn sắc, song song chiếu vuông góc tới mặt AB và khúc xạ ở I trên mặt BC.

- a. Muốn chùm tia sáng này ló ra khỏi mặt BD tại I' sau khi phản xạ toàn phần trên mặt CD thì các chiết suất n và n' phải thỏa mãn điều kiện nào ?
- b. Trong điều kiện trên, viết biểu thức xác định góc lệch giữa các tia tới và tia ló ?

ĐS: a. $\sqrt{2} < \sqrt{2n'^2 - n^2} < n + 2$; b. $\alpha = \arccos \left[\frac{\sqrt{2n'^2 - n^2} - n}{2} \right]$

Bài 7. Phía trên một gương phẳng đặt nằm ngang trong không khí, cách gương một khoảng h đặt một điểm sáng S. Người ta đổ chậm một chất lỏng chiết suất n lên mặt gương cho mặt chất lỏng dâng lên với vận tốc không đổi v . Mắt ở sát phía trên vị trí điểm sáng S và gương sao cho mặt chất lỏng dâng lên với vận tốc không đổi v . Mắt ở sát phía trên vị trí điểm sáng S và quan sát với các tia sáng có góc tới rất bé. Hãy tìm hướng chuyển động và vận tốc của ảnh (S') của S tạo bởi hệ quang học gồm chất lỏng và gương.



ĐS: Ảnh S' đi lên $v_1 = -v \cdot \frac{n-1}{n}$

Bài 8. Cho bản mặt song song (BMSS) có chiết suất tỉ đối $n(n < 1)$. Chiếu một chùm tia sáng rộng đến BMSS. Chùm tia sáng hội tụ tại 1 điểm S ở phía sau BMSS (tính theo chiều truyền ánh sáng) chùm tia này được giới hạn bởi hai tia biên: Tia biên thứ nhất vuông góc với BMSS,

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

tia biên thứ hai tới gặp BMSS tại I dưới góc tới i thoả mãn: $i_1 = 10^\circ \leq i \leq i_0 = 30^\circ$; bản mặt song song có bề dày e .

Khi nào ảnh của S không phải là một điểm sáng mà là một vệt sáng. Tính độ dài vệt sáng.

Áp dụng: $SH = 20\text{cm}$; $e = 5\text{cm}$; $n = 0,8$.

$$\text{ĐS: } S'_0S'_1 = HS'_1 - HS'_0 = e \left(\frac{\sqrt{1 - \sin^2 i_0}}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_0}} - \frac{1}{n} \right) = 0,7\text{cm}$$

Bài 9. Một chùm sáng hẹp song song có bề rộng a gồm hai thành phần đơn sắc được chiếu lên một bản mặt song song dưới góc tới i . Chiết suất của bản đối với hai thành phần tương ứng là n_1 và n_2 . Xác định độ dày tối thiểu của bản mặt để sau khi đi qua bản, chùm sáng sẽ tách thành hai chùm riêng biệt mà mỗi chùm chỉ chứa một thành phần đơn sắc.

$$\text{ĐS: } e_{\min} = \frac{a}{\sin i \cdot \cos i \cdot \left| \frac{1}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i}} - \frac{1}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 i}} \right|}$$

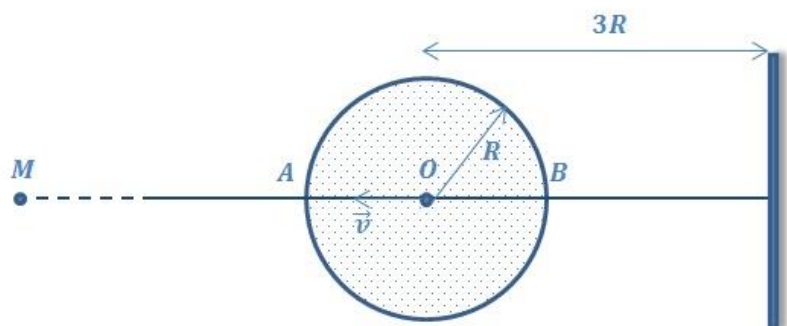
VIII.4. LƯỠNG CHẤT CẦU

Bài 1. Một bể cá hình cầu, bán kính R làm bằng thủy tinh mỏng, trong suốt, chứa đầy nước. Người quan sát đặt mắt tại M ở khoảng cách khá xa bể cá, nhìn theo một đường kính AB của hình cầu. Phía sau bể cá đặt một gương phẳng vuông góc với đường kính AB và cách tâm cầu một khoảng bằng $3R$. Trên đường kính AB có một con cá nhỏ (xem như điểm sáng S), bơi dọc theo AB từ B đến A với vận tốc v_0 không đổi. Cho chiết suất của không khí bằng 1, chiết suất của nước $n = 4/3$.

a) Hãy giải thích vì sao người này nhìn thấy hai ảnh của con cá.

b) Đúng lúc con cá đi qua tâm O hãy tính vận tốc của hai ảnh nói trên từ đó suy ra tốc độ tương đối giữa chúng.

ĐS: b. $5v_0/3$



Bài 2. Xét một khối cầu trong suốt có bán kính R , chiết suất n , đặt trong không khí. Ta có thể coi khối cầu trong suốt này như một thấu kính cầu. Một điểm sáng S nằm trên trục chính của thấu kính cách tâm của thấu kính một khoảng là d , cho ảnh S' cách tâm thấu kính một khoảng là d' . Hãy tìm công thức của thấu kính cầu.

ĐS: $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{R} \cdot \frac{n-1}{n}$

Bài 3. Một quả cầu nước có bán kính r , chiết suất n . Vật đặt ở vị trí sao cho ảnh qua quả cầu ngược chiều với vật. Ảnh hiện lên trên một màn chắn. Trong bài toán này ta chỉ xét trường hợp tạo ảnh bởi các tia sáng đi gần trục. Khoảng cách D giữa vật và màn chắn là cố định.

a) Gọi l là khoảng cách từ vật tới tâm hình cầu, có hai giá trị l_1, l_2 để cho ảnh rõ nét. Tìm hiệu $|l_1 - l_2|$ và tỷ số độ lớn của hai ảnh tương ứng với hai vị trí.

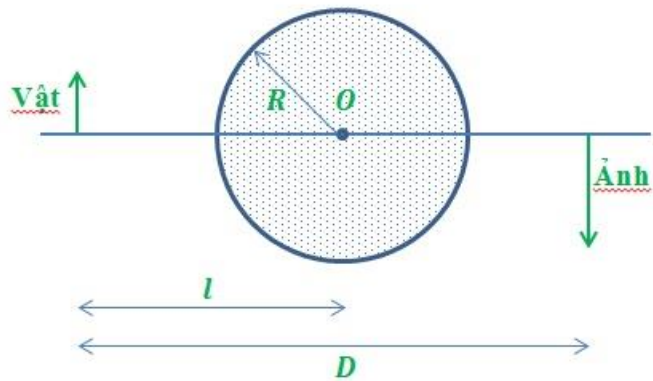
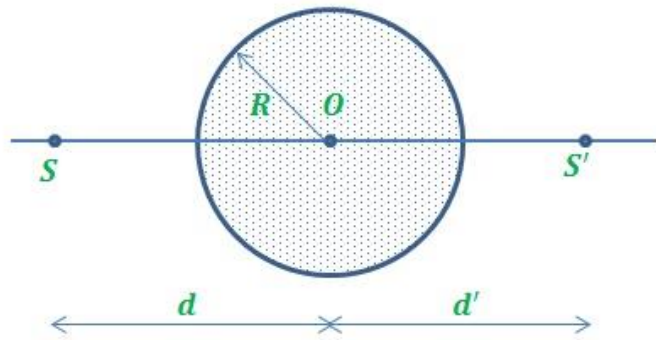
b) Khoảng cách D phải thỏa mãn những điều kiện gì để có thể tạo được ảnh.

ĐS: a. Tỷ số độ lớn giữa hai ảnh $\delta = \frac{h_1}{h_2} = \left[\frac{D(n-1)}{2nR} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2nR}{D(n-1)}} \right)^2 \right]^2$

$$\Delta l = |l_1 - l_2| = \sqrt{\Delta} = \sqrt{D \left(D - \frac{2nR}{n-1} \right)}$$

Bài 4: Hai khối cầu trong suốt có cùng bán kính R , chiết suất n . Khoảng cách hai tâm $D \geq 2R$. Hãy tìm mối liên hệ giữa D, R, n để chùm sáng song song và đi gần với đường thẳng nối tâm hai quả cầu sau khi qua hệ lại trở thành chùm song song.

ĐS: $D = 2f = \frac{nR}{n-1}$

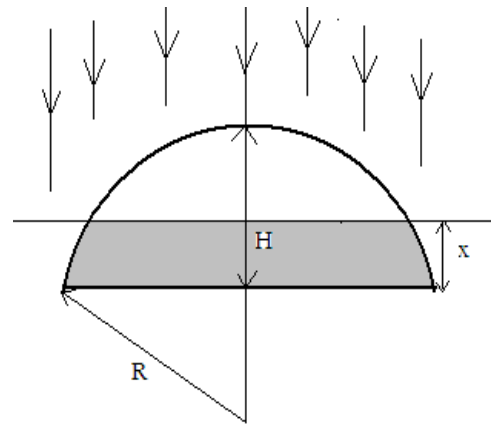


Bài 5. Một chỏm cầu bằng thạch anh bị nhúng một phần vào chất lỏng có chiết suất n_0 (như hình vẽ). Mặt phẳng bán cầu song song và cách mặt thoáng chất lỏng đoạn x , độ dày của chỏm cầu là H . Một chùm sáng song song được chiếu thẳng đứng vào chỏm cầu. Tại độ sâu l và $L > l$ trong chất lỏng quan sát được hai ảnh có độ sáng như nhau. Bỏ qua sự hấp thụ ánh sáng của thạch anh và chất lỏng, sự phản xạ ánh sáng tại các mặt phân cách. Hãy xác định bán kính R của chỏm cầu, chiết suất n của thạch anh và x .

$$\text{ĐS: } R = \frac{Ll(n_0-1)}{n_0(L-l)}; n = \frac{n_0L-l}{L-l};$$

$$\sqrt{R(R-H) + \frac{H^2}{2}}$$

$$x = H - R +$$



Bài 6. Cho một lưỡng cầu với hai môi trường có

chiết suất tuyệt đối $n_1 = 1,2$ và $n_2 = 1,5$. Một vật sáng điểm nằm trong môi trường có chiết suất tuyệt đối n_1 và ở trước mặt cầu lồi có bán kính $R = 50\text{cm}$. Vật S chuyển động từ vị trí cách mặt cầu 10cm và ra xa mặt cầu. Tính vận tốc của ảnh S' khi:

1. Vật chuyển động đều với vận tốc $v = 5\text{cm/s}$.

2. Vật chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a = 4\text{cm/s}^2$ tại thời điểm ban đầu cách đỉnh O của mặt cầu 10cm và vận tốc ban đầu bằng 0.

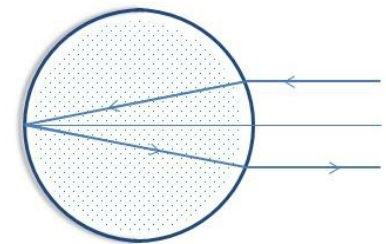
$$\text{ĐS: } 1. v = \frac{22500}{(57-1,5t)^2} (\text{cm/s}); 2. v = \frac{18000t}{[57-0,6t^2]^2} (\text{cm/s})$$

Bài 7. Gương phản xạ lùi là một thiết bị quang học phản xạ ánh sáng quay ngược trở lại so với chiều mà nó tới. Loại quen thuộc nhất là hình lập phương có góc phản xạ, nhưng gần đây nhất là những hình cầu Scotchlite do công ty 3M sáng chế.

a) Hãy tính chiết suất n và các thông số liên quan khác để đảm bảo hình cầu phản xạ lùi ánh sáng.

b) Hãy vẽ phác sơ đồ làm việc của Scotchlite và thảo luận một cách định tính những yếu tố quyết định đến hiệu suất phản xạ của nó.

$$\text{ĐS: } n = 2$$



Bài 8. Một nhiệt kế thủy ngân làm bằng thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$ có thành ngoài và thành trong là hai hình trụ đồng trục có bán kính lần lượt là R, r . Một người quan sát đặt mắt khá xa để quan sát nhiệt kế.

a) Hãy tìm điều kiện về R, r để người quan sát có cảm giác như phần thủy ngân chiếm hết cả nhiệt kế (không thấy phần thủy tinh).

b) Khi bầu của nhiệt kế nằm trong nước đá thì thủy ngân ở vạch 0.

Khi bầu của nhiệt kế nằm trong nước sôi thì thủy ngân ở vạch 100.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

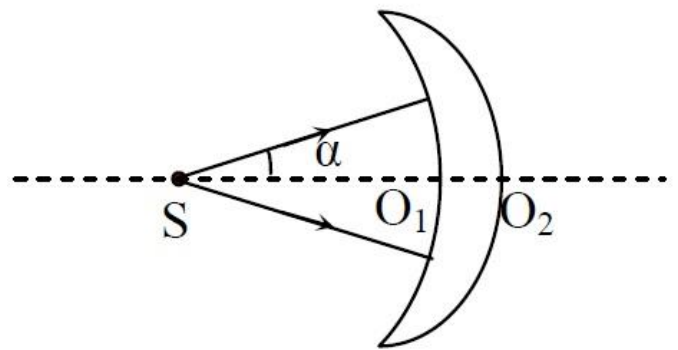
Hỏi khi thủy ngân trong nhiệt kế ở vạch t (nhiệt độ biểu kiến) thì nhiệt độ thực tế t_0 là bao nhiêu? Cho biết hệ số nở nhiệt của thủy tinh là β_{tt} và của thủy ngân là β_{Hg} .

c) Hãy đề xuất phương án đo r với các dụng cụ sau đây:

- Một bút đánh dấu bằng mực xanh.
- Một thước kẹp.
- Một kính hiển vi.
- Một tấm thủy tinh mỏng, phẳng, hai mặt song song.

ĐS: a. $\frac{R}{r} = n \sin \alpha \leq n$; b. $t_0 = \frac{t}{1 + (100 - t)\beta_{tt}}$

Bài 9. Cho một thấu kính hội tụ lõm – lồi bằng thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$ (hình vẽ). Mặt lõm có bán kính $R_1 = 5,5$ cm và có đỉnh tại O_1 . Mặt lồi có bán kính R_2 và có đỉnh tại O_2 . Khoảng cách $O_1O_2 = 0,5$ cm. Điểm sáng S được đặt tại đúng tâm của mặt lõm và chiếu một chùm tia có góc mở rộng vào mặt thấu kính.



a) Xét chùm sáng hình nón xuất phát từ S chiếu vào thấu kính với góc giữa đường sinh và trục hình nón là $\alpha = 15^\circ$. Với giá trị $R_2 = 3$ cm, hãy xác định vị trí điểm đầu và điểm cuối của dải các giao điểm của các phương tia sáng ló ra khỏi thấu kính và trục chính.

b) Tìm R_2 sao cho chùm tia ló ra khỏi thấu kính là một chùm tia đồng quy, rộng.

Đs: a. $y_1 = 9,35$ cm; $y_2 = \frac{nR_2}{2-n} = 9$ cm; $\Delta y = y_1 - y_2 = 0,35$ cm

b. $R_2 = 3,6$ cm

Bài 10. Trích đề thi chọn HSG Vật lý toàn quốc 1992-1993

Một mặt cầu bán kính $OI = R$ phân cách hai môi trường trong suốt có chiết suất tuyệt đối n (Hình 5.1). Lấy đỉnh cầu O làm gốc của trục chính, chiều dương hướng sang phải. M là một điểm sáng ở trên trục (ta luôn luôn lấy M ở bên trái O). Gọi bằng d hoành độ của M , bằng d' hoành độ của ảnh M' của M qua mặt cầu. Coi R là giá trị đại số của bán kính cong ($R = \overline{OI} > 0$ nếu I ở bên phải O như trong hình ...).

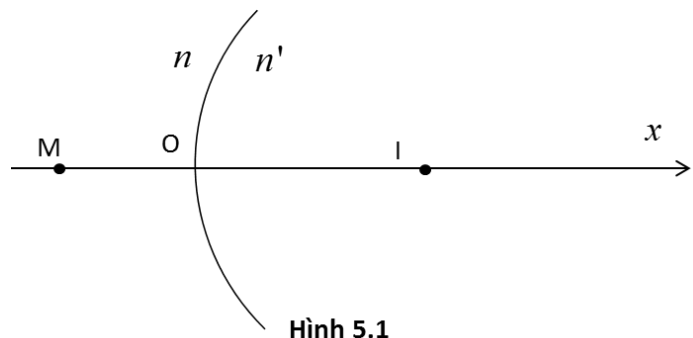
Giả thiết các tia sáng làm với trục chính các góc rất nhỏ, hãy thiết lập công thức liên hệ

d, d' với R, n và n' . Xét cả bốn trường

hợp

a) $R > 0, n < n'$. b) $R > 0, n > n'$.

c) $R < 0, n < n'$. d) $R < 0, n > n'$.



Hình 5.1

ĐS: a. $\frac{n-n'}{R} = \frac{n}{d} - \frac{n'}{d'}$; b. $\frac{n-n'}{R} = \frac{n}{d} - \frac{n'}{d'}$; c. $\frac{n-n'}{R} = \frac{n}{d} - \frac{n'}{d'}$; d. $\frac{n-n'}{R} = \frac{n}{d} - \frac{n'}{d'}$.

Bài 11. Một quả cầu trong suốt chiết suất n đặt trong không khí. Trên đường thẳng đứng qua tâm cầu, ở phía trên quả cầu và cách mặt cầu một khoảng h , có đặt vật nhỏ (coi như nguồn sáng điểm). Lúc $t = 0$ thả vật không vận tốc ban đầu cho rơi tự do. Xác định vận tốc ảnh ở thời điểm t trong khi đang rơi. Chỉ xét ảnh do 1 lần khúc xạ.

ĐS: $v = \left| \frac{d(d_2)}{dt} \right| = \frac{ngt}{\left(1 + \frac{(n-1)}{R} \left(\frac{gt^2}{2} - h \right) \right)^2}$

Bài 12. Chiếu một chùm tia sáng hình trụ bán kính r đến quả cầu trong suốt làm từ chất có chiết suất tuyệt đối n_2 bán kính R ($R \gg r$). Quả cầu được đặt trong môi trường có chiết suất tuyệt đối n_1 có thể thay đổi được ($n_1 < n_2$). Trục của chùm sáng đi qua tâm C của quả cầu. Tìm hệ thức liên hệ giữa n_1 và n_2 để:

1. Chùm tia hội tụ tại một điểm bên trong quả cầu.
2. Chùm tia hội tụ tại một điểm cách tâm một khoảng $R/2$.

ĐS : 1. $n_2 \geq 2n_1$; 2. $n_2 = 3n_1$

Bài 13. Trên thành của một bể nước có một lỗ tròn được che kín bằng một thấu kính hai mặt cầu lõm cùng bán kính $R = 50\text{cm}$. Tìm tiêu cự của thấu kính. Biết chiết suất của thủy tinh làm thấu kính và nước lần lượt là $n_1 = 1,5$; $n_2 = 4/3$.

ĐS: Trường hợp môi trường tới là không khí $f = \frac{n_2 R}{n_2 - 2n_1 - n_0} = -100(\text{cm})$

Trường hợp môi trường tới là nước $f' = \frac{n_0 R}{n_0 - 2n_1 + n_2} = -75(\text{cm})$

Bài 14. Một khối thủy tinh chiết suất $n = 1,53$, hình trụ thẳng, đường kính đáy $D = 70,4\text{ mm}$, chiều cao $h = 40\text{ mm}$, đáy trên được mài lõm thành một chỏm cầu lõm, đỉnh ở trên trục hình trụ, sâu 21 mm . Hình trụ được đặt thẳng đứng và mặt lõm được đổ đầy nước. Cho một chùm sáng song song, hẹp qua khối thủy tinh, theo trục hình trụ. Xác định khoảng cách từ mặt ló của chùm sáng tới điểm gặp nhau của đường kéo dài các tia ló.

ĐS: Khi chùm sáng đi từ trên xuống F_1' ở cách mặt nước: $172,5\text{mm}$.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Khi chùm sáng đi từ dưới lên, F_2' cách đáy thủy tinh về phía dưới 175,8mm.

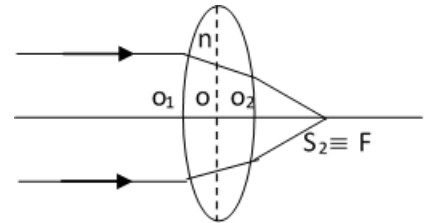
Bài 15. Cho một mặt cầu khúc xạ 2 mặt lồi (thấu kính dày) có đường kính bề mặt là $2R$, bề dày

$e = \overline{O_1O_2}$ làm bằng thủy tinh chiết suất n . Hãy tìm tiêu cự của thấu kính theo R , e , n theo 2 phương pháp quang hình và quang lý.

Chú ý:

* Theo quan điểm quang hình học, ảnh của một điểm sáng là giao của các tia sáng.

* Theo quan điểm quang lý, ảnh của một điểm sáng là điểm cực đại của giao thoa các sóng thứ cấp. (hãy chứng minh thời gian truyền sáng từ 1 điểm bất kỳ trên mặt sóng tới điểm cực đại không phụ thuộc vào vị trí của tia).

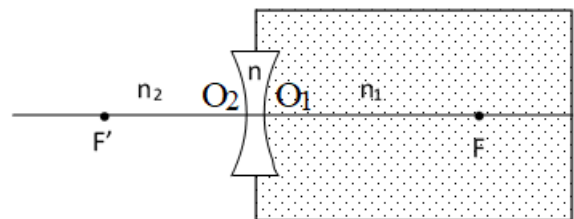


ĐS:
$$f = \frac{e}{2} + \frac{R}{(n-1)} \cdot \frac{e(n-1) - Rn}{e(n-1) - 2Rn}$$

Bài 16. Trên thành một bể nước có một lỗ tròn được che kín bằng thấu kính hai mặt cầu lõm cùng bán kính $R = 50\text{cm}$, Chiết suất của

thủy tinh làm thấu kính $n = 1,5$; chiết suất không khí $n_2 = 1$; chiết suất nước trong bể $n_1 =$

$\frac{4}{3}$.



a. Tính tiêu cự của thấu kính nói trên.

b. Một con cá bơi dọc theo trục chính của thấu kính về phía thấu kính với tốc độ $v_0 = 0,6\text{m/s}$. Tính tốc độ dịch chuyển của ảnh khi cá cách thấu kính 50cm. (coi cá như một điểm sáng)

ĐS: a. $f = -100\text{cm}$; b. $v = 0,2\text{m/s}$.

Bài 17. Trên mặt gương phẳng nằm ngang đặt một thấu kính hai mặt lồi như nhau (hình

a) thì một điểm sáng trên trục chính cách thấu kính $d_1 = 8\text{cm}$ cho ảnh trùng với vật. Người ta đổ nước trên mặt gương sao cho mức nước trùng với mặt phẳng đối xứng của thấu kính (hình b) thì một điểm sáng trên trục chính cách thấu kính $d_2 = 12\text{cm}$ cho ảnh trùng với vật. Người ta đổ nước ngập thấu kính hỏi phải đặt điểm sáng



Hình a



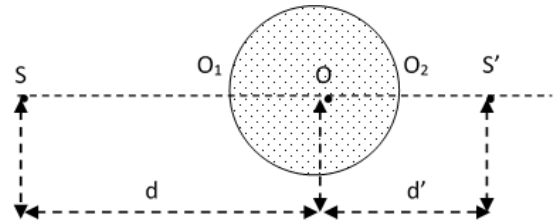
Hình b

ở đầu trên trục chính để cho ảnh trùng với vật. Chiết suất của không khí $n_1 = 1$; chiết suất thấu kính $n = 1,5$; chiết suất nước $n_2 = \frac{4}{3}$

ĐS : 32cm

Bài 18. Xây dựng công thức thấu kính cầu.

Xét một khối cầu trong suốt chiết suất n , bán kính R đặt trong không khí có chiết suất bằng 1 (thấu kính cầu). Một điểm sáng S nằm trên trục chính của thấu kính, cách tâm thấu kính một khoảng d cho ảnh S' cách tâm thấu kính một khoảng d' . Tìm công thức thấu kính cầu.



ĐS: $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{R} \left(1 - \frac{1}{n} \right)$

Bài 19. Một bình cầu bằng thủy tinh mỏng bán kính R đựng đầy chất lỏng có chiết suất n và đặt trong không khí. Chiếu một chùm tia hẹp, song song với quang trục chính đi qua bình cầu cho một điểm sáng cách tâm của bình cầu một khoảng $2R$.

a. Xác định chiết suất n của chất lỏng.

b. Giả sử $R = 10\text{cm}$. Thay chất lỏng trên bằng rượu etylic thì điểm sáng dịch lại gần bình cầu một đoạn $e = 1,2\text{cm}$. Hãy xác định chiết suất n' của rượu etylic.

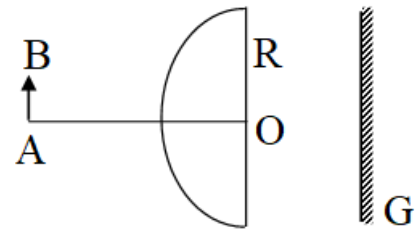
ĐS: a. $n = \frac{4}{3}$; b. $n' = 1,36$

Bài 20. Một quả cầu bằng thủy tinh chiết suất $n = 1,5$; bán kính $R = 4\text{cm}$. Một vật AB đặt vuông góc với quang trục chính và cách mặt trước quả cầu một khoảng 6cm. Ảnh của AB cách mặt sau quả cầu một khoảng bằng bao nhiêu và số phóng đại dài của ảnh bằng bao nhiêu?

ĐS: 11cm; $k = -1,5$

Bài 21.

Một bán cầu thủy tinh bán kính R , chiết suất n có mặt phẳng tráng bạc đặt trong không khí. Một vật AB có độ cao bằng $h \ll R$ được đặt vuông góc với trục bán cầu và cách đỉnh O của bán cầu một đoạn $2R$. Xác định vị trí, chiều và độ cao ảnh của vật tạo bởi bán cầu.

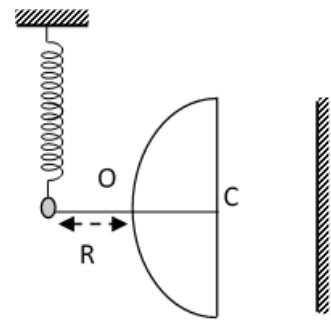


Áp dụng: $n = 1,5$; $R = 5\text{cm}$; $h = 1\text{mm}$.

ĐS: Vậy ảnh trùng vị trí vật và ngược chiều và có độ lớn bằng vật

Bài 22.

Một vật sáng có khối lượng m , coi như một chất điểm được gắn dưới một lò xo có hệ số đàn hồi k có khối lượng không đáng kể. Khi dao động, vật có vị trí cân bằng nằm trên đường thẳng kéo dài của bán kính OC của một bán cầu bằng thủy tinh. Bán cầu có bán kính R , chiết suất $n = 1,5$. Khoảng cách từ vị trí cân bằng của vật sáng tới O là R . Mặt phẳng bán cầu được tráng bạc (như hình vẽ). Ta chỉ xét ảnh của vật tạo bởi các tia đi từ vật đến bán cầu với góc tới nhỏ. Coi chiết suất của không khí bằng 1.



- Xác định vị trí ảnh của vật khi ở vị trí cân bằng.
- Khi vật sáng dao động với biên độ A (A có giá trị nhỏ) thì ảnh của vật dao động với tốc độ cực đại bằng bao nhiêu?

ĐS: a. $d'_3 = 5R$; b. $v'_{\max} = 3A\sqrt{\frac{k}{m}}$

Bài 23.

Một thấu kính phẳng – lồi làm bằng thủy tinh (chiết suất $n_1 = 1,5$) và có bán kính mặt lồi $R = 40\text{cm}$.

a) Thấu kính được đặt sao cho mặt phẳng của nó tiếp xúc với mặt nước (có chiết suất $n_2 = \frac{4}{3}$) và mặt lồi tiếp xúc với không khí, hình a. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc hẹp, song song với trục chính của thấu kính và rất gần trục, đi từ không khí vào nước; chùm này hội tụ tại điểm M . Tính khoảng cách OM từ đỉnh O của mặt lồi thấu kính đến điểm M .



BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

b) Bây giờ đặt thấu kính sao cho mặt phẳng của nó tiếp xúc với không khí còn mặt lõm với nước, hình vẽ b. Tính OM' .

c) Trong câu a), thay nước bằng chất lỏng có chiết suất n_3 . Biết $OM = 128\text{cm}$, tính n_3 .

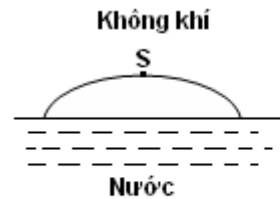
d) Nếu dùng ánh sáng đơn sắc có bước sóng lớn hơn thì trong câu c), n_3 tăng hay giảm?

ĐS: a. $OM = 106,4\text{cm}$; b. $OM' = 313\text{cm}$; c. $n_3 = 1,6$; d. n_3 giảm

Bài 24.

Một thấu kính mỏng phẳng – lõm làm bằng thủy tinh có bán kính mặt lõm $R = 20\text{ (cm)}$.

a. Thấu kính được đặt sao cho mặt phẳng tiếp xúc với mặt nước và mặt lõm tiếp xúc với không khí (hình a).



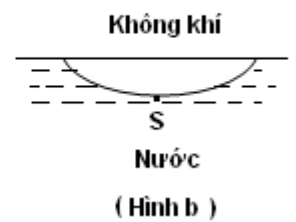
(Hình a)

Người ta chiếu một chùm tia sáng đơn sắc hẹp song song với trục chính của thấu kính và rất gần trục, đi từ không khí vào nước. Chùm này hội tụ ở điểm M.

Tính khoảng cách từ M đến đỉnh S của thấu kính.

Biết chiết suất của không khí là 1, của thủy tinh là 1,5, của nước là $4/3$.

b. Nếu mặt phẳng của thấu kính tiếp xúc với không khí, mặt lõm với nước (hình b) thì SM bằng bao nhiêu ?



(Hình b)

ĐS: a. $SM = 160/3\text{ cm}$; b. $SM = 160\text{cm}$

Bài 25. Thấu kính mỏng có 2 mặt cầu lõm bán kính R_1, R_2 làm từ thủy tinh, bề dày thấu kính là $d = 4\text{(mm)}$, đường kính $D = 4\text{(cm)}$. Đặt thấu kính sao cho trục chính thẳng đứng, một phần ngập trong nước với quang tâm nằm ngay trên nước. Khi mặt trời lên đến đỉnh đầu thì ảnh của nó cho bởi thấu kính xuất hiện ở độ sâu $h_1 = 20\text{(cm)}$ so với mặt nước. Nếu đảo ngược thấu kính sao

cho phần trên ngập chìm trong nước thì ảnh của mặt trời lại xuất hiện ở độ sâu $h_2 = \frac{40}{3}$ (cm). Cho chiết suất của nước là $\frac{4}{3}$. Xác định chiết suất của thủy tinh làm thấu kính và bán kính hai mặt cầu.

ĐS: $n = \frac{19}{12} \approx 1,58$; $R_2 = \frac{20}{3}\text{(cm)}$, $R_1 = 20\text{(cm)}$

Bài 26. Một bình thủy tinh hình cầu, đường kính 10 cm chứa đầy nước, chiết suất $n = 4/3$. Trong bình có một cánh hoa nhỏ, coi như một vật phẳng AB. Xác định vị trí và số phóng đại của ảnh cánh hoa, trong hai trường hợp :

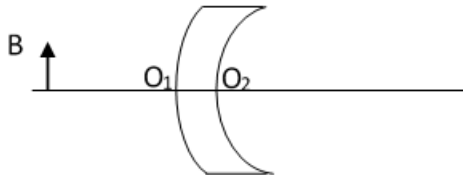
a. Cánh hoa đặt đúng tâm hình cầu.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

b. Cánh hoa đặt cách tâm hình cầu 1 cm, về phía người quan sát. Bỏ qua độ dày của vỏ bình cầu.

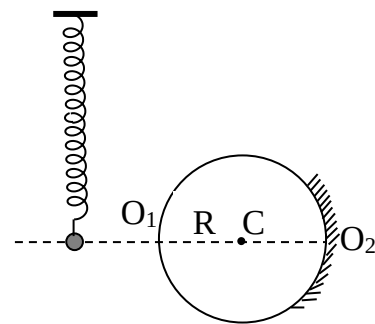
ĐS: a. $d' = -5\text{cm}$; $k = 4/3$; b. $d' = -3,75\text{cm}$; $k = 1,25$.

Bài 27. Một thấu kính dày có một mặt cầu lồi và một mặt cầu lõm (Hình vẽ). Chiết suất thấu kính là n . Bán kính mặt cầu lồi lớn hơn bán kính mặt cầu lõm là ΔR . Hãy tính bề dày e của đoạn trục chính nối giữa hai đỉnh O_1O_2 của mặt cầu để số phóng đại ảnh cho bởi thấu kính trên không phụ thuộc vào vị trí đặt vật AB trên trục chính và trước thấu kính. Áp dụng bằng số: $\Delta R = 1,5\text{cm}$; $n = 1,5$.



ĐS: $e = \frac{n\Delta R}{n-1} = 4,5\text{cm}$

Bài 28. (Trích đề thi HSG Quốc gia môn Vật lý năm 2005) Một vật sáng có khối lượng m , coi như một chất điểm, được gắn dưới một lò xo có độ cứng k và có khối lượng không đáng kể. Khi dao động, vật có vị trí cân bằng nằm trên đường thẳng kéo dài của đường kính O_1O_2 của một quả cầu thủy tinh. Quả cầu có bán kính R , chiết suất $n = 1,5$. Khoảng cách từ vị trí cân bằng của vật sáng tới O_1 là R . Mặt sau quả cầu được tráng bạc như Hình 8. Chỉ xét ảnh của vật sáng tạo bởi các tia đi từ vật đến quả cầu với góc tới nhỏ. Coi chiết suất của không khí bằng 1.



Hình 8

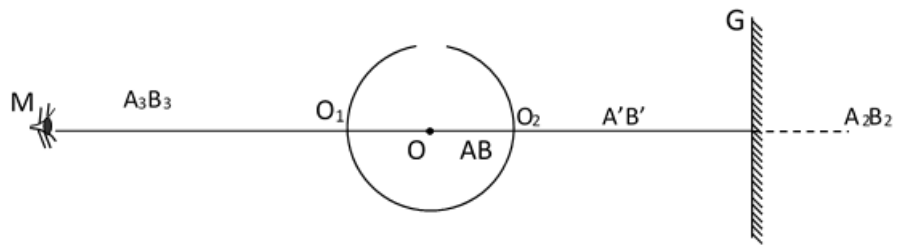
a. Xác định vị trí ảnh của vật sáng khi vật ở vị trí cân bằng.

b. Khi vật sáng dao động với biên độ A (A có giá trị nhỏ) thì ảnh của vật dao động với vận tốc cực đại bằng bao nhiêu ?

ĐS: a. $\frac{13R}{7}$; b. $v'_{\max} = \frac{3A}{7} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$

Bài 29. (Trích đề thi Vật lý Quốc tế năm 1971) Một bể cá hình cầu làm bằng thủy tinh mỏng chứa đầy nước có chiết suất $n = 4/3$, đặt trước một gương phẳng đứng thẳng. Bán kính bể là R , khoảng cách từ tâm bình cầu đến gương là $3R$. Quan sát viên ở khoảng cách lớn nhìn theo đường kính hình cầu vuông góc với gương. Ở điểm trên đường kính ngược với phía có quan sát viên, có một con cá bắt đầu bơi theo thành bể, vuông góc với đường kính, với vận tốc v . Những ảnh của con cá mà quan sát viên trông thấy sẽ ra xa nhau với vận tốc tương đối v_{td} bằng bao nhiêu ?

$$\text{ĐS: } v_{td} = \frac{8v}{3}.$$



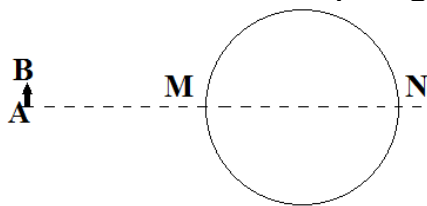
Bài 30. Một quả cầu đồng chất, làm bằng chất trong suốt, tâm O, bán kính R chiết suất n đặt trong không khí. Một vật sáng AB dạng đoạn thẳng nhỏ, đặt vuông góc với một đường kính MN của quả cầu, có A nằm trên đường thẳng qua MN, A cách điểm M một đoạn d (Hình 5a). Ta chỉ xét những chùm sáng hẹp gần đường thẳng MN, xuất phát từ AB chiếu đến quả cầu, sau khi khúc xạ cho ảnh A'B'.

1. Khi $d=2R$. Hãy xác định vị trí ảnh A'B' của vật AB qua quả cầu. Từ đó suy ra số phóng đại ảnh k .

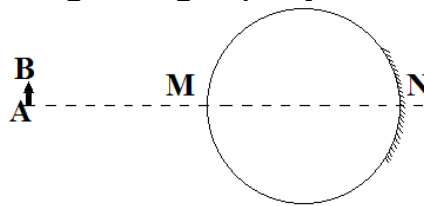
2. Sau đó người ta phủ một lớp bạc lên mặt cầu, tạo thành một chòm cầu được mạ bạc, có N nằm chính giữa chòm cầu đó (Hình 5b). Khi đó mọi chùm sáng phát ra từ AB và song song với MN, sau khi khúc xạ qua mặt cầu, phản xạ trên lớp bạc, rồi ló ra khỏi mặt cầu đều song song với đường thẳng MN.

a. Hãy xác định chiết suất n của quả cầu.

b. Nêu nhận xét về số phóng đại ảnh k trong trường hợp này?



Hình 5a



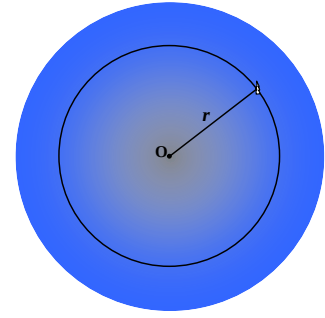
Hình 5b

ĐS: 1. $d_2' = \frac{2R(n-3)}{6-5n}$; $k = \frac{n}{6-5n}$; 2a. $n = 2$; 2b. số phóng đại $k=-1$ và không phụ thuộc vào vị trí vật trước quả cầu.

VIII.5. NGUYÊN LÝ FECMA- HUYGHEN

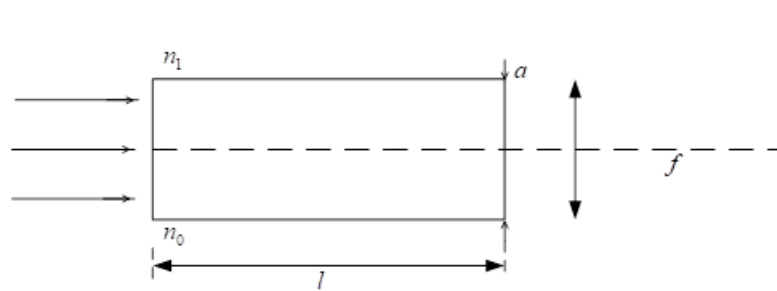
Bài 1. Một khối trụ được làm bằng chất liệu trong suốt, nhưng chiết suất của nó giảm chậm khi tăng khoảng cách đến trục của khối trụ theo quy luật $n(r) = n_0(1 - \gamma r)$, (Xem hình 19) trong đó n_0 và γ là các hằng số đã biết.

Hỏi cần phải tạo ra một chóp sáng ở cách trục khối trụ một khoảng bằng bao nhiêu để một số tia sáng có thể lan truyền theo vòng tròn xung quanh một tâm nằm trên trục hình trụ



ĐS: $r = \frac{1}{2\gamma}$

Bài 2. Chiếu khối chất thủy tinh hữu cơ bằng một chùm sáng song song và màn ảnh đặt tại tiêu diện của thấu kính sau đó đốt nóng một phía khối thủy tinh. (Xem hình 21). Do sự đốt nóng không đều nên chiết suất của khối bắt đầu thay đổi một cách tuyến tính từ $n_0 = 1,5$ từ một phía đến $n_1 = n_0 + \delta n$ với $\delta n = 2,0 \cdot 10^{-4}$ ở phía bên kia. Hướng biến thiên của nhiệt độ vuông góc với phương truyền sáng. Hỏi bức tranh trên màn sẽ thay đổi thế nào sau khi đốt nóng khối thủy tinh. Biết độ dày của khối thủy tinh là $d = 4\text{cm}$.

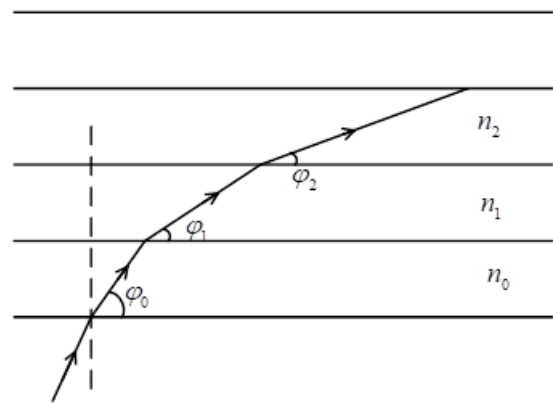


ĐS: Dễ thấy ảnh trên màn sẽ dịch lên phía trên một đoạn: $\alpha \cdot f = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{cm}$

Bài 4. Khi đi trên sa mạc có thể quan sát thấy ảo ảnh của biển (Một vùng đất trước mắt mình nhìn lấp lánh giống như biển). Ở khoảng cách nào tính từ người quan sát xuất hiện hiện tượng này, nếu giả thiết vận tốc ánh sáng trong lớp không khí gần mặt đất thay đổi theo quy luật $c(z) = c_0(1 - az)$. Trong đó c_0 là vận tốc ánh sáng ở gần bề mặt trái đất, z là độ cao so với mặt đất. Khoảng cách từ mắt tới mặt đường là h .

ĐS: $L = \frac{h(1 - az)}{\sqrt{az(2 - az)}}$

Bài 5. Một khối vật liệu gồm các tấm mỏng phẳng, trong suốt, có độ dày như nhau $d = 0,1\text{mm}$, đặt chồng khít lên nhau. Lớp dưới cùng có chiết suất $n_0 = 1,41$. Các tầng trên thứ k có chiết suất $n_k = n_0 - kv$, $v = 0,025$. Cho tia sáng chiếu vào điểm O dưới góc tới $i = 60^\circ$. Hỏi tia sáng này chiếu vào khối vật liệu đó tới độ sâu lớn nhất là bao nhiêu?



ĐS: 2,2mm.

Bài 6.

a) Chứng minh rằng thời gian truyền ánh sáng qua mặt phân cách giữa hai môi trường từ điểm A (nằm trong môi trường có vận tốc truyền ánh sáng là v_1) đến điểm B (trong môi trường có vận tốc truyền ánh sáng là v_2) là cực tiểu theo quỹ đạo ACB thỏa mãn định luật khúc xạ :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \text{const}$$

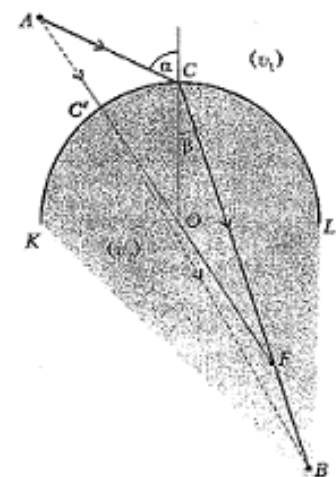
b) Từ điều kiện thời gian ánh sáng truyền qua mặt phân cách từ điểm A đến điểm B là cực tiểu hãy rút ra định luật khúc xạ.

Bài 7. Giả sử B là ảnh thực của điểm A khi chùm sáng khúc xạ trên bề mặt của bán cầu KCL (hình 10). Chứng minh rằng thời gian ánh sáng truyền giữa hai điểm A và B cố định theo hai đường ACB và AC'B là như nhau. Xem các α và β là nhỏ.

Bài 8.

Chứng minh rằng thời gian ánh sáng truyền qua mặt bán cầu KCL ngăn cách hai môi trường (hình 12) từ điểm A đến điểm B nằm sau ảnh thực F của điểm A là cực đại nếu ánh sáng truyền theo đường ACB thỏa

mãn định luật khúc xạ $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \text{const}$.



Bài 9. Chiết suất của không khí ở nhiệt độ 300K và áp suất 1atm là 1,0003 đối với ánh sáng ở khoảng giữa của quang phổ nhìn thấy. Giả thiết khí quyển là đẳng nhiệt ở nhiệt độ 300K, hãy tính xem khí quyển của trái đất cần phải có mật độ lớn hơn bao nhiêu lần để ánh sáng bị uốn theo mặt cong của quả đất tại mực nước biển? (Nguyên tắc: khi trời quang mây có thể ngắm mặt trời lặn cả đêm, tuy rằng hình ảnh của mặt

trời khi đó bị nén mạnh theo phương thẳng đứng). Giả thiết chiết suất n có tính chất là $n-1$ tỷ lệ với mật độ; độ cao $1/e$ của khí quyển đẳng nhiệt này là 8700m.

ĐS: $\frac{\rho}{\rho_0} = 4,53$

Bài 10. Cho rằng khí quyển gồm những lớp cầu đồng chất mà chiết suất giảm dần theo độ cao: $n_z = n_0 - az$; a là hằng số; $az \ll n_0$. Từ độ cao $z = h_0$, người ta chiếu một tia sáng theo phương nằm ngang nằm trong mặt phẳng kinh tuyến. Tìm h_0 sao cho tia sáng đi được vòng tròn quanh quả đất.

ĐS: $h = z = \frac{n_0 - aR}{2a} = \frac{1}{2} \left(\frac{n_0}{a} - R \right)$

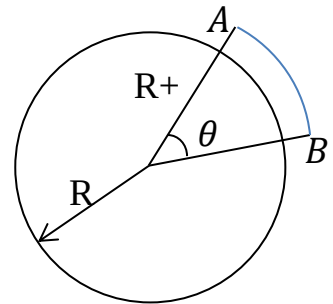
Bài 11. Coi khí quyển trái đất như một lớp trong suốt có chiết suất giảm theo độ cao theo quy luật: $n = n_0 - ah$. với n là chiết suất của khí quyển ở độ cao h so với mặt đất; n_0 là chiết suất của khí quyển tại mặt đất; a là hệ số không đổi, n và n_0 có trị số luôn lớn hơn 1 một chút, còn ah luôn rất nhỏ so với 1. Bán kính trái đất là R .

1. Một tia sáng phát ra từ một điểm A, ở độ cao h_0 chiếu theo phương nằm ngang, trong một mặt phẳng kinh tuyến. Tính h_0 để tia sáng đi theo đúng một vòng tròn quanh trái đất, rồi trở lại A.

2. Một tia sáng khác phát ra từ một điểm B ở độ cao h bất kỳ trong một mặt phẳng kinh tuyến. làm với đường thẳng đứng tại đó một góc i_0 ; Tính i_0 để tia sáng đi qua điểm B nằm xuyên tâm đối với B, sau khi phản xạ một lần trên tầng cao của khí quyển.

3. Giả sử mô hình trên phù hợp với thực tế. khi đó có thể thực hiện được cả hai thí nghiệm ở trên được không?

ĐS: a. $h = \frac{n_0}{2a} - \frac{R}{2}$; b. $i_0 = \pi(1 - \frac{aR}{2n_0})$; c. Không

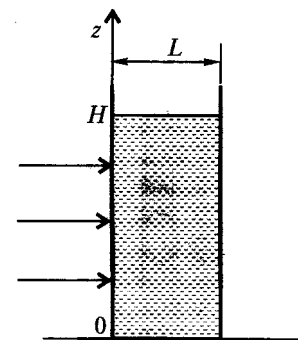


Bài 12.

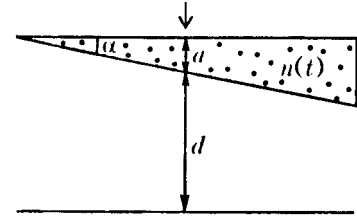
Một bình trong suốt có dạng hình hộp chữ nhật, chứa đầy một dung dịch muối có khối lượng riêng (sau đây để cho gọn sẽ gọi là mật độ) thay đổi theo độ cao z . Chiếu một chùm sáng song song đơn sắc vuông góc với mặt bên của bình. Sự phụ thuộc của chiết suất dung dịch vào độ cao z có

dạng $n_z = n_0 - \frac{n_0 - n_1}{H} z$, trong đó n_0 , n_1 và H là các hằng số. Bề rộng của bình là L . Hãy xác định góc lệch của chùm ló.

ĐS: $\psi = \arcsin \left(\frac{n_0 - n_1}{H} L \right)$

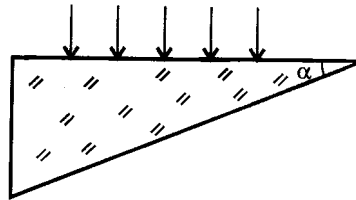


Bài 13. Trong một nêm trong suốt có một chất lỏng có thành phần không đổi chảy theo phương vuông góc với mặt phẳng hình vẽ, sao cho chiết suất n của nó thay đổi theo thời gian t theo quy luật $n(t) = 1 + n_0 t / \tau$, trong đó n_0 và τ là các hằng số. Người ta chiếu một chùm sáng hẹp vuông góc tới nêm và sau khi qua nêm tới một màn ảnh. Cho góc α ở đỉnh của nêm là nhỏ, độ dày của nêm tại chỗ ánh sáng chiếu tới là a , còn khoảng cách từ nêm tới màn là $d \gg a$. Hãy tìm vận tốc chuyển động của vết sáng trên màn. Gợi ý: với những giá trị nhỏ của góc α , có thể dùng công thức gần đúng $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$.



ĐS: $v = \frac{n_0 \alpha d}{\tau}$

Bài 14. Một chùm sáng song song đơn sắc chiếu vuông góc tới mặt trên của một nêm trong suốt có góc nghiêng α (H.1). Hãy xác định góc lệch của chùm sáng sau khi đi qua nêm, biết rằng chiết suất của chất làm nêm bằng n .



Hình 1.

ĐS: $\psi = \varphi - \alpha = \arcsin(n \sin \alpha) - \alpha$

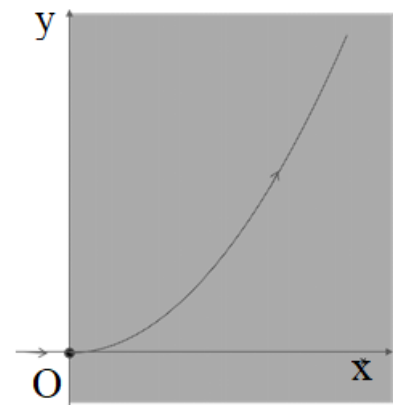
CHƯƠNG IX CHIẾT SUẤT THAY ĐỔI

IX.1. XÁC ĐỊNH QUY LUẬT BIẾN ĐỔI CHIẾT SUẤT

Bài 1. Một môi trường trong suốt có chiết suất n biến thiên theo biến số y . Một tia sáng đơn sắc được chiếu vuông góc với mặt phẳng giới hạn môi trường tại điểm $y=0$. Chiết suất của môi trường tại đó có giá trị n_0 .

a) Chứng tỏ rằng tia sáng bị uốn cong trong môi trường trong suốt này.

b) Định $n=f(y)$ để tia sáng truyền trong môi trường theo một parabol.



ĐS: $n(y) = n_0 \sqrt{1 + 4ay}$.

Bài 2. Biết chiết suất của môi trường phụ thuộc vào y : $n = n(y)$.

1) Tìm n để đường truyền ánh sáng là một phần của đồ thị parabol:

$$y = ax^2 + bx + c$$

2) Tìm n để đường đi tia sáng là một phần của đường tròn:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

3) Tìm n để đường đi tia sáng là một phần của đường hypebol:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ĐS: a. $n = n_0 \sin i_0 \sqrt{1 + b^2 - 4a(c - y)}$; b. $n = n_0 \sin i_0 \frac{R}{|y - y_0|}$; c. $n = n_0 \sin i_0 \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{(y^2 + b^2)}{y^2}}$

Bài 3. Tìm quy luật biến đổi của chiết suất n để đường đi của tia sáng là một phần của đường tròn $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

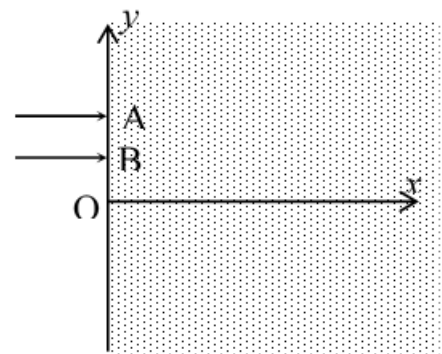
Bài 4.

Một tia sáng chiếu từ không khí vuông góc lên mặt phẳng mặt ngăn cách môi trường có chiết suất $n(y)$ phụ thuộc vào tọa độ y tại điểm A, với $OA = a$ (xem hình 3).

1. Tìm dạng hàm $n(y)$ để tia sáng truyền trong môi trường này theo đường hình sin được mô tả bởi phương trình $y = a \cos(\omega x)$, trong đó ω là hằng số. Cho n_A là chiết suất của môi trường tại A.

2. Có thể tồn tại hàm $n(y)$ chung cho hai tia sáng bất kì chiếu vuông góc đến mặt phân cách (ví dụ hai tia sáng A và B) như trên hình vẽ hay không? Giải thích.

ĐS: 1. $n_y = n_A \sqrt{1 + \omega^2 (a^2 - y^2)}$



Bài 5. Một tia sáng chiếu vuông góc lên mặt phẳng

ngăn cách môi trường có chiết suất $n(y)$ phụ thuộc vào tọa độ y tại điểm A.

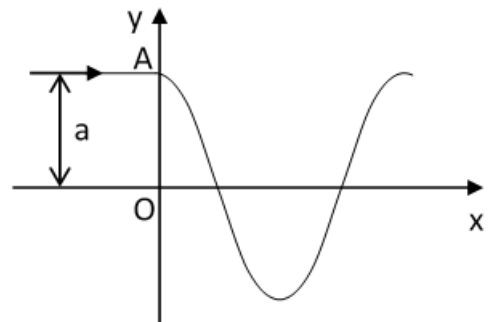
Dạng của hàm $n(y)$ phải như thế nào để trong môi trường này, tia sáng truyền theo dạng hàm sin?

Cho: - Chiết suất tại A là n_A .

- Phương trình đường truyền tia sáng có

dạng: $y = a \sin(kx + \frac{\pi}{2})$

ĐS: $n_y = n_A \sqrt{1 + k^2 (a^2 - y^2)}$



Bài 6.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Quỹ đạo của tia sáng truyền trong môi trường không đồng nhất được cho bởi phương trình $x = A \sin \frac{y}{B}$ trong đó A và B là hai hằng số dương. Hãy lập biểu thức của chiết suất n trong không gian giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = A$ và $x = -A$. Giả sử rằng n chỉ phụ thuộc vào x và tại $x = 0$ thì giá trị $n = n_0$. Hãy vẽ đồ thị $n = n(x)$ trong đoạn $[-A, A]$

ĐS:
$$n_{(x)} = n_0 \left[1 - \frac{x^2}{A^2 + B^2} \right]^{1/2}$$

IX.2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRUYỀN ÁNH SÁNG

Bài 1. Một tia sáng SI đi từ không khí dưới góc tới $\alpha_0 = 30^\circ$ vào một bản mặt song song có bề dày 0,3m với chiết suất thay đổi theo độ sâu x với quy

luật $n = \frac{4}{1 + \frac{x}{x_0}}$ (hình 3), trong đó $x_0 = 0,1\text{m}$. Xác định quỹ đạo

của tia sáng trong bản mặt? Tia sáng có thể đạt tới độ sâu nào và bị lệch một khoảng bao nhiêu so với điểm tới? Cho $OI = \sqrt{0,63}$ (m), chiết suất không khí bằng 1.

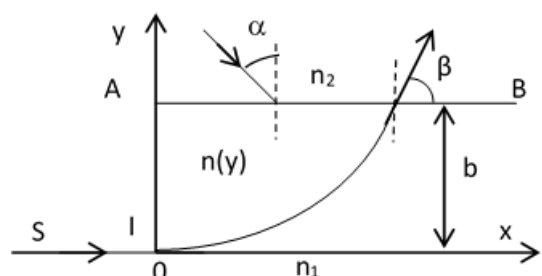
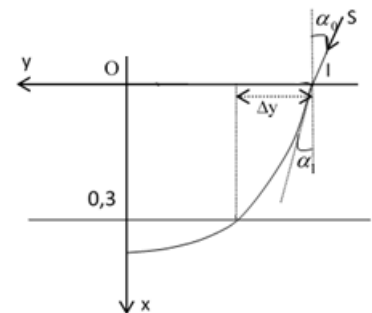
ĐS: $f(x) = -\sqrt{0,64 - (x + 0,1)^2}$; $\Delta y \approx 0,1009\text{m}$.

Bài 2. Chiếu một tia sáng đơn sắc tới mặt AB của bản mặt song song có bề dày $b = 1\text{m}$ dưới một góc α như hình vẽ. Chiết suất của bản đối với tia sáng đơn sắc này biến đổi theo qui luật $n_{(y)} = n_0 \sqrt{1 + \frac{y}{b}}$ với $n_0 = 1$, $n_2 = \sqrt{2}$.

a. Xác định điều kiện của α để tia sáng không xuyên qua được bản mặt song song.

b. Chiếu tia sáng đơn sắc SI (chiết suất của bản mặt song song đối với tia sáng đơn sắc này biến đổi theo qui luật trên) vuông góc với mặt giới hạn tại O có chiết suất $n_0 = 1$, sau đó ló ra ở mặt AB với góc β như hình vẽ.

- Xác định góc lệch của tia sáng so với phương ban đầu.



BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

- Xác định phương trình đường cong tia sáng truyền trong bản.

ĐS: a. $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$; b. $\beta = 45^\circ$; $y = \frac{x^2}{4b}$

Bài 3. Một chùm sáng hẹp chiếu vuông góc tới một bản 2 mặt song song ở điểm A ($x = 0$). Chiết suất của bản biến đổi theo công thức $n_x = \frac{n_A}{1 - \frac{x}{R}}$

; n_A và R là những hằng số. Chùm sáng rời bản tại B theo góc α và ló ra không khí.

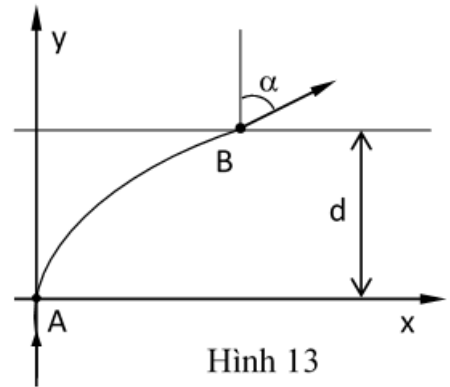
1) Tìm chiết suất của bản mặt tại điểm B, nơi tia sáng ló ra.

2) Xác định tọa độ x_B của điểm B.

3) Xác định chiều dày d của bản mặt.

Biết: $n_A = 1,2$; $R = 13\text{cm}$; $\alpha = 30^\circ$.

ĐS: 1. 1,3; 2. 1cm; 3. 5cm



Hình 13

Bài 4.

Một chùm sáng đơn sắc, hẹp (coi là một tia sáng) chiếu đến một quả cầu trong suốt với góc tới i ($0 < i < 90^\circ$).

Coi chiết suất của quả cầu phụ thuộc vào bán kính quả cầu theo công thức $n_{(r)} = \frac{R+a}{r+a}$

với R bán kính quả cầu, a là hằng số, r là khoảng cách từ tâm cầu tới điểm có chiết suất n . Tia sáng bị khúc xạ trong quả cầu. Xác định khoảng cách nhỏ nhất từ tâm cầu đến tia khúc xạ. Vẽ dạng đường truyền của tia sáng trong quả cầu.

ĐS: $r_{\min} = \frac{aRn_0 \sin i}{a + R(1 - \sin i)}$

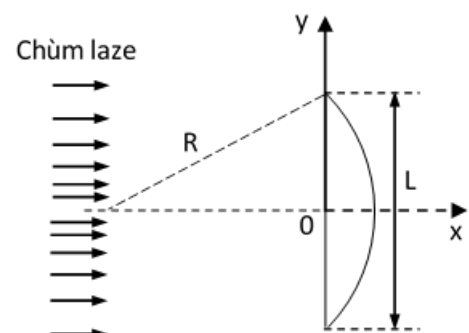
Bài 5.

Cho một khối thủy tinh trong suốt dạng hình lăng trụ đứng có đáy dạng một phần của hình tròn (Hình 3) và chiều cao là H được đặt trong không khí. Bán kính cong của đáy là R , độ rộng $L = R$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng yOz trùng với mặt phẳng bên của lăng trụ, gốc O nằm tại tâm mặt phẳng và mặt xOy song song với mặt phẳng đáy của lăng trụ. Biết vật liệu làm lăng trụ có chiết suất phụ thuộc vào tọa độ x theo công thức:

$n(x) = \sqrt{3} + \frac{2x}{R}$. Người ta chiếu một chùm tia laser rộng,

song song với trục Ox tới vuông góc với mặt phẳng yOz của lăng trụ. Coi rằng các tia laser không bị phản xạ trên các bề mặt lăng trụ.

Các tia ló khỏi lăng trụ cắt mặt phẳng xOz trong vùng nào?



Hình 3.

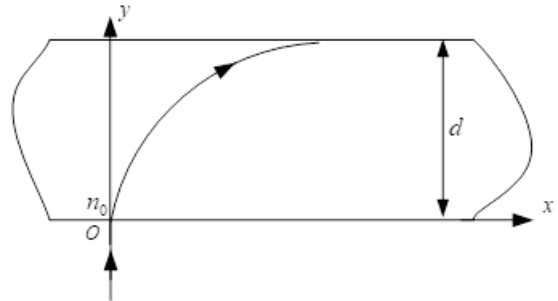
ĐS: Các tia ló khỏi lăng trụ cắt mặt phẳng xOz trong một vùng hình chữ nhật, có cạnh hướng theo trục Oz là H và cạnh hướng theo trục Ox là tập các điểm thỏa mãn điều kiện

$$\frac{\sqrt{3}}{2}R \leq x_c \leq \left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R$$

Bài 6. Một chùm sáng hẹp tới đập vuông góc với một bản hai mặt song song bề dày d ở điểm A ($x = 0$). (Hình 27). Chiết suất của bản

biến đổi theo công thức $n = \frac{n_0}{1 - \gamma x}$, trong đó

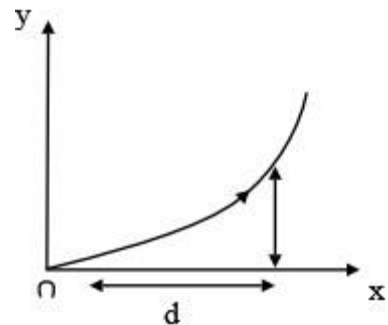
n_0, γ là các hằng số dương. Hãy xác định quỹ đạo tia sáng.



ĐS: Quỹ đạo là một đường tròn có tâm I nằm trên trục Ox , bán kính $R = \frac{1}{\gamma}$;

Bài 7. Chiết suất của không khí tại một sân bay phụ thuộc vào độ cao y theo công thức $n = n_0(1 + ay)$ trong đó hằng số $a = 1,5 \cdot 10^{-6} m^{-1}$, n_0 là chiết suất không khí tại mặt đất. Một người đứng trên đường bằng, độ cao mắt của anh ta so với mặt đất là $1,7$ m. Tính độ dài d mà anh ta nhìn rõ trên đường bằng?

ĐS: 1500m



Bài 8. Giả sử chiết suất n của không khí giảm dần theo độ cao r theo quy luật $n = n_0 - \alpha(r - R)$ đúng trong khoảng $R < r < R + 20$, R là bán kính trái đất, là độ cao khoảng cách từ tâm Trái Đất, đơn vị của r và R là kilomet. Khi $r - R = 20$ km thì $n = 1$. Biết $n_0 = 1.00028$, $R = 6400$ km. Tính thời gian Mặt trời mọc buổi sáng (đơn vị là giờ).

ĐS: $\Delta t = \frac{12}{\pi} \cdot \alpha \sqrt{\frac{R}{2}} \int_0^{20} \frac{dx}{(n_0 - \alpha x)\sqrt{x}}$ (giờ)

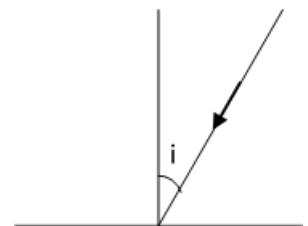
Bài 9. Đại lượng i gọi là thiên đỉnh cự, tức là khoảng cách thiên đỉnh. gọi i_0 là thiên đỉnh cự thực của sao (I chỉ là biểu kiến)

1. Với những góc $i < i_{gh}$ nào đó thì có thể coi khí quyển như những lớp phẳng nằm ngang có chiết suất giảm dần từ thấp lên cao. Gọi $\Delta i = i_0 - i$ và n_0 là chiết suất của lớp khí sát mặt đất. Tìm biểu thức của Δi theo n_0, i .

2. Cho rằng chiết suất giảm theo độ cao theo hệ thức

$$n_z = \sqrt{n_0^2 - bz}.$$

Hãy tìm dạng đường đi của tia sáng trong khí quyển theo mô hình nói trên.



ĐS: 1. $\Delta i = \frac{n_0 - 1}{\cot gi} = (n_0 - 1)tg i = 0,0003 \text{ rad}$; 2. $z = -\frac{b}{4n_0^2 \sin^2 i} \cdot x^2 + \cot gi \cdot x$

Bài 10. Giữa hai môi trường chiết suất n_0 và n_1 có một lớp đồng chất dày

$$h_{\max} = H(1 - \frac{n}{n_0^2}) \text{ và } n_0 > 1; n_1 = 1.$$

Chiết suất này thay đổi theo quy luật $n = n_0 \sqrt{1 - \frac{y}{H}}$ ($H = \text{const} > 0$). Từ môi trường chiết suất n_0 có một tia sáng đi vào O dưới góc i_0 .

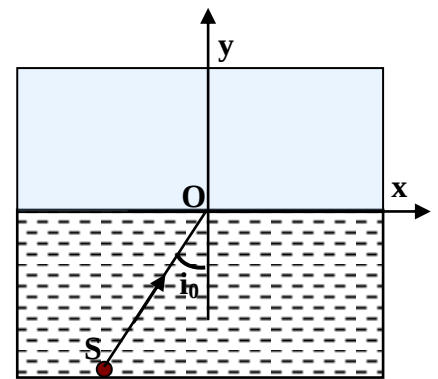
- 1) Tìm dạng đường đi của tia sáng.
- 2) Góc i_0 thỏa mãn điều kiện nào để tia sáng quay về môi trường ban đầu.
- 3) Xác định khoảng cách giữa điểm tia sáng đi vào và đi ra là cực đại.

ĐS: 1. $y = -\frac{x^2}{4H \sin^2 i_0} + \frac{x}{\tan i_0}$ 2. $\cos i_0 \leq \sqrt{1 - \frac{n}{n_0^2}}$ 3. $2H$

Bài 11. 1- Điểm sáng S nằm dưới đáy bể nước có độ sâu h. Xét chùm tia sáng rất hẹp phát ra từ S chiếu đến mặt nước dưới góc tới i (góc mở của chùm tia là $\Delta i \ll i$). Ảnh S' của S tạo bởi chùm tia sẽ cách mặt thoáng bao nhiêu? Biết chiết suất của nước trong bể là n_0 , chiết suất không khí $n_{kk} = 1$.

2- Đặt tiếp giáp với mặt nước một bản mặt song song có bề dày d, chiết suất của bản mặt thay đổi theo phương vuông góc với bản mặt theo quy luật $n = n_0 \sqrt{1 - \frac{y^2}{H^2}}$, với

$H = \frac{n_0 d}{\sqrt{n_0^2 - 1}}$. Một tia sáng phát ra từ S tới mặt phân cách tại



điểm O dưới góc tới i_0 (hình vẽ). Lập phương trình xác định đường đi của tia sáng trong bản mặt và xác định vị trí điểm mà tia sáng ló ra.

Chú ý:

1- Bể đủ rộng và bản mặt song song đủ dài để tia sáng không đập vào thành bể cũng như không ló khỏi mặt bên của bản mặt.

2- Cho $\int \frac{dy}{\sqrt{a^2 - b^2 y^2}} = \frac{1}{b} \text{Arcsin} \left(\frac{by}{a} \right) + \text{const}$

$\text{Arcsin } y$ là hàm ngược của hàm sin, tức là nếu $x = \text{Arcsin } y$ thì $\sin x = y$.

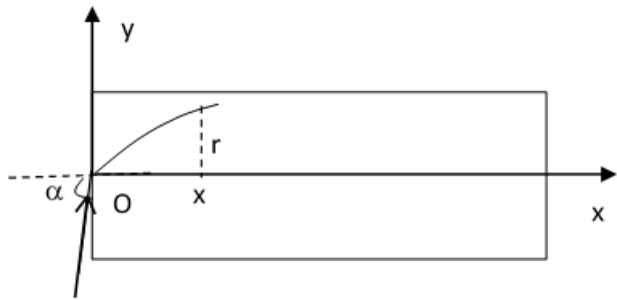
ĐS: 1. $h' = h \frac{\sqrt{(1 - n_0^2 \sin^2 i)^3}}{n_0 \cos^3 i}$; 2. $y = H \cos i_0 \sin \left(\frac{x}{H \sin i_0} \right)$; $x_2 = H \sin i_0 \text{Arcsin} \left(\frac{d}{H \cos i_0} \right)$

Bài 12. Một đoạn sợi quang thẳng có dạng hình trụ bán kính R , hai đầu phẳng và vuông góc với trục sợi quang, đặt trong không khí sao cho trục đối xứng của nó trùng với trục tọa độ Ox . Giả thiết chiết suất của chất liệu làm sợi quang thay đổi theo quy luật:

$$n = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - 2r}, \text{ trong đó } r \text{ là khoảng cách từ}$$

điểm đang xét tới trục Ox , có đơn vị là cm .

Một tia sáng chiếu tới một đầu của sợi quang tại điểm O dưới góc α xấp xỉ bằng 90° ($\sin \alpha \approx 1$) như hình 3.



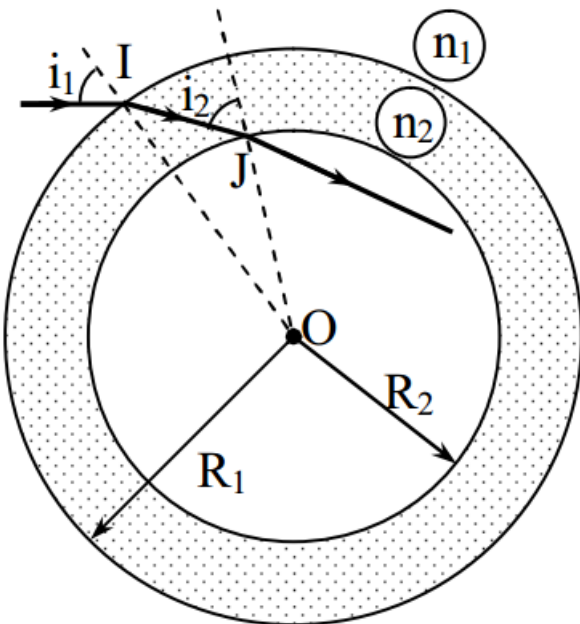
Hình 3

1. Viết phương trình quỹ đạo biểu diễn đường truyền của tia sáng trong sợi quang.

2. Tìm điều kiện của R để tia sáng truyền trong sợi quang mà không bị ló ra ngoài thành sợi quang.

ĐS: 1. $y = -2x^2 + \sqrt{3}x$; 2. $R \geq \frac{3}{8} cm$

Bài 13. 1) Một vỏ cầu có bán kính ngoài R_1 bán kính trong R_2 được làm bằng chất trong suốt có chiết suất n_2 . Từ môi trường ngoài có chiết suất n_1 , một tia sáng được chiếu tới vỏ cầu dưới góc tới i_1 . Trước khi đi vào bên trong, tia sáng chiếu tới mặt trong của vỏ cầu dưới góc tới i_2 . (Xem hình vẽ 12). Hãy thiết lập mối quan hệ giữa các đại lượng $i_1; i_2; n_1; n_2; R_1; R_2$



2) Một quả cầu tâm O bán kính R được làm bằng một chất trong suốt. Chiết suất tại một điểm bên trong quả cầu biến thiên theo khoảng cách r từ điểm đó tới tâm quả cầu theo

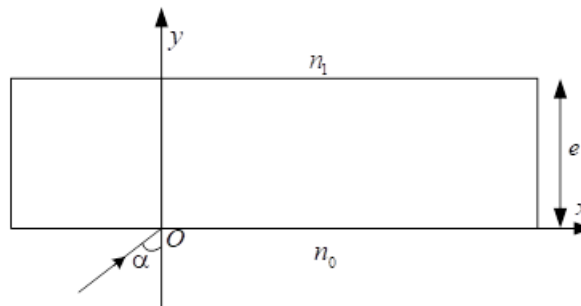
hệ thức $n_r = \frac{2R}{R+r}$. Từ không khí chiếu vào quả cầu một tia sáng với góc tới $i = 30^\circ$.

Xác định khoảng cách ngắn nhất từ tâm O đến quỹ đạo của tia sáng.

ĐS: 1) $n_1 R_1 \sin i_1 = n_2 R_2 \sin i_2$; 2) $r_{\min} = \frac{R}{3}$

Bài 14. Giữa hai môi trường trong suốt có chiết suất n_0 và n_1 ($n_0 > n_1 > 1$) có một bản hai mặt song song bề dày e . Bản mặt được đặt dọc theo trục Ox của hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Chiết suất của bản chỉ thay đổi theo phương vuông góc với mặt bản theo quy luật $n = n_0 \sqrt{1 - ky}$ với $k = \frac{n_0^2 - n_1^2}{en_0^2}$. Từ môi trường chiết suất n_0 có một tia sáng đơn sắc được chiếu tới điểm O trên mặt bản theo phương hợp với Oy một góc α (Xem hình 16)

- lập phương trình đường truyền của tia sáng trong mặt bản
- Xác định vị trí tia sáng ló ra khỏi mặt bản



ĐS: a) $y = -\frac{k}{4\sin^2 \alpha} \cdot x^2 + \cot \alpha \cdot x$;

b) Nếu $\frac{\cos^2 \alpha}{k} < e$ thì tọa độ mà tia sáng ló ra khỏi bản là $\left(\frac{2 \sin 2\alpha}{k}; 0 \right)$

Nếu $\frac{\cos^2 \alpha}{k} > e$

Thì tọa độ điểm ló là $x_2 = \frac{en_0^2 \sin 2\alpha}{n_0^2 - n_1^2} - \frac{en_0^2 \sin \alpha}{n_0^2 - n_1^2} \sqrt{\frac{n_1^2}{n_0^2} - \sin^2 \alpha}$; $y_2 = e$

Bài 15. (trích đề thi Quốc Gia 2012).

Một nguồn sáng điểm nằm trong chất lỏng và cách mặt chất lỏng một khoảng H . Một người đặt mắt trong không khí phía trên mặt chất lỏng để quan sát ảnh của nguồn sáng.

1. Giả thiết chất lỏng là đồng chất và có chiết suất $n = 1,5$. Tính khoảng cách từ ảnh của nguồn sáng đến mặt chất lỏng trong các trường hợp mắt nhìn nguồn sáng theo phương hợp với mặt chất lỏng một góc $\alpha = 60^\circ$.

2. Giả thiết chiết suất của chất lỏng chỉ thay đổi theo phương vuông góc với mặt chất lỏng theo quy luật $n = \sqrt{2 + \frac{y}{H}}$ với y là khoảng cách từ điểm đang xét đến mặt chất lỏng. Biết tia sáng truyền từ nguồn sáng ló ra khỏi mặt chất lỏng đi tới mắt theo phương

hợp với mặt chất lỏng một góc $\alpha = 60^\circ$. Hỏi tia này ló ra ở điểm cách nguồn sáng một khoảng bao nhiêu theo phương nằm ngang?

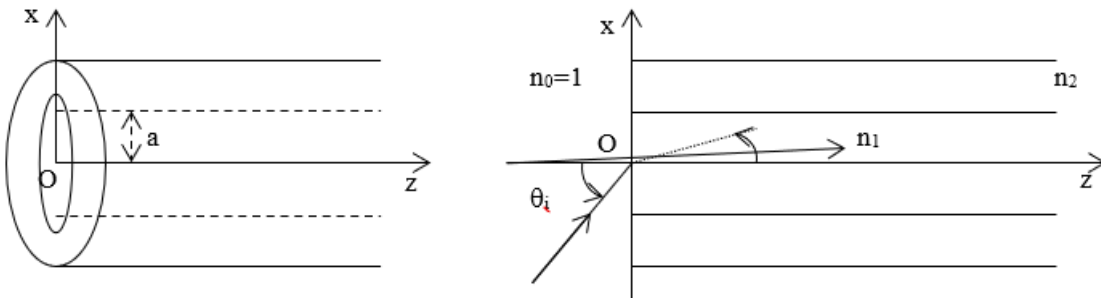
ĐS: 1. $h \approx 0,86H$. 2. $x = \frac{H}{2}(\sqrt{11} - \sqrt{7}) \approx 0,34H$.

Bài 16. Olympic vật lý Châu Á 2005

Một sợi quang học (gọi tắt là sợi quang) gồm một lõi hình trụ, bán kính a , làm bằng vật liệu trong suốt có chiết suất biến thiên liên tục từ giá trị $n = n_1$ trên trục đến $n = n_2$ (với $1 < n_2 < n_1$) ở khoảng cách a đến trục theo công thức:

$$n = n(x) = n_1 \sqrt{1 - \alpha^2 x^2}$$

với x là khoảng cách từ điểm có chiết suất n đến trục của lõi, α là hằng số.



Lõi được bao bọc bởi một lớp vỏ làm bằng vật liệu có chiết suất n_2 không đổi. Bên ngoài sợi quang là không khí, có chiết suất n_0 .

Gọi Oz là trục của sợi quang học, với O là tâm của một đầu sợi.

Cho $n_0 = 1,000$; $n_1 = 1,500$; $n_2 = 1,460$; $a = 25 \mu\text{m}$.

1. Một tia sáng đơn sắc được chiếu vào sợi quang tại điểm O dưới góc tới θ_i , mặt phẳng tới là mặt phẳng xOz .

a. Hãy chỉ ra rằng tại mỗi điểm trên đường đi của tia sáng trong sợi quang, chiết suất n và góc θ giữa tia sáng và trục Oz thỏa mãn hệ thức $n \cos \theta = C$, với C là một hằng số. Tìm biểu thức của C theo n_1 và θ_i . [1,0 điểm]

b. Sử dụng kết quả câu 1.a. và hệ thức lượng giác $\cos \theta = (1 + \tan^2 \theta)^{-\frac{1}{2}}$, trong đó $\tan \theta = \frac{dx}{dz} = x'$ là độ dốc của tiếp tuyến của đường đi tia sáng tại điểm (x, z) , hãy suy ra

phương trình cho x' . Tìm biểu thức đầy đủ của α theo n_1 , n_2 và a . Bằng cách đạo hàm hai vế của phương trình này theo z , tìm phương trình cho đạo hàm bậc hai x'' . [1,0 điểm]

c. Tìm biểu thức của hàm số x theo z , tức là $x = f(z)$, thỏa mãn phương trình trên. Đó là phương trình đường đi của ánh sáng trong sợi quang. [1,0 điểm]

d. Vẽ phác quỹ đạo của hai tia sáng đi vào sợi quang dưới hai góc tới θ_i khác nhau trong một chu kỳ đầy đủ. [1,0 điểm]

2. Sự truyền của ánh sáng trong sợi quang học.

a. Tìm góc tới cực đại θ_{TM} , dưới góc tới đó ánh sáng vẫn còn có thể lan truyền bên trong lõi của sợi quang. [1,5 điểm]

b. Xác định biểu thức tọa độ z của giao điểm của tia sáng với trục Oz với $\theta_i \neq 0$. [1,5 điểm]

3. Ánh sáng được sử dụng để truyền tín hiệu dưới dạng những xung cực ngắn (bỏ qua độ rộng của xung).

a. Xác định khoảng thời gian τ để ánh sáng đi từ điểm O đến giao điểm thứ nhất với trục Oz với góc tới $\theta_1 \neq 0$ và $\theta_1 \leq \theta_{\text{im}}$.

Tỉ số giữa toạ độ z tại giao điểm thứ nhất và τ được gọi là tốc độ lan truyền của tín hiệu ánh sáng dọc theo sợi quang học. Giả thiết rằng tốc độ này thay đổi đơn điệu theo θ_1 .

Tìm tốc độ này ứng với $\theta_1 = \theta_{\text{im}}$ (gọi là v_M).

Tìm tốc độ truyền thẳng của tia sáng dọc theo trục Oz. (gọi là v_0)

So sánh hai tốc độ đó. [3,25 điểm]

b. Chùm sáng mang tín hiệu là một chùm sáng hội tụ đi vào sợi quang tại điểm O dưới các góc tới θ_1 khác nhau với $0 \leq \theta_1 \leq \theta_{\text{im}}$. Tính tần số lặp lại cao nhất f của xung tín hiệu để ở khoảng cách $z = 1000\text{m}$ thì hai xung liên tiếp vẫn còn tách biệt nhau (nghĩa là các xung không đè lên nhau).

Chú ý:

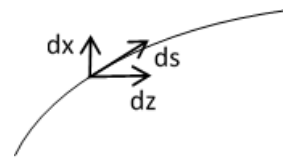
1. Tính chất sóng của ánh sáng không được xét đến trong bài toán này.
2. Bỏ qua sự tán sắc của ánh sáng.
3. Tốc độ ánh sáng trong chân không là $2,999 \times 10^8 \text{ m/s}$.
4. Em có thể dùng những công thức sau đây:

• Chiều dài của một cung nhỏ nguyên tố ds trong mặt phẳng xOz là:

$$ds = dz \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2}$$

$$\bullet \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - b^2 x^2}} = \frac{1}{b} \text{Arcsin} \frac{bx}{a}$$

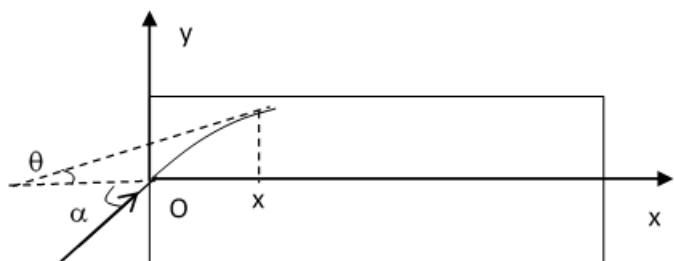
$$\bullet \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - b^2 x^2}} = -\frac{x\sqrt{a^2 - b^2 x^2}}{2b^2} + \frac{a^2 \text{Arcsin} \frac{bx}{a}}{2b^3}$$



• **Arcsinx** là hàm số ngược của hàm số **sinx**. Giá trị của nó là góc nhỏ nhất có sin bằng x. Nói khác đi, nếu $y = \text{Arcsin} x$ thì $\sin y = x$.

Bài 17. (trích đề dự thi Quốc Cế 2009)

Một đoạn sợi quang thẳng có dạng hình trụ bán kính R, hai đầu phẳng và vuông góc với trục sợi quang, đặt trong không khí sao cho trục đối xứng của nó trùng với trục toạ độ Ox. Giả thiết chiết suất của chất liệu làm sợi quang thay đổi theo quy luật: $n = n_1 \sqrt{1 - k^2 r^2}$, trong đó r là khoảng cách từ điểm đang xét tới trục Ox, n_1 và k là các hằng số dương. Một tia sáng chiếu tới một đầu của sợi quang tại điểm O dưới góc α như hình 28.



Hình 28

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

1. Gọi θ là góc tạo bởi phương truyền của tia sáng tại điểm có hoành độ x với trục Ox . Chứng minh rằng $n \cos \theta = C$ trong đó n là chiết suất tại điểm có hoành độ x trên đường truyền của tia sáng và C là một hằng số. Tính C .

2. Viết phương trình quỹ đạo biểu diễn đường truyền của tia sáng trong sợi quang.

3. Tìm điều kiện để mọi tia sáng chiếu đến sợi quang tại O đều không ló ra ngoài thành sợi quang.

4. Chiều dài L của sợi quang thỏa mãn điều kiện nào

để tia sáng ló ra ở đáy kia của sợi quang theo phương song song với trục Ox ?

Bài 18. Một tấm (P) trong suốt đặt trong không khí, được giới hạn bởi hai mặt phẳng song song nhau và song song với mặt phẳng Oxy . Trong hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$, mặt phẳng thứ nhất có tọa độ $z=a$ ($a>0$) và mặt phẳng thứ hai có tọa độ $z=0$ (trùng mặt phẳng Oxy).

Trong bài toán này, ta chỉ xét ánh sáng đi vào tấm (P) là ánh sáng đơn sắc có bước sóng λ . Chiết suất của chất làm nên tấm (P) đối với ánh sáng có bước sóng đơn sắc λ thay đổi theo phương vuông góc (phương Oz) với hai mặt phẳng giới hạn theo biểu thức

$$n(z) = \frac{n_0}{1 - k \frac{z}{a}}, \text{ biết } n_0 > 1, 0 < k < 1.$$

1. Một tia sáng tới SI đến tấm (P) tại điểm I ($x_I=0, y_I=a, z_I=a$) nằm trên mặt thứ nhất, dưới góc tới α . Tia sáng này đi vào (P) theo một đường cong I(c)J thuộc một mặt phẳng ($y=a$) song song với mặt phẳng Oxz và đến mặt giới hạn thứ hai của tấm (P) điểm J (Hình 4.a).

a. Tìm phương trình đường truyền tia sáng I(c)J dưới dạng $x=f(z)$.

b. Tìm vị trí điểm J.

2. Bây giờ ta đặt một vật rất nhỏ dạng đoạn thẳng AB rất ngắn, nằm trước và song song mặt phẳng thứ hai của tấm (P) (Hình 4.b). Chùm sáng hẹp phát ra từ vật AB đến mặt trên tấm (P) gần như vuông góc, qua tấm (P) cho ảnh A'B'.

a. Hãy tìm khoảng cách từ vật AB đến ảnh A'B'.

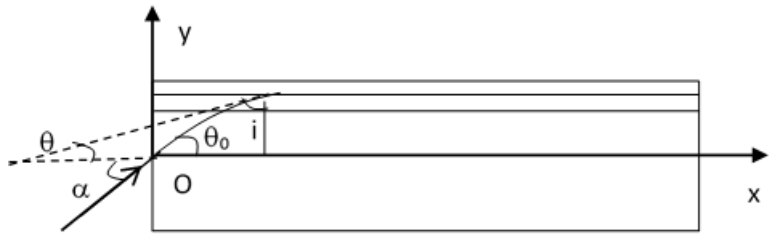
b. Tìm thời gian ngắn nhất ánh sáng đi xuyên qua tấm (P). Biết tốc độ ánh sáng trong chân không là c .

3. Bây giờ người ta khoét tấm (P) bằng một hốc cầu tâm O cách đều hai mặt phẳng giới hạn, mặt cầu nằm trọn trong tấm (P), có bán kính R . Vật sáng AB nói trên được đặt song song hai mặt phẳng giới hạn của tấm, ở vị trí sao cho đường thẳng AO vuông góc với hai mặt phẳng giới hạn đó và $OA=a$ (Hình 4.c). Chùm sáng hẹp phát ra từ vật AB đến mặt trên tấm (P) gần như vuông góc, xuyên qua hốc cầu trên tấm (P) cho ảnh A'B'.

a. Hãy xác định vị trí ảnh A'B'.

b. Xác định số phóng đại ảnh này.

Lưu ý trong bài toán này:



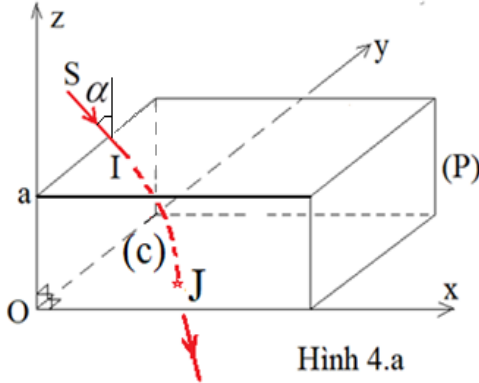
Hình 29

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

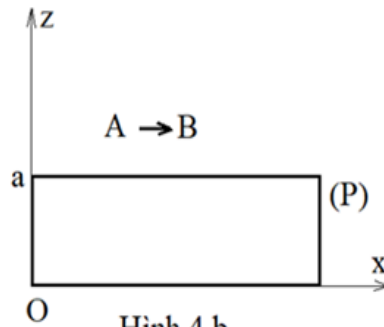
(i) coi sự tạo ảnh qua tấm (P) trong các trường hợp trên luôn thỏa mãn điều kiện tương đương.

(ii) coi n_0 , k , a là những giá trị đã biết.

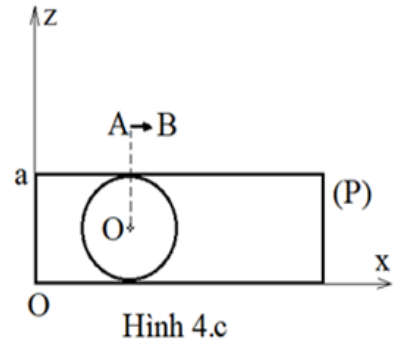
(iii) riêng trong ý 3a và 3b khi tính toán ta lấy $R = \frac{a}{2}$, áp dụng số $n_0=1,2$; $k=0,4$; $a=20\text{cm}$.



Hình 4.a



Hình 4.b



Hình 4.c

ĐS: 1a.
$$x = \frac{an_0}{k \sin \alpha} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n_0} (1-k) \right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n_0} \left(1 - k \frac{z}{a} \right) \right)^2} \right];$$

1b.
$$x_l = \frac{an_0}{k \sin \alpha} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n_0} (1-k) \right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n_0} \right)^2} \right];$$
 2a.
$$AA' = \frac{a}{2n_0} (2n_0 + k - 2);$$
 2b.

$$\tau = \frac{a}{k} \frac{n_0}{c} \ln \frac{1}{(1-k)}$$

3a. Vậy A_2B_2 là ảnh ảo, nằm trong tấm (P), cách mặt giới hạn thứ 2 là $\frac{50}{3} \text{ cm}$.

3b. $k = \frac{1}{3}$

Bài 19.

Một khối cầu trong suốt bán kính R , không đồng chất, có chiết suất n thay đổi dọc

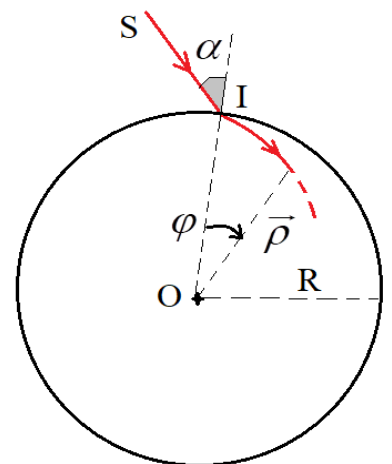
theo phương bán kính $n = \frac{n_0}{\frac{\rho}{R} + a}$, với a và n_0 là hằng số

dương, ρ là khoảng cách từ tâm quả cầu đến điểm đang xét.

Xét một chùm tia sáng hẹp đơn sắc, song song, từ không khí được chiếu đến khối cầu dưới góc tới là α (Hình 4). Coi không khí bên ngoài quả cầu có chiết suất bằng 1.

a. Tính khoảng cách ngắn nhất từ tia sáng đến tâm quả cầu.

b. Gọi φ là góc quay véc tơ bán kính $\vec{\rho}$ nối tâm quả cầu đến đường truyền tia sáng trong môi trường của quả cầu. Khi đó ta



Hình 4

đặt $\frac{d\rho}{d\varphi} = f(\rho)$. Một cách gần đúng (bỏ qua vô cùng bé bậc 2), hãy xác định $f(\rho)$.

Từ đó kiểm tra lại kết quả đã tìm được câu a.

c. Hãy phác họa đường truyền tia sáng trong quả cầu.

$$\text{ĐS: a. } \rho_{\min} = \frac{aR \sin \alpha}{n_0 - \sin \alpha}; \text{ b. } f(\rho) = - \frac{\sqrt{\left(\frac{n_0}{R} \rho\right)^2 - (R \sin \alpha)^2}}{R \sin \alpha} \rho$$

IX.3. CHIẾT SUẤT TỔNG HỢP

Bài 1.

Một tia sáng rơi dưới góc tới α lên một chồng những tấm trong suốt có bề dày như nhau, chiết suất tấm sau nhỏ hơn k lần so với chiết suất của tấm nằm trên nó. Hỏi góc tới tối thiểu phải bằng bao nhiêu, thì tia sáng không xuyên qua hết chồng các tấm đó? Tấm trên cùng có chiết suất n , và cả thảy có N tấm.

$$\text{ĐS: } \sin \alpha_{\min} = \frac{n}{k^{N-1}}$$

Bài 2. Xác định sự sai lệch khi định vị góc nhìn một ngôi sao từ mặt đất dưới góc 45° áp suất khí quyển tại sát mặt đất là $n=1,00003$.

$$\text{ĐS: } \delta = (n_h - 1) \operatorname{tg} i_h = 0,0003(\text{rad})$$

Bài 3. Chiết suất của không khí ở nhiệt độ 300K và áp suất 1 atm là 1,003 đối với khoảng giữa của ánh sáng nhìn thấy. Giả thiết rằng không khí đẳng nhiệt ở 300K. Hãy tính toán xem khối lượng riêng của không khí phải tăng thêm bao nhiêu lần để ánh sáng đi vòng quanh trái đất ở mực nước biển (Nếu trời không mây, lúc đó chúng ta có thể nhìn thấy mặt trời mọc suốt đêm theo nguyên lý đó). Có thể giả sử rằng chiết suất n thỏa mãn

$$n - 1 = \rho e^{-\frac{r-R}{8700}}$$

(R là bán kính trái đất, r là khoảng cách từ tâm trái đất đến điểm khảo sát)

$$\frac{\rho}{\rho_0} \approx 4,53$$

ĐS: ρ_0

Bài 4. Trong chân không có một quả cầu nhỏ đồng chất bán kính r , chiết suất n như hình vẽ. Một chùm sáng hẹp tần số f trong chân không truyền theo đường thẳng BC. Đường thẳng BC cách tâm cầu O bằng L ($L < r$). Chùm sáng đến điểm C trên mặt cầu và khúc xạ trong quả cầu, đến điểm D trên mặt cầu lại khúc xạ vào chân không. Giả sử tần số chùm sáng qua 2 lần khúc xạ nói trên không thay đổi. Tính độ lớn lực trung bình tác dụng lên một photon trong chùm sáng qua 2 lần khúc xạ.

$$\text{ĐS: } F = \frac{n_0 L h \gamma}{n r^2} \left(1 - \sqrt{\frac{r^2 - L^2}{\left(\frac{nr}{n_0}\right)^2 - L^2}} \right) \quad (8)$$

Bài 5. Chiết suất của thủy tinh có thể tăng khi lẫn tạp chất. điều này cho phép chế tạo thấu kính có bề dày không đổi. cho một đĩa tròn bán kính a , độ dày d , tìm sự biến thiên theo bán kính của chiết suất $n(r)$ để tạo ra một thấu kính có tiêu cự f . Xem thấu kính là mỏng ($d \ll a$).

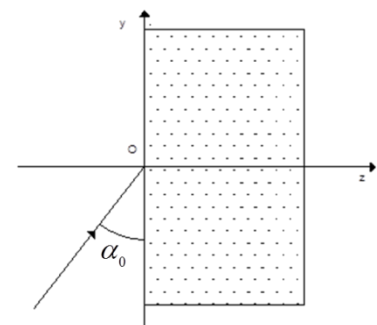
$$\text{ĐS: } n(r) = n_0 - \frac{r^2}{2df}$$

Bài 6. Một tia sáng thuộc mặt phẳng (yOz) đi vào vùng $z > 0$ tại điểm $y=0$ và nghiêng một góc α_0 so với trục (Oy) với chiết suất của vùng này được cho như sau:

Môi trường	Chiết suất
$y=0$	$n_{(y)} = n_0$
$y < 0$ và $y > 0$	$n_{(y)} = n_0(1 + p y)$

Thiết lập phương trình vi phân của sự biến đổi của tia sáng trong vùng $z > 0$.

Hỏi hệ thức liên hệ giữa y và z đối với tia sáng đó?



Hình 12.1

$$\text{ĐS: } \frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{p(1 + py)}{\sin^2 \alpha_0}$$

Bài 7. Để khắc phục sự mở rộng thời gian của các xung người ta đã chế tạo các sợi với gradient chiết suất (n thay đổi theo r). Thực tế lõi của sợi gồm một số lớp (khoảng năm chục) có chiết suất giảm dần. Với $r = 0$, $n = n_1$.

Xét một tia sáng truyền vào sợi tại O và truyền trong một mặt phẳng trục và ở trong lõi.

a) Chứng tỏ rằng $\left(\frac{dr}{dz}\right)^2 = \left(\frac{n}{A}\right)^2 - 1$ trong đó A là một hằng số được biểu diễn theo hàm của n_1 và $\theta_0 = \text{Arcsin}\left(\frac{1}{n_1} \sin \theta_i\right)$.

b) Tích phân phương trình vi phân trước đây và cho phương trình quỹ đạo của một tia theo hàm của α, Δ, θ . Bản chất của quỹ đạo đó?

Chứng tỏ rằng tia sáng cắt trục Oz tại các điểm cách đều nhau một khoảng d và biểu diễn nó theo hàm của a, Δ, θ_0 .

Các số liệu: $\theta_i = 8^\circ$

ĐS: Phương trình quỹ đạo hình sin: $r = \frac{a \sin \theta_0}{\sqrt{2\Delta}} \sin\left(\frac{\sqrt{2\Delta}}{a \cos \theta_0} z\right)$

Bài 8. Hiện tượng ảo ảnh.

Vào những ngày nắng to, mặt đường nhựa hấp thụ mạnh ánh sáng mặt trời nên bị nung nóng và làm nóng phân khí sát mặt đường. Kết quả là nhiệt độ của không khí thay đổi theo độ cao. Giả thiết rằng chiết suất của không khí phụ thuộc vào nhiệt độ theo biểu thức $n = 1 + \frac{a}{T}$. Người ta tìm được mối liên hệ của T theo độ cao z tính từ mặt đường

có dạng như sau: $z = \frac{1}{k} \left[1 - \frac{bT^2}{(T+a)^2} \right]$. Trong đó a, b và k là các hệ số dương ($b > 1$).

1. Một nguồn sáng điểm nằm trên mặt đường ($z = 0$) phát ánh sáng theo mọi phương. Mặt đường được coi là mặt phẳng nằm ngang. Xác định dạng đường truyền của một tia sáng phát ra từ nguồn theo phương ban đầu hợp với phương ngang một góc α_0 .
2. Xác định khoảng cách xa nhất để một người còn có thể nhìn thấy nguồn sáng, biết mắt người đó ở độ cao h so với mặt đường.

ĐS: 1. Đường cycloid với tham số $R = \frac{1}{2k \cos^2 \alpha_0}$

$$\begin{cases} z = \frac{1}{2k \cos^2 \alpha_0} (\cos 2\alpha_0 - \cos 2\alpha) \\ x = \frac{1}{2k \cos^2 \alpha_0} (2\alpha + \sin 2\alpha) - \frac{2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0}{2k \cos^2 \alpha_0} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \cos 2\alpha = 1 - 2kh \\ L = \frac{1}{2k} \left(\arccos(1 - 2kh) + \sqrt{1 - (1 - 2kh)^2} \right) \end{cases}$$

Bài 9. Vào những ngày trời nắng to mặt đường nhựa hấp thụ ánh sáng mạnh nên lớp không khí càng gần mặt đường càng nóng. Giả thiết nhiệt độ không khí ở sát mặt đường là 57°C và giảm dần theo độ cao, đến độ cao lớn hơn 0,5 m thì nhiệt độ của không khí được coi là không đổi và bằng 34°C . Áp suất của không khí là không đổi $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$. Chiết suất của không khí phụ thuộc vào khối lượng riêng ρ của không khí theo biểu thức $n = 1 + a\rho$, với a là hằng số. Không khí được coi là khí lí tưởng. Biết chiết suất của không khí ở nhiệt độ 15°C là 1,000276; khối lượng mol của không khí là $\mu = 0,029 \text{ kg/mol}$; hằng số $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$.

1. Thiết lập biểu thức sự phụ thuộc của chiết suất không khí vào nhiệt độ tuyệt đối, tính hằng số a .

2. Một người có mắt ở độ cao 1,5 m so với mặt đường, nhìn về phía đằng xa có cảm giác như có một mặt nước. Nhưng khi lại gần thì “nước” lại lùi ra xa sao cho khoảng cách từ người đó đến “nước” luôn không đổi (hiện tượng ảo ảnh). Tính khoảng cách từ người đó đến “nước” theo phương ngang.

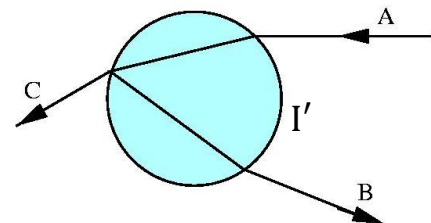
3. Giả sử ở độ cao dưới 0,5 m, nhiệt độ tuyệt đối T của không khí phụ thuộc vào độ cao y tính từ mặt đất theo biểu thức $T = \frac{ap_0\mu}{R \left[\left(1 + \frac{ap_0\mu}{RT_0}\right) \sqrt{1 + b \cdot y} - 1 \right]}$ với b là hằng số, T_0

là nhiệt độ tuyệt đối ở sát mặt đường. Lập phương trình xác định đường truyền của một tia sáng xuất phát từ mặt đường, trong lớp không khí có độ cao nhỏ hơn 0,5 m. Biết ban đầu tia sáng hợp với phương thẳng đứng một góc α và hướng lên.

ĐS: 1. $n = 1 + a \frac{p_0\mu}{RT}$; $a = 2,28 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^3/\text{kg)}$; 2. 238 m; 3. $y = \frac{b}{4\sin^2 \alpha} x^2 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} x$

Bài 10. CẦU VÒNG.

Cầu vòng, một hiện tượng tự nhiên lí thú có thể được giải thích như sau: Tia sáng A đến từ Mặt Trời đi vào bầu khí quyển của Trái Đất và gặp các hạt nước nhỏ li ti ở đó. Sau các cơn mưa lượng các hạt nước như vậy thường không nhiều nên phần lớn các tia sáng chiếu qua bầu khí quyển chỉ gặp một hạt nước trên đường đi của nó. Sau khi đi vào bên trong giọt nước một phần của tia sáng này khúc xạ ra ngoài đi đến C, phần còn lại phản xạ trở lại rồi khúc xạ tiếp một lần nữa và đi đến B. Do chiết suất của nước đối với các ánh sáng có màu khác nhau là khác nhau nên các tia sáng chiếu đến B và đến C bị tách thành nhiều tia có màu khác nhau hợp với tia tới AI các góc khác nhau. Phần lớn các tia sáng có cùng màu tập trung ở phương hợp với tia tới các góc lệch cực tiểu. Chính



vì vậy nếu nhìn theo hướng CK và I'B ta sẽ thấy có các dải màu sắp xếp có thứ tự đó chính là cầu vồng.

1. Giả sử chiết suất của nước là $n \approx 1,33$, chiết suất của ánh sáng tím n_t lớn hơn chiết suất của ánh sáng đỏ n_d một lượng $\Delta n = n_t - n_d \ll n$. Hãy xác định

a) Góc lệch cực trị giữa các tia KC và I'B với tia AI.

b) Bề rộng góc và thứ tự sắp xếp của các màu ở các cầu vồng khi nhìn theo hướng CK và BI'.

2. Liệu chúng ta có quan sát được cầu vồng theo hướng CK được không, giải thích?

3. Cầu vồng chỉ có thể xuất hiện vào những khoảng thời gian nào trong ngày?

4. Đôi khi quan sát cầu vồng chúng ta có thấy bên ngoài cầu vồng có một dải màu khác mờ hơn cầu vồng nhiều, dải màu này được gọi là cầu vồng tay vịn. Giải thích sự tạo thành cầu vồng tay vịn này, nêu thứ tự sắp xếp các màu ở cầu vồng tay vịn.

$$\text{ĐS: 1a. } D_{I'B_{\min}} = \pi + 4\arcsin \frac{\sqrt{4-n^2}}{n\sqrt{3}} - 2\arcsin \frac{\sqrt{4-n^2}}{\sqrt{3}}$$

$$1b. \Delta D_{I'B_{\min}} = \left| \frac{d(2\phi_{\min})}{dn} \right| \Delta n = \frac{4|n^2-2|\Delta n}{n\sqrt{(n^2-1)(4-n^2)}}$$

Để thấy $\phi_{\min}$ là hàm nghịch biến của n vì vậy nếu n tăng thì $\phi_{\min}$ giảm, do đó thứ tự màu của các cầu vồng sắp xếp từ trên xuống là đỏ, cam, vàng, lục, lam, chàm, tím (thứ tự tăng của chiết suất).

3. Chính vì thế thời điểm quan sát được cầu vồng là từ 6h00 đến khoảng 9h và từ khoảng 15h đến 18h00.

Bài 11. Một thị kính gồm hai thấu kính L_1 và L_2 mỏng, phẳng - lồi, đặt đồng trục. Các thấu kính được làm bằng thủy tinh chiết suất n và có tiêu cự tương ứng là f_1 và f_2 (đối với ánh sáng có bước sóng λ), đặt cách nhau một khoảng là e không đổi ($e < f_1$). Thấu kính L_1 ở phía trước gọi là kính trường và thấu kính L_2 ở phía sau gọi là kính mắt. Giả thiết rằng điều kiện tương điểm hoàn toàn được thỏa mãn.

1. Chiếu vào thị kính một chùm sáng đơn sắc bước sóng λ song song với trục chính của thị kính. Biết chùm tia ló ra khỏi kính mắt hội tụ tại điểm F. Chứng minh rằng mỗi tia ló ra khỏi kính mắt đều có đường kéo dài cắt đường kéo dài của tia tới tương ứng với nó tại một điểm nằm trên một mặt phẳng cố định vuông góc với trục chính tại H. Xác định khoảng cách $f = HF$ từ mặt phẳng này tới F.

2. Gọi f_{01}, f_{02} là tiêu cự của các thấu kính ứng với ánh sáng có bước sóng λ_0 và thấu kính có chiết suất tương ứng là n_0 .

a) Tìm điều kiện về khoảng cách e giữa hai thấu kính ($e = e_0$) để f tính ở ý 1 hầu như không thay đổi khi chiết suất n của thấu kính thay đổi một lượng nhỏ quanh giá trị n_0 .

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

b) Giả thiết chiết suất n của chất làm các thấu kính phụ thuộc vào bước sóng λ theo quy luật $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$ (a, b là các hằng số dương; $a > 1$) và khoảng cách giữa hai kính là ke_0 (e_0 tính ở ý 2a, k là hằng số dương). Tìm độ biến thiên ΔD (với $D = \frac{1}{f}$) theo độ biến thiên $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ của bước sóng. Coi $\Delta\lambda \ll \lambda_0$.

ĐS: 1. $HF = f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e}$; 2a. $e_0 = \frac{f_{01} + f_{02}}{2}$; b. $\Delta D = -\frac{2b(f_{01} + f_{02})}{(n_0 - 1)\lambda_0^3 f_{01} f_{02}} (1 - k)\Delta\lambda$.

Bài 12. Một chùm sáng đơn sắc song song hẹp đến rọi vuông góc lên mặt của một bản mỏng song song bề dày b , chiết suất biến thiên theo độ cao theo quy luật $n_y = n_0 + ay$.

Xác định độ nghiêng của tia ló ra khỏi bản mặt.

ĐS: $\beta = ba$

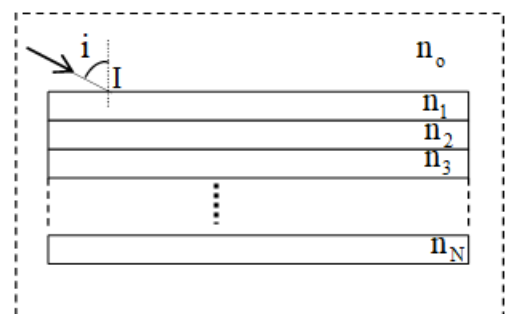
Bài 13. Một khối vật liệu đặt trong môi trường có chiết suất $n_0 = 1,5$. Khối vật liệu đó gồm N (với $N < 10$) lớp mỏng phẳng trong suốt có độ dày như nhau $e = 20$ mm (Hình 4). Chiết suất của các lớp có biểu thức $n_k = n_0 - \frac{k}{20}$ với $k = 1, 2, 3, \dots, N$. Chiếu một tia

sáng tới mặt trên của khối vật liệu dưới góc tới $i = 60^\circ$.

a. Với $N = 2$. Chứng minh rằng tia sáng ló ra ở mặt dưới của khối vật liệu song song với tia tới. Tính khoảng cách giữa đường thẳng chứa tia ló và đường thẳng chứa tia tới.

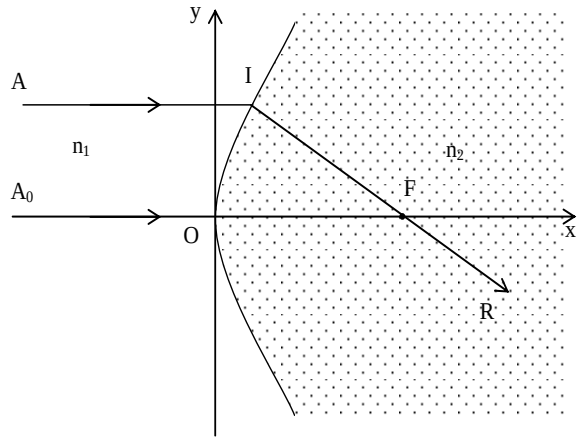
b. Với N bằng bao nhiêu thì tia sáng không ló ra ở mặt dưới của khối vật liệu? Giả thiết khối vật liệu đủ dài.

ĐS: b. $N \geq 5$



Hình 4

Bài 14. Hai môi trường trong suốt chiết suất n_1 và n_2 , được ngăn cách nhau bởi một mặt đối xứng W , có trục đối xứng là Ox đi qua đỉnh O của mặt. Chiếu một chùm tia sáng tới nằm trong một mặt phẳng Oxy và song song với Ox , từ môi trường có chiết suất n_1 truyền sang môi trường có chiết suất n_2 , thì chùm tia sáng khúc xạ hội tụ tại một điểm F nằm trên Ox , $OF=f$ (hình vẽ 4). Hãy thiết lập phương trình giao tuyến của mặt W với mặt phẳng Oxy theo n_1 , n_2 và f . Từ đó, nhận xét về dạng đồ thị của giao tuyến trên trong 2 trường hợp :



1. $n_1 > n_2$; 2. $n_1 < n_2$

ĐS: 1.
$$\frac{\left(x - \frac{n_2 f}{n_2 + n_1}\right)^2}{\left(\frac{n_2 f}{n_2 + n_1}\right)^2} + \frac{y^2}{f^2 \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}} = 1.$$

Nếu $n_1 > n_2$ thì phương trình là Elips $a = \frac{n_2 f}{n_2 + n_1}$; $b = f \sqrt{\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}}$; nửa tiêu cự $c =$

$\sqrt{a^2 - b^2}$; tâm sai: $e = \frac{c}{a}$

2.
$$\frac{\left(x - \frac{n_2 f}{n_2 + n_1}\right)^2}{\left(\frac{n_2 f}{n_2 + n_1}\right)^2} + \frac{y^2}{f^2 \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}} = 1$$

Nếu $n_2 < n_1$ thì phương trình có dạng hypebol với mặt phân cách hai môi trường là mặt lõm, có các bán trục:

$a = \frac{n_2 f}{n_2 + n_1}$;

$b = f \sqrt{\frac{n_1 - n_2}{n_2 + n_1}}$

Bài 15. Khi một tia sáng đi từ một ngôi sao đến Trái Đất thì nó phải khúc xạ qua nhiều lớp khí quyển hình vỏ cầu có chiết suất tăng dần từ trên cao xuống dưới thấp trước khi

vào mắt của người quan sát. Tuy nhiên, để giải quyết bài tập khúc xạ trong khí quyển thì Kepler đưa ra một mô hình đơn giản là:

Coi lớp khí quyển như một lớp cầu đồng chất có chiết suất: $n = 1 + \vartheta$. Do có sự khúc xạ của tia sáng trong khí quyển mà một ngôi sao sau khi đã lặn dưới đường chân trời vẫn gửi được một tia sáng vào mắt người quan sát. Góc α tạo bởi phương của tia sáng khi chưa vào khí quyển và phương của tia sáng khi đi vào mắt người quan sát gọi là độ khúc xạ thiên văn của ngôi sao khi ở trên trời.

Biết $\alpha = 35'$; $\vartheta = 5,48 \cdot 10^{-4}$; $R = 6400$ km.

a) Hãy tính bề dày h của lớp khí quyển trong mô hình của Kepler.

b) Kết quả thu được có phù hợp với thực tế hay không?

ĐS: a. 11,098 km; b. Phù hợp

Bài 16. Cho một khối thủy tinh dạng hình trụ rỗng có tiết diện thẳng như hình vẽ. Các giá trị bán kính ngoài và bán kính trong của khối lần lượt là R và $R' = R/2$. Chiết suất của môi trường bên ngoài và phần không khí nằm bên trong hốc trụ đều có giá trị bằng 1. Chiết suất của khối thủy tinh thay đổi theo khoảng cách r đến trục đối xứng theo quy luật:

$$n_r = \sqrt{2 + \frac{R^2}{4r^2}}, \left(\frac{R}{2} \leq r \leq R\right)$$

Chiếu một tia sáng tới mặt ngoài của khối thủy tinh. Tia sáng này nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng của khối và hợp với pháp tuyến tại điểm tới một góc là i .

a) Chứng minh rằng tại một vị trí nằm trên đường truyền tia sáng nằm cách trục một khoảng là r , góc lệch của tia sáng i_r so với phương bán kính luôn thỏa mãn hệ thức:

$$n_r \cdot r \cdot \sin i_r = \text{const}$$

b) Góc tới i phải thỏa mãn điều kiện nào để tia sáng tới được mặt trong của khối.

c) Góc tới i phải thỏa mãn điều kiện nào để tia sáng lọt được vào trong hốc trụ không khí.

d) Tính góc lệch giữa tia sáng tới và tia sáng ló ra khỏi khối trong các trường hợp góc tới $i = 30^\circ$ và $i = 60^\circ$.

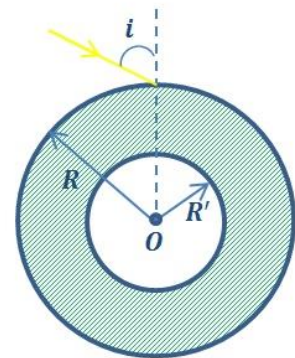
Cho:

$$\int \frac{dx}{x^2 + 1} = \arctan x$$

ĐS: b. Điều kiện $i \leq 60^\circ$ thì tia sáng tới được mặt trong của khối.

c. Điều $i < 30^\circ$ thì tia sáng lọt được vào trong hốc trụ không khí.

d. Với $i = 30^\circ$ thì góc lệch $\theta_1 = \frac{2\pi}{3} - \frac{1}{\sqrt{2}}$



Với $i = 60^\circ$ thì góc lệch $\theta_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{6}} - \frac{\pi}{3}$

Bài 17. Một khối chất trong suốt dạng hình trụ tròn rỗng được đặt trong không khí. Bán kính mặt ngoài và mặt trong của hình trụ rỗng lần lượt là $3R$ và $2R$, với R là một hằng số dương. Chiết suất của khối chất thay đổi theo khoảng cách r đến trục của hình trụ rỗng theo quy luật :

$$n_{(r)} = \sqrt{\frac{r}{R}}, \text{ với } 2R \leq r \leq 3R.$$

Chiếu một tia sáng đơn sắc tới mặt ngoài của khối chất tại điểm A (Hình 11) và nằm trong mặt phẳng tiết diện ngang của khối chất.

a. Chứng minh rằng tại một điểm nằm trên đường truyền ánh sáng nằm cách trục của hình trụ rỗng một khoảng r , góc tới $i_{(r)}$ của tia sáng tại điểm đó luôn thỏa hệ thức :

$$n_{(r)} r \sin i_{(r)} = \text{const}.$$

b. Tính góc tới i_A để tia sáng :

- tới được mặt trong của hình trụ.
- đi vào phần rỗng của hình trụ.

c. Khi góc tới $i_A = 60^\circ$, hãy tính khoảng cách nhỏ nhất từ trục của hình trụ rỗng đến tia sáng.

ĐS: b. $i_A \leq 33^\circ$; $i_A \leq 22,6^\circ$. c. $r_{\min} = \sqrt{\frac{81}{4}}R \approx 2,73R$.

Bài 18. Một tia laser đi vào môi trường đối xứng cầu, chiết suất của môi trường thay đổi theo khoảng cách r tới tâm đối xứng O theo quy luật:

$$n(r) = \begin{cases} n_0 \frac{r}{r_0} & \text{khi } r \geq r_0 \\ n_0 & \text{khi } r < r_0 \end{cases}$$

Đường đi của tia laser nằm trong mặt phẳng chứa tâm O. Ở khoảng cách $r_1 > r_0$, tia laser lập góc φ_1 với véc tơ bán kính $\vec{r}_1$ (Hình 5).

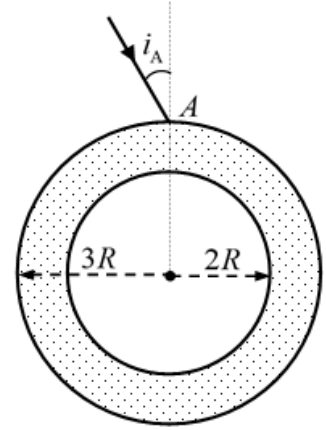
a. Tìm biểu thức xác định khoảng cách nhỏ nhất từ tâm O đến tia laser.

b. Áp dụng tính khoảng cách nhỏ nhất đó với $r_0 = 30\text{cm}$, $r_1 = 40\text{cm}$, $\varphi_1 = 30^\circ$

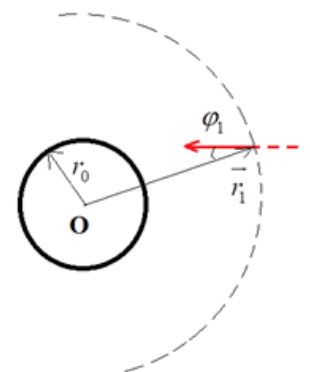
ĐS: a. $r_{\min} = r_1 \sqrt{\sin \varphi_1}$ khi $\sin \varphi_1 \geq \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2$;

$$r_{\min} = \frac{r_1^2}{r_0} \sin \varphi_1 \quad \text{khi } \sin \varphi_1 < \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2;$$

b. $r_{\min} \approx 26,67\text{cm}$



Hình 11



Hình 5

Bài 19. (Trích đề thi Olympic Vật lý Boston, Mỹ năm 2000) Một hành tinh có khối lượng riêng và áp suất khí quyển như ở Trái Đất. Để đơn giản, xem như nhiệt độ bầu khí quyển không thay đổi theo độ cao và có giá trị bằng nhiệt độ ở bề mặt hành tinh. Ngoài ra thành phần khí quyển trên hành tinh cũng giống như trên Trái Đất. Hỏi hành tinh phải có bán kính là bao nhiêu để một chùm tia sáng có thể đi dọc theo bề mặt vòng quanh hành tinh? Cho biết chiết suất môi trường phụ thuộc khối lượng riêng ρ theo hệ thức: $n_{(\rho)} = 1 + \varepsilon\rho$, với ε là hằng số.

$$\text{ĐS: } R = \sqrt{\frac{(1 + \varepsilon\rho_E)R_E p_E}{\varepsilon g_E \rho_E^2}}.$$

Bài 20. Trích đề thi chọn HSG toàn quốc 1989-1990

Chứng minh rằng nếu một môi trường có chiết suất n giảm theo độ cao Z thì tia sáng làm với trục Z một góc α_0 ở độ cao ứng với chiết suất n_0 sẽ bị phản xạ toàn phần ở độ cao ứng với chiết suất n_k nào đó. Tìm liên hệ giữa n_0, n_k, α_0 . Quỹ đạo của tia sáng trong môi trường ấy như thế nào?

ĐS: $n_0 \sin \alpha_0 = n_k$; Quỹ đạo của tia sáng trong môi trường là đường parabol.

Bài 21. (trích đề thi Olympic Vật lý quốc tế năm 1984 ở Thụy Điển)

a. Xét bản mặt song song trong suốt có chiết suất biến đổi theo khoảng cách z tính từ mặt dưới của bản. Chứng minh rằng $n_A \sin \alpha = n_B \sin \beta$

b. Một người đứng trên một đường nhựa rộng, dài và phẳng, người đó thấy ở đằng xa hình như có “mặt nước” nhưng khi lại gần thì người đó thấy “nước” lại lùi ra xa sao cho khoảng cách từ người đó đến “nước” luôn không đổi. Giải thích ảo ảnh đó.

c. Hãy xác định nhiệt độ của mặt đường (nói trong phần b) với giả thiết mắt người đó ở độ cao 1,6m so với mặt đường.

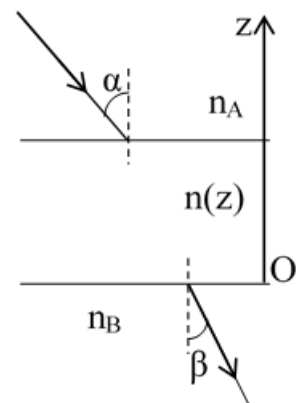
Khoảng cách từ người đó tới “nước” là 250m. Chiết

suất của không khí ở 15°C và áp suất khí quyển chuẩn là

1,000276. Ở độ cao lớn hơn 1m so với mặt đường thì nhiệt độ

của không khí được coi là không đổi bằng 30°. Áp suất không khí bằng áp suất tiêu

chuẩn. Gọi chiết suất không khí là n và giả thiết rằng $n - 1$ tỉ lệ với khối lượng riêng của không khí. Ước lượng độ chính xác của kết quả thu được.



ĐS: c. $T = 328K = 55^{\circ}C$

Bài 22. 1/ Chiết suất của không khí phụ thuộc cả vào nhiệt độ và áp suất. Nhưng trong bài toán này ta sẽ coi rằng chiết suất chỉ phụ thuộc nhiệt độ và sự phụ thuộc đó có

dạng $n = 1 + \frac{a}{T}$. Đối với không khí ở áp suất tiêu chuẩn thì hằng số $a = 8,6 \cdot 10^{-2} K$.

Không khí bên trên mặt đường dưới tác dụng của ảnh nắng mặt trời bị nóng lên, và vì thế mặt đường khô mà nhìn như bị “ướt”. Giả sử trong một lớp đủ mỏng bên trên mặt đường nhiệt độ cao hơn nhiệt độ trung bình ($t = 17^{\circ}C$) một lượng Δt . Một người quan sát sẽ thấy ở cách mình một khoảng cực tiểu s một “vũng nước” trên đường.

- Hãy giải thích sự xuất hiện “vũng nước”.

- Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc $s = s(\Delta t)$

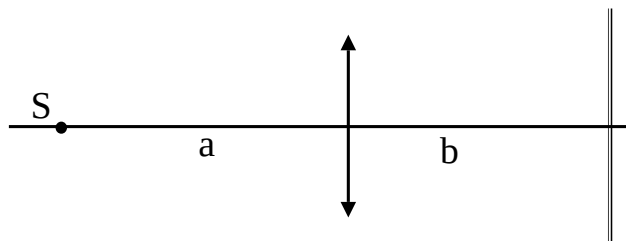
Biết rằng mắt người ở cách mặt đường một khoảng $h = 1,0m$.

Để mô hình hóa ảo ảnh này, kích thước của phòng thí nghiệm rõ ràng là không đủ, bởi vậy có thể khôn ngoan thay không khí bằng một mẫu thủy tinh hữu cơ, có chiết suất phụ thuộc mạnh vào nhiệt độ. Để làm nguồn sáng ta sử dụng một sợi dây mảnh phát sáng S. Dưới đây hãy xem xét các tia:

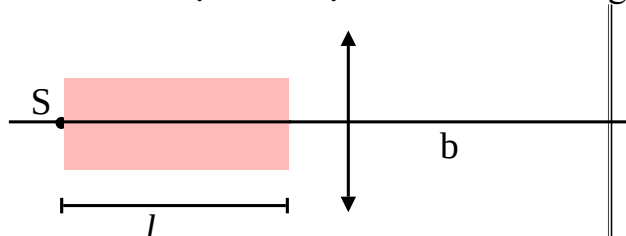
a) Truyền dưới một góc nhỏ so với trục của quang hệ và các trục đó một khoảng cách nhỏ (gần đúng cận trục)

b) Các tia ở trong mặt phẳng chứa trục của hệ và vuông góc với dây phát sáng.

2/ Tại khoảng cách $a = 40cm$ từ nguồn đặt một TKHT mỏng có tiêu cự $f = 20cm$. Hỏi phải đặt một màn ảnh cách TK một khoảng cách b bằng bao nhiêu để thu được ảnh rõ nét của nguồn S trên màn?

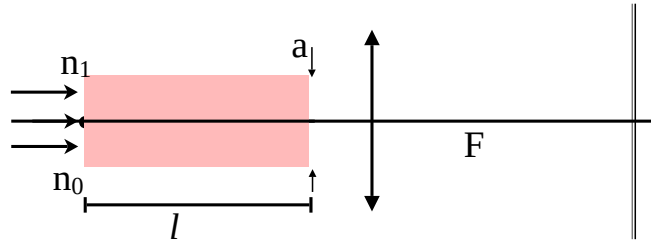


3/ Không thay đổi vị trí của nguồn, đặt sát nguồn một khối thủy tinh hữu cơ hình hộp chữ nhật có chiều dài $l = 20cm$ và chiết suất $n_0 = 1,5$. Hỏi phải đặt một màn ảnh cách TK một khoảng b' bằng bao nhiêu để lại thu được ảnh rõ nét của nguồn S trên màn?



4/ Chiếu khối chất thủy tinh hữu cơ bằng một chùm sáng song song và màn ảnh đặt tại mặt phẳng tiêu của TK. Sau đó đốt nóng khối thủy tinh. Do sự đốt nóng không đều, nên chiết suất của khối bắt đầu thay đổi một cách tuyến tính từ $n_0 = 1,5$ từ một phía đến $n_1 = n_0 + \delta n$ với $\delta n = 2,0 \cdot 10^{-4}$

ở phía bên trên. Hướng biến thiên của nhiệt độ vuông góc với phương truyền sáng. Hỏi bức tranh trên màn sẽ thay đổi thế nào sau khi đốt nóng khối thủy tinh? Biết độ dày của khối thủy tinh $d=4,0\text{cm}$.



ĐS: 1. Khoảng cách $s = h \cdot \sqrt{\frac{T_0(T_0 + \Delta T)}{2a\Delta T}}$

2. $b=2f=40\text{cm}$

3. $b'=50\text{cm}$.

4. Ảnh trên màn sẽ dịch lên phía trên một đoạn $\delta z = \alpha f = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$.

CHƯƠNG X. THẤU KÍNH – QUANG HỆ GHÉP X.1. THẤU KÍNH

Bài 1. Một nguồn sáng điểm nằm ngoài trục chính của một thấu kính và cách thấu kính một khoảng $d = 12 \text{ cm}$. Người ta dịch thấu kính đi một đoạn $a = 3\text{cm}$ theo phương vuông góc với trục chính của nó, thì ảnh của nguồn dịch đi một đoạn $a' = 4,5 \text{ cm}$. Hãy xác định tiêu cự của thấu kính.

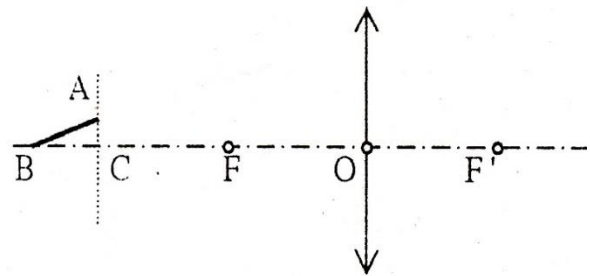
ĐS: Xét trường hợp ảnh thật: $f = 34 \text{ cm}$

Xét trường hợp là ảnh là ảnh ảo: $f = 20 \text{ cm}$

Bài 2. Một vật phát sáng có dạng một đoạn nhỏ AB nằm nghiêng một góc α so với trục chính của một thấu kính hội tụ (hình 6.1). Đầu B trên trục chính, cách quang tâm O một khoảng đúng bằng $2,5f$, đầu A cách thấu kính một khoảng $2f$.

Hãy dùng phép vẽ đường đi các tia sáng, dựng ảnh của vật qua thấu kính.

Xác định góc nghiêng β giữa ảnh A'B' với trục chính.

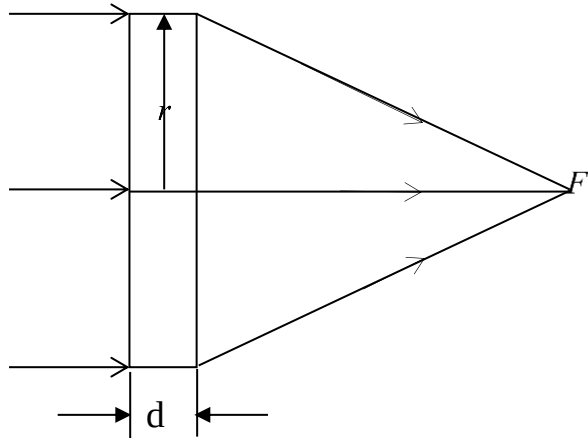


ĐS: $\beta = \frac{3}{2} \cdot \tan \alpha$

Bài 3. Áp dụng điều kiện tương điểm

Chiết suất của thủy tinh có thể tăng khi lần tap chất. điều này cho phép chế tạo thấu kính có bề dày không đổi. cho một đĩa tròn bán kính a , độ dày d , tìm sự biến thiên theo bán kính của chiết suất $n(r)$ để tạo ra một một thấu kính có tiêu cự f . Xem thấu kính là mỏng ($d \ll a$).

ĐS: $n(r) = n_0 - \frac{r^2}{2df}$

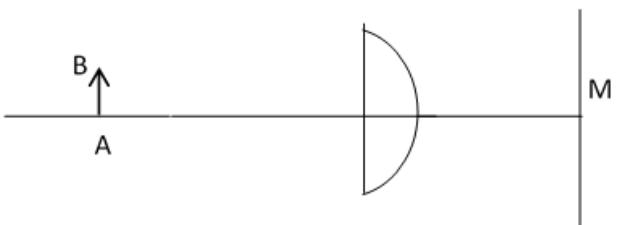


Bài 4. Một thấu kính dày phẳng- lồi (mặt lồi có bán kính R) làm bằng thủy tinh có chiết suất $n=1,5$. Vật sáng AB đặt vuông góc trục chính của thấu kính cách mặt phẳng thấu kính một đoạn 14 cm (hình 4), phía bên kia thấu kính đối diện với vật người ta đặt màn M để hứng ảnh rõ nét của AB. Tịnh tiến thấu kính và màn dọc theo trục chính ta thấy khoảng cách ngắn nhất giữa AB và màn để thu được ảnh rõ nét là 33 cm.

1.Tính bán kính R?

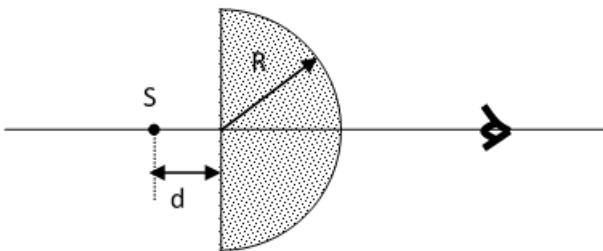
2.Giữ nguyên vị trí của AB và thấu kính, mặt lồi được tráng bạc một phần nhỏ.

Xác định vị trí, tính chất, số phóng đại ảnh của AB qua hệ gồm thấu kính và phần chỏm cầu có tráng bạc.



ĐS: 1. 4cm; 2. $d_3' = \frac{27}{11}$ cm ; Ảnh A_3B_3 là ảnh thật ngược chiều với vật có số phóng đại của hệ là $k = -\frac{1}{16}$

Bài 5. Một thấu kính dày có dạng một bán cầu có bán kính $R = 10\text{cm}$ có chiết suất $n = 1,5$. Đặt một nguồn sáng điểm S trên trục thấu kính và cách mặt phẳng của bán cầu một khoảng $d = R/2$ như hình vẽ. Mắt người quan sát đặt trên trục nhìn thấy ảnh của điểm sáng S cách mặt phẳng thấu kính bao xa? Coi mắt nhìn dưới góc tới nhỏ, các tia sáng đi sát trục thấu kính.



ĐS: 18cm

Bài 6. Trong một căn phòng, trên mặt bàn có đặt một tấm gương phẳng, trên gương phẳng lại đặt một thấu kính mỏng phẳng lồi có tiêu cự $f = 40\text{cm}$. Một con ruồi bay theo trần nhà AB với vận tốc $v = 1\text{cm/s}$. Khoảng cách từ trần nhà đến gương là $d = 220\text{cm}$. Hỏi ảnh của con ruồi qua quang hệ đã cho nằm cách gương một khoảng bao nhiêu ? Vận tốc của ảnh con ruồi khi mà nó bay qua trục chính của thấu kính OO' bằng bao nhiêu ?

ĐS: $u = v \frac{d'}{d} = 0,2 \text{ (cm/s)}$

Bài 7. Cho hệ hai thấu kính hội tụ đồng trục L_1 và L_2 đặt cách nhau $a = 30\text{cm}$. Thấu kính L_1 có đường kính bề mặt $D_1 = 1\text{cm}$, tiêu cự $f_1 = 10\text{cm}$, thấu kính L_2 có đường kính bề mặt $D_2 = 10\text{cm}$, tiêu cự $f_2 = 20\text{cm}$. Một điểm sáng S đặt trên trục chính trước L_1 , cách L_1 30cm. Sau L_2 , người ta đặt một màn ảnh vuông góc với trục chính. Tìm vị trí của màn để đường kính vết sáng trên màn là nhỏ nhất. Tìm đường kính này.

ĐS: $x = \frac{380}{13} \text{ cm}$ suy ra $D = \frac{8}{13} \text{ cm}$

Bài 8. Đặt vật nhỏ có dạng một đoạn thẳng AB vuông góc với trục chính của một thấu kính. Đầu A của vật nằm trên trục chính, cách quang tâm của thấu kính 20cm.

a. Qua thấu kính, vật AB cho ảnh $A'B'$ cao bằng vật. Hãy xác định tiêu cự của thấu kính và dùng thước kẻ dựng ảnh $A'B'$;

b. Giữ cố định thấu kính, quay vật AB quanh đầu A để AB hợp với trục chính của thấu kính một góc bằng 45° . Xác định:

i. vị trí và hình dạng của ảnh $A''B''$ của vật AB qua thấu kính, bằng cách dựng hình với số lượng tia sáng được vẽ ít nhất;

ii. độ dài của vật AB.

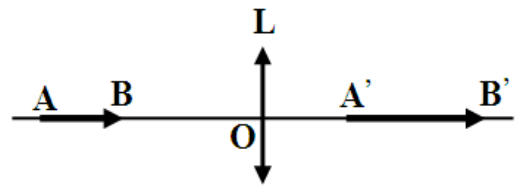
Biết rằng độ dài của ảnh A"B" gấp hai lần độ dài của vật AB.

ĐS: a. 10cm; b. $5\sqrt{2}$ cm

Bài 9. Một thấu kính hội tụ mỏng có tiêu cự $f=30\text{cm}$ tạo ảnh của một nguồn sáng điểm chuyển động. Biết rằng khi nguồn sáng đi qua trục chính của thấu kính theo phương hợp với trục chính góc $\alpha=60^\circ$ thì vận tốc của ảnh hợp với trục chính một góc $\beta=30^\circ$. Hỏi tại thời điểm đó nguồn sáng cách thấu kính đó một khoảng d bằng bao nhiêu?

ĐS: 20 cm hoặc 40 cm

Bài 10. Một nguồn sáng có dạng một đoạn thẳng $AB = 15\text{cm}$ đặt dọc theo trục chính của thấu kính hội tụ L có tiêu cự $f = 30\text{ cm}$, cho ảnh thật $A'B' = 30\text{cm}$ như hình 5.



Hình 5

a, Tính khoảng cách từ điểm B đến quang tâm O.

b, Đặt sau thấu kính một màn M vuông góc với trục chính. Hỏi màn M cách quang tâm O bao nhiêu thì vết sáng trên màn có kích thước nhỏ nhất.

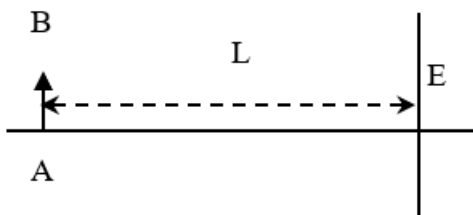
ĐS: a. 45cm; b. 72cm

Bài 11. Một điểm sáng A nằm trên trục chính của một thấu kính hội tụ và cách thấu kính một đoạn 30cm, cho ảnh thật A'. Bắt đầu cho thấu kính chuyển động ra xa vật với vận tốc không đổi $v=5\text{cm/s}$. Tính tiêu cự của thấu kính. Biết rằng sau khi thấu kính chuyển động được 2s thì ảnh bắt đầu đổi chiều chuyển động.

ĐS: 20cm

Bài 12. Một vật sáng AB hình mũi tên đặt song song với một màn E như hình 4. Khoảng cách giữa AB và E là L . Giữa AB và E có một thấu kính hội tụ tiêu cự f .

Tịnh tiến thấu kính dọc theo trục chính AE người ta thấy có hai vị trí của thấu kính đều cho ảnh rõ nét của AB trên màn.



a. Tìm điều kiện của L để bài toán thỏa mãn. b. Biết khoảng cách giữa hai vị trí của thấu kính là a .

b. Tìm tiêu cự f của thấu kính theo L và a .

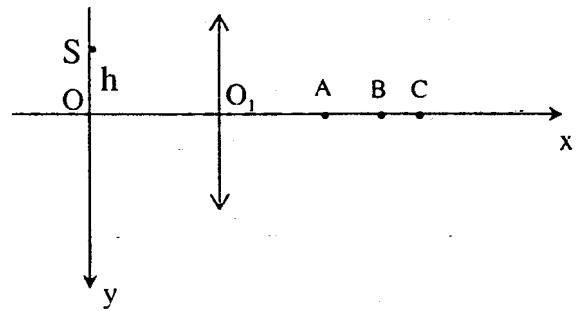
Áp dụng bằng số $L = 90\text{cm}$, $a = 30\text{cm}$.

c. Vẫn thấu kính và màn E như trên, thay AB bằng điểm sáng S đặt trên trục chính của thấu kính và cách E một khoảng 45cm. Xác định vị trí đặt thấu kính để trên màn thu được vùng sáng có kích thước nhỏ nhất.

ĐS: a. $L > 4f$; b. 20cm ; c. 30cm

Bài 13. Cho hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy. Một thấu kính hội tụ, quang tâm O_1 , được đặt sao cho trục chính trùng với Ox. S là điểm sáng nằm trước thấu kính. Gọi S' là ảnh của S qua thấu kính.

1. Lúc đầu S nằm trên Oy, cách thấu kính một khoảng bằng tiêu cự của thấu kính, cách O một khoảng bằng h. Giữ S cố định, dịch chuyển thấu kính ra xa dần S sao cho trục chính luôn luôn trùng với Ox.



a) Lập phương trình quỹ đạo $y = f(x)$ của S' . Biết tiêu cự của thấu kính là f. Phác họa quỹ đạo này và chỉ rõ chiều dịch chuyển của ảnh khi thấu kính dịch chuyển ra xa dần S.

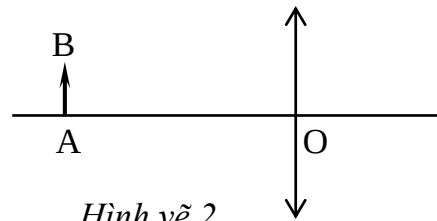
b) Trên trục Ox có ba điểm A, B, C (xem hình vẽ). Biết $AB = 6\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$. Khi thấu kính dịch chuyển từ A tới B thì S' lại gần trục Oy thêm 9cm, khi thấu kính dịch chuyển từ B tới C thì S' lại gần trục Oy thêm 1cm. Tìm tọa độ điểm A và tiêu cự của thấu kính.

2. Giả sử điểm sáng S cách thấu kính một khoảng lớn hơn tiêu cự của thấu kính. Giữ thấu kính cố định, ảnh S' sẽ di chuyển thế nào nếu dịch chuyển S lại gần thấu kính theo một đường thẳng bất kỳ?

ĐS: 1a. $y = \frac{hx}{2f} - h \pm \sqrt{\frac{h^2 x^2}{4f^2} - \frac{x}{f}}$; 1b. $x = 16\text{cm}$; $x' = 25\text{cm}$; $f = 20\text{cm}$

Bài 14.

Cho thấu kính hội tụ có tiêu cự 10cm. Ban đầu, vật sáng AB phẳng mỏng, cao 1cm đặt vuông góc với trục chính của thấu kính, A nằm trên trục chính, cách thấu kính một khoảng bằng 15cm (Hình vẽ 2).



Hình vẽ 2

a. Xác định vị trí, tính chất, chiều và độ cao của ảnh. Vẽ ảnh.

b. Để được ảnh cao bằng bốn lần vật, phải dịch chuyển vật dọc theo trục chính từ vị trí ban đầu đi một khoảng bao nhiêu, theo chiều nào?

c. Để vật ở vị trí cách thấu kính 15cm và giữ vật cố định. Cho thấu kính chuyển động tịnh tiến ra xa vật, dọc theo trục chính sao cho trục chính không thay đổi. Khi thấu kính cách vật 25cm thì quãng đường mà ảnh đã đi được trong quá trình trên là bao nhiêu?

ĐS: b. + Nếu $k = 4$ thì $d = 7,5\text{cm}$, dịch vật lại gần thấu kính 7,5 cm

+ Nếu $k = -4$ thì , dịch vật lại gần thấu kính 2,5 cm

c. $S_{\text{ảnh}} = \frac{20}{3}\text{cm}$

Bài 15. Một điểm sáng S được đặt trên trục chính của một thấu kính hội tụ L_1 có tiêu cự $f_1 = 24\text{cm}$. Sau thấu kính, người ta đặt một màn E vuông góc với trục chính của thấu kính và thu được ảnh rõ nét của S trên màn.

1) Để khoảng cách giữa vật và màn là nhỏ nhất thì vật và màn phải đặt cách thấu kính một khoảng là bao nhiêu?

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

2) Người ta đặt thấu kính L_2 phía sau và cùng trục chính với L_1 và cách L_1 một khoảng 18cm. Trên màn E lúc này có một vết sáng hình tròn. Hãy tính tiêu cự của thấu kính L_2 và vẽ hình trong các trường hợp sau:

a) Khi tịnh tiến màn E dọc theo trục chính của hệ thấu kính thì vết sáng trên màn có đường kính không thay đổi.

b) Khi tịnh tiến màn ra xa hệ thấu kính thêm 10cm thì vết sáng trên màn có đường kính tăng gấp đôi.

ĐS: 1. 96cm; 48cm; 2a. $f_2 = -30\text{cm}$; 2b. $f_2 = 60\text{cm}$

Bài 16. Một điểm sáng S chuyển động theo vòng tròn với vận tốc có độ lớn không đổi v_0 xung quanh trục chính của thấu kính hội tụ ở trong mặt phẳng vuông góc với trục chính và cách thấu kính một khoảng $d = 1,5f$ (f là tiêu cự của thấu kính). Hãy xác định :

a) Vị trí đặt màn để quan sát được ảnh của S.

b) Độ lớn và hướng vận tốc ảnh của điểm sáng S.

ĐS: a. $3f$; b. $2v_0$.

Bài 17. Cho một thấu kính mỏng hội tụ có tiêu cự f . Một nguồn sáng điểm chuyển động từ rất xa, với tốc độ v không đổi hướng về phía thấu kính trên quỹ đạo là đường thẳng tạo góc nhỏ α đối với trục chính của thấu kính. Quỹ đạo của điểm sáng cắt trục chính tại một điểm cách thấu kính một khoảng bằng $2f$ ở phía trước thấu kính.

1. Tính độ lớn vận tốc tương đối nhỏ nhất giữa điểm sáng và ảnh thật của nó

2. Khi độ lớn vận tốc tương đối giữa điểm sáng và ảnh thật của nó là nhỏ nhất thì khoảng cách giữa điểm sáng và ảnh đó là bao nhiêu?

ĐS: 1. $v_{\min} = v \sin 2\alpha$; 2. $f \frac{(\sqrt{\cos 2\alpha} + 1)^2}{\sqrt{\cos 2\alpha}}$

Bài 18. Một vật sáng AB đặt thẳng góc với trục chính của một thấu kính hội tụ cho một ảnh thật nằm cách vật một khoảng cách nào đó. Nếu cho vật dịch lại gần thấu kính một khoảng 30 cm thì ảnh của AB vẫn là ảnh thật nằm cách vật một khoảng như cũ và lớn gấp 4 lần ảnh cũ.

a) Xác định tiêu cự của thấu kính và vị trí ban đầu của vật AB

b) Để được ảnh cao bằng vật, phải dịch chuyển vật từ vị trí ban đầu đi một khoảng bao nhiêu, theo chiều nào?

ĐS: a. $d=60\text{cm}$; $f=20\text{cm}$; b. Phải dịch vật lại gần thấu kính một đoạn 20cm

Bài 19. Một thấu kính hội tụ mỏng có tiêu cự là 10cm, bán kính đường rìa là 0,5cm. Đặt một điểm sáng S đơn sắc trên trục chính phía ngoài tiêu điểm của thấu kính. Thấu kính có thể làm lệch tia sáng tới từ S một góc tối đa là bao nhiêu?

ĐS: $2,9^\circ$

Bài 20. Đặt một vật phẳng nhỏ AB trước một thấu kính và vuông góc với trục chính của thấu kính. Trên màn vuông góc với trục chính ở phía sau thấu kính thu được một ảnh rõ

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

nét lớn hơn vật, cao 4mm. Giữ vật cố định, dịch chuyển thấu kính dọc theo trục chính 5cm về phía màn thì màn phải dịch chuyển 35cm mới lại thu được ảnh rõ nét cao 2mm.

a) Tính tiêu cự thấu kính và độ cao của vật AB.

b) Vật AB, thấu kính và màn đang ở vị trí có ảnh cao 2mm. Giữ vật và màn cố định, hỏi phải dịch chuyển thấu kính dọc theo trục chính về phía nào, một đoạn bằng bao nhiêu để lại có ảnh rõ nét trên màn? Khi dịch chuyển thấu kính thì ảnh của vật AB dịch chuyển như thế nào so với vật?

ĐS: a. $f = 20\text{cm}$, $AB = 1\text{mm}$; b. $\Delta d = 30\text{cm}$; khi dịch chuyển thấu kính lại gần vật thì lúc đầu ảnh của vật dịch lại gần vật, khi thấu kính cách vật 40 cm thì khoảng cách từ vật tới thấu kính cực tiểu, sau đó ảnh dịch ra xa vật.

Bài 21. Một thấu kính phẳng – cầu được làm bằng thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$ và được đặt xen giữa một điểm sáng S và một màn chắn sáng như hình vẽ.

a) Ban đầu người ta tìm được khoảng cách nhỏ nhất giữa S và ảnh thật của nó qua thấu kính là 72cm. Tính bán kính cong của mặt cầu

b) Giữ cố định S, ta tìm được một vị trí của thấu kính sao cho khi thay đổi khoảng cách giữa thấu

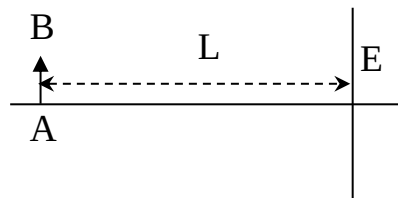
kính và màn thì chùm tia sáng từ S sau khi qua thấu kính cho vật sáng tròn có đường kính không đổi là $D_0 = 6\text{cm}$. Xác định vị trí thấu kính lúc này

c) Giữ cố định S và màn ở khoảng cách $L = 54\text{cm}$, rồi tịnh tiến thấu kính theo phương song song với trục chính của nó thì có một vị trí của thấu kính mà đường kính của vật sáng tròn trên màn có kích thước nhỏ nhất. Xác định giá trị nhỏ nhất này và vị trí thấu kính khi đó

ĐS: a. 9cm; b. Thấu kính phải đặt cách S một đoạn đúng bằng $f = 18\text{cm}$

c. $D = 6\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})\text{cm}$; $d = 18\sqrt{3}\text{cm}$

Bài 22. Một vật sáng AB hình mũi tên đặt song song với một màn E như hình bên. Khoảng cách giữa AB và E là L. Giữa AB và E có một thấu kính hội tụ tiêu cự f. Tịnh tiến thấu kính dọc theo trục chính AE người ta thấy có hai vị trí của thấu kính đều cho ảnh rõ nét của AB trên màn.



a/ Tìm điều kiện của L để bài toán thỏa mãn.

b/ Biết khoảng cách giữa hai vị trí của thấu kính là a. Tìm tiêu cự f của thấu kính theo L và a.

Áp dụng bằng số $L = 90\text{cm}$, $a = 30\text{cm}$.

c/ Vẫn thấu kính và màn E như trên, thay AB bằng điểm sáng S đặt trên trục chính của thấu kính và cách E một khoảng 45cm. Xác định vị trí đặt thấu kính để trên màn thu được vùng sáng có kích thước nhỏ nhất.

ĐS: a. $L > 4f$; b. $f = \frac{L^2 - a^2}{4L} = 20\text{cm}$; c. 30cm

Bài 23. Một khối bán cầu đồng chất, giới hạn bởi một mặt phẳng và một mặt lồi bán kính R , chiết suất $n = 1,5$. Vật AB đặt trên trục đối xứng của khối cầu và cách mặt phẳng đoạn $b = 6\text{ cm}$. Đặt màn ảnh (M) vuông góc với trục và cách mặt cầu lồi rồi cho M tịnh tiến sang phải và quan sát. Khi khoảng cách từ AB đến M nhỏ nhất $L_{\min} = 17\text{ cm}$ thì xuất hiện trên màn một ảnh rõ nét của AB. Tìm bán kính R của bán cầu.

ĐS: 2cm

Bài 24. Điểm sáng A nằm trên trục chính của một thấu kính mỏng, phía bên kia thấu kính đặt một màn (M) vuông góc với trục chính cách A đoạn L .

Xê dịch thấu kính trong khoảng từ A đến màn (M), ta thấy khi thấu kính cách màn một đoạn $\ell_1 = 40\text{ (cm)}$ thì trên màn thu được một vệt sáng nhỏ nhất.

Dịch màn ra xa A một đoạn 21 cm, rồi lại dịch chuyển thấu kính như trên thì ta lại thấy khi thấu kính cách màn đoạn $\ell_2 = 55\text{ (cm)}$ thì trên màn lại thu được vệt sáng nhỏ nhất.

Tính tiêu cự f của thấu kính và khoảng cách L .

ĐS: $f = 36\text{cm}$; $L = 36\text{cm}$

Bài 25. Vật thật AB đặt trên trục chính của một thấu kính hội tụ cho ảnh thật trên màn.

Nếu dịch chuyển vật dọc theo trục chính lại gần thấu kính 20 cm thì ta phải dịch chuyển màn 10 cm dọc theo trục chính 10 cm mới thu được ảnh rõ nét của vật trên màn, ảnh này cao gấp 2 lần ảnh kia. Tìm tiêu cự của thấu kính.

ĐS: $f = 20\text{ cm}$.

X.2. THẤU KÍNH GHÉP CÁC QUANG CỤ

Bài 1. Cho hai thấu kính mỏng L_1 và L_2 , cùng trục chính và cách nhau 30cm. Tiêu cự của hai thấu kính lần lượt là 10cm và 5cm. Bán kính rìa thấu kính của hai thấu kính lần lượt là 4cm và 2cm. Một đĩa tròn sáng AB có bán kính 2cm đặt trước thấu kính L_1 , cách thấu kính L_1 một khoảng 20cm, sao cho tâm đĩa nằm trên trục chính của hai thấu kính và mặt phẳng đĩa vuông góc với trục chính của hai thấu kính.

a. Tìm vị trí của màn để hứng được ảnh rõ nét của đĩa AB qua hệ hai thấu kính trên.

b. Rìa của ảnh không sáng rõ bằng trung tâm. Tại sao?

c. Để tạo ra ảnh rõ nét trên màn và có độ sáng đồng đều, người ta thêm vào thấu kính L_3 . Tìm vị trí đặt, tiêu cự và bán kính đường rìa của thấu kính đó.

ĐS: a. Màn sau thấu kính L_2 và cách thấu kính L_2 một đoạn bằng 10(cm).

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

c. $f_3 = 6,67\text{cm}$, cách thấu kính L_1 một đoạn là 20cm , cách thấu kính L_2 là 10cm , bán kính đường rìa của thấu kính L_3 nhỏ nhất bằng bán kính đường rìa của thấu kính L_2 .

Bài 2. Một nguồn sáng điểm S đặt trên trục chính của một thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 20\text{ cm}$ và có đường kính rìa $D = 6\text{ cm}$ cách thấu kính một khoảng d . Một màn ảnh M đặt vuông góc với trục chính của thấu kính và cách vật một khoảng $L = 50\text{ cm}$ sao cho thấu kính nằm giữa điểm sáng và màn.

a. Với $d = 45\text{ cm}$. Tìm đường kính của vệt sáng trên màn.

b. Giữ điểm sáng S và màn cố định di chuyển thấu kính theo phương trùng với trục chính của nó trong khoảng giữa điểm sáng S và màn. Tìm d để đường kính của vệt sáng trên màn là nhỏ nhất. Xác định giá trị nhỏ nhất đó của đường kính vệt sáng.

ĐS: a. $D' \approx 5,16\text{ cm}$; b. $D'_{\min} = 3,97\text{ cm}$, $d = \sqrt{1000} \approx 31,6\text{ cm}$.

Bài 3. Đặt thấu kính phẳng – lõm bằng thủy tinh nằm ngang, đổ một chất lỏng trong suốt có chiết suất $n' = 1,8125$ vào mặt lõm (quay lên). Biết bán kính cong của mặt lõm là $12,5\text{ cm}$ và chiết suất của thủy tinh $n = 1,5$. Từ bề mặt của chất lỏng ta truyền cho viên bi một vận tốc $v_0 = 3\text{ m/s}$ thẳng đứng hướng lên. Hỏi viên bi cho ảnh thật và cho ảnh ảo qua thấu kính trong bao lâu? Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.

ĐS: Thời gian vật cho ảnh thật $0,2\text{s}$. Thời gian vật cho ảnh ảo $0,4\text{s}$.

Bài 4.

Một quang hệ gồm hai thấu kính mỏng L_1 và L_2 giống nhau có cùng tiêu cự f đặt đồng trục. Giữa hai thấu kính đặt một bản mặt song song vuông góc với trục chính hai thấu kính. Bản mặt song song này có bề dày h , chiết suất thay đổi theo quy luật $n = n_0 + k.y$ (n_0 và k là các hằng số dương) với trục Oy vuông góc với trục chính tại O như hình vẽ 3. Một điểm sáng S đặt tại tiêu điểm vật của L_1 .

a. Xác định ảnh của S qua quang hệ.

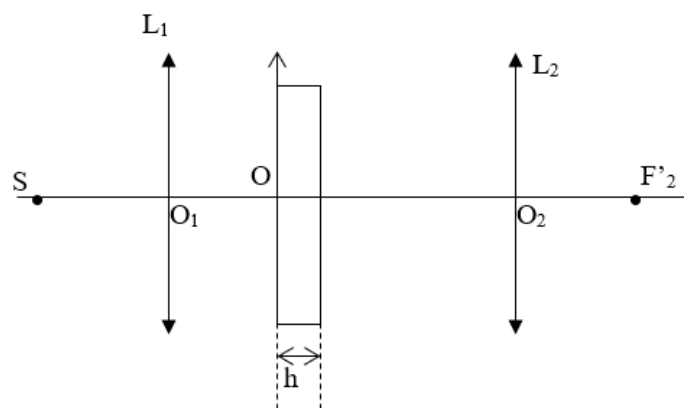
b. Từ vị trí đồng trục, quay thấu kính L_2 một góc φ nhỏ quanh O_2 sao cho trục chính của L_2 vẫn thuộc mặt phẳng chứa Oy và O_2 . Xác định ảnh của S qua quang hệ.

ĐS: a. Ảnh S' của S nằm trên tiêu diện ảnh của L_2 và cách tiêu điểm ảnh F'_2 của nó đoạn:

$$S'F'_2 = f \cdot \tan \alpha = \frac{k h f}{\sqrt{1 - k^2 h^2}}$$

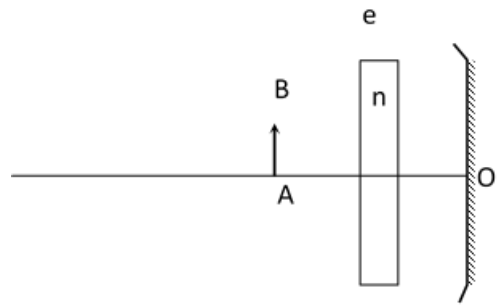
b. Ảnh S'' của S lúc này là giao điểm

giữa O_2S' và tiêu diện ảnh của L_2 . S'' nằm trên O_2S' và cách O_2 đoạn: $O_2F'' = \frac{f}{\cos(\varphi - \alpha)}$



Bài 5. Một gương cầu lõm tiêu cự $f = 12\text{cm}$, ảnh của vật AB hứng được trên màn ảnh là $A_1B_1 = 9\text{mm}$. Nếu đặt giữa vật và gương một bản mỏng song song trong suốt có độ dày $e = 2\text{cm}$ và có chiết suất n thì phải dịch chuyển màn ảnh đi một đoạn $a = 13\text{cm}$ mới hứng được ảnh của vật là $A_2B_2 = 12\text{mm}$. Hãy tính chiết suất n .

ĐS: $n=2$



Bài 6. Đặt một vật phẳng nhỏ AB vuông góc với trục chính của một thấu kính phẳng, lồi (L), làm bằng thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$ ta thu được một ảnh thật cách thấu kính 5cm . Nhúng toàn bộ hệ thống vào nước có chiết suất $n' = \frac{4}{3}$ ta vẫn thu được một ảnh thật của vật nhưng cách vị trí ảnh cũ 25cm (khoảng cách vật – thấu kính không thay đổi).

a) Tính bán kính mặt cầu của thấu kính, tiêu cự của thấu kính trong không khí và trong nước. Tính khoảng cách từ thấu kính tới vật.

b) Thấu kính vẫn ở trong nước nhưng nằm sát mặt nước, trục chính vuông góc với mặt nước. Khoảng cách vật – thấu kính vẫn như trước, vật ở trong không khí. Xác định vị trí, tính chất, số phóng đại ảnh cuối cùng của vật.

ĐS: a. $R = 2,25\text{cm}$; $f_1 = 4,5\text{cm}$; $f_2 = 18\text{cm}$; $d_1 = d_2 = 45\text{cm}$

b. Ảnh cuối cùng của vật là ảnh thật, cách thấu kính $25,7\text{cm}$ và có số phóng đại $k = -0,43$.

Bài 7. Cho hệ hai thấu kính L_1 và L_2 đặt đồng trục cách nhau $l = 30\text{cm}$, có tiêu cự lần lượt là $f_1 = 6\text{cm}$ và $f_2 = -3\text{cm}$. Một vật sáng $AB = 1\text{cm}$ đặt vuông góc với trục chính, trước L_1 và cách L_1 một khoảng d_1 , hệ cho ảnh $A'B'$.

a) Cho $d_1 = 15\text{cm}$. Xác định vị trí, tính chất, chiều và độ cao của ảnh $A'B'$.

b) Xác định d_1 để khi hoán vị hai thấu kính, vị trí của ảnh $A'B'$ không đổi.

ĐS: b. Vật AB cách thấu kính gần nó nhất một khoảng $7,37\text{cm}$.

Bài 8. Hai thấu kính O_1, O_2 có cùng trục chính, đặt cách nhau một khoảng $l = 30\text{cm}$. Đặt một vật AB trước O_1 , cách một khoảng 15cm , thì thu được một ảnh rõ nét $A'B'$ trên màn M đặt cách O_2 một khoảng 12cm . Giữ vật cố định, rồi hoán vị hai thấu kính thì phải dịch màn 2cm lại gần O_1 thì mới thu được ảnh rõ nét trên màn M.

Xác định tiêu cự f_1, f_2 của hai thấu kính và độ phóng đại của ảnh ở hai vị trí hệ thấu kính trên?

ĐS: $f_1 = 6\text{cm}$, $f_2 = 7,5\text{cm}$, $k_1 = 0,4$ và $k_2 = \frac{2}{3}$

Bài 9. Một vật phẳng nhỏ AB đặt trước một màn M, giữa vật và màn có một thấu kính hội tụ O tiêu cự f_1 và một thấu kính phân kì L tiêu cự 10cm . Giữ vật và màn cố

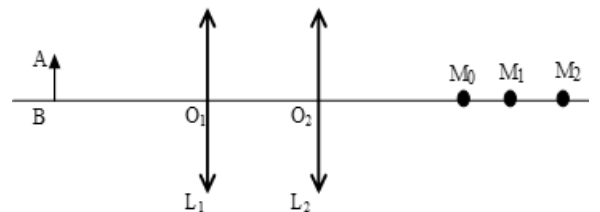
BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

định, rồi dịch chuyển hai thấu kính, ta tìm được một vị trí của O có tính chất đặc biệt là: dù đặt L ở trước hay ở sau O và cách O cùng một khoảng $\ell = 30 \text{ cm}$, thì ảnh của AB vẫn rõ nét trên màn. Khi L ở trước O thì ảnh có độ cao $h_1 = 1.2 \text{ cm}$ và khi L ở sau O thì ảnh có độ cao $h_2 = 4.8 \text{ cm}$. Hãy tính:

- a) Tiêu cự f_1 của thấu kính O.
- b) Khoảng cách từ thấu kính O đến vật và màn.

ĐS: a. $f_1 = 20 \text{ cm}$; b. 45 cm

Bài 9. Hai thấu kính L_1 và L_2 đồng trục. Vật sáng nhỏ AB đặt trước L_1 vuông góc với trục chính cho ảnh rõ nét cao 1.8 cm trên màn E đặt tại M_0 sau L_2 . Nếu giữ nguyên AB và L_1 , bỏ L_2 đi thì phải đặt màn E tại M_1 cách M_0 6 cm mới thu được ảnh thật của vật, cao 3.6 cm . Còn giữ nguyên AB và L_2 , bỏ L_1 đi thì phải đặt màn E tại M_2 sau M_1 cách M_1 2 cm mới thu được ảnh thật cao 0.2 cm



1. Xác định chiều cao của vật AB và hai tiêu cự f_1, f_2 .

2. Giữ nguyên AB và L_1 . Điều chỉnh để khoảng cách giữa L_1 và L_2 là 30 cm . Tìm số phóng đại của ảnh cho bởi hệ.

ĐS: 1. $AB = 1.2 \text{ cm}$; $f_1 = 18 \text{ cm}$; $f_2 = 12 \text{ cm}$; 2. $k = -\frac{2}{3}$

Bài 10. Một thấu kính hội tụ (L), quang tâm O, tiêu cự $f = 40 \text{ cm}$ đặt trước màn M, cách màn một khoảng $a = 2 \text{ m}$ không đổi. Trước (L) có một thấu kính hội tụ (L_1) quang tâm O_1 ; tiêu cự $f_1 = 10 \text{ cm}$, đặt cách (L) đoạn l sao cho 2 thấu kính đồng trục chính. Trước (L_1) có đặt một vật phẳng nhỏ AB trên trục chính, vuông góc với trục chính và cách (L) đoạn d . Ảnh của vật hiện rõ nét trên màn.

- a. Tìm hệ thức liên hệ giữa d và l . Vẽ đồ thị (C) biểu diễn sự phụ thuộc của d theo l . Dựa vào đồ thị (C) biện luận theo l giá trị của d .
- b. Cho $l = 20 \text{ cm}$. Xác định vị trí và số phóng đại của ảnh qua quang hệ.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

ĐS: a. $d = \frac{l^2 - 50l - 500}{l - 60}$. Biện luận : Khi $0 < l < 25 + 25\sqrt{5}\text{cm}$ thì $0 < d < 50\text{ cm}$. Khi $60\text{ cm} < l < +\infty$ thì $d > 90\text{ cm}$.

b. $k = -16$

Bài 11. Một thấu kính mỏng, có một mặt phẳng và một mặt lồi. Thấu kính được đặt sao cho trục chính vuông góc với mặt phẳng nằm ngang. Một điểm sáng S ở trên trục chính phía mặt phẳng của thấu kính và cách mặt phẳng của thấu kính một khoảng d.

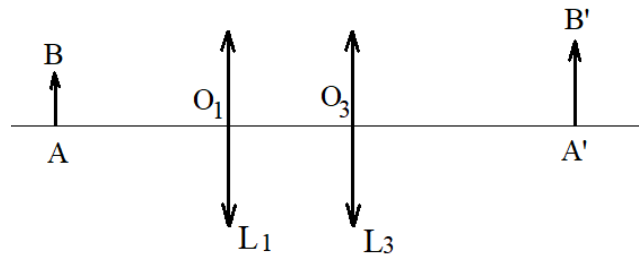
- Nếu toàn bộ hệ ở trong không khí thì ảnh của S ở cách thấu kính 5cm về phía mặt cong
- Nếu toàn bộ hệ ở trong nước, chiết suất $n' = 4/3$ thì ảnh của S dịch xa thấu kính thêm 25 cm
- Hỏi ảnh S sẽ ở đâu nếu

a) Đặt thấu kính chìm trong nước, mặt phẳng của thấu kính sát mặt nước

b) Đặt thấu kính chìm trong nước, mặt lồi của thấu kính sát mặt nước

ĐS: a. Ảnh thật nằm dưới mặt nước 25,7cm; b. Ảnh thật nằm ngoài không khí 22,5cm

Bài 12. Có hai thấu kính hội tụ L_1 và L_3 đặt đồng trục cách nhau 70cm. Vật sáng AB đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính trước L_1 ta thu được ảnh $A'B'$ lớn gấp 6 lần vật ở sau L_3 và $AA' = 370\text{cm}$ (Hình vẽ). Đặt thêm thấu kính L_2 trong khoảng giữa O_1 và O_3 cùng trục chính với hai thấu kính trên. Với $O_1O_2 = 36\text{ cm}$ thì ảnh $A'B'$ không đổi.



Với $O_1O_2 = 46\text{ cm}$ thì ảnh $A'B'$ ra xa vô cùng;

a) Tính f_1 và f_3 .

b) Hội $O_1O_2 = x$ bằng bao nhiêu thì độ lớn của $A'B'$ không đổi khi AB tịnh tiến theo trục chính trước L_1 ?

ĐS: a. $f_1 = 20\text{cm}$, và $f_3 = 30\text{cm}$; b. 10cm và 50cm

Bài 13. Một vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính L_1 cho một ảnh thật nằm cách vật một khoảng nào đó. Nếu cho vật dịch chuyển lại gần thấu kính

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

30(cm) thì ảnh của vật vẫn là ảnh thật, cách vật một khoảng như cũ và lớn gấp 4 lần ảnh cũ.

a) Tính tiêu cự f_1 của thấu kính L_1 và xác định vị trí ban đầu của vật AB .

b) Đặt thêm thấu kính L_2 có tiêu cự $f_2 = -30(\text{cm})$ sau thấu kính L_1 , đồng trục và cách thấu kính L_1 một khoảng l .

b₁) Tính l để ảnh cuối cùng A_2B_2 tạo bởi hệ thấu kính có độ cao không phụ thuộc vị trí đặt vật AB .

b₂) Cho $l = 40(\text{cm})$, xác định vị trí của vật sáng AB trước hệ sao cho khi giữ vật cố định, hoán vị hai thấu kính cho nhau thì hệ luôn cho ảnh tại cùng một vị trí.

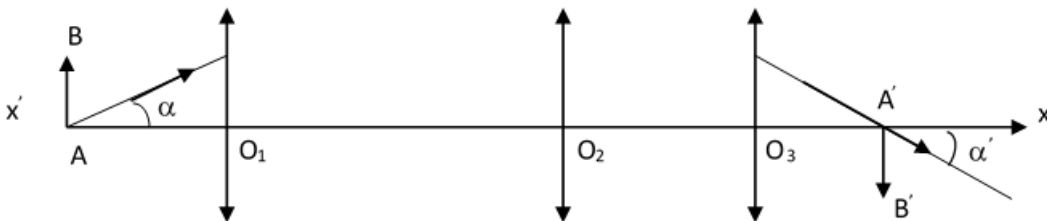
ĐS: a. $d = 60\text{cm}$; $f = 20\text{cm}$; b₁. 10cm ; b₂. $d_1 = 31,3\text{cm}$.

Bài 14. Một hệ đồng trục gồm 3 thấu kính mỏng hội tụ có tiêu cự $f_1 = 6a$, $f_2 = f$, $f_3 = 3a$ các khoảng cách $O_1O_2 = 6a$; $O_2O_3 = 3a$ ($a > 0$). Biết rằng O_2 là ảnh của chính nó qua quang hệ

1. Tính f theo a

2. Gọi $A'B'$ là ảnh của AB qua quang hệ. Chứng minh rằng $\alpha' \cdot A'B' = \alpha AB$

3. Gọi x và x' là hoành độ A và A' trên trục $x'O_2x$. Tìm hệ thức liên hệ giữa x và x'



ĐS: 1. $f = a$; 3. $x = 4x'$

Bài 15. Vật AB đặt trước một hệ ba thấu kính mỏng (L_1), (L_2) và (L_3) đặt đồng trục như hình vẽ.

Biết tiêu cự của các thấu kính đó là $f_1 = 30\text{cm}$, $f_2 = -20\text{cm}$ và $f_3 = 40\text{cm}$.

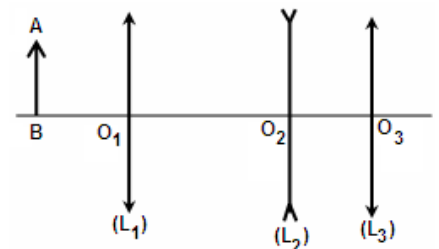
Khoảng cách $O_1O_3 = 80\text{cm}$.

Khi dịch chuyển vật AB phía trước thấu kính (L_1) ta nhận thấy số phóng đại k của ảnh qua hệ thấu kính này không thay đổi. Tính:

a. Khoảng cách O_1O_2 .

b. Số phóng đại k .

ĐS: a. 20cm hoặc 50cm ; b. $-\frac{8}{3}$ hoặc $-\frac{2}{3}$



BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Bài 16. Cho một hệ quang học gồm hai thấu kính hội tụ mỏng giống nhau có cùng tiêu cự f , đặt đồng trục, cách nhau một khoảng l .

a) Chiếu tới hệ một chùm tia sáng đơn sắc song song hợp với trục chính của hệ một góc nhỏ. Hãy nêu đặc điểm của chùm tia ló ra khỏi hệ (có vẽ hình minh họa) trong hai trường hợp sau:

- $f < l < 2f$
- $l > 2f$

b) Cho $f = 10\text{cm}$, $l = 2f$. Ban đầu đặt một điểm sáng trên trục chính, sát thấu kính thứ nhất, sau đó cho điểm sáng di chuyển dọc theo trục chính ra xa thấu kính với tốc độ không đổi $v = 5\text{cm/s}$. Nêu tính chất chuyển động và tính chất của ảnh cuối cùng của hệ.

ĐS: b. Ảnh sau cùng của hệ chuyển động đều từ vị trí cách thấu kính thứ hai một đoạn 20cm , với vận tốc $V' = 5\text{cm/s}$, cùng chiều với chiều chuyển động của vật.

+ Tính chất của ảnh sau cùng của hệ:

- * Khi $0 < t < 4\text{s}$ $\Rightarrow 0 < d'_2 < 20\text{cm}$: Ảnh thật.
- * Khi $t = 4\text{s}$ $\Rightarrow d'_2 = 0$: Ảnh sát với thấu kính thứ hai.
- * Khi $t > 4\text{s}$ $\Rightarrow d'_2 < 0$: Ảnh ảo.

Bài 17. Cho hệ hai thấu kính hội tụ mỏng, tiêu cự lần lượt là f_1 và f_2 , đặt đồng trục cách nhau một khoảng a . Hãy xác định một điểm A trên trục chính của hệ sao cho mọi tia sáng qua A sau khi lần lượt khúc xạ qua hai thấu kính thì ló ra khỏi hệ theo phương song song với tia tới.

ĐS : $O_1A = d_1 = \frac{f_1 a}{a - (f_1 + f_2)}$.

Khi $(f_1 + f_2) < a$, khi đó A trước O_1

Khi $(f_1 + f_2) = a$; điểm A ở xa vô cùng.

Khi $(f_1 + f_2) > a$ điểm A là ảo ở sau O_1 .

Bài 18. Cho quang hệ gồm hai thấu kính hội tụ, đồng trục $f_1 = 10\text{cm}$; $f_3 = 25\text{cm}$; khoảng cách giữa hai thấu kính là $O_1O_3 = 40\text{cm}$.

a) Đặt một vật sáng $AB = 2\text{cm}$ vuông góc với trục chính trước thấu kính O_1 một đoạn $d_1 = 15\text{cm}$. Xác định vị trí và tính chất của ảnh qua quang hệ.

b) Đặt thêm thấu kính O_2 đồng trục với hai thấu kính trên và tại trung điểm của O_1O_3 , khi đó độ phóng đại ảnh qua hệ 3 thấu kính không phụ thuộc vị trí đặt vật. Xác định f_2 và vẽ đường đi của tia sáng.

ĐS: a. $d'_2 = -\frac{50}{3}\text{cm}$. Ảnh A_2B_2 qua hệ thấu kính là ảnh ảo, ngược chiều với vật và bằng

$\frac{50}{15}$ lần vật

b. $f_2 = -10(\text{cm})$

Bài 19. Cho quang hệ đồng trục gồm hai thấu kính, thấu kính phân kỳ L_1 có tiêu cự $f_1 = -30\text{ cm}$ và thấu kính hội tụ L_2 có tiêu cự $f_2 = 48\text{ cm}$, đặt cách nhau một khoảng l . Đặt

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

trước L_1 một vật sáng $AB = 1\text{ cm}$, vuông góc với trục chính và cách L_2 một khoảng bằng 88 cm .

- Với $l = 68\text{ cm}$, hãy xác định vị trí, tính chất và độ lớn của ảnh cho bởi quang hệ ?
- Muốn cho ảnh của vật cho bởi quang hệ là ảnh thật thì l phải thoả mãn điều kiện gì ?

ĐS: a. $d_2' = 120\text{ cm}$; A_2B_2 là ảnh thật cách thấu kính L_2 và A_2B_2 ngược chiều với vật có độ lớn: $A_2B_2 = 0,9\text{ cm}$.

b. $28\text{ cm} < l \leq 88\text{ cm}$

Bài 20. Một điểm sáng S được đặt trên trục chính của một thấu kính hội tụ (L_1) có tiêu cự $f_1 = 25\text{ (cm)}$. Người ta hứng được ảnh S' trên màn (E) đặt vuông góc với trục chính.

1. Xác định vị trí của vật, màn đối với thấu kính để khoảng cách vật và màn là nhỏ nhất.

2. Với vị trí vật, thấu kính, màn ở câu (1). Đặt sau (L_1) một thấu kính (L_2) đồng trục với (L_1) và cách (L_1) một khoảng 20 (cm) . Trên màn xuất hiện một vết sáng. Hãy tính tiêu cự f_2 của thấu kính (L_2) trong các điều kiện sau:

a. Vết sáng trên màn có đường kính không đổi khi tịnh tiến màn.

b. Vết sáng trên màn có đường kính tăng gấp đôi khi tịnh tiến màn ra xa thêm 10 cm .

c. Vết sáng trên màn có đường kính giảm một nửa khi tịnh tiến màn ra xa thêm 10 cm .

ĐS: 1. Vị trí của vật và màn đối xứng nhau qua thấu kính $d = d' = 2f = 50\text{ cm}$.

2a. $f_2 = -30\text{ cm}$

2b. $f_2 = 60\text{ cm}$ hoặc $f_2 = -300\text{ cm}$

2c. $f_2 = -75\text{ cm}$ hoặc $f_2 = -165\text{ cm}$

Bài 21. Hai thấu kính (L_1), (L_2) có cùng trục chính, đặt cách nhau một khoảng $\ell = 30\text{ cm}$. Đặt một vật có chiều cao AB trước (L_1) cách một khoảng 15 cm , thì thu được một ảnh có chiều cao $A'B'$ trên màn (M) đặt cách (L_2) 12 cm . Giữ vật cố định, rồi hoán vị hai thấu kính thì phải dịch chuyển màn 2 cm lại gần (L_1) mới thu được ảnh. Xác định tiêu cự của hai thấu kính và số phóng đại của ảnh ở mỗi vị trí.

ĐS: $f_1 = 6\text{ cm}$; $f_2 = 7,5\text{ cm}$; $k_1 = 0,4$; $k_2 = \frac{2}{3}$.

Bài 22. Hai thấu kính (L_1), (L_2) có cùng trục chính, đặt cách nhau một khoảng ℓ . Một vật có chiều cao $AB = 6\text{ cm}$, đặt trước (L_1) cho một ảnh có chiều cao $A'B' = 1,5\text{ cm}$, cùng chiều với vật, trên một màn (M). Nếu:

- Đặt một bản mặt song song bằng thủy tinh, độ dày $e = 8\text{ cm}$, chiết suất $n = 1,6$ giữa hai thấu kính, thì phải dịch chuyển màn một đoạn 3 cm và ảnh cao 6 cm .

- Đặt bản đó giữa vật và (L_1), thì phải dịch chuyển màn $\frac{1}{3}\text{ cm}$ và ảnh cao $1,6\text{ cm}$.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

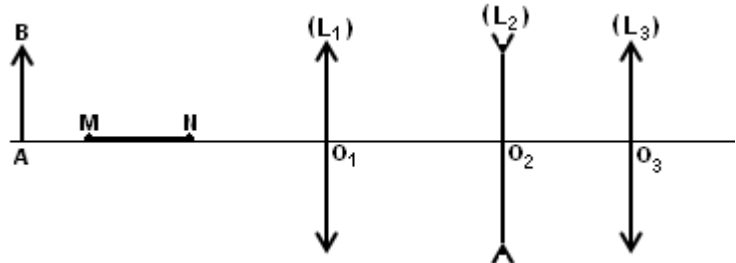
Tính tiêu cự của hai thấu kính và khoảng cách ℓ .

ĐS: $f_1 = 6\text{cm}$; $f_2 = 2\text{cm}$; $\ell = 15\text{cm}$.

Bài 23. Cho hệ 3 thấu kính (L_1), (L_2), (L_3) đặt đồng trục và được sắp xếp như hình vẽ.

Vật sáng phẳng, nhỏ có chiều cao AB đặt vuông góc với trục chính, ở trước (L_1) và chỉ tịnh tiến dọc theo trục chính.

Hai thấu kính (L_1) và (L_3) được giữ cố định tại hai vị trí O_1 và O_3 cách nhau 70 (cm). Thấu kính (L_2) chỉ tịnh tiến trong khoảng O_1O_3 . Các khoảng $O_1M = 45$ (cm), $O_1N = 24$ (cm).



a. Đầu tiên vật AB được đặt tại điểm M , thấu kính (L_2) đặt tại vị trí cách (L_1) khoảng $O_1O_2 = 36$ (cm), khi đó ảnh cuối của vật AB cho bởi hệ ở sau (L_3) và cách (L_3) một khoảng bằng 255 (cm). Trong trường hợp này nếu bỏ (L_2) đi thì ảnh cuối không có gì thay đổi và vẫn ở vị trí cũ. Nếu không bỏ (L_2) mà dịch chuyển nó từ vị trí đã cho về phía (L_3) một đoạn 10 (cm), thì ảnh cuối ra vô cực. Tìm các tiêu cự f_1 , f_2 , f_3 của các thấu kính.

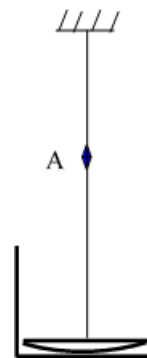
b. Tìm các vị trí của (L_2) trong khoảng O_1O_3 mà khi đặt (L_2) cố định tại các vị trí đó thì ảnh cuối có độ lớn luôn luôn không thay đổi khi ta tịnh tiến vật AB trước (L_1).

c. Bỏ (L_3) đi. Đặt (L_2) sau (L_1), cách (L_1) một khoảng bằng 9 (cm). Bây giờ giả sử tiêu cự của (L_1) có thể được lựa chọn. Hỏi cần phải chọn tiêu cự của (L_1) như thế nào để khi vật AB chỉ tịnh tiến trong khoảng MN thì ảnh cuối cho bởi hệ (L_1) và (L_2) luôn luôn là ảnh thật?

ĐS: a. $f_1 = 20$ (cm); $f_2 = -15$ (cm); $f_3 = 30$ (cm); b. L_2 cách L_1 là 10 cm hoặc 50cm

c. $\frac{72}{11}$ (cm) $< f_1 < 12$ (cm)

Bài 24. Một thấu kính mỏng phẳng-lồi tiêu cự $f=15\text{cm}$, chiết suất $n=1,5$ được đặt cho trục chính thẳng đứng trong một chiếc cốc thủy tinh có đáy phẳng rất mỏng. Một con kiến nhỏ A bò dọc theo sợi dây treo trùng với trục chính của thấu kính. Người ta thấy có hai vị trí của con kiến cách nhau 20 cm cho ảnh của nó qua thấu kính, cách thấu kính những khoảng bằng nhau.



1. Xác định hai vị trí trên của con kiến.

2. Đổ một chất lỏng trong suốt chiết suất n' vào trong cốc cho vừa đủ ngập thấu kính. Với hai vị trí của con kiến tìm được trong câu 1, hai ảnh của nó ở hai bên thấu kính và có khoảng cách đến thấu kính gấp nhau 9 lần. Tính chiết suất n' của chất lỏng.

ĐS: a. $d_1 = 30 \text{ cm}$ và $d_2 = 10 \text{ cm}$; b. $n' = 1,2$

Bài 25. Cho hệ gồm hai thấu kính mỏng hội tụ O_1, O_2 đặt đồng trục cách nhau 70 cm . Vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính tại A và cách thấu kính O_1 một khoảng 45 cm . Ảnh cuối cùng cho bởi hệ nằm sau thấu kính O_2 và cách thấu kính O_2 một khoảng 255 cm . Nếu đặt thêm thấu kính mỏng O vào trong khoảng giữa hai thấu kính O_1 và O_2 đồng trục thì nhận thấy có hai vị trí M và N của thấu kính O thỏa mãn tính chất sau:

+ Khi thấu kính O ở M thì ảnh qua hệ không thay đổi và $O_1M = 36 \text{ cm}$.

+ Khi thấu kính O ở N thì ảnh qua hệ có độ phóng đại không đổi với mọi vị trí của vật AB trước thấu kính O_1 . Biết N là duy nhất. Tính tiêu cự của các thấu kính và đoạn O_1N .

ĐS: $f_1 = 20 \text{ cm}$; $f_2 = 30 \text{ cm}$; $f = 5 \text{ cm}$; $O_1N = 30 \text{ cm}$

Bài 26. Đặt một vật phẳng nhỏ AB trước một thấu kính và vuông góc với trục chính của thấu kính. Trên màn vuông góc với trục chính ở phía sau thấu kính thu được một ảnh rõ nét lớn hơn vật, cao 4 mm . Giữ vật cố định, dịch chuyển thấu kính dọc theo trục chính 5 cm về phía màn thì màn phải dịch chuyển 35 cm mới lại thu được ảnh rõ nét cao 2 mm .

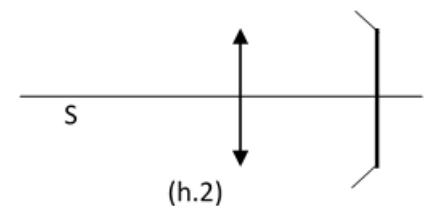
a) Tính tiêu cự thấu kính và độ cao của vật AB.

b) Vật AB, thấu kính và màn đang ở vị trí có ảnh cao 2 mm . Giữ vật và màn cố định, hỏi phải dịch chuyển thấu kính dọc theo trục chính về phía nào, một đoạn bằng bao nhiêu để lại có ảnh rõ nét trên màn? Khi dịch chuyển thấu kính thì ảnh của vật AB dịch chuyển như thế nào so với vật?

ĐS: a. $f = 20 \text{ cm}$; $AB = 1 \text{ mm}$;

b. Khi dịch chuyển thấu kính lại gần vật thì lúc đầu ảnh của vật dịch lại gần vật, khi thấu kính cách vật 40 cm thì khoảng cách từ vật tới thấu kính cực tiểu, sau đó ảnh dịch ra xa vật.

Bài 27. Cho quang hệ như hình vẽ (h.2). Điểm sáng S đặt trên trục chính của hệ. Khoảng cách từ S đến gương là 120 cm . Khi tịnh tiến thấu kính trong khoảng điểm sáng S và gương sao cho trục chính của thấu kính và gương vẫn trùng nhau thì thấy có 3 vị trí của thấu kính mà chùm sáng từ S sau khi qua thấu kính, gương và thấu kính lần thứ hai lại trở về S. Biết tiêu cự của gương $f_2 = 36 \text{ cm}$.



1) Tính tiêu cự của thấu kính.

2) Xác định 3 vị trí nói trên của thấu kính.

ĐS: 1. $f_1 = 12 \text{ cm}$; 2. : $d_1 = 24 \text{ cm}$; $106,475 \text{ cm}$; $13,525 \text{ cm}$

Bài 28. Đặt một vật sáng AB vuông góc với một trục chính của thấu kính hội tụ L_2 có tiêu cự f_2 . Trên màn E đặt cách vật AB một đoạn $a = 7,2 f_2$, ta thu được ảnh của vật.

1. Giữa vật AB và qua màn E cố định. Tịnh tiến thấu kính L_2 dọc theo trục chính đến vị trí cách màn E 20 cm . Đặt thêm một thấu kính L_1 (tiêu cự f_1) đồng trục với L_2 vào trong khoảng giữa AB và L_2 , cách AB một khoảng 16 cm thì thu được một ảnh cùng chiều và cao bằng AB hiện lên trên màn E. Tìm các tiêu cự f_1 và f_2 .

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

2. Bây giờ giữ vật AB cố định, còn màn E thì tịnh tiến ra xa AB đến vị trí mới cách vị trí cũ 23 cm. Tìm khoảng cách giữa hai thấu kính và vị trí mới của chúng để qua hệ thấu kính vật cho một ảnh hiện trên màn E có cùng chiều và cao gấp 8 lần vật AB.

ĐS: 1. $f_1 = 8 \text{ cm}$; $f_2 = 10 \text{ cm}$.

2. Vị trí mới của L_1 : $d_{11} = \frac{125}{11} = 11,4 \text{ cm}$ và $d_{12} = 10 \text{ cm}$

Khoảng cách giữa hai thấu kính $l_1 = 40 \text{ cm}$ và $l_2 = 55 \text{ cm}$.

Bài 29. Một thấu kính (L) hai mặt lồi, cùng bán kính cong $R = 15 \text{ cm}$, làm bằng thủy tinh có chiết suất n .

- Một vật phẳng, nhỏ có chiều cao AB đặt trên trục chính của thấu kính, cách thấu kính một khoảng $d = 30 \text{ cm}$ cho một ảnh thật có chiều cao $A'B'$.

- Một bản hai mặt song song (B) làm bằng cùng một thứ thủy tinh như thấu kính có độ dày e .

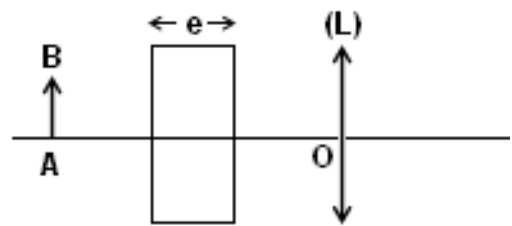
Nếu đặt bản giữa vật và thấu kính (như hình a) thì ảnh $A'B'$ bị dịch chuyển dọc theo trục chính một đoạn bằng 3,75 cm.

Nếu đặt bản giữa thấu kính và ảnh $A'B'$ (như hình b) thì ảnh bị dịch một đoạn bằng 3cm.

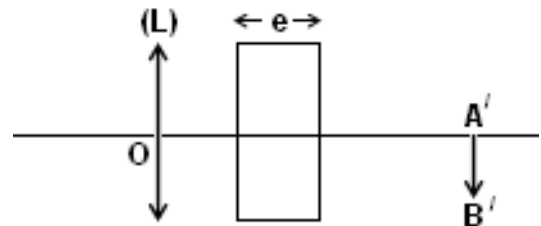
Tính:

- Tiêu cự f của thấu kính.
- Chiết suất n của thủy tinh.
- Độ dày e của bản.

ĐS: a. $f = 15 \text{ cm}$; b. $n = 1,5$; c. $e = 9 \text{ cm}$

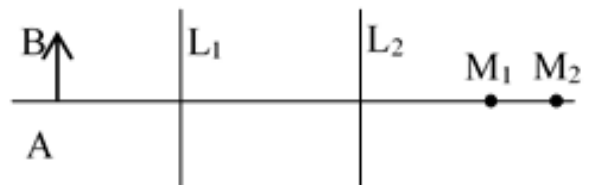


(hình a)



(hình b)

Bài 30. Cho hệ hai thấu kính mỏng đồng trục L_1 và L_2 đặt trong không khí. Một vật phẳng nhỏ AB cao 3cm đặt vuông góc với trục chính trước L_1 , cho ảnh cuối cùng qua hệ ở M_1 sau L_2 , ảnh này ngược chiều với AB và cao 4,5cm. Giữ cố định AB và L_1 , bỏ L_2 đi thì ảnh của AB ở vị trí M_2 xa hơn M_1 một đoạn 6cm, ảnh này cao 9cm. Nếu giữ cố định L_1 , bỏ L_2 đi và dịch chuyển vật dọc theo trục chính ra xa L_1 thêm một đoạn 12cm thì ảnh của vật có độ lớn bằng vật.



a. Các thấu kính L_1 và L_2 là hội tụ hay phân kì? Tại sao?

b. Tìm tiêu cự của mỗi thấu kính và khoảng cách giữa chúng.

c. Giữ nguyên L_1 và L_2 như ban đầu. Đặt xen giữa L_1 và L_2 một thấu kính mỏng L_3 có tiêu cự $f_3 = -\frac{40}{3} \text{ cm}$ (cùng trục chính với hệ đã cho) tại vị trí nào để ảnh của vật

đặt trước L_1 qua hệ 3 thấu kính có độ cao không phụ thuộc vào vị trí của vật?

ĐS: b. $f_1 = 18 \text{ cm}$, $f_2 = 12 \text{ cm}$, $l = O_1O_2 = 60 \text{ cm}$

c. Có hai vị trí L_3 thỏa mãn, cách L_1 các khoảng 8cm và 58cm.

Bài 31. Một kính hiển vi gồm:

- Vật kính O_1 là một thấu kính mỏng, tiêu cự $f_1 = 0,5\text{cm}$, đường kính đường rìa bằng 1cm.

- Thị kính là một hệ kép gồm hai thấu kính hội tụ mỏng đặt cố định và đồng trục, cách nhau 2cm. Thấu kính phía trước O_2 có tiêu cự 3cm, thấu kính phía sau có tiêu cự 1cm. Đường kính đường rìa của các thấu kính O_2 và O_3 đều bằng 1,5cm. Hệ vật kính và thị kính được đặt đồng trục. Biết $O_1O_2 = 17,5\text{cm}$.

Người quan sát có mắt bình thường với $D = 25\text{ cm}$, quan sát một tiêu bản qua kính hiển vi, tiêu bản đặt cách vật kính khoảng d_1 .

a) Tìm d_1 và số bội giác của kính khi ngắm chừng ở vô cực. Biết mắt đặt sát O_3 .

b) Để kính trên vẫn giữ nguyên số bội giác đối với người quan sát khi ngắm chừng ở vô cực, người ta thay thị kính kép bằng một thấu kính mỏng.

- Tìm tiêu cự của thấu kính mới và khoảng cách giữa thấu kính đó với vật kính.

- Tính đường kính của vùng quan sát được trên tiêu bản khi mắt đặt tại vòng tròn thị kính. Biết đường kính đường rìa của thấu kính mới bằng 1,2cm.

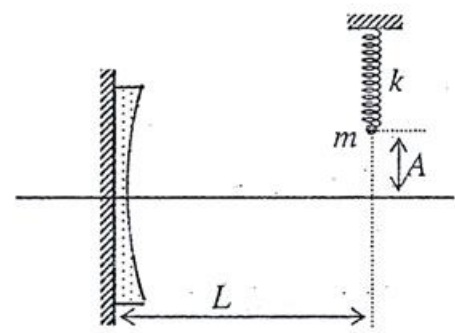
ĐS: a. $d_1 = 19/37\text{cm}$, $G_\infty = 616,7$; b. $f_4 = 1,5\text{cm}$, $O_1O_4 = 20,5\text{cm}$, $D' = 382,1\mu\text{m}$

Bài 32. Một vật nhỏ khối lượng m gắn vào đầu dưới một lò xo có độ cứng k (xem hình 3) thực hiện dao động điều hòa đối với trục chính của quang hệ gồm một thấu kính mỏng có một mặt phẳng với tiêu cự bằng $-f$ ($f > 0$). Thấu kính được ép sát vào một gương phẳng đặt thẳng đứng. Khoảng cách $L = 4,5f$.

a. Ảnh của vật nhỏ qua quang hệ nằm cách gương bao nhiêu?

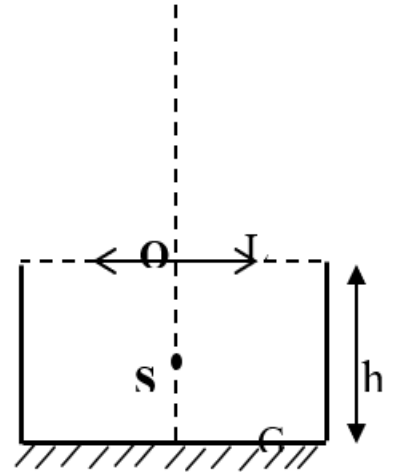
b. Trong khi vật dao động, ảnh của vật sẽ cắt trục chính của thấu kính với vận tốc bao nhiêu nếu biên độ dao động của vật bằng A ?

ĐS : a. $\ell = -0,45f$; b. $v_N = (-0,1)^{N+1} A \sqrt{\frac{k}{m}}$



Hình 3

Bài 33. Một cái chậu có đáy là gương phẳng G nằm ngang (Hình bên). Đặt thấu kính L mỏng, dạng phẳng lồi, tiêu cự là 10 cm, sao cho mặt lồi hướng lên phía trên còn mặt phẳng thì nằm trên mặt phẳng ngang qua miệng chậu. Điểm sáng S nằm trên trục chính của thấu kính, trong khoảng giữa gương và thấu kính, khi đó ta thu được hai ảnh thật của S cách nhau $20/3$ cm. Cho nước vào đầy chậu thì hai ảnh vẫn là thật nhưng cách nhau 15cm. Biết chiết suất của nước là $n=4/3$.



a) Tìm độ sâu h của chậu và khoảng cách từ điểm sáng S tới thấu kính.

b) Đổ đầy nước vào chậu. Thay S bằng vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của thấu kính ta vẫn thu được 2 ảnh của vật. Xác định khoảng cách từ AB đến thấu kính để hai ảnh đều là ảnh thật và ảnh này cao gấp 3 lần ảnh kia.

ĐS: a. $d = 20$ cm và $h = 30$ cm; b. $d = 21,7$ cm.

Bài 34.(HSG QG 2018)

Mắt thần là một dụng cụ quang học thông dụng, thường được lắp trên các cánh cửa giúp người ở trong nhà có thể nhìn rõ bên ngoài. Mắt thần đơn giản có cấu tạo gồm hai thấu kính mỏng đặt đồng trục trong một ống hình trụ rỗng dài 3 cm. Trục chính của các thấu kính trùng với trục hình trụ. Một thấu kính được lắp ở sát đầu ống phía ngoài cửa và một thấu kính được lắp ở chính giữa ống. Người quan sát đặt mắt ở sát đầu hờ của ống ở phía trong cửa để quan sát bên ngoài cửa. Cho biết một thấu kính có độ tụ +50 dp, rìa hình tròn có đường kính 7,5 mm, còn một thấu kính có độ tụ -200 dp, rìa hình tròn có đường kính 1 cm.

1. Thấu kính nào được lắp ở chính giữa ống để thị trường của Mắt thần là lớn nhất? Tính góc mở của thị trường khi đó.

2. Tính số bội giác của Mắt thần đối với người có mắt tốt khi quan sát mà mắt không điều tiết.

3. Người có mắt tốt nhìn qua Mắt thần sẽ nhìn thấy rõ những vật đặt trong khoảng nào trước thấu kính ở đầu ống phía ngoài cửa? Biết khoảng cực cận của mắt người đó là $D = 20$ cm.

ĐS:

1. Thấu kính được lắp giữa ống là thấu kính hội tụ. $\beta \approx 94^\circ$

2. $G = 4$; 3. $d \geq d_{ic} = 7,8125\text{mm}$.

X.3. HỆ THẤU KÍNH ĐỒNG TRỤC

Bài 1. Xác định ảnh cuối cùng của vật cho bởi hệ hai thấu kính.

Một hệ gồm hai thấu kính mỏng L_1, L_2 đồng trục, đặt cách nhau 50cm. Thấu kính L_1 thuộc loại phẳng – lồi, chiết suất 1,5, bán kính mặt lồi 25cm. Thấu kính L_2 có độ tụ -2 dp. Vật AB cao 10cm đặt thẳng góc với trục chính, ở trước L_1 và cách L_1 1,5m. Xác định vị trí, tính chất, độ lớn của ảnh cuối cùng. Vẽ ảnh.

ĐS: Vậy ảnh cuối cùng A_2B_2 ở sau L_2 , cách L_2 50cm, là ảnh thật ($d'_2 > 0$)

Số phóng đại của ảnh cuối cùng $k=1$, $A_2B_2 = 10\text{cm}$

Bài 2. Thấu kính tương đương của hệ hai thấu kính.

1. Một thấu kính hội tụ L_1 có tiêu cự $f_1 = 10\text{cm}$. Vật AB đặt thẳng góc với trục chính, có A nằm trên trục chính và cách L_1 4cm. Tìm vị trí, tính chất và số phóng đại của ảnh A_1B_1 . Vẽ chùm tia sáng xuất phát từ B.

2. Sau L_1 4cm, đặt một thấu kính phân kỳ L_2 có độ tụ $D_2 = -10\text{dp}$. Xác định vị trí, tính chất, số phóng đại của ảnh cuối cùng A_2B_2 cho bởi hệ. Vẽ tiếp đường đi của chùm tia ở câu 1.

3. Bây giờ, vật AB coi như ở xa vô cùng. Người ta định thay hệ hai thấu kính L_1 và L_2 bằng một thấu kính hội tụ L sao cho ảnh cuối cùng cho bởi hệ và cho bởi thấu kính L có cùng độ lớn và trùng nhau. Xác định tiêu cự của thấu kính L và khoảng cách giữa L và L_2 .

ĐS: 1. $d'_1 = -\frac{20}{3}(\text{cm})$, ảnh ảo, $k_1 = \frac{5}{3}$, $A_1B_1 = \frac{5}{3}AB$.

2. A_2B_2 là ảnh ảo, ở trước L_2 5,16cm, $k = 0,8$, $A_2B_2 = 0,8AB$.

3. $f = 25\text{cm}$, thấu kính L đặt trước vị trí của L_2 một khoảng 10(cm).

Bài 3. Vị trí của vật cho ảnh qua hệ hai thấu kính có số phóng đại cho trước; vận tốc của ảnh khi vật di chuyển.

Trước một thấu kính hội tụ L_1 tiêu cự $f_1 = 30\text{cm}$, đặt vật AB thẳng góc với trục chính. Sau L_1 đặt thấu kính phân kỳ L_2 tiêu cự $f_2 = -40\text{cm}$, đồng trục và cách L_1 10cm.

1. Tìm những vị trí của vật AB để ảnh cuối cùng cho bởi hệ lớn gấp 5 lần vật.

2. Tìm vị trí và độ lớn của vật AB để ảnh cuối cùng ở vô cực; biết chùm tia tới phát từ B ngoài trục chính, cuối cùng ló ra khỏi L_2 là một chùm tia song song hợp với trục chính góc 2° .

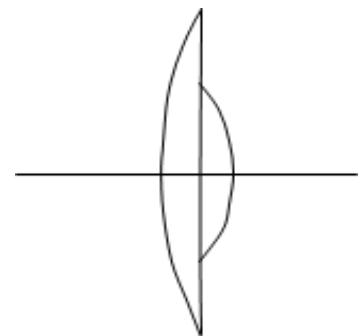
3. Giả sử bây giờ $f_2 = -10\text{cm}$ và L_2 cách L_1 20cm. Cho vật AB tịnh tiến trên trục chính với vận tốc 18cm/s . Tìm vận tốc di chuyển của ảnh cuối cùng.

ĐS: 1. Ảnh cuối cùng là ảnh ảo, $d_1 = 63\text{cm}$; ảnh cuối cùng là ảnh thật, $d_1 = 87\text{cm}$

2. $d_1 = 75(\text{cm})$; $AB = 2,09(\text{cm})$; 3. $v_{A'B'} = -2\text{cm/s}$.

Bài 4. Hệ hai thấu kính hội tụ khác kích thước ghép sát.

Hai thấu kính phẳng lồi, mỏng, cùng bằng thủy tinh chiết $n = 1,5$; mặt lồi có cùng bán kính $R = 15\text{cm}$, nhưng một cái lớn gấp đôi cái kia. Người ta dán hai mặt phẳng của chúng với nhau bằng một lớp nhựa trong suốt rất mỏng có cùng chiết suất n , sao cho trục chính của chúng trùng nhau.



BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

1. Chứng minh rằng khi đặt một vật sáng nhỏ trước thấu kính ghép đó và cách nó một khoảng d , ta sẽ thu được hai ảnh phân biệt của vật.

Tìm điều kiện mà d phải thỏa mãn để hai ảnh ấy là thật cả, hoặc ảo cả. Chứng minh rằng khi cả hai ảnh đều thật, hoặc đều ảo thì độ lớn của chúng không thể bằng nhau.

2. Xác định d sao cho hai ảnh của vật cho bởi thấu kính ghép ấy có cùng độ lớn và tính số phóng đại của chúng.

ĐS: 2. $d=0$ hoặc $d=20\text{cm}$.

Bài 5. Hệ hai thấu kính vô tiêu.

Hai thấu kính hội tụ L_1 và L_2 đặt đồng trục, có tiêu cự lần lượt là $f_1 = 30\text{cm}$ và $f_2 = 2\text{cm}$. Một vật sáng phẳng AB đặt vuông góc với trục chính của hệ, trước L_1 cho ảnh cuối cùng là A_2B_2 .

1. Tìm khoảng cách để số phóng đại của ảnh cuối cùng không phụ thuộc vào vị trí của vật AB trước hệ.

2. Với kết quả ở câu trên, ta đưa vật AB ra rất xa L_1 (A ở trên trục chính, B ở ngoài trục chính). Vẽ đường đi của một tia sáng phát ra từ B, đi qua hệ. Hãy cho biết hệ thấu kính này giống dụng cụ quang học nào?

3. Một người mắt không có tật, đặt mắt sát sau thấu kính L_2 để quan sát ảnh cuối cùng của AB thu được ở câu 2. Tính số bội giác của ảnh lúc đó. Có nhận xét gì về mối liên hệ giữa số phóng đại và số bội giác của ảnh lúc này?

Đ: 1. $O_1O_2 = 32\text{cm}$; 2. Hệ lúc này được gọi là hệ vô tiêu.

3. $k = -\frac{1}{15}$, $G_\infty = \frac{1}{|k|} = 15$.

Bài 6. Cho ảnh và số phóng đại, tìm tiêu cự và khoảng cách giữa hai thấu kính.

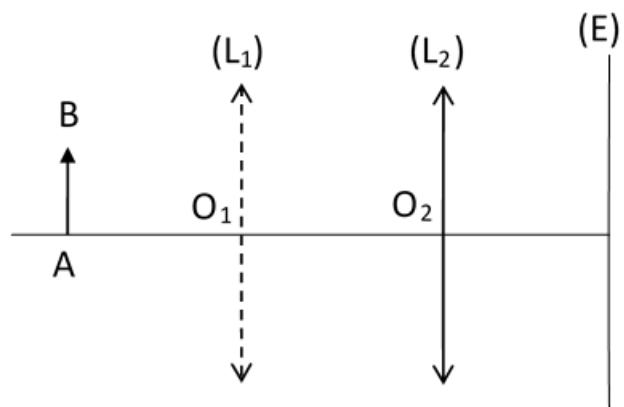
Một vật sáng AB hình mũi tên đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ L_2 có tiêu cự f_2 thì cho ảnh hiện lên trên một màn E đặt cách vật AB một đoạn $\delta = 7,2f_2$.

1. Tính số phóng đại của ảnh của AB cho bởi thấu kính L_2 .

2. Giữ vật AB và màn E cố định. Tịnh tiến thấu kính L_2 dọc theo trục chính đến cách màn E là 20cm . Người ta đặt thêm một thấu kính hội tụ L_1 có tiêu cự f_1 đồng trục với L_2 vào trong khoảng giữa vật AB và L_2 và cách AB 16cm (hình vẽ) thì được một ảnh cùng chiều và cao bằng AB hiện lên trên màn E. Tính tiêu cự f_1 và f_2 .

3. Bây giờ giữ vật AB cố định, tịnh tiến

màn E ra xa AB đến vị trí mới cách vị trí cũ của nó 23cm . Thấu kính L_1 vẫn ở trước thấu kính L_2 . Hãy xác định khoảng cách giữa hai thấu kính và vị trí mới của chúng để



qua hệ hai thấu kính, vật cho một ảnh hiện lên trên màn có cùng chiều và cao gấp 8 lần vật AB.

ĐS: 1. $k_2 = -5$; 2. $f_1 = 8\text{cm}$, $f_2 = 10\text{cm}$; 3. Với $d_1 \approx 11,36\text{cm}$ thì $a \approx 40\text{cm}$; với $d_1 = 10\text{cm}$ thì $a = 50\text{cm}$.

Bài 7. Hệ 3 thấu kính mỏng ghép sát. Đo chiết suất của chất lỏng.

Một thấu kính mỏng giới hạn bởi hai mặt cầu lồi có cùng bán kính $R = 42\text{cm}$, chiết suất $n = 1,70$. Người ta bỏ thấu kính vào một chậu có thành thẳng đứng, rất mỏng, trong suốt, bề ngang của chậu lớn hơn bề dày của thấu kính một chút.

1. Chậu không chứa gì. Hỏi phải đặt một màn ở đâu để thu được ảnh của một vật nhỏ đặt trước hệ 90cm ?

2. Đổ đầy một chất lỏng chiết suất n' vào chậu. Chứng tỏ rằng hệ hợp bởi một số thấu kính mỏng ghép sát. Tính tiêu cự f_1 của hệ theo n' .

3. Phải đặt một màn ở đâu để thu được ảnh của vật cũ ở câu 1 qua hệ.

Áp dụng số: $n' = 1,2$.

4. Chứng minh rằng nếu biết vị trí d' của màn thì có thể tính ra n' . Xây dựng công thức tính n' theo d' .

Áp dụng số: $d' = 157,5\text{cm}$. Xác định những giới hạn của n' .

5. Vẽ đường biểu diễn của f_1 theo n' trong các giới hạn tìm được ở trên.

ĐS: 1. Màn đặt sau hệ 45cm ; 2. $f_1 = \frac{210}{17-10n'}$; 3. Sau thấu kính $78,75(\text{cm})$.

4. $n' = \frac{44d' - 630}{30d'}$; $n' = \frac{4}{3}$.

Bài 8. Hệ 3 thấu kính. Vị trí của các thấu kính để ảnh cuối cùng trùng với vật.

Cho 3 thấu kính mỏng L_1 , L_2 và L_3 như hình vẽ, cùng được làm bằng thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$. Bán kính các mặt cầu bằng nhau $R = 10\text{cm}$.

1. Tính tiêu cự của các thấu kính.

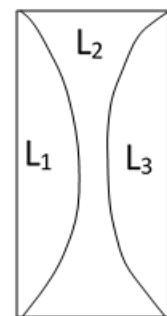
2. Giữ nguyên L_1 và L_2 , tách L_3 ra xa một đoạn $a = 40\text{cm}$. Chiếu một chùm tia sáng song song với trục chính đến L_1 . Xác định điểm hội tụ của chùm tia ló. Vẽ đường đi của chùm tia ló.

3. Vật là điểm sáng S đặt tại tiêu điểm vật của L_1 . Giữ nguyên khoảng cách a . Di chuyển L_2 từ L_1 đến L_3 .

Hỏi với vị trí nào của L_2 thì chùm tia ló khỏi L_3 là chùm hội tụ, là chùm phân kì.

Từ đó suy ra vị trí của L_2 để ảnh cuối cùng trùng với S .

ĐS : 1. $f_1 = f_3 = 20\text{cm}$; 2. Sau L_3 và cách 30cm ; 3. L_2 cách L_1 35cm



Bài 9. Hệ đối xứng gồm ba thấu kính. Điều kiện để có ảnh đối xứng với vật; để ảnh ở vô cực.

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Cho hệ ba thấu kính mỏng đồng trục L_1, L_2, L_3 lần lượt có tiêu cự là $f_1 = -20\text{cm}$, $f_2 = 10\text{cm}$ và $f_3 = -20\text{cm}$.

Khoảng cách giữa quang tâm là $O_1O_2 = O_2O_3 = 5\text{cm}$ (hình vẽ).

Một điểm sáng A nằm ở bên trái hệ thấu kính và cách thấu kính L_1 một khoảng d_1 .

Xác định d_1 để chùm tia sáng xuất phát từ A sau khi truyền qua hệ thấu kính:

1. Hội tại một điểm đối xứng với A qua quang tâm O_2 .
2. Trở thành một chùm tia song song.

ĐS: 1. 60cm ; 2. 28cm

Bài 10. (HSGQG 2000)

Một vật phẳng nhỏ AB đặt trước màn M. Giữa vật và màn có một thấu kính hội tụ O tiêu cự f và một thấu kính phân kì L tiêu cự $f_1 = -10\text{cm}$. Giữ vật và màn cố định và bằng a, di chuyển hai thấu kính dọc theo trục chính người ta tìm thấy một vị trí của O có tính chất đặc biệt là dù L có ở phía trước hay phía sau O và cách O cùng một khoảng $\ell = 30\text{cm}$ thì ảnh của AB cho rõ nét trên màn, khi L ở phía trước ảnh cho bởi hệ có độ cao $1,2\text{cm}$, khi L ở phía sau ảnh cho bởi hệ có độ cao $4,8\text{cm}$. Tính f ; a.

ĐS: $f = 20\text{cm}$; $a = 90\text{cm}$

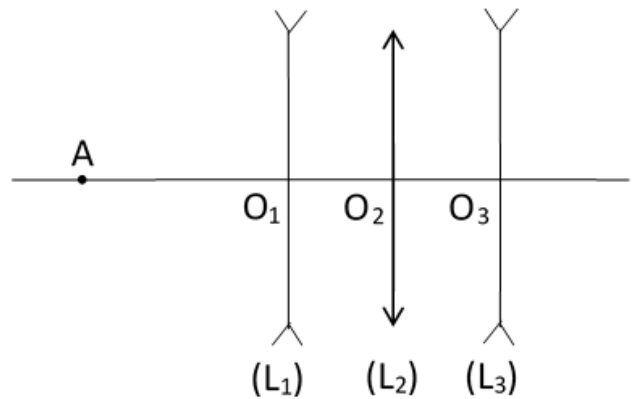
Bài 11. Vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của thấu kính phân kì O_2 có tiêu cự $f_2 = -30\text{cm}$ và cách O_2 đoạn $a = 115\text{cm}$. Sau O_2 đoạn $b = 15\text{cm}$ đặt màn M vuông góc với trục chính của thấu kính O_2 . Giữa vật AB và thấu kính O_2 người ta đặt một thấu kính hội tụ O_1 có tiêu cự f_1 đồng trục với O_2 . Người ta nhận thấy có hai vị trí đặt O_1 (trong khoảng O_2 đến vật) đều cho ảnh của AB rõ nét trên màn M, hai vị trí này cách nhau $\ell = 75\text{cm}$.

1. Tính f_1 và vị trí của O_1 .
2. Đặt hai thấu kính trên cách nhau đoạn $a = 45\text{cm}$ sao cho chúng đồng trục nhau. Xác định vị trí của AB để ảnh của nó có vị trí không đổi nếu ta đổi chỗ hai thấu kính cho nhau. Tính khoảng cách vật ảnh trường hợp này $L = ?$

ĐS : 1. : $f_1 = 20\text{cm}$. Có hai vị trí của O_1 là: $d_1 = 25\text{cm}; d_1 = 100\text{cm}$; 2. $L = 105\text{cm}$

Bài 12. Vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính trước thấu kính hội tụ O_1 có $f_1 = 20\text{cm}$, phía sau thấu kính O_1 là thấu kính O_2 đồng trục cách AB đoạn $a = 85\text{cm}$.

1. Sau thấu kính O_2 người ta đặt màn M song với O_2 cách O_2 đoạn $b = 10\text{cm}$. Khi di chuyển O_1 dọc theo trục chính vuông góc với trục chính trong khoảng AB & O_2 thì người ta thấy có hai vị trí của O_1 cách nhau đoạn $\ell = 30\text{cm}$ đều cho ảnh rõ nét trên màn. Tính f_2 ; $\overline{O_1O_2}$.



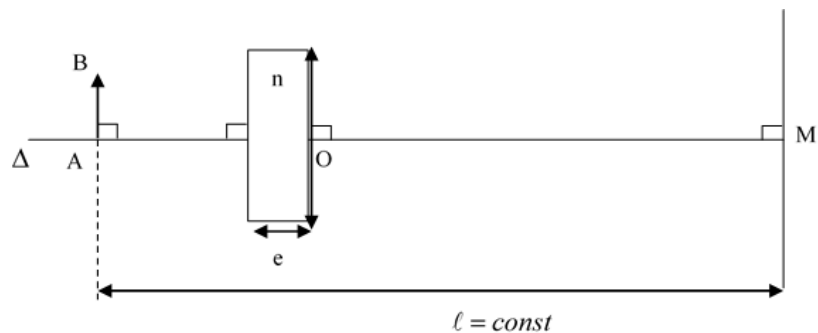
2. Khi O_1 cách AB đoạn $c = 30\text{cm}$, người ta di chuyển màn M đến vị trí thích hợp nào đó rồi cố định màn M, khoảng cách giữa vật và màn lúc này là $L = \text{const}$. Sau đó người ta di chuyển thấu kính O_2 dọc theo trục chính vuông góc với trục chính trong khoảng O_1 & M đến vị trí thích hợp để ảnh cho bởi quang hệ hiện rõ nét trên màn M rồi hoán đổi hai thấu kính cho nhau, thì thấy ảnh cho bởi hệ vẫn hiện rõ nét trên màn M. Tính $\overline{O_1O_2}; L$.

ĐS : 1. TH 1 : $f_2 = -10\text{cm}$, $\overline{O_1O_2} = 55\text{cm}$; TH 2 : $f_2 = -10\text{cm}$, $\overline{O_1O_2} = 25\text{cm}$.

2. $\overline{O_1O_2} = 52,5\text{cm}$; $L = 112,5\text{cm}$

Bài 13. Cho quang hệ như HV. Vật sáng AB đặt trước thấu kính hội tụ tiêu cự f sao cho AB vuông góc với Δ . Ngay

sát phía trước thấu là một bản thủy tinh có hai mặt // độ dày $e = 5,7\text{cm}$, chiết suất $n = 1,5$. Giữ khoảng cách giữa vật AB và màn M cố



định và bằng ℓ , dịch chuyển thấu kính và bản thủy tinh dọc theo trục chính (sao cho thấu kính và bản thủy tinh luôn ép sát nhau) thì người ta thấy có một vị trí của thấu kính mà dù bản thủy tinh có đặt sát phía trước hay phía sau thấu kính thì ảnh đều rõ nét trên màn. Khi tấm thủy tinh ở phía sau ảnh này cao 10mm , khi tấm thủy tinh ở phía sau ảnh này cao $8,1\text{mm}$,. Tính $f; \overline{AB}; \ell$

ĐS : $f = 9\text{cm}; \ell = 38\text{cm}$, $AB = 9\text{mm}$

Bài 14. Vật sáng AB qua một thấu kính O cho ảnh rõ nét trên một màn M. Dịch vật lại gần thấu kính một khoảng 36cm và dịch màn theo cùng chiều thì ảnh của vật lại vẫn rõ nét trên màn và ảnh mới cao gấp 4 lần ảnh cũ. Hãy xác định tiêu cự thấu kính, khoảng cách từ vật đến màn và khoảng cách từ vật đến vị trí vật lúc ban đầu. Để được ảnh rõ nét trên màn cao bằng vật thì phải dịch vật từ vị trí ban đầu đến vị trí nào ?

ĐS: $f = 24\text{cm}$, lúc đầu $d_1 = 72\text{cm}$ và lúc sau $d_2 = 36\text{cm}$.

Bài 15. Một thấu kính O có tiêu cự f . Vật nhỏ AB đặt vuông góc với trục chính phía trước thấu kính. Màn ảnh M đặt vuông góc với trục chính phía sau thấu kính. Một bản thủy tinh hai mặt song song có độ dày $e = 6\text{cm}$ chiết suất $n = 1,5$, đặt vuông góc với trục chính. Vật AB và màn M cố định, dịch chuyển thấu kính và bản mặt ss. Ta tìm được một vị trí của thấu kính mà dù bản mặt ss đặt trước hay sau thấu kính thì ảnh trên

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

màn vẫn rõ nét hai ảnh cao 10mm và 8,1mm . Tìm tiêu cự thấu kính f , chiều cao của vật $AB = h$, khoảng cách l_1 từ vật đến thấu kính và l_2 từ thấu kính đến màn .

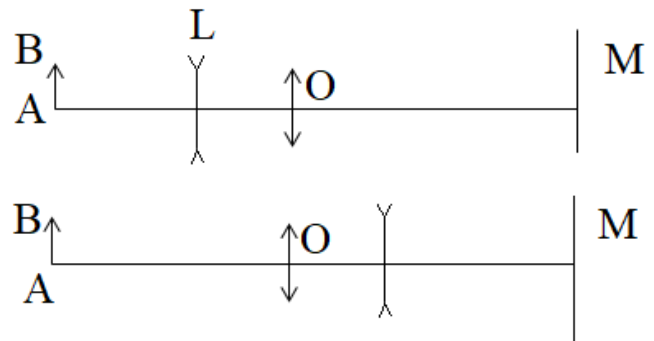
ĐS: $h = 9\text{mm}$, $l_1 = l_2 = 20\text{cm}$, $f = 9,47\text{ cm}$

Bài 16. Có hai thấu kính phân kỳ cùng tiêu cự $-f$ đặt cách nhau một đoạn bằng $2f$. Đặt vào giữa chúng một thấu kính hội tụ có tiêu cự sao cho bất cứ vật nào nằm trước quang hệ đều cho ảnh thật . Xác định tiêu cự của thấu kính hội tụ và số phóng đại ảnh qua hệ khi khoảng cách giữa vật và ảnh là nhỏ nhất.

ĐS: $f = \frac{2f}{3}$, $k = 1$

Bài 17. Một vật phẳng nhỏ AB đặt trước một màn M , giữa vật và màn có một thấu kính hội tụ O tiêu cự f và một thấu kính phân kỳ L tiêu cự 10cm .

Giữ vật và màn cố định , rồi dịch chuyển hai thấu kính , người ta tìm được một vị trí của O có tính chất đặc biệt là : Dù đặt L ở trước hay sau O và cách O cũng một khoảng $l = 30\text{cm}$ thì ảnh của AB vẫn rõ nét trên màn . Khi L ở trước O (Nghĩa là ở trước AB và O) thì ảnh có độ cao $h_1 = 1,2\text{ cm}$ và khi L ở sau O thì ảnh có độ cao $h_2 = 4,8\text{cm}$. Hãy tính .



a) Tiêu cự f của thấu kính hội tụ O

b) Khoảng cách từ O đến vật và đến màn.

ĐS: a. $f = 20\text{cm}$; b. Khoảng cách từ O đến vật và đến màn là 45cm .

Bài 18. Cho hệ hai thấu kính hội tụ có tiêu cự f_1 và f_2 đặt đồng trục và cách nhau 1 khoảng là a . Tìm điểm A trên trục thấu kính sao cho mọi tia sáng đi vào A sau khi khúc xạ qua hai thấu kính đều cho tia ló song song với nó .

ĐS: TH1: A nằm trước O_1 và O_2 thì A cách O_1 : $d_1 = \frac{a \cdot f_1}{a - f_1 - f_2} > 0$ với $a > (f_1 + f_2)$

TH2: A nằm trước O_2 và O_1 thì A cách O_2 : $d_1 = \frac{a f_2}{a - f_1 - f_2}$

Bài 19. Một tia laser chiếu tới một thấu kính phân kỳ có tiêu cự $f = 3\text{cm}$ dưới một góc $\alpha = 0,1\text{rad}$ đối với trục chính của thấu kính và được quan sát dưới dạng một chấm sáng trên màn E , đặt vuông góc với trục chính, ở sau thấu kính và cách thấu kính một khoảng $L = 630\text{cm}$. Nếu ở trước thấu kính đặt một bản mặt song song bằng thủy tinh có bề dày $d = 1\text{cm}$ thì thấy chấm sáng dịch chuyển trên màn một đoạn $a = 8\text{cm}$. Hãy xác định chiết suất của bản thủy tinh.

ĐS: $n \approx 1,61$

Bài 20. Xét hệ quang học gồm n thấu kính hội tụ mỏng, giống nhau, có tiêu cự f , được đặt đồng trục và cách đều nhau một khoảng $4f$. Ta gọi k là số thứ tự của thấu kính L_K và O_K là quang tâm của thấu kính thứ K . Một vật được biểu diễn bằng véc tơ $\overline{AB}$, có điểm A nằm trên quang trục xx' được đặt vuông góc với quang trục cách thấu kính thứ nhất khoảng $2f$ ở phía ngoài quang hệ. Ta gọi $y = \frac{\overline{AB}}{\overline{A_K B_K}}$ là chiều cao của vật, ảnh của $\overline{AB}$ sau thấu kính thứ K là $A_K B_K$ có chiều cao $y_K = \frac{\overline{A_K B_K}}{\overline{AB}}$

1) Xác định vị trí của các điểm A_K và các giá trị y_K

2) Một tia sáng xuất phát từ B nằm trong cùng mặt phẳng với quang trục đi về phía quang hệ và ra xa quang trục lập với quang trục một góc α nhỏ

a) Sau khi qua thấu kính thứ nhất, tia sáng đó lập với quang trục một góc α_1 bằng bao nhiêu?

b) Sau khi qua thấu kính thứ k , tia sáng đó lập với quang trục một góc α_K bằng bao nhiêu?

3) Từ kết quả câu 2 nhận xét về độ sáng của các điểm trên ảnh thu được sau hệ quang học, giả thiết vật $\overline{AB}$ có độ sáng đồng đều.

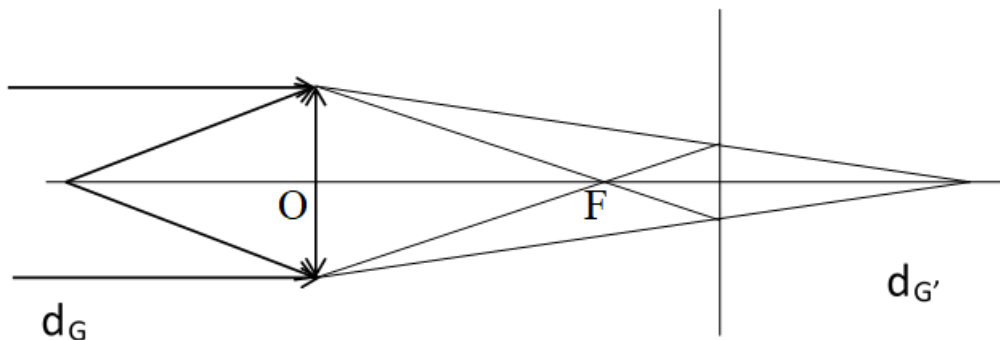
4) Hệ quang học này được ứng dụng để truyền ảnh của vật trên một khoảng cách. Trước đây người ta sử dụng hệ này cùng với một vài thấu kính thích hợp tạo nên một kính nội soi dùng để quan sát các chi tiết nhỏ của các bộ phận ở sâu bên trong cơ thể người. Hãy nêu một phương án chế tạo kính nội soi như vậy. Cho biểu thức gần đúng $\tan \alpha \approx \alpha$ nếu α nhỏ.

ĐS: 1. A_K cách L_K về phía sau một khoảng $2f$ cách L_{K+1} về phía trước một khoảng $2f$ và $y_K = -y_{K-1}$ vậy $y_k = y$ nếu k chẵn và $y_k = -y$ nếu k lẻ.

2a. $\alpha_1 = -\alpha - \frac{y}{f}$; 2b. $\alpha_K = (-1)^K \left(\alpha + k \frac{y}{f} \right)$.

3. Điểm sáng càng xa quang trục thì ảnh của nó càng yếu.

Bài 21. Khoảng cách từ vật kính đến phim trong 1 máy ảnh tự động là 5cm . Đường kính đường rìa của vật kính là 1cm . Máy ảnh chụp rõ nét được các vật cách máy từ $2,5\text{m}$ đến vô cùng. Hỏi nếu khoảng cách từ vật kính đến phim vẫn như thế thì máy ảnh chụp được rõ nét từ đâu ra xa vô cùng nếu đường kính đường rìa là $0,8\text{cm}$?

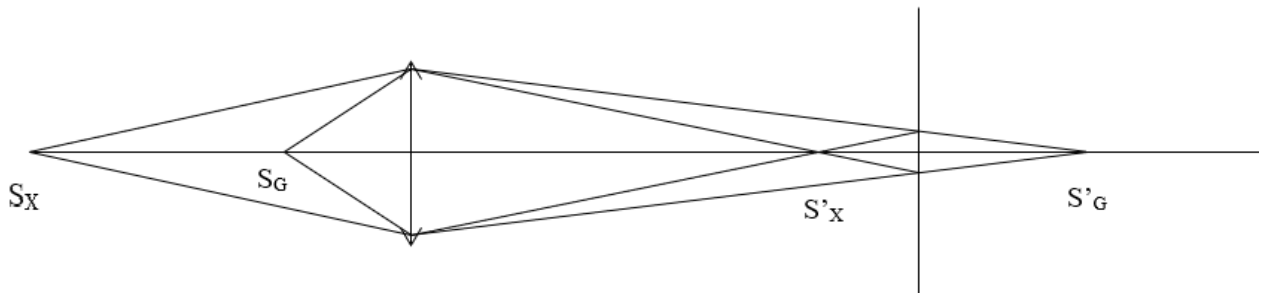


BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

ĐS: Máy ảnh chụp rõ nét từ 2m đến vô cùng

Bài 22. D : Đường kính lỗ con ngươi ; $\frac{D}{f}$ khẩu độ tỉ đối ; $\frac{f}{D}$ độ mở của ống kính .

Khi chụp ảnh của một vật nếu để độ mở của ống kính là 4 thì những vật nằm cách máy từ 2 đến 4 m cho ảnh rõ nét trên phim . Khoảng cách từ 2 đến 4 m gọi là chiều sâu của trường . Hỏi nếu để độ mở của ống kính là 2 thì chiều sâu của trường là bao nhiêu ?



ĐS: Từ 2,28(m) đến 3,2cm

Bài 23. Cho gương phẳng đặt nghiêng 45° so với trục chính của một thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 20\text{cm}$. Khoảng cách từ giao điểm của gương với trục chính đến tâm O của thấu kính là $a = 40\text{cm}$. Một vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính , nằm trước thấu kính và gương cách thấu kính một khoảng $d_1 = 30\text{cm}$.

a) Tìm vị trí và tính chất ảnh qua hệ

b) Nếu thay gương bằng một lăng kính phản xạ toàn phần cạnh $b = 6\text{cm}$, chiết suất $n = 1,5$. Hãy xác định vị trí và tính chất của ảnh.

ĐS: 1. Ảnh cuối cùng là ảnh thật và song song với trục chính của thấu kính.

2. Ảnh cuối cùng là ảnh thật nằm cách thấu kính là 62cm

Bài 24. Một thấu kính mỏng phẳng lồi làm bằng thủy tinh và có bán kính mặt lồi $R = 40\text{cm}$.

1. Thấu kính được đặt sao cho mặt phẳng tiếp xúc với mặt nước và mặt lồi tiếp xúc với không khí . Người ta chiếu một chùm tia đơn sắc hẹp song song với trục chính của thấu kính và rất gần trục đi từ không khí vào nước . Chùm này hội tụ ở điểm M . Tính khoảng cách từ M đến đỉnh S của thấu kính . Chiết suất của không khí là 1 , của thủy tinh là 1,5 , của nước là $n' = 4/3$

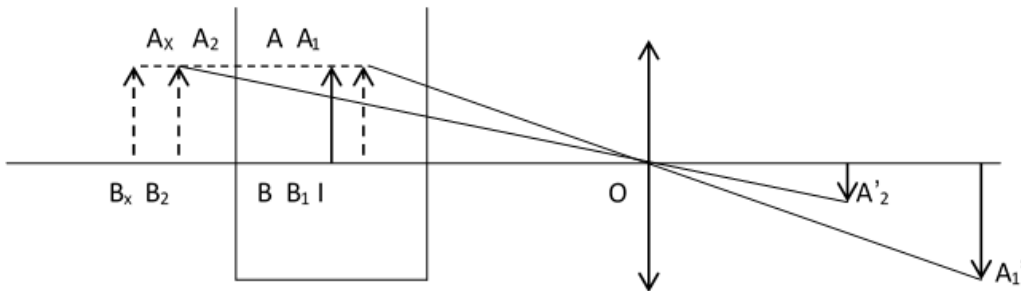
2) Nếu mặt phẳng của thấu kính tiếp xúc với không khí , mặt lồi với nước thì SM bằng bao nhiêu ?

3) Trong câu 1 , thay nước bằng chất lỏng có chiết suất x . Biết $SM = 112\text{cm}$. Tính x

4) Nếu dùng ánh sáng đơn sắc có bước sóng lớn hơn thì trong câu 3 , x tăng hay giảm ?

ĐS: 1. $\frac{320}{3}\text{cm}$

Bài 25. Một bể nhỏ hình hộp chữ nhật trong có chứa nước. Thành bể phía trước là một tấm thủy tinh có độ dày không đáng kể, thành bể phía sau là một tấm gương phẳng. Khoảng cách giữa hai thành bể này là $a = 32\text{cm}$. Giữa bể có một vật phẳng AB thẳng đứng. Đặt một thấu kính hội tụ trước bể, và màn M để thu ảnh của vật. Ta thấy có hai vị trí của màn cách nhau một khoảng $d = 2\text{cm}$ đều thu được ảnh rõ nét. Độ lớn của ảnh trên màn lần lượt là 6cm và $4,5\text{cm}$. Tính tiêu cự của thấu kính, khoảng cách từ thấu kính đến thành bể phía trước, độ lớn của vật. Cho biết chiết suất của nước là $4/3$



ĐS: $AB = 18\text{cm}$; $f = 24\text{cm}$; khoảng cách từ thấu kính đến thành bể phía trước 84cm

Bài 26. Máy ảnh.

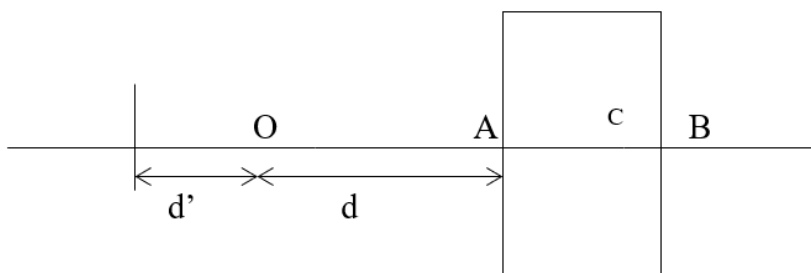
Một con cá mình rất mỏng coi như một hình phẳng (cá thần tiên) bơi trong một bể nước bằng thủy tinh, kích thước trong $8 \times 40 \times 40 \text{ (cm)}$. Thành bể dày 9mm và có chiết suất $n = 1,500$. Một người định chụp ảnh con cá bằng một máy ảnh, dùng phim $24 \times 36 \text{ (mm)}$. Quang trục của máy ảnh vuông góc với thành bể có kích thước $80 \times 40 \text{ (cm)}$. Vật kính có tiêu cự $f = 5\text{cm}$. Do phim có cấu tạo hạt nên nếu phim lệch khỏi vị trí ứng với ảnh rõ nét không quá $0,3\text{mm}$ thì ảnh chụp được vẫn coi là tốt.

1. Để ảnh của con cá là tốt dù nó ở bất cứ chỗ nào nhưng không cần chụp toàn bộ bể thì máy ảnh phải đặt cách mặt trước của bể bao nhiêu và phim phải đặt cách vật kính bao nhiêu? Khi đó máy được điều chỉnh vào điểm nào?

2) Giả sử vị trí của phim chỉ được xác định chính xác đến $\frac{1}{20} \text{ mm}$, thì có thể bỏ qua độ dày của thành bể được không?

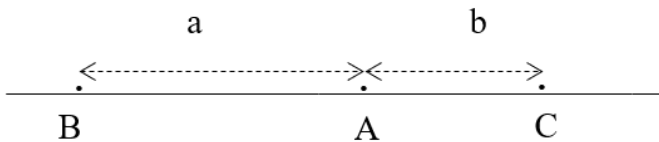
3. Để chụp được con cá cùng toàn bộ chiều dài bể cá và tận dụng được phim, phải đặt máy cách bể bao nhiêu và phải điều chỉnh máy vào điểm nào? Cho chiết suất của nước $n = 4/3$

ĐS:



Bài 27. Cho một thấu kính mỏng có quang tâm O và 3 điểm A; B; C đặt trên trục chính. Một điểm sáng S đặt ở A cho ảnh ở B, S đặt ở B lại cho ảnh ở C (Hình vẽ)

BỒI HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

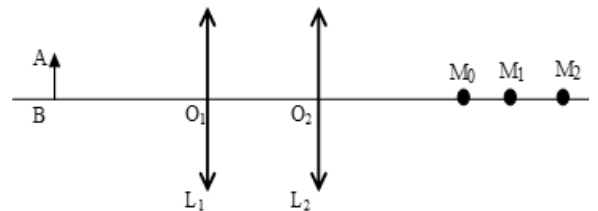


1) Hỏi thấu kính loại gì ? Đặt trong khoảng nào ? Tìm khoảng cách AO và tiêu cự f của thấu kính . Biết $AB = a = 40\text{cm}$; $b = 20\text{cm}$

2/ Điểm sáng S đặt ở A , dịch chuyển thấu kính từ O ra xa S . Hãy khảo sát sự biến thiên của khoảng cách $y = AS'$ (S' là ảnh của S) theo x là khoảng cách từ thấu kính) O_1 đến vị trí ban đầu O của nó .

ĐS: 1. $AO = \frac{ab}{2a+b} = 8\text{cm}$; $f = \frac{2ab(a+b)}{(2a+b)^2} = 9,6\text{cm}$; 2. $y = \frac{(x+8)(x-11,2)}{(x-1,6)^2}$

Bài 28. Hai thấu kính L_1 và L_2 đồng trục. Vật sáng nhỏ AB đặt trước L_1 vuông góc với trục chính cho ảnh rõ nét cao 1,8 cm trên màn E đặt tại M_0 sau L_2 . Nếu giữ nguyên AB và L_1 , bỏ L_2 đi thì phải đặt màn E tại M_1 cách M_0 6 cm mới thu được ảnh thật của vật, cao 3,6 cm. Còn giữ nguyên AB và L_2 , bỏ L_1 đi thì phải đặt màn E tại M_2 sau M_1 cách M_1 2 cm mới thu được ảnh thật cao 0,2 cm



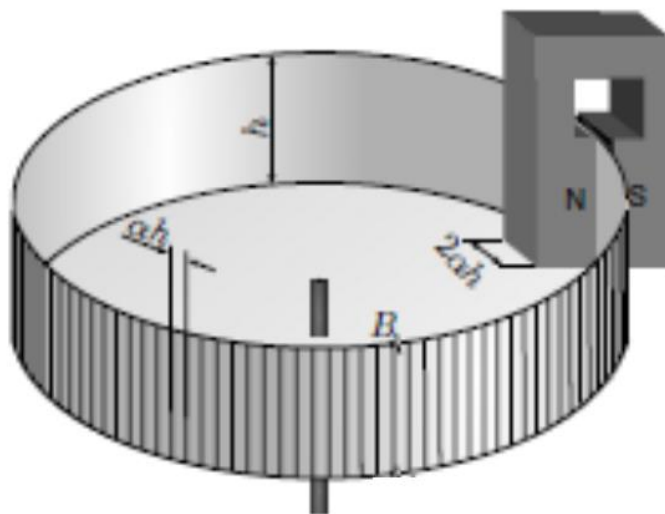
1. Xác định chiều cao của vật AB và hai tiêu cự f_1, f_2 .

2. Giữ nguyên AB và L_1 . Điều chỉnh để khoảng cách giữa L_1 và L_2 là 30cm. Tìm số phóng đại của ảnh cho bởi hệ.

ĐS: 1. $AB = 1,2\text{cm}$; $f_1 = 18\text{cm}$; $f_2 = 12\text{cm}$; 2. $k = -\frac{2}{3}$

-----TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ-----

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP



**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI
VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG**

TẬP 2S

ĐIỆN-QUANG

TP.HCM, THÁNG 5 NĂM 2020

LƯU HÀNH NỘI BỘ

GIÁO VIÊN: PHẠM VŨ KIM HOÀNG

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP

MỤC LỤC

CHƯƠNG I. ĐIỆN TÍCH- ĐIỆN TRƯỜNG- ĐIỆN THỂ

I.1. ĐIỆN TÍCH -ĐIỆN TRƯỜNG-----	Trang 3
I.2. ĐIỆN TÍCH CHUYỂN ĐỘNG TRONG ĐIỆN TRƯỜNG-----	Trang 14
I.3. ĐIỆN TRƯỜNG, ĐIỆN THỂ GÂY RA BỞI VẬT NHIỆM ĐIỆN CÓ KÍCH THƯỚC -----	Trang 42
I.4. VẬT DẪN, ĐIỆN MÔI TRONG ĐIỆN TRƯỜNG. PHÂN CỰC ĐIỆN MÔI.-----	Trang 74

CHƯƠNG II. TỤ ĐIỆN

II. 1. TỤ ĐIỆN-GIỚI HẠN HOẠT ĐỘNG TỤ ĐIỆN -----	Trang 95
II.2. TỤ ĐIỆN PHÓNG ĐIỆN -----	Trang 111

CHƯƠNG III. ÁNH ĐIỆN

PHƯƠNG PHÁP ÁNH ĐIỆN -----	Trang 151

CHƯƠNG IV. LŨNG CỰC ĐIỆN

LŨNG CỰC ĐIỆN -----	Trang 180

CHƯƠNG V. DÒNG ĐIỆN MỘT CHIỀU

V.1. DÒNG ĐIỆN MỘT CHIỀU-----	Trang 197
V.2. KHẢO SÁT DÒNG ĐIỆN MỘT CHIỀU-----	Trang 232
V.3. DÒNG ĐIỆN TRONG KHÔNG GIAN. -----	Trang 252

CHƯƠNG VI. TỪ TRƯỜNG

VI.1. TỪ TRƯỜNG- LỰC TỪ -----	Trang 259
VI.2. ĐIỆN TÍCH CHUYỂN ĐỘNG TRONG TỪ TRƯỜNG-----	Trang 275

CHƯƠNG VII. CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ

VII.1. CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ -----	Trang 325
VII.2. THANH KIM LOẠI CHUYỂN ĐỘNG TRONG TỪ TRƯỜNG-----	Trang 337
VII.3. KHUNG DÂY CHUYỂN ĐỘNG TRONG TỪ TRƯỜNG-----	Trang 367
VII.4. DÒNG ĐIỆN PHỤ CÔ.-----	Trang 382
VII.5. DÒNG ĐIỆN THẮNG VÀ CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ -----	Trang 395
VII.6. CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ TRONG VẬT LIỆU SIÊU DẪN-----	Trang 402
VII.7. HIỆN TƯỢNG TỰ CẢM-----	Trang 411

CHƯƠNG VIII. PHẢN XẠ VÀ KHÚC XẠ ÁNH SÁNG

VIII.1. PHẢN XẠ ÁNH SÁNG. GƯƠNG PHẪNG- GƯƠNG CẦU-----	Trang 428
VIII.2. HIỆN TƯỢNG KHÚC XẠ PHẢN XẠ TOÀN PHẦN-----	Trang 439
VIII.3. LĂNG KÍNH- BẢN MẶT SONG SONG -----	Trang 456
VIII.4. LŨNG CHẤT CẦU -----	Trang 463
VIII.5. NGUYÊN LÝ FEC-MA- HUY-GHEN-----	Trang 487

CHƯƠNG IX. CHIẾT SUẤT THAY ĐỔI

IX.1. XÁC ĐỊNH QUY LUẬT BIẾN ĐỔI CHIẾT SUẤT-----	Trang 499
IX.2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRUYỀN ÁNH SÁNG-----	Trang 505
IX.3. CHIẾT SUẤT TỔNG HỢP-----	Trang 528

CHƯƠNG X. THẤU KÍNH – QUANG HỆ GHÉP

X.1. THẤU KÍNH-----	Trang 551
X.2. THẤU KÍNH GHÉP CÁC QUANG CỤ-----	Trang 570
X.3. HỆ THẤU KÍNH ĐỒNG TRỤC-----	Trang 605

TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

BIÊN SOẠN: PHẠM VŨ KIM HOÀNG

Email: hoangptnk2015@gmail.com

Điện thoại: 0944821087

CHƯƠNG I

ĐIỆN TÍCH ĐIỆN TRƯỜNG

I.1. ĐIỆN TÍCH - ĐIỆN TRƯỜNG

Bài 1.

1. Ban đầu khi cân bằng mỗi quả cầu chịu tác dụng của 3 lực: Trọng lực P, Lực điện F và lực căng của dây treo T.

$$\text{Ta có: } \vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = 0 \Rightarrow F = P \cdot \tan \alpha$$

$$k \frac{q_1^2}{r^2} = mg \cdot \tan \alpha$$

$$m = k \frac{q_1^2}{r^2 g \tan \alpha} = 0,045 \text{ kg} = 45 \text{ g}$$

2. Khi truyền thêm điện tích $q' > 0$ hai quả cầu cùng tích điện dương.

$$k \frac{q_1 q_2'}{r'^2} = mg \tan \alpha'$$

$$q_2' = \frac{r'^2 mg \tan \alpha'}{k q_1} = 1,15 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$E_1 = k \frac{4q_1}{3\ell^2} = 3 \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

$$E_2 = k \frac{4q_2'}{\ell^2} = 2,6 \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

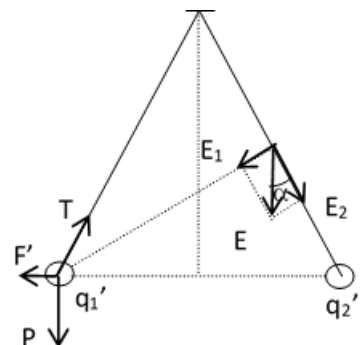
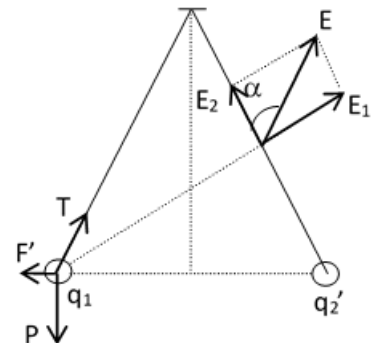
$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 3,97 \cdot 10^5 \text{ V/m.}$$

$$\tan \alpha = \frac{E_1}{E_2} = \frac{3}{2,6} \rightarrow \alpha = 49^\circ$$

* Nếu sau khi truyền $q' < 0$ hai quả cầu cùng mang điện tích âm: $q_1' = q_2'$

$$k \frac{q_1'^2}{r'^2} = mg \tan \alpha'$$

$$q_1'^2 = \frac{r'^2 mg \tan \alpha'}{k} \rightarrow q_1' = -2,15 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$



$$E_1 = k \frac{4q_1'}{3\ell^2} = 1,6.10^5 \text{ V/m}$$

$$E_2 = k \frac{4q_2'}{\ell^2} = 4,8.10^5 \text{ V/m}$$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \approx 5,06.10^5 \text{ V/m}$$

$$\tan \alpha = \frac{E_1}{E_2} = \frac{1,6}{4,8} \rightarrow \alpha \approx 18^\circ$$

Bài 2. a)

+ Tính cường độ điện trường tại điểm đặt q:

$$E = \frac{kQ\sqrt{l^2 - R^2}}{l^3}$$

+ Vì vật cân bằng tại A nên: $\vec{T} + \vec{P} + \vec{F}_d = 0$ và $\tan \alpha = \frac{R}{\sqrt{l^2 - R^2}} = \frac{P}{F_d}$

$$\Rightarrow l = \sqrt[3]{\frac{kQqR}{mg}}$$

a) Có: $E = \frac{kQ\sqrt{l^2 - R^2}}{l^3} = kQ(l^{-4} - R^2.l^{-6})^{1/2}$

+ Xét: $E'(l) = \dots \Rightarrow E'(l) = 0$ khi $l = \sqrt{\frac{3}{2}}.R$

l	$-\infty$	$\sqrt{\frac{3}{2}}.R$	∞
E	+	0	-
E'			

+ Vậy $E_{\max}$ khi $l = \sqrt{\frac{3}{2}}.R$

+ Khi đó: $T = \frac{P}{\sin \alpha} = \sqrt{\frac{3}{2}}.mg$

Bài 3. a. Lực tác dụng vào điện tích đặt tại C như hình vẽ.

$$\vec{F}_{AC} + \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{DC} = \vec{F} \quad (1)$$

Do tính đối xứng nên lực $\vec{F}$ cùng chiều với AC

Chiếu phương trình (1) lên phương AC ta được:

$$F = F_{AC} + F_{DC}\cos 45^\circ + F_{BC}\cos 45^\circ$$

$$\rightarrow F = \frac{kq^2}{l^2} \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right)$$

b. Xét quả cầu C. Các lực tác dụng vào quả cầu gồm:

$$\vec{T}, \vec{P}, \vec{F}_{AC}, \vec{F}_{BC}, \vec{F}_{DC}.$$

Tại vị trí cân bằng của quả cầu C:

$$\vec{T} + \vec{P} + \vec{F}_{AC} + \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{DC} = 0$$

$$\rightarrow \vec{F} + \vec{P} = -\vec{T} \quad (\text{nghĩa hình vẽ})$$

$\rightarrow$ Hợp lực của $\vec{F} + \vec{P}$ phải có phương của dây treo OC.

$$\text{Do } \alpha = 45^\circ \text{ nên } F = P \rightarrow mg = \frac{kq^2}{l^2} (0,5 + \sqrt{2}) \rightarrow q = \sqrt{\frac{mgl^2}{k(0,5 + \sqrt{2})}}$$

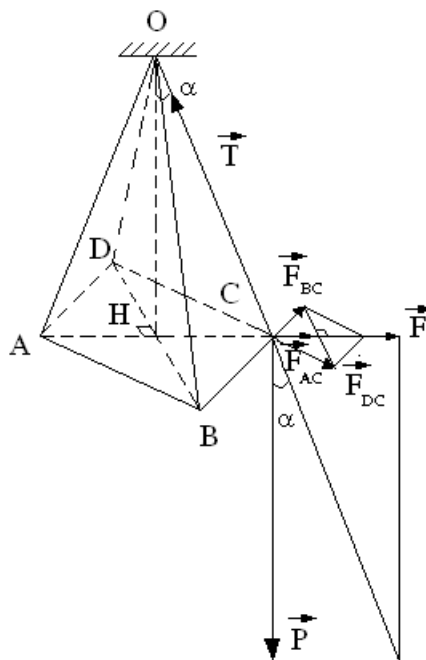
Thay số: $q = 3.10^{-7} C$.

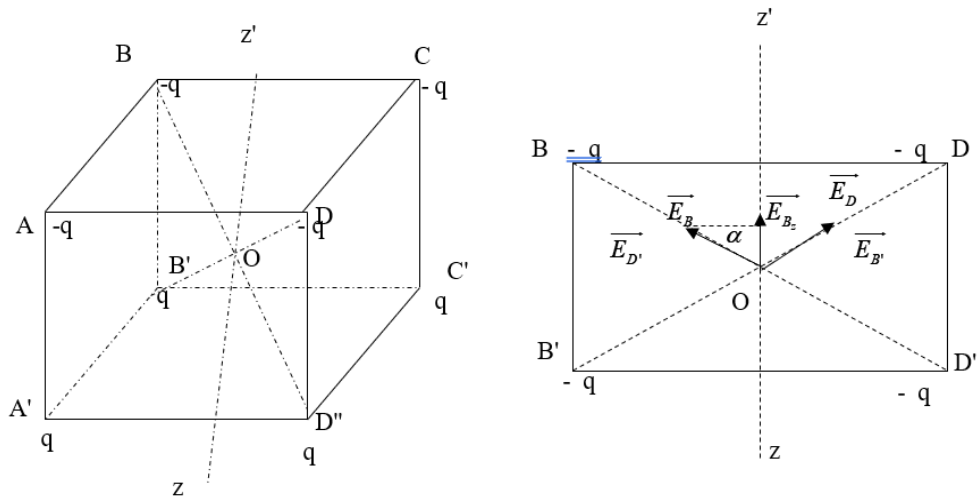
Bài 4. Vì hệ điện tích phân bố đối xứng nên vector

cường độ điện trường tổng hợp phải nằm dọc

theo trục đối xứng zz'

Rõ ràng là hình chiếu của các vector cường độ điện trường của các điện tích trên trục zz' đều như nhau. Do đó, ta chỉ cần tính hình chiếu của một trong tám vector đó. Trên hình 1.9G ta biểu diễn bốn vector nằm trong mặt phẳng $BDD'B'$ (với $ACC'A'$ cũng có một hình tương tự). ta tính cho một vector, chẳng hạn $\vec{E}_B$ ta có:





$$\vec{E}_B = \frac{kq}{(BO)^2} \text{ voi}$$

$$BO = \frac{1}{2} BD' = \frac{1}{2} \sqrt{BD'^2 + DD'^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Do đó: $E_B = \frac{4kq}{3a^2}$

Hình chiếu của $\vec{E}_B$ trên zz' là $E_{Bz} = E_{B \cos \alpha} = E_B \frac{DD'}{BD'} = \frac{4kq}{3a^2} \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{4kq}{3\sqrt{3}a^2}$

Từ đó $E = 8E_{Bz} = \frac{32kq}{3\sqrt{3}a^2} \approx 1,25 \cdot 10^5 \text{ V/m}$.

Bài 5. Theo điều kiện mặt cầu rắn tuyệt đối nên bán kính thực của nó không thể thay đổi. Tuy nhiên chúng ta hãy tưởng tượng rằng do lực đẩy của các điện tích cùng dấu, bán kính mặt cầu tăng lên chút ít, cụ thể là một lượng vô cùng nhỏ δR . Mặt cầu tích điện có tính chất của một tụ điện – nó giữ nguyên điện tích mà người ta truyền cho nó. Điện thế của mặt cầu liên hệ với điện tích của nó bởi hệ thức: $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}$. Mặt khác, theo định nghĩa điện dung ta có $V = Q/C$, suy ra $C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R$. Năng lượng của tụ điện này $W = Q^2/2C = Q^2/(8\pi\epsilon\epsilon_0 R)$. Như vậy khi tăng bán kính mặt cầu, năng lượng này giảm một lượng:

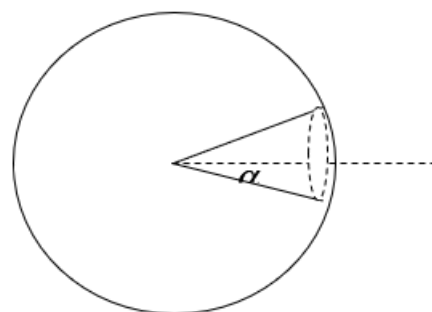
$$\Delta W = W - W' = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 R} - \frac{Q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 (R + \delta R)} = \frac{Q^2 \delta R}{8\pi\epsilon\epsilon_0 R(R + \delta R)}$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng, độ biến thiên năng lượng này bằng công toàn phần A do lực đẩy tĩnh điện giữa các yếu tố riêng rẽ của mặt cầu thực hiện. Gọi F là lực tác dụng lên một đơn vị diện tích, ta có: $A = F \cdot 4\pi R^2 \cdot \delta R$. Do đó:

$$F \cdot 4\pi R^2 \cdot \delta R = \frac{Q^2 \delta R}{8\pi \epsilon \epsilon_0 R(R + \delta R)}. \text{ Từ đây lưu ý rằng } \delta R \ll R, \text{ ta tính được:}$$

$$F = \frac{Q^2}{32\pi^2 \epsilon \epsilon_0 R^4}$$

Bài 6. ở những điểm rất gần mỗi điện tích, thì sự đóng góp của điện tích kia vào điện trường tổng hợp là rất nhỏ, có thể bỏ qua. Vì vậy, có thể coi những đường sức đi ra (hoặc đi tới) mỗi điện tích điểm được phân bố đều đặt trong khoảng không gian rất gần điện tích đó. Gọi số đường sức tổng cộng đi ra khỏi q_1 và N_1 , số đường sức đi ra khỏi q_1 trong phạm vi hình nón với góc ở đỉnh 2α là N_1' theo lập luận thì tỉ số giữa N_1' là N_1 phải bằng tỉ số giữa diện tích chỏm cầu và diện tích mặt cầu



$$\frac{N_1'}{N_1} = \frac{2\pi R \cdot R(1 - \cos \alpha)}{4\pi R^2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2} \quad (1)$$

Tương tự, tỉ số giữa đường sức N_1' đi tới điện tích $-q_2$ trong phạm vi hình nón có góc ở đỉnh 2β với tổng số đường N_2' đi tới điện tích $-q_2$ trong phạm vi hình nón có góc đỉnh 2β với tổng số đường N_2 đi tới $-q_2$ là:

$$\frac{N_2'}{N_2} = \frac{1 - \cos \beta}{2} \quad (2)$$

Mặt khác, vì các đường sức không giao nhau nên số đường sức đi ra khỏi q_1 trong hình nón 2α phải bằng số đường sức đi tới $-q_2$ trong hình nón 2β , tức là :

$$N_1' = N_2' \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta có: $\frac{N_2'}{N_1'} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 - \cos \beta} = \frac{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \sin^2 \frac{\beta}{2}} = \left(\frac{2 \frac{\alpha}{2}}{2 \frac{\beta}{2}} \right)^2$

Mặt khác, ta có: $\frac{N_2}{N_1} = \frac{q_2}{q_1}$ (q_1, q_2 là trị tuyệt đối của các điện tích)

Vậy: $\frac{q_2}{q_1} = \left(\frac{2 \frac{\alpha}{2}}{2 \frac{\beta}{2}} \right)^2$ từ đó $\sin \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \sin \frac{\alpha}{2}$ (4)

Nghiệm này chỉ có ý nghĩa nếu $\sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \sin \frac{\alpha}{2} \leq 1$

Nếu $\sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \sin \frac{\alpha}{2} > 1$ thì đường sức đi khỏi q_1 sẽ đi ra xa vô cùng và không đi tới $-q_2$

b. Nếu $|q_1| \ll |q_2|$ thì phương trình (4) vô nghiệm, khi đó đường sức xuất phát từ q_1 dưới góc α không đến được q_2 . Tức là điện tích q_2 không ảnh hưởng đến điện trường của điện tích q_1 , lúc đó có thể xem q_2 như là điện tích thử.

Bài 7. 1a. Khi bán kính lớp vỏ là r điện tích của nó $q(r)$ là

$$q(r) = \int_0^r \rho(r) dV = \int_a^r \frac{A}{r^n} 4\pi r^2 dr = 4\pi A \int_a^r r^{2-n} dr$$

Khi $n = 3$ ta có: $q(r) = 4\pi A \ln \frac{r}{a}$

Khi $n \neq 3$ ta được $q(r) = \frac{4\pi A}{3-n} (r^{3-n} - a^{3-n})$

Ta thấy khi $n \leq 3$ điện tích tổng cộng của lớp vỏ

$$Q = \lim_{r \rightarrow \infty} q(r) = \infty$$

Như vậy đề mô hình có ý nghĩa vật lý $n > 3$

1b. Khi đó điện tích của lớp vỏ là $Q = \frac{4\pi A}{n-3} a^{3-n}$

Do nguyên tử trung hòa về điện nên $Q = -Ze$

Ta được:

$$A = \frac{3-n}{4\pi} \cdot \frac{Ze}{a^{3-n}}$$

Ta thấy $A < 0$.

1c. Chọn mặt Gauss là mặt cầu tâm O bán kính r

Do tính đối xứng nên điện trường do nguyên tử gây ra có phương xuyên tâm và có độ lớn như nhau trên mặt cầu.

Áp dụng định lý O-G ta được:

$$4\pi r^2 E = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

Trong đó Q_{int} là điện tích tổng cộng bên trong mặt cầu.

Khi $r < a$

$$Q_{\text{int}} = Ze \text{ ta được } E = 4\pi\epsilon_0 \frac{Ze}{r^2}$$

$$\text{Nhu vậy } \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{r^3} \vec{r}$$

Áp dụng mối liên hệ giữa cường độ điện trường và điện thế.

Tại một điểm trên mặt cầu

$$V(r) = -\int E dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{r} + C$$

C là hằng số

Khi $r \geq a$

$$Q_{\text{int}} = Ze + q(r) \text{ với } q(r) = Ze \left[\left(\frac{a}{r} \right)^{n-3} - 1 \right]$$

$$\text{Ta được } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{r^2} \left(\frac{a}{r} \right)^{n-3}$$

$$\text{Nhu vậy } \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{r^2} \left(\frac{a}{r} \right)^{n-3} \vec{r}$$

$$\text{Tương tự ở trên ta có } V(r) = -\int E dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{(n-2)r} \left(\frac{a}{r} \right)^{n-3} + C'$$

Do $V_{r \rightarrow \infty} = 0$ nên $C' = 0$

Do tính chất liên tục của điện thế tại $r = a$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{a} + C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{(n-2)a}$$

$$C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{a} \cdot \frac{3-n}{n-2}$$

Tóm lại

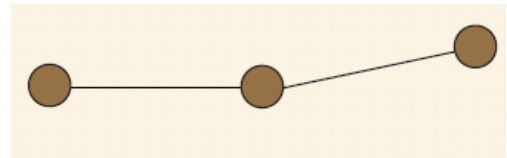
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{r^3} \vec{r} \text{ khi } r < a$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{r^2} \left(\frac{a}{r}\right)^{n-3} \vec{r} \text{ khi } r \geq a$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{a} \left(\frac{a}{r} + \frac{3-n}{n-2}\right) \text{ khi } r < a$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{a} \left(\frac{a}{r}\right)^{n-2} \text{ khi } r \geq a$$

Bài 8. Gọi x, y là các khoảng cách được ký hiệu như trên hình vẽ.



- Tổng thế năng của hệ là:

$$U = U_{AB} + U_{BC} + U_{AC}$$

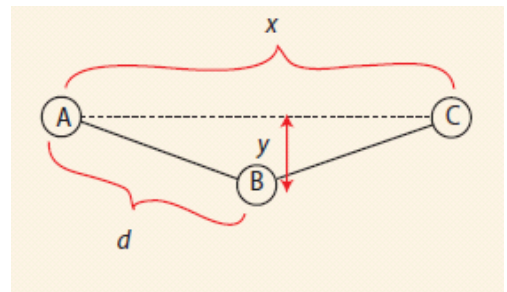
Với U_{AB} là thế năng tương tác giữa A và B, phụ thuộc vào vị trí tương đối giữa A và B... Vì khoảng cách giữa A với B và B với C là không thay đổi nên: $U_{AB} = U_{BC} =$ không đổi. Ta lại có:

$$U_{AC} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{2\sqrt{d^2 - y^2}}$$

Do khoảng cách y rất nhỏ, nên ta có thể áp dụng công thức xấp xỉ: $(1+z)^a \approx 1+az$, với $z \ll 1$. Ta được:

$$U_{AC} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{2d\sqrt{1-(y/d)^2}} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{2d} \left(1 + \frac{y^2}{2d^2}\right)$$

Độ biến thiên động năng của hệ là:



$$\Delta U = U_{AC}^2 - U_{AC}^1 \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{2d} \left(\frac{y^2}{2d^2} - 0 \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{4d^3} \cdot y^2$$

Vì vị trí khối tâm của hệ không thay đổi trong quá trình dao động nên đồng xu B dịch chuyển đoạn $y_B = 2y/3$, còn các đồng xu A và C dịch chuyển được đoạn $y/3$ theo chiều ngược lại. Độ biến thiên thế năng của hệ là hàm của y_B , có biểu thức:

$$\Delta U \approx \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{9q^2}{8d^3} \right) \cdot y_B^2$$

- Động lượng của hệ được bảo toàn nên khi đồng xu B dịch chuyển theo phương y với tốc độ v_B , thì thành phần vận tốc theo phương y của các đồng xu A và C là $v_B/2$ theo chiều ngược lại. Vì độ dịch chuyển của các đồng xu là nhỏ nên thành phần vận tốc theo phương x của các đồng xu A và C là không đáng kể, nên tổng động năng của hệ là:

$$K \approx \frac{1}{2} m v_B^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} m \left(\frac{v_B}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{3m}{2} \right) v_B^2$$

- Ta có thể coi dao động của hệ tương đương với dao động của con lắc có khối lượng hiệu dụng $m_{\text{eff}} = \frac{3m}{2}$ và có hệ số đàn hồi: $k \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{9q^2}{8d^3}$

Chu kỳ dao động của hệ là:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_{\text{eff}}}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{3m/2}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{9q^2}{8d^3}}} = \frac{4\pi}{q} \sqrt{\frac{md^3/3}{1/4\pi\epsilon_0}}$$

$$\text{Điện tích của mỗi đồng xu là: } q \approx \frac{4\pi}{T} \sqrt{\frac{md^3/3}{1/4\pi\epsilon_0}}$$

Bài 9. Xét quá trình hai mặt cầu được nối với nhau bởi sợi dây dẫn có điện trở lớn. Giả sử tại một thời điểm nào đó (khi hệ thống chưa ổn định) điện lượng chuyển qua dây dẫn là q (điện lượng chuyển từ mặt cầu trong ra mặt cầu ngoài) thì điện thế ở tâm mặt cầu (cũng là điện thế trên mặt cầu trong) là:

$$V_1 = k \frac{-q}{R} = k \frac{Q}{2R} + k \frac{q}{3R}$$

Vì $-q + q + Q = Q$ nên điện thế ở mặt cầu ngoài là: $V_2 = k \frac{Q}{3R}$

Hiệu điện thế giữa mặt cầu trong và mặt cầu ngoài là:

$$U_{12} = V_1 - V_2 = \frac{1}{6} k \frac{Q}{R} - \frac{2}{3} k \frac{q}{R} = \frac{1}{6} k \frac{Q - 4q}{R}$$

Điện tích dịch chuyển cho đến khi $U_{12} = 0$ vậy điện tích dịch chuyển qua dây dẫn nối hai mặt cầu trong quá trình này là: $q_0 = \frac{Q}{4}$

Vì U_{12} phụ thuộc bậc nhất đối với q nên giá trị trung bình của U_{12} là:

$$\bar{U}_{12} = \frac{1}{12} k \frac{Q}{R}$$

+ Nhiệt lượng tỏa ra trong quá trình này là: $W_1 = \frac{1}{12} k \frac{Q}{R} \frac{Q}{4} = \frac{1}{48} k \frac{Q^2}{R}$

Xét quá trình mặt cầu ngoài nối đất (hai mặt cầu vẫn nối với nhau). **Giả sử tại một thời điểm nào đó điện lượng chuyển qua dây dẫn xuống đất là q'** và điện tích trên hai mặt cầu lúc này là q_1 và q_2

+ Điện thế ở tâm mặt cầu là: $V'_1 = k \frac{q_1}{R} + k \frac{q_2}{3R} + k \frac{Q}{2R}$

+ Điện thế ở mặt cầu ngoài là: $V'_2 = k \frac{q_1 + q_2 + Q}{3R}$ (với $q_1 + q_2 = -q'$)

Cân bằng điện xảy ra khi $V'_1 = V'_2 = 0$

Ta có: $q_1 = -\frac{Q}{4}$ và $q_2 = -q' + \frac{Q}{4}$

+ Khi nối quả cầu hai với đất, **chỉ có sự dịch chuyển điện tích của mặt cầu hai với đất khi cân bằng điện $q' = Q$** . Vậy điện thế mặt cầu hai giảm tuyến tính với q' từ giá trị $k \frac{Q}{3R}$ về 0 nên giá

trị trung bình của hiệu điện thế giữa mặt cầu ngoài với đất là: $k \frac{Q}{6R}$

+ Nhiệt lượng tỏa ra trong dây nối đất là: $W_2 = \frac{1}{6} k \frac{Q^2}{R}$

+ Nhiệt lượng tỏa ra trong cả quá trình: $W = W_1 + W_2 = \frac{9}{48} k \frac{Q^2}{R}$

Bài 10.

1. Khảo sát một tinh thể muối ăn có thể tích V , khối lượng của nó bằng:

$$m = \rho V \quad (1)$$

Nhưng khối lượng của tinh thể cũng có thể tính theo công thức:

$$m = Nm_{Na} + Nm_{Cl} = \frac{N}{N_A} (\mu_{Na} + \mu_{Cl}) \quad (2)$$

Trong đó N là số nguyên tử mỗi loại trong tinh thể; khối lượng mol của Na $\mu_{Na} = 23.10^{-3} kg / mol$ và của Clo: $\mu_{Cl} = 35,5.10^{-3} kg / mol$

Khoảng cách giữa các ion bằng đường kính của chúng. Bán kính ion là r . Mỗi nguyên tử chiếm một thể tích vào cỡ:

$$v = d^3 = (2r)^3 \quad (3)$$

Vậy trong toàn bộ tinh thể có thể tích V , số nguyên tử mỗi loại là N :

$$N = \frac{1}{2} \frac{V}{v} = \frac{1}{2d^3} \quad (4)$$

Từ (1), (2) và (4) xác định được

$$\begin{aligned} \rho V &= \frac{1}{2d^3} V \frac{(\mu_{Na} + \mu_{Cl})}{N_A} \\ \Rightarrow \rho &= \frac{1}{2d^3} \frac{(\mu_{Na} + \mu_{Cl})}{N_A} \\ d &= \sqrt[3]{\frac{(\mu_{Na} + \mu_{Cl})}{2N_A \rho}} \quad (5) \end{aligned}$$

Thay số ta được $d \approx 2,82.10^{-10} m$

2. Để tính năng lượng tương tác của mỗi ion với tất cả các ion còn lại, ta chọn hệ trục tọa độ, có gốc trùng với tâm của một ion nào đó (chẳng hạn Na), các trục hướng theo các cạnh của khối tinh thể.

Tọa độ của các ion là $x_k = kd; y_l = ld; z_m = md$

Trong đó k, l, m là những số nguyên chỉ số thứ tự của các ion theo các trục Ox, Oy và Oz .

Khoảng cách từ gốc tọa độ đến ion (k, l, m) bằng

$$R_{klm} = d\sqrt{k^2 + l^2 + m^2} \quad (6)$$

Điện tích của ion Na tại gốc tọa độ là $+e$, còn các ion cacjnh nó $(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1), (-1,0,0), (0,-1,0), (0,0,-1)$ đều có điện tích $-e$...

Như vậy các ion có tổng tọa độ là số chẵn là những ion Na mang điện tích $+e$, những ion có tổng tọa độ lẻ là những ion Cl mà điện tích $-e$.

Một cách tổng quát, ion (k, l, m) sẽ có điện tích q_{klm}

$$q_{klm} = (-1)^{k+l+m} e \quad (7)$$

Năng lượng tương tác tĩnh điện của hai điện tích q_1, q_2 ở khoảng cách R ;

$$W_0 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (8)$$

Khi đó mỗi điện tích sẽ chiếm một nửa năng lượng này:

$$W = \frac{W_0}{2} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R} \quad (9)$$

Để tìm năng lượng tương tác tĩnh điện của một ion $(0,0,0)$, cần tính tổng năng lượng tương tác giữa ion này với các ion còn lại:

$$W_{klm}^{000} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_{klm} q_{000}}{R_{klm}} \quad (10)$$

Tổng năng lượng này được lấy với tất các ion còn lại (trừ ion tại $(0,0,0)$), tức là

$$W_{all} = \sum W_{klm}^{000} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{q_{klm} q_{000}}{R_{klm}}$$

$$W_{all} = \sum W_{klm}^{000} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^{k+l+m} e.e}{d\sqrt{k^2 + l^2 + m^2}}$$

$$W_{all} = \sum W_{klm}^{000} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 d} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^{k+l+m}}{\sqrt{k^2 + l^2 + m^2}}$$

Có thể viết lại $W_{all} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 d} \cdot C$

Trong đó giả thiết cho $C = -1,75$ là giá trị tổng.

Nên năng lượng tương tác của ion(0,0,0) với tất cả các ion còn lại bằng:

$$W_{all} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 d} (-1,75) \approx -7,14 \cdot 10^{-19} J = -4,46 eV$$

I.2. ĐIỆN TÍCH CHUYỂN ĐỘNG TRONG ĐIỆN TRƯỜNG

Bài 1. Chọn hệ toạ độ có gốc trùng với vị trí khối tâm của hai quả cầu.

Vì các quả cầu có kích thước (bán kính r) rất nhỏ so với khoảng cách l giữa chúng, nên **mỗi quả cầu có thể coi là các điện tích điểm**. Vì hai quả cầu được nối với nhau bằng dây dẫn nên khi **khoảng cách giữa các quả cầu thay đổi, các điện tích chạy từ quả cầu này sang quả cầu kia thông qua dây dẫn**. Coi sự thay đổi vị trí của các quả cầu là rất chậm, khi đó dòng điện chạy qua dây dẫn sẽ rất nhỏ, coi như $I \approx 0$. Một cách gần đúng ta coi hệ là cân bằng điện tại mọi thời điểm.

- Gọi q là điện tích đã di chuyển từ quả cầu này sang quả cầu kia, khi đó hiệu điện thế giữa hai quả cầu sinh ra do điện tích trên các quả cầu là : $\Delta V = \frac{2kq}{r}$, với k là hằng số Coulomb.

Hiệu điện thế này giữa hai quả cầu được sinh ra do sự dịch chuyển điện tích từ quả cầu này sang quả cầu kia do tác dụng của điện trường ngoài.

$$\text{Ta có : } 2E \cdot x = \frac{2kq}{r} \Rightarrow q = \frac{E \cdot r \cdot x}{k}$$

- Xét lực tác dụng vào mỗi quả cầu: Lực hút tĩnh điện giữa hai quả cầu là

$$F_1 = \frac{kq^2}{(2x)^2} = \frac{E^2 r^2}{4k}$$

Vì các quả cầu được đặt trong điện trường ngoài nên lực điện trường có xu hướng đẩy các quả

$$\text{cầu ra xa nhau : } F_2 = E \cdot q = \frac{E^2 r \cdot x}{k}$$

$$\text{Như vậy, hợp lực của các lực tác dụng vào một quả cầu là : } F = F_2 - F_1 = \frac{E^2 r \cdot x}{k} - \frac{E^2 r^2}{4k}$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng, độ biến thiên động năng của vật bằng công của ngoại lực tác dụng lên vật, ta có:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \int_{l/2}^{L/2} F \cdot dx = \frac{E^2 r(L-l)}{8k}(L+l-r) \Rightarrow v = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{r(L-l)}{mk}(L+l-r)}$$

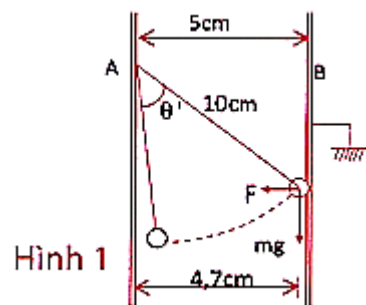
* Biện luận :

$$+ \text{ Khi } r \ll (L+l), \text{ ta có : } v \approx \frac{E}{2} \sqrt{\frac{r(L^2-l^2)}{mk}}$$

$$+ \text{ Khi } L \gg l, \text{ ta có : } v \approx \frac{EL}{2} \sqrt{\frac{r}{mk}}$$

Bài 2. a) Sau khi quả cầu gỗ tích điện từ bản A thì chính quả cầu bị đẩy về B. **Tại B quả cầu được phóng điện**, sau đó dưới tác dụng của trọng lực quả cầu lại trở về A. Ta hãy xét chuyển động qua lại của quả cầu giữa hai bản A và B. Nếu quả cầu gỗ cuối cùng vừa đủ đến B và góc giữa dây treo và phương thẳng đứng là θ' thì từ hình 1, ta có:

$$\sin \theta' = \frac{4,7}{10} \rightarrow \theta' = 28^\circ$$



Gọi điện thế cuối cùng giữa hai bản khi quả cầu đứng yên là U_f , ta có: $\tan \theta' = \frac{F}{mg} = \frac{C'U_f}{mgd}$;

$$\text{Lấy } d = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m. Suy ra: } U_f = \sqrt{\frac{mgd \tan \theta'}{C'}} = 8836 \text{ V}$$

b) Sau lần 1 tiếp xúc giữa quả cầu và bản A của tụ, quả cầu tích điện: $q_1 = C'U_0$.

U_0 là hiệu điện thế ban đầu của tụ, $U_0 = 60000V$. Trên bản A điện tích giảm từ Q_0 xuống còn Q_1 và hiệu điện thế là U_1 :

$$Q_0 = q_1 + Q_1 \rightarrow CU_0 = C'U_0 + CU_1 \rightarrow U_1 = U_0 \frac{C - C'}{C}$$

Tính tương tự, sau lần tiếp xúc thứ 2. Hiệu điện thế trên tụ còn: $U_2 = U_0 \left(\frac{C - C'}{C} \right)^2 \dots\dots$

Nếu quả cầu sau k lần tiếp xúc với bản tụ A thì hiệu điện thế trên tụ là:

$$U_k = U_0 \left(\frac{C - C'}{C} \right)^k$$

Với hiệu điện thế cuối cùng là $U_f = 8836V$ thì:

$$8836 = 60000 \left(\frac{3,98 \cdot 10^{-12} - 3,34 \cdot 10^{-13}}{3,98 \cdot 10^{-12}} \right)^k$$

$$0,1473 = \left(\frac{39,8 - 3,34}{39,8} \right)^k \rightarrow k = 21,8$$

Có thể cho rằng với $k = 21$ ứng với hiệu điện thế cuối cùng trên bản tụ A và góc thu được θ là:

$$k = 21; \lg \frac{U_f}{U_0} = k \lg 0,9161 \rightarrow U_{21} = 9526,9V$$

$\tan \theta_{21} = 0,618$ thì $\theta_{21} = 31,7^\circ > \theta'$ do đó không chấp nhận.

$$\text{Với } k = 22; \lg \frac{U_f}{U_0} = 22 \cdot \lg 0,961 \rightarrow U_{22} = 8727,6V$$

$\tan \theta = 0,519$ thì $\theta_{21} = 27,4^\circ > \theta'$

Vậy có thể chấp nhận: sau 22 lần tiếp xúc giữa quả cầu và bản tụ A điện thế trên bản tụ đã được giải phóng từ 60000V xuống còn 8727,6V và quả cầu dừng lại ở góc mở $\theta = 27,4^\circ$ so với phương thẳng đứng.

Bài 3.) Khi đến khoảng cách $r_{\min}$ hai quả cầu chuyển động cùng chiều cùng vận tốc v. Áp dụng ĐLBTK động lượng và ĐLBTK NL có:

$$mv_0 = (m + 4m).v \Rightarrow v = \frac{v_0}{5} \quad (1)$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + \frac{k2q^2}{a} = \frac{5mv^2}{2} + \frac{k2q^2}{r_{MIN}} \quad (2),$$

$$\text{từ 1,2 } \frac{mv_0^2}{2} + \frac{k2q^2}{a} = \frac{mv_0^2}{10} + \frac{k2q^2}{r_{MIN}} \Rightarrow r_{MIN} = \frac{5kaq^2}{mv_0^2 a + 5kq^2}$$

b) Nếu $a = \infty$ thì có:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_0^2}{10} + \frac{k2q^2}{r_{MIN}} \Rightarrow r_{MIN} = \frac{5kq^2}{mv_0^2} \quad (*)$$

c) Vận tốc của hai hạt khi chúng lại xa nhau vô cùng

Áp dụng ĐLBT động lượng và ĐLBT NL có:

$$mv_0 = mv_1 + 4mv_2 \Rightarrow v_1 = v_0 - 4v_2 \quad (3) \quad \frac{mv_0^2}{2} + \frac{k2q^2}{a} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{4mv_2^2}{2} \quad (4)$$

Thay 3 vào 4 $\Rightarrow 5mv_2^2 - 2mv_0v_2 - \frac{kq^2}{a} = 0$ (5) giải phương trình 5 lấy $v_2 > 0$

$$v_2 = \frac{v_0}{5} + \frac{v_0}{5} \sqrt{1 + \frac{r_{MIN}}{a}} \Rightarrow v_2 = \frac{v_0}{5} (1 + \sqrt{1 + \frac{r_{MIN}}{a}})$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{v_0}{5} (1 - 4\sqrt{1 + \frac{r_{MIN}}{a}}) \text{ với } r_{MIN} = \frac{5kq^2}{mv_0^2}$$

Xét khi $a = \infty \Rightarrow v_2 = \frac{2v_0}{5}, v_1 = -\frac{3v_0}{5} < 0$ quả cầu 1 bị bật trở lại

Bài 4. Xét lực điện tác dụng lên $-q$ do 2 điện tích điểm Δq_{01} và Δq_{02} nằm ở 2 vị trí xuyên tâm của vòng dây gây ra là ΔF_1 và ΔF_2 .

$$\Delta F_1 = \Delta F_2 = k \frac{|q \cdot \Delta q_0|}{r^2}.$$

Lực tổng hợp: $\Delta \vec{F} = \Delta \vec{F}_1 + \Delta \vec{F}_2$ c

$$\text{có độ lớn: } \Delta F = 2k \frac{q \cdot \Delta q_0}{r^2} \frac{x}{r} = 2k \frac{q \cdot \Delta q_0}{r^3} x$$

Trong đó: $r = \sqrt{x^2 + R^2}$

$$\text{Hay: } \Delta F = 2k \frac{q \cdot \Delta q_0}{(x^2 + R^2)^{3/2}} x \Rightarrow F = \sum \Delta F = k \frac{q \cdot q_0}{(x^2 + R^2)^{3/2}} x.$$

$$+ \text{ Xét mẫu số: } R^2 + x^2 = \frac{R^2}{2} + \frac{R^2}{2} + x^2 \geq 3\sqrt{\frac{R^2}{2} \cdot \frac{R^2}{2} \cdot x^2}.$$

$$\text{Vậy } F \leq \frac{kqq_0x}{3\sqrt{3} \frac{R^2}{2} x} = \frac{2kqq_0}{3\sqrt{3}R^2}.$$

$$F_{\max} = \frac{2kqq_0}{3\sqrt{3}R^2} \text{ khi } x^2 = R^2/2 \Rightarrow x = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

Bài 5. 1. Xem các giọt chất lỏng là dẫn điện và hình cầu có bán kính là r , điện thế của mỗi giọt

$$\text{là: } V_0 = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r} \Rightarrow q_0 = V_0 \cdot 4\pi\epsilon_0 r$$

2. Giải thích định tính:

Khi các giọt chất lỏng rơi vào trong vỏ cầu dẫn điện thì chúng sẽ truyền toàn bộ điện tích có được cho vỏ cầu này.

Vỏ cầu tích điện sẽ gây ra một lực đẩy ngược lại đối với các giọt chất lỏng tiếp theo rơi xuống vào trong vỏ cầu này. Nếu mà kích thước của vỏ cầu đủ lớn thì lực đẩy này sẽ đủ khiến cho vận tốc rơi của các giọt chất lỏng bằng không ngay ở trên miệng của vỏ cầu, ngay cả khi vỏ cầu chưa chứa đầy chất lỏng, lúc này vỏ cầu sẽ không được tích điện thêm nữa và nó sẽ đạt được điện thế cực đại.

3. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$mgh + \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0(h-R)} = \frac{mv^2}{2} + mg \cdot 2R + \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Với Q là điện tích của vỏ cầu (xem như một điện tích điểm Q đặt tại tâm vỏ cầu) và q_0 là điện tích của một giọt chất lỏng.

$$\Rightarrow \frac{mv^2}{2} = mg(h-2R) - \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0 r} \frac{h-2R}{h(R-h)}$$

$$\text{Khi mà } v=0 \text{ thì } Q = \frac{4\pi\epsilon_0 \cdot mgR(h-R)}{q_0} = \frac{mgR(h-R)}{rV_0}$$

$$\text{Lúc này, điện thế cực đại của vỏ cầu là : } V_{\max} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

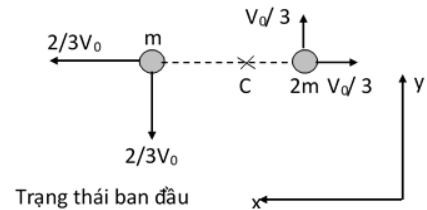
Với $m = \frac{4}{3}\rho\pi r^3$ thì ta có:

$$V_{max} = \frac{\rho g r^2 (h-R)}{3\varepsilon_0 V_0}$$

Bài 6.

+ Vận tốc khối tâm của hệ hai hạt:

$$\vec{V}_0 = \frac{2m\vec{v}_{02} + m\vec{v}_{01}}{3m} = \frac{2\vec{v}_{02} + \vec{v}_{01}}{3} = \text{const} \rightarrow \begin{cases} V_{cx} = \frac{2}{3}v_0 \\ V_{cy} = \frac{1}{3}v_0 \end{cases}$$



Do không có ngoại lực, khối tâm chuyển động thẳng đều.

- Xét trong hệ quy chiếu khối tâm (C). Vận tốc của mỗi hạt gồm 2 thành phần :

+ Thành phần theo phương nối 2 hạt (dưới đây gọi là thành phần song song)

+ Thành phần vuông góc với đường thẳng nối 2 hạt (dưới đây gọi là thành phần vuông góc).

Tại thời điểm ban đầu vận tốc trong hệ quy chiếu C của các hạt là :

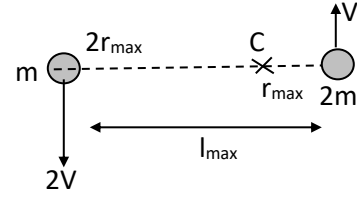
$$\vec{v}_m \begin{cases} v_{mx} = \frac{2}{3}v_0 \\ v_{my} = -\frac{2}{3}v_0 \end{cases}, \quad \vec{v}_{2m} \begin{cases} v_{2mx} = -\frac{v_0}{3} \\ v_{2my} = \frac{v_0}{3} \end{cases}$$

- Để thỏa mãn điều kiện hai hạt 2 lần qua vị trí cách nhau $3m$ thì khoảng cách cực đại giữa hai hạt $l_{max} \geq 3m$. Khi đạt khoảng cách l_{max} thì thành phần vận tốc theo phương song song triệt tiêu, chỉ còn thành phần vuông góc.

- Do động lượng của hệ trong hệ quy chiếu C bằng 0 nên $v_m = 2v$ và $v_{2m} = v$.

Theo định luật bảo toàn mômen động lượng quanh C của hạt $2m$, ta có :

$$v \cdot r_{\max} = \left(\frac{v_0}{3} \right) \cdot \left(\frac{a}{3} \right) = \frac{v_0 \cdot a}{9} \quad (1)$$



Mặt khác : $r_{\max} = \frac{l_{\max}}{3}$

(2)

Trạng thái đạt $l_{\max}$ ($l_{\max} = 3r_{\max}$)

Từ (1) và (2) suy ra : $v = \frac{v_0 \cdot a}{3l_{\max}}$. Vì $l_{\max} \geq 3a \Rightarrow v \leq \frac{v_0}{3} \cdot \frac{a}{3a}$ hay $v \leq \frac{v_0}{9}$ (3)

Theo định luật bảo toàn năng lượng:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} m(v_{mx}^2 + v_{my}^2) + \frac{1}{2} 2m(v_{2mx}^2 + v_{2my}^2) - \left(\frac{1}{2} m(2v)^2 + \frac{1}{2} 2mv^2 \right) \\ &= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{l_{\max}} \right) \Rightarrow m \cdot \frac{4}{9} v_0^2 + 2m \frac{v_0^2}{9} - 3mv^2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{l_{\max}} \right) \end{aligned}$$

Theo giả thiết $l_{\max} \geq 3a$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} mv_0^2 - 3mv^2 \geq \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{3a} \right) \Rightarrow \frac{2}{3} mv_0^2 - 3mv^2 \geq \frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 a}$$

Từ (3) $\Rightarrow q \leq v_0 \sqrt{\frac{34\pi\epsilon_0 ma}{9}} = 0,32C$ (4)

- Mặt khác, cũng theo định luật bảo toàn năng lượng, ứng với trạng thái trong đó hai hạt cách nhau một khoảng l , ta có :

$$m \left(\frac{2}{3} v_0 \right)^2 + 2m \left(\frac{v_0}{3} \right)^2 - \left(\frac{1}{2} m(2v)^2 + \frac{1}{2} 2mv^2 \right) = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{l} \right)$$

Vì hai hạt không thể đi xa nhau quá $l_{\max}$ nên với $l > l_{\max}$ ta phải có :

$$m \frac{4v_0^2}{9} + 2m \frac{v_0^2}{9} \leq \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{l} \right) \leq \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow q \geq v_0 \sqrt{\frac{8\pi\epsilon_0 ma}{3}} = 0,27C \quad (5)$$

$$\text{Từ (4) và (5)} \Rightarrow v_0 \sqrt{\frac{8\pi\epsilon_0 ma}{3}} \leq q \leq v_0 \sqrt{\frac{34\pi\epsilon_0 ma}{9}} \text{ hay } 0,27C \leq q \leq 0,32C.$$

Bài 7. Trong vùng đẳng thế có điện thế φ_1 electron chuyển động thẳng đều với vận tốc v_1 , trong vùng đẳng thế φ_2 electron chuyển động thẳng đều với vận tốc v_2 .

+Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$\frac{mv_1^2}{2} + e.\varphi_1 = \frac{mv_2^2}{2} + e.\varphi_2 \Rightarrow v_2^2 = v_1^2 + \frac{2.e.(\varphi_1 - \varphi_2)}{m}$$

+Electron chuyển động qua mặt phân cách thay đổi hướng chuyển động là do thành phần vận tốc theo phương vuông góc mặt phân cách thay đổi, còn thành phần vận tốc song song với mặt phân cách thì không thay đổi, nên ta có:

$$v_1 \cdot \cos \alpha = v_2 \cdot \cos \beta \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} = \frac{v_1^2 + \frac{2e.(\varphi_1 - \varphi_2)}{m}}{v_1^2}$$

$$\Rightarrow 1 + \tan^2 \beta = (1 + \tan^2 \alpha) \left[1 + \frac{2e(\varphi_1 - \varphi_2)}{mv_1^2} \right] \Rightarrow \tan^2 \beta = \tan^2 \alpha \left[1 + \frac{2e(\varphi_1 - \varphi_2)}{mv_1^2} \right] + \frac{2e(\varphi_1 - \varphi_2)}{mv_1^2}$$

$$\Rightarrow \tan \beta = \tan \alpha \sqrt{1 + \frac{2e(\varphi_1 - \varphi_2)}{mv_1^2} \left(1 + \frac{1}{\tan^2 \alpha} \right)} = \tan \alpha \sqrt{1 + \frac{2e(\varphi_1 - \varphi_2)}{mv_1^2 \cdot \sin^2 \alpha}}$$

(m là khối lượng của electron) Vậy: $\tan \beta = \tan \alpha \sqrt{1 + \frac{2e(\varphi_1 - \varphi_2)}{mv_1^2 \cdot \sin^2 \alpha}}$

$$1a. F_d = k \cdot |q_1 \cdot q_2| / r^2 = 9 \cdot 10^9 \cdot e^2 / (a_0)^2 = 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_{ht} = m_e \cdot v^2 / a_0 = F_d = 9 \cdot 10^9 \cdot e^2 / (a_0)^2$$

$$v = (F_d \cdot a_0 / m_e)^{1/2} = 2,19 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$1b. W_d = m.v^2/2 = F_d.a_0/2 = k.e^2/(2a_0)$$

$$W_t = q.V = -k.e^2/a_0$$

$$W = W_d + W_t = -k.e^2/(2a_0) = -2,18.10^{-18} \text{ J} = -13,6 \text{ eV}$$

2. Hệ hai electron là hệ kín, vận tốc khối tâm v_G không đổi.

Trong hệ qui chiếu gắn với khối tâm (HQC quán tính), khối tâm G đứng yên $v_G = 0$

=> tổng động lượng của hệ bằng 0 => vận tốc của hai electron có cùng độ lớn, cùng giá, ngược chiều. Ban đầu, tốc độ đó là $v_0/2$, các electron ở rất xa nhau $W_t = 0$

Khi khoảng cách giữa hai vật đạt giá trị nhỏ nhất, vận tốc hai electron bằng 0

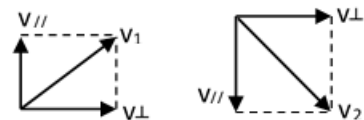
Toàn bộ động năng chuyển hóa thành thế năng => $2.m(v_0/2)^2/2 = k.e^2/a$

$$\Rightarrow a = 4k.e^2/[m.(v_0)^2] = 4,05.10^{-3} \text{ m} = 4,05 \text{ mm}$$

Bài 9. Gọi v_1 là vận tốc lúc hạt vào, thì động năng ban đầu của nó bằng: $W_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$ (1)

Gọi v_2 là vận tốc lúc hạt ra khỏi tụ điện, thì :

+ Thành phần vận tốc vuông góc với đường sức:



$$v_{\perp} = v_2 \cos \beta = v_1 \cos \alpha = h_s \quad (2)$$

+ Thành phần vận tốc song song với đường sức thay đổi với gia tốc: $a = \frac{F+P}{m} = \frac{Eq}{m} + g$

$$\Rightarrow v_{//} = v_2 \sin \beta = -v_1 \sin \alpha + at = -v_1 \sin \alpha + \left(\frac{Eq}{m} + g \right) t \quad (3)$$

$$\text{Trong đó: } t = \frac{d}{v_1 \cos \alpha} \quad (4)$$

$$\text{Thay } v_2 \text{ theo (2) và } t \text{ theo (4) vào (3) được: } v_1 \cos \alpha \cdot \tan \beta = -v_1 \sin \alpha + \left(\frac{qE + mg}{m} \right) \cdot \frac{d}{v_1 \cos \alpha}$$

$$\text{Suy ra: } \cos^2 \alpha \cdot \tan \beta = -\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \frac{(qE + mg) \cdot d}{mv_1^2}$$

$$\text{Do đó: } W_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{(qE + mg)d}{2\cos^2 \alpha (\tan \beta + \tan \alpha)}$$

$$\text{Nếu bỏ qua trọng lực: } W_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{q \cdot E \cdot d}{2\cos^2 \alpha (\tan \beta + \tan \alpha)}$$

Bài 10. Xét hệ kín gồm proton và hạt nhân X .

Do $m_X \gg m_p$ nên có thể coi hạt nhân X đứng yên, còn hạt proton chuyển động.

a. Năng lượng toàn phần ban đầu của proton : $W_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho proton tại các thời điểm proton có tốc độ : $\frac{v_0}{2}$ và $\frac{v_0}{4}$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \frac{k.Ze^2}{R} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{4}\right)^2 + \frac{k.Ze^2}{R_1} \quad (2)$$

Trong đó R và R_1 lần lượt là khoảng cách từ proton đến hạt nhân X ứng với các thời điểm proton có vận tốc $\frac{v_0}{2}$, $\frac{v_0}{4}$.

Giải (1) và (2) $\Rightarrow R = \frac{8kze^2}{3mv_0^2} \Rightarrow R_1 = \frac{32kze^2}{15mv_0^2} = \frac{4}{5}R$

b. Gọi $R_{\min}$ là khoảng cách gần nhất mà proton có thể lại gần hạt nhân. Lúc đó tốc độ proton bằng 0.

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{kze^2}{R_{\min}} \Rightarrow R_{\min} = \frac{2kze^2}{mv_0^2} = \frac{3}{4}R$$

Bài 11. Khi quả cầu m tự chuyển động thì lực hút tĩnh điện bắt đầu thắng được lực ma sát giữa quả cầu m và mặt phẳng ngang: $F_d = F_{ms}$ hay

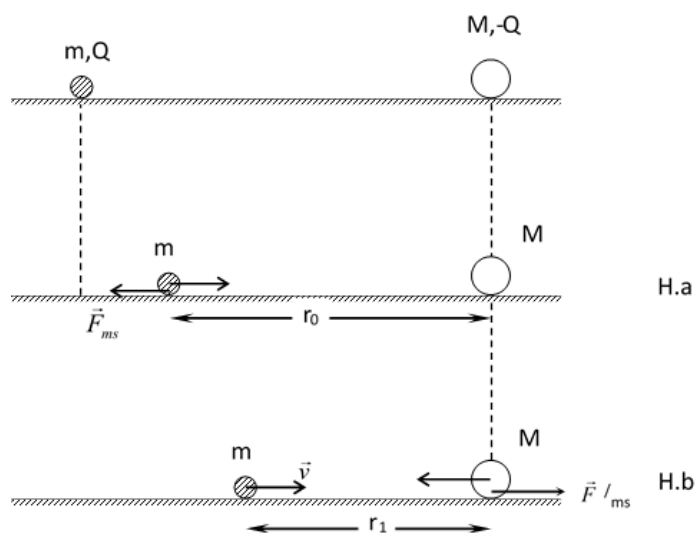
$$k \frac{Q^2}{r_0^2} = \mu mg \quad (1) \quad (\text{H.a})$$

Đến khi quả cầu M bắt đầu chuyển động:

$$F'_d = F'_{ms} \text{ hay } k \frac{Q^2}{r_1^2} = \mu Mg \quad (2)$$

Sau đó, do mất điện tích nên quả cầu M vẫn đứng yên, còn quả cầu m tiếp tục chuyển động do quán tính dưới tác dụng của lực ma sát.

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng, ta có:
 $\Delta W = A_{ms}$



$$\left(-k\frac{Q^2}{r_1} + \frac{1}{2}mv^2\right) - \left(-k\frac{Q^2}{r_0}\right) = -\mu mg(r_0 - r_1) \quad (3)$$

Thay (1) và (2) vào (3), ta được:

$$-\mu Mgr_1 + \frac{1}{2}mv^2 + \mu mgr_0 = \mu mgr_1 - \mu mgr_0$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \mu Mgr_1 + \mu mgr_1 - 2\mu mgr_0 \quad (4)$$

Để quả cầu m có thể chuyển động và chạm vào quả cầu M thì $\frac{1}{2}mv^2 \geq \mu mgr_1$ (5)

Từ (4) và (5), suy ra: $\mu Mgr_1 + \mu mgr_1 - 2\mu mgr_0 \geq \mu mgr_1$

$$Mr_1 \geq 2mr_0 \quad \text{Hay} \quad \frac{r_1}{r_0} \geq \frac{2m}{M} \quad (6)$$

Từ (1) và (2), suy ra: $\frac{r_1^2}{r_0^2} = \frac{m}{M} \Rightarrow \frac{r_1}{r_0} = \sqrt{\frac{m}{M}}$ (7)

Từ (6) và (7) ta được: $M \geq 4m$

Bài 12. Điện trường của Q gây ra các điện tích phân cực trên các quả cầu. Quả 1 có điện tích q, quả 2 có điện tích -q.

$$V_1 = \frac{kQ}{R + \frac{1}{2}} + \frac{kq}{r} - \frac{kq}{l}. \quad \text{Vì } R \gg l \gg r \Rightarrow V_1 \approx \frac{kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{2R}\right) + \frac{kq}{r}.$$

Hai quả cầu là đẳng thế: $V_1 = V_2 \Rightarrow q = \frac{Q}{2} \times \frac{lr}{R^2}$

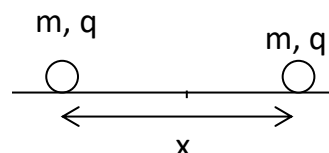
$$F_{Q, q} = \frac{kQq}{\left(R + \frac{1}{2}\right)^2} \approx \frac{kQq}{R^2} \left(1 + \frac{1}{2R}\right)^{-2} \leftrightarrow F_{Q, q} \approx \frac{kQq}{R^2} \left(1 - \frac{1}{R}\right)$$

Tương tự: $F_{Q, -q} = \frac{-kQq}{R^2} \left(1 + \frac{1}{R}\right) \Rightarrow F = F_{Q, q} + F_{Q, -q} = \frac{-2kQql}{R^3}.$

Vậy lực Q tác dụng lên hệ là lực hút có độ lớn $F = \frac{kQ^2 l^2 r}{R^5}$

Bài 13. Xét khi 2 điện tích cách nhau một khoảng x.

$$+ \text{ĐL BT NL : } \frac{kq^2}{x} + \frac{mv^2}{2} \cdot 2 + \mu mg(x - l) = \frac{kq^2}{l}$$



$$\Rightarrow mv^2 = \frac{kq^2}{l} + \mu mgl - \left(\frac{kq^2}{x} + \mu mgx \right)$$

$$+ v \text{ đạt max} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{kq^2}{\mu mg}} \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{kq^2}{ml} + \mu gl} - 2\sqrt{\frac{kq^2 g \mu}{m}} = \sqrt{\frac{kq^2}{ml}} - \sqrt{\mu gl}$$

Bài 14. CÁCH 1.

1) Gọi $\vec{V}_0$ là vận tốc ban đầu của quả cầu 1 và 2.

Theo đề ra $\vec{V}_1$ là vận tốc của quả cầu 1 khi $(\vec{V}_1, \vec{V}_2) = 60^\circ$

$\vec{V}_2$ là vận tốc của quả cầu 2 khi $(\vec{V}_2, \vec{V}_2) = 90^\circ$

$$\text{Với } V_1 = \frac{V_0}{2}$$

$$- \text{Xét quả cầu 1: Gia tốc theo phương Ox là: } a_{1x} = \frac{q_1 E_x}{m_1} = \frac{-\frac{V_0}{2} \cos 60^\circ + V_0}{\Delta t} \quad (1)$$

$$+ \text{Gia tốc theo phương Oy là: } a_{1y} = \frac{q_1 E_y}{m_1} = \frac{\frac{V_0}{2} \sin 60^\circ}{\Delta t} \quad (2)$$

- Xét quả cầu 2:

+ Gia tốc theo phương Ox là: $a_{2x} = \frac{q_2 \cdot E_x}{m_2} = \frac{-(-V_0)}{\Delta t}$ (3)

+ Gia tốc theo phương Oy là: $a_{2y} = \frac{q_2 \cdot E_y}{m_2} = \frac{V_2 - 0}{\Delta t}$ (4)

- Lấy (1) chia (2) và (3) chia (4) ta được: $\frac{E_x}{E_y} = \frac{V_0 - \frac{V_0}{2} \cos 60^\circ}{\frac{V_0}{2} \sin 60^\circ} = \frac{V_0}{V_2}$. Suy ra $V_2 = \frac{V_0}{\sqrt{3}}$.

Vậy vận tốc quả cầu 2 giảm $\sqrt{3}$ lần.

2) Lấy (1) chia (3), ta có: $\frac{K_1}{K_2} = \frac{V_0 - \frac{V_0}{2} \cos 60^\circ}{V_0} = \frac{3}{4}$. **Vậy** $K_2 = \frac{3}{4} K_1$

CÁCH 2. Do điện trường là đều, nên lực tác dụng lên mỗi điện tích có độ lớn và hướng không đổi trong suốt thời gian tồn tại điện trường. Trong khoảng thời gian đó các viên bi nhận được các xung lượng của lực tương ứng bằng $\vec{F}_{1t}$ và $\vec{F}_{2t}$. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho mỗi viên bi:

$$\vec{F}_{1t} = \vec{E}q_{1t} = m_1 \vec{v}_1 - m_1 \vec{v} \quad (1)$$

$$\vec{F}_{2t} = \vec{E}q_{2t} = m_2 \vec{v}_2 - m_2 \vec{v} \quad (2)$$

đồng thời $\vec{E}q_{2t} // \vec{E}q_{1t}$, nghĩa là các xung lượng đó hợp với hướng của động lượng ban đầu các

góc như nhau bằng α , suy ra $m_2 v_2 = m_2 v \tan 30^\circ \Rightarrow \frac{v_2}{v} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

* Từ (1) và (2) suy ra: $E q_{1t} = m_1 v \sin 60^\circ = m_1 v \frac{\sqrt{3}}{2}$, $E q_{2t} = \frac{m_2 v}{\cos 30^\circ} = \frac{2m_2 v}{\sqrt{3}}$

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \rightarrow q_2/m_2 = q_1/m_1 \cdot 4/3 = 4k_1/3$$

Bài 15.

a) Bảo toàn động lượng : $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \vec{0}$ (1)

- Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng : $\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{kq_1 q_2}{r} = \frac{kq_1 q_2}{r_0}$ (2)

Từ (1) và (2) : $\Rightarrow v_1 = -\sqrt{\frac{2km_2 q_1 q_2}{m_1(m_1 + m_2)}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right)}$; $v_2 = -\sqrt{\frac{2km_1 q_1 q_2}{m_2(m_1 + m_2)}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right)}$

- Khi $r = \infty$: $v_1 = -\sqrt{\frac{2km_2 q_1 q_2}{m_1(m_1 + m_2)r_0}}$; $v_2 = -\sqrt{\frac{2km_1 q_1 q_2}{m_2(m_1 + m_2)r_0}}$

b) Hệ quy chiếu gắn với khối tâm :

- Bảo toàn cơ năng cho hạt M rút gọn : $\frac{\mu}{2} v^2 + \frac{kq_1 q_2}{r} = \frac{kq_1 q_2}{r_0}$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2k}{\mu}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right)} \Rightarrow r = \infty$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2k}{\mu r_0}} \rightarrow v_1 = -\sqrt{\frac{2km_2 q_1 q_2}{m_1(m_1 + m_2)r_0}}; v_2 = -\sqrt{\frac{2km_1 q_1 q_2}{m_2(m_1 + m_2)r_0}}$$

Bài 16. - Khi các quả cầu được buông ra :

+ quả cầu nhỏ vẫn còn đứng yên (ở đây ta bỏ qua tác dụng của trọng lực).

+ quả cầu lớn bắt đầu chuyển động với gia tốc $a = qE/m$;

+ sau thời gian $t = \sqrt{2(R_0 - 3r)/a} = \sqrt{2r/a}$ quả cầu lớn tiến gần tới quả cầu nhỏ với vận tốc $u = at = \sqrt{2ar}$. Sau va chạm hai quả cầu trao đổi vận tốc cho nhau: quả cầu lớn ngay sau va chạm có vận tốc bằng 0 và quả cầu nhỏ có vận tốc $u = \sqrt{2ar}$.

- Vì các quả cầu đều làm bằng kim loại nên khi va chạm điện tích q phân bố trên cả hai quả cầu.

+ Giả sử αq là điện tích của quả lớn sau va chạm ($\alpha < 1$) khi đó điện tích của quả cầu nhỏ là $(1 - \alpha)q$.

- Dễ dàng thấy rằng trong những va chạm tiếp sau, điện tích của mỗi quả cầu không thay đổi.

Trong thời gian giữa hai va chạm gia tốc của hai quả cầu là:

$$+ \alpha qE/m = \alpha a \text{ (quả cầu lớn)}$$

$$+ (1 - \alpha)qE/m = (1 - \alpha)a \text{ (quả cầu nhỏ)}.$$

Cứ mỗi va chạm các quả cầu lại trao đổi vận tốc cho nhau.

- Va chạm thứ hai xảy ra qua thời gian τ sau va chạm thứ nhất. Từ điều kiện quãng đường đi được bằng nhau của hai quả cầu trong khoảng thời gian giữa va chạm thứ nhất và thứ hai :

$$\frac{\alpha a}{2} \tau^2 = \sqrt{2ar} \tau + \frac{(1 - \alpha)a}{2} \tau^2 \text{ ta tìm được : } \alpha a = \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{2ar}}{\tau}$$

Trước va chạm thứ hai, quả cầu lớn và nhỏ có vận tốc lần lượt là :

$$\alpha a \tau = \frac{a}{2} \tau + \sqrt{2ar} \text{ và } \sqrt{2ar} + (1 - \alpha)a \tau = \frac{a\tau}{2}.$$

- Để xác định thời gian giữa va chạm thứ hai và thứ ba ta chuyển sang hệ quy chiếu chuyển động với vận tốc $a\tau/2$ (vận tốc của quả cầu lớn ngay sau va chạm thứ hai):

+ Trong hệ quy chiếu này tại thời điểm đầu quả cầu lớn có vận tốc bằng không còn quả cầu nhỏ có vận tốc $\sqrt{2ar}$. Nhưng điều đó có nghĩa là thời gian giữa va chạm thứ hai và thứ ba cũng bằng τ .

- Bằng lập luận tương tự ta đi đến **kết luận rằng thời gian giữa hai va chạm liên tiếp đều bằng τ** .

- Từ những tính toán ở trên ta dễ dàng thấy rằng vận tốc của quả cầu lớn sau va chạm thứ n bằng $\frac{a\tau}{2}(n-1)$. Từ đó ta tìm được mà mỗi quả cầu đi được giữa va chạm thứ n và $n+1$ bằng :

$$S = \frac{a\tau}{2}(n-1)\tau + \frac{a\tau}{2}\tau^2 = \frac{a\tau^2}{2}\left(n - \frac{1}{2}\right) + \frac{\sqrt{2a\tau}}{2}\tau.$$

Vậy gia tốc trung bình mà hệ (khối tâm của hai quả cầu) sẽ chuyển động sau thời gian đủ lớn bằng $a_{tb} = \frac{qE}{2m}$.

Bài 17. a) Khi 2 quả cầu m gần nhau nhất thì 3 quả cầu cùng vận tốc v .

- Theo bảo toàn động lượng, ta có : $Mv_0 = (M + 2m)v \rightarrow v = v_0 \frac{M}{M + 2m}$ (1)

Vì khoảng cách giữa quả cầu M và các quả cầu m không đổi nên chỉ có thế năng tương tác của hệ gồm hai quả cầu m là thay đổi.

- Theo định luật bảo toàn năng lượng : $E_1 = E_2$

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 + 2k\frac{Q^2}{\ell} + k\frac{Q^2}{2\ell} = \frac{1}{2}(M + 2m)v^2 + 2k\frac{Q^2}{\ell} + k\frac{Q^2}{x}$$

$$\frac{kQ^2}{x} - \frac{kQ^2}{2\ell} = \frac{Mv_0^2}{2} - \frac{(M + 2m)v^2}{2} \quad (2)$$

Thay v từ (1) vào (2) ta được :
$$x = \frac{1}{\frac{1}{2\ell} + \frac{Mmv_0^2}{Q^2(M + 2m)}}$$

b) Khi cả 3 quả cầu lại thẳng hàng :

$$\begin{cases} Mv_0 = Mu_1 + 2mu_2(3) \\ \frac{1}{2}Mv_0^2 = \frac{1}{2}Mu_1^2 + 2\frac{1}{2}Mu_2^2(4) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u_1 = v; u_2 = 0 \\ u_1 = v_0 \frac{\frac{M}{2m} - 1}{\frac{M}{2m} + 1}; u_2 = v_0 \frac{2}{1 + \frac{M}{2m}} \end{cases}$$

Bài 18. Cách 1 :

a) Khi một trong ba dây bị đứt, dưới tác dụng của các nội lực còn lại (lực đẩy tĩnh điện và lực căng dây) cả ba viên bi đều chuyển động nhưng khối tâm của hệ vẫn đứng yên và động lượng của hệ vẫn bảo toàn :

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 = 0 \rightarrow \vec{v}_1 + \vec{v}_3 = -\vec{v}_2$$

- Do tính chất đối xứng của hệ, nên quả cầu 2 chuyển động trên đường trung trực y'y, và hai quả cầu 1 và 3 luôn luôn nằm ngang, các vận tốc $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_3$ đối xứng qua y'y để “tam giác điện tích ” luôn có khối tâm tại G.

- Ở vị trí bất kì, thế năng tĩnh điện của hệ là :

$$W_t = \frac{1}{2}(qV_1 + qV_2 + qV_3) = \frac{1}{2}q(2k\frac{q}{l} + 2k\frac{q}{x} + 2k\frac{q}{l}) = \left(2k\frac{q^2}{l} + \frac{kq^2}{x} \right)$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng thì động năng cực đại của hệ ứng với thế năng cực tiểu của hệ:

$$W_{t(\min)} \Leftrightarrow x = 2l : \text{Hệ ba quả cầu thẳng hàng.}$$

$$\rightarrow \vec{v}_1 = \vec{v}_3 \text{ và vuông góc với đường nối 3 điện tích}$$

$$\rightarrow v_{1m} = v_{3m} = 1/3.v_{2m}$$

- Độ giảm thế năng bằng độ tăng động năng của hệ: $\Delta W_d = -\Delta W_t$

$$\frac{1}{2}m(v_{1m}^2 + v_{2m}^2 + v_{3m}^2) = 3\frac{kq^2}{l} - \left(2\frac{kq^2}{l} + \frac{kq^2}{2l}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{2}m6v_{1m}^2 = \frac{kq^2}{2l}$$

$$\rightarrow v_{1m} = v_{3m} = \sqrt{\frac{kq^2}{6ml}}; v_{2m} = 2\sqrt{\frac{kq^2}{6ml}}$$

b) Sau khi đạt vận tốc cực đại chúng chuyển động chậm dần cho đến khi vận tốc bằng không thì khôi phục thế năng ban đầu và tam giác điện tích trở thành tam giác đều có hình dạng đối xứng với tam giác ban đầu. Sau đó hệ dao động tuần hoàn quanh khối tâm G.

Cách 2 : (Dùng định luật bảo toàn năng lượng)

- Vì hệ không chịu tác dụng của ngoại lực nên năng lượng của hệ được bảo toàn. Dễ thấy rằng thế năng tĩnh điện giữa các quả cầu 1, 3 và 2, 3 không thay đổi nên có thể viết định luật bảo toàn năng lượng của hệ dưới dạng :

$$\frac{kq^2}{l} = \frac{kq^2}{r^2} + 2\frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} \quad (1)$$

- Áp dụng định luật bảo toàn động lượng với động lượng của hệ 3 quả cầu (chưa đốt dây bằng 0):

$$0 = 2mv - mv \quad (2)$$

Lấy (2): $v \rightarrow v_{\max} \Leftrightarrow$ khoảng cách quả cầu 1 và 2 cực đại

$$\Leftrightarrow r_{12} = 2l$$

Giải hệ phương trình (1), (2), (3) $\rightarrow v_{\max} = q\sqrt{\frac{2}{3ml}}$

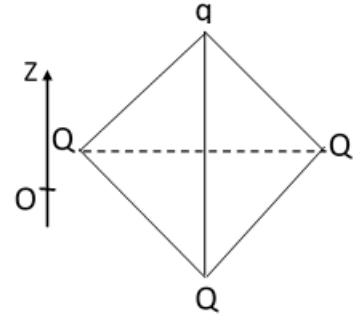
Bài 19. a) Chọn trục OZ vuông góc mặt phẳng của tứ diện chứa ba điện tích Q. Do $M \gg m$ nên coi gần đúng là khi m ra xa vô cùng thì các quả cầu M mới bắt đầu chuyển động.

Gọi vận tốc của quả cầu m khi bay ra xa vô cùng là v_0 . Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$\frac{mv_0^2}{2} = 3 \frac{kQq}{a} = \frac{6kq^2}{a} \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{12kq^2}{ma}}$$

Do tính đối xứng nên khi các quả cầu M chuyển động thì vận tốc của chúng có độ lớn luôn bằng nhau. Gọi v là vận tốc mỗi quả cầu M khi chúng rất xa nhau. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

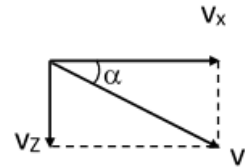
$$\frac{3Mv^2}{2} = \frac{3kQ^2}{a} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2kQ^2}{Ma}} = \sqrt{\frac{8kq^2}{Ma}}$$



b) Gọi thành phần vận tốc của các quả cầu M theo phương trục Z là v_z .

- Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ $(m + 3M)$, ta có :

$$3Mv_z = mv = m \sqrt{\frac{12kq^2}{ma}} \rightarrow v_z = \frac{m}{3M} \sqrt{\frac{12kq^2}{ma}}$$



Do $v_z \ll v$ nên góc α rất nhỏ. Ta có : $\alpha \approx \frac{v_z}{v} = \sqrt{\frac{m}{6M}}$ (rad)

Bài 20. Thế năng tương tác ban đầu của hệ bằng : $W_0 = 4 \times \frac{1}{2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2q}{a} + \frac{q}{a\sqrt{2}} \right) = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} (4 + \sqrt{2})$

a) Khi thả đồng thời các hạt, do tính đối xứng của bài toán, các hạt được gia tốc như nhau, khiến cho khi ra tới vô cùng, động năng của chúng như nhau và bằng

$$\frac{1}{2} mv_{1\max}^2 = \frac{1}{4} W_0 = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a} (4 + \sqrt{2})$$

b). Nếu thoát đầu chỉ cho hạt ở đỉnh A đi ra xa thì động năng cực đại của bằng

$$\frac{1}{2}mv_{Amax}^2 = q \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2q}{a} + \frac{q}{a\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} (4 + \sqrt{2})$$

Nếu hạt thứ hai đi ra từ đỉnh C, thì động năng cực đại của nó bằng

$$\frac{1}{2}mv_{Cmax}^2 = q \times \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 a}$$

Còn hai hạt tại các đỉnh B và D. Giữ một hạt và thả hạt kia, thì động năng cực đại của nó bằng

$$\frac{1}{2}mv_{Bmax}^2 = q \times \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} = \frac{q^2}{4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a}$$

Điện tích thứ tư được hoàn toàn tự do sau khi các điện tích khác của hệ đã ra xa vô cùng. Nó không thể tự chuyển động từ trạng thái nghỉ và do đó không có động năng.

CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT TÍCH ĐIỆN CÓ KÍCH THƯỚC

Bài 21. Cường độ điện trường $\vec{E}_V$ do cái vòng này tạo ra ở tâm O có phương OA và hướng vào tâm O nếu $Q > 0$, và có độ lớn $E_V = \frac{Ql}{2\pi R^3}$

Tương tác giữa hai điện trường làm điện trường $\vec{E}_V$ quay cho đến khi véc-tơ $\vec{E}_V$ song song với $\vec{E}$, ở vị trí này vòng có thế năng điện cực tiểu và có động năng quay cực đại tức là có vận tốc cực đại.

Áp dụng định lý biến thiên động năng cho chuyển động quay của vòng, ta được:

$$\frac{I\omega^2}{2} = A = \Delta q \cdot E \cdot d = \frac{Ql}{2\pi R} \cdot E \cdot R = \frac{QlE}{2\pi}$$

Thay $I = MR^2$ và $\omega = v/R$ ta được : $v = \sqrt{\frac{QEl}{\pi M}}$

Bài 22. Ta hình dung không gian bên trong các quả cầu là sự chồng chất của chất lỏng mang điện tích dương (giống như chất lỏng thấm vào) còn các quả cầu mang điện âm sẽ trung hoà điện tích

chất lỏng ngấm vào. Do đó, ta khảo sát tương tác giữa toàn bộ quả cầu lớn có bán kính R với mật độ điện tích δ và các quả cầu nhỏ bán kính r với mật độ điện tích $-\delta$.

- Cường độ điện trường do quả cầu lớn tạo ra bên trong nó tại khoảng cách x ($x \leq R$) tính từ tâm của nó : $E(x) \times S = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0}$.

Trong đó : $Q = \frac{4}{3} \pi x^3 \delta$ là điện tích chứa trong hình cầu

bán kính x đồng tâm với hình cầu bán kính R và $S = 4 \pi x^2$

là diện tích mặt cầu này. Như vậy, nếu quả cầu nhỏ (có

điện tích $q = -\frac{4}{3} \pi r^3 \delta$) nằm ở khoảng cách x kể từ tâm quả cầu lớn thì chịu tác dụng của một lực

hướng vào tâm $F(x) = qE(x) = \frac{4 \pi r^3 \delta^2}{9 \epsilon \epsilon_0} x$, tương tự như tác dụng của một lò xo có độ cứng

$K = 4 \pi r^3 \delta^2 / 9 \epsilon \epsilon_0$. Như vậy, bài toán được chuyển sang việc tìm vị trí quả cầu có điện tích q được treo lên một lò xo có độ cứng K trong chất lỏng có khối lượng riêng ρ (hình vẽ).

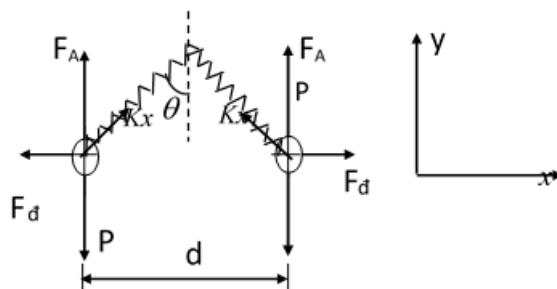
- Mỗi quả cầu chịu tác dụng của 4 lực : $P = mg = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g$ và lực đàn hồi (lực kéo vào tâm quả cầu lớn) Kx .

- Quả cầu cân bằng nên : $\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{F}_d + K\vec{x} = \vec{0}$

$$+ \text{Chiều lên Oy : } mg - F_A = Kx \cos \theta \Rightarrow \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_0 - \rho) g = \frac{4 \pi r^3 \delta^2}{9 \epsilon \epsilon_0} x \cos \theta \quad (1)$$

$$+ \text{Chiều lên Ox : } F_d = Kx \sin \theta \Rightarrow \frac{q^2}{4 \pi \epsilon \epsilon_0 d^2} = \frac{4 \pi r^3 \delta^2}{9 \epsilon \epsilon_0} x \sin \theta \quad (2)$$

với $d = 2x \sin \theta$ và $q = -\frac{4}{3} \pi r^3 \delta$. Giải hệ (1) và (2) ta được : $d = \sqrt[3]{2} r$.



Hình 1

- Thấy rằng $d < 2r$, như vậy các quả cầu nằm cạnh nhau. Bởi vì các quả cầu rất nhỏ ($r \ll x$), nên để góc θ đúng thì $\tan \theta = r/x \approx 0$ hay $\theta \approx 0$.

Như thế, từ (1) ta suy ra : $x = \frac{3(\rho_0 - \rho)g\epsilon_0}{\delta^2}$. Tùy theo vào dấu của hiệu $(\rho_0 - \rho)$ mà các quả cầu sẽ nằm thấp hơn (hình vẽ) hay cao hơn so với tâm của quả cầu lớn. Điều kiện suy ra từ kết quả là hiệu $(\rho_0 - \rho)$ không quá nhỏ để cho $r \ll x$.

Bài 23. a) Với $\alpha = 180^\circ$, hai tấm hợp thành một mặt phẳng có điện thế $V = 0$. Sử dụng phương pháp ảnh điện đưa về bài toán tính lực tương tác giữa hai dây dẫn dài vô hạn mang điện tích Q và $(-Q)$, đặt cách nhau một khoảng $2r$.

Sử dụng định lý O – G ta tính được cường độ điện trường gây bởi một dây dẫn thẳng dài tại điểm cách nó một khoảng $2r$:

$$E \cdot l \cdot 2\pi \cdot 2r = l \cdot \frac{Q}{l} \cdot \frac{1}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L \cdot r} \Rightarrow F = QE = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 L \cdot r}$$

b) Với $\alpha = 180^\circ$: Sử dụng phương pháp ảnh điện sẽ thấy có 19 ảnh, tổng cộng có 20 điện tích Q , và $(-Q)$, ... nằm cách đều nhau trên vòng tròn bán kính r . Điện tích ảnh thứ 10 nằm cách điện tích ban đầu Q một khoảng $2r$. Do tính đối xứng dễ thấy lực tác dụng của các cặp điện tích (1, 19); (2, 18) ... (9, 11) lên điện tích Q đều triệt tiêu nhau, chỉ còn lực do điện tích thứ 10 $(-Q)$ tác dụng lên Q : $F_{10} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 Lr}$, lực này hướng về phía giao tuyến của hai tấm kim loại.

Bài 24.

Dễ dàng thấy 2 quả cầu sẽ trượt xuống. Xét khi $\angle AOx = BOx = \alpha$, các vật m có vận tốc là $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$; vật $4m$ có vận tốc là $\vec{v}$.

- Do hệ vật là kín nên động lượng được bảo toàn : $m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 + 4m\vec{v} = \vec{0}$.

- Chiếu phương trình này lên trục Ox và phương $\perp Ox$ ta được :

$$mv_1 \cos \alpha = mv_2 \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

$$4mv = mv_1 \sin \alpha + mv_2 \sin \alpha \quad (2)$$

$$\rightarrow v_1 = v_2 = \frac{2v}{\sin \alpha}$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$\frac{kq^2}{r} - \frac{kq^2}{2r \cdot \sin \alpha} = 2m \frac{v_1^2}{2} + 4m \frac{v^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{kq^2}{r} \left(1 - \frac{1}{2 \sin \alpha} \right) = m \left(2v^2 + \frac{4v^2}{\sin^2 \alpha} \right)$$

$$\Leftrightarrow mv^2 \frac{(2 \sin^2 \alpha + 4)}{\sin^2 \alpha} = \frac{kq^2}{r} \cdot \frac{2 \sin \alpha - 1}{2 \sin \alpha} \Leftrightarrow v^2 = \frac{kq^2 (2 \sin^2 \alpha - \sin \alpha)}{4m (\sin^2 \alpha + 2)}$$

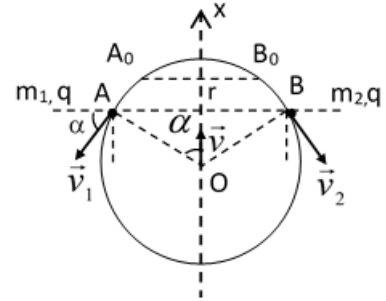
Vận tốc vỏ cầu lớn nhất $\Leftrightarrow y_{(\alpha)} = \frac{2 \sin^2 \alpha - \sin \alpha}{\sin^2 \alpha + 2}$ đạt giá trị lớn nhất .

$$\Leftrightarrow y_{(\alpha)} = 0 \Leftrightarrow (\sin^2 \alpha + 8 \sin \alpha - 2) \cos \alpha = 0$$

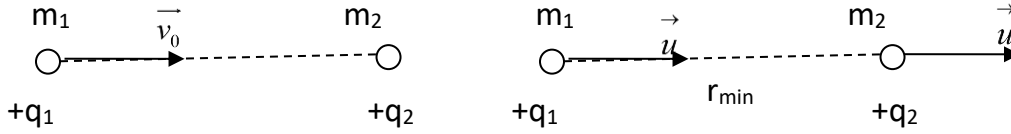
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 0 \\ \sin \alpha = -4 + \sqrt{18} \text{ (loại vì khi đó } \alpha < 30^\circ) \\ \sin \alpha = -4 - \sqrt{18} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = \pi/2$$

Vậy vận tốc lớn nhất của vỏ cầu lúc đó là : $v = \sqrt{\frac{kq^2}{4m} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{kq^2}{3m}}$ hay $v = \sqrt{\frac{kq^2}{12m}}$



Bài 25. a) Vì q_1 và q_2 cùng dấu nên quả cầu 1 đẩy quả cầu 2 chuyển động cùng chiều. Khi khoảng cách giữa hai quả cầu đạt giá trị cực tiểu thì chúng có cùng vận tốc $\vec{u}$ (u cùng chiều với $\vec{v}_0$) (hình vẽ)



- Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: $Mv_0 = (4m + m)u \Rightarrow u = \frac{v_0}{5}$

- Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng (năng lượng của hệ gồm động năng và thế năng tương tác (điện))

$$\frac{mv_0^2}{2} + k\frac{2q^2}{a} = \left(\frac{mu^2}{2} + \frac{4mu^2}{2} \right) + k\frac{2q^2}{r_{\min}} \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra: $r_{\min} = \frac{a}{1 + \frac{mv_0^2 a}{5kq}}$

b) Xét trường hợp $a = \infty$ hoặc đầu hai quả cầu ở rất xa nhau. Từ (2) ta có: $r_{\min} = \frac{5kq^2}{mv_0^2}$

c) Khi hai quả cầu lại ra xa nhau vô cùng, áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có:

$$mv_2 = mu_1 + 4mu_2 \Rightarrow u_1 = v_0 - 4u_2 \quad (5)$$

- Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có:

$$\frac{mv_0^2}{2} + k\frac{2q^2}{a} = \frac{mu_1^2}{2} + 4\frac{mu_2^2}{2} \quad (6)$$

Thay vào (5) và (6) ta suy ra phương trình cho u_2 :

$$5mu_2^2 - 2mv_0u_2 - \frac{kq^2}{a} = 0$$

$$\Delta' = m^2v_0^2 + \frac{5mkq^2}{a} = m^2q^2 \left(\frac{5k}{mr_{\min}} \right) \quad (7)$$

$$\text{Từ đó tìm được nghiệm của (7): } u_2 = \frac{v_0}{5} \pm \frac{q}{5} \sqrt{\frac{5k}{mr_{\min}}} \quad (8)$$

vì $\vec{u}_2$ phải cùng chiều với $\vec{v}_0$, nghĩa là u_2 phải cùng dấu với v_0 nên phải lấy dấu "+"

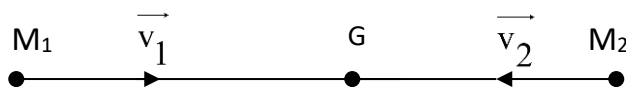
$$u_2 = \frac{v_0}{5} + \frac{q}{5} \sqrt{\frac{5k}{mr_{\min}}} \quad (9)$$

$$\text{Thay vào (8) và (5) ta được } u_1 = \frac{v_0}{5} + \frac{4q}{5} \sqrt{\frac{5k}{mr_{\min}}}$$

ta thấy u_1 trái dấu với v_0 (tức là ngược chiều với $\vec{v}_0$) vì quả cầu 1 bật trở lại

$$\text{trong trường hợp } a = \infty \text{ thì ta có: } u_2 = \frac{2v_0}{5} \text{ và } u_1 = -\frac{3v_0}{5}$$

Bài 26. Áp dụng định luật II Niu-ơn :



$$m_1 \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f}_1 \Rightarrow \frac{d\vec{v}_2}{dt} = \frac{\vec{f}_2}{m_2}$$

$\vec{f}_1, \vec{f}_2$ là các lực hút tĩnh điện.

$$\Rightarrow \frac{d\vec{v}_2}{dt} - \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \vec{f}_2 \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) = \vec{f}_2 \cdot \frac{1}{\mu} \text{ với } \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow \frac{d\vec{v}_{21}}{dt} = \frac{\vec{f}_2}{\mu} \quad (*)$$

- Phương trình (*) chứng tỏ thay vì khảo sát từng vật ta xem hệ như một hạt ảo M có khối lượng

rút gọn $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ và ta khảo sát chuyển động của hạt này.

- Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$E = \mu \frac{v_{21}^2}{2} - \frac{kq_1^2}{r} = - \frac{kq_1^2}{r_0} \text{ với } v_{21} = \frac{dr}{dt}; -kq_1^2 = A$$

$$\Rightarrow \frac{\mu}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{A}{r} = \frac{A}{r_0} \Rightarrow \frac{dr}{dt} = - \sqrt{\frac{2A}{\mu} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right)} \quad (\text{vì } dr < 0)$$

$$\Rightarrow \frac{dr}{dt} = - \sqrt{\frac{2|A|}{\mu r_0} \left(\frac{r_0}{r} - 1 \right)} \Rightarrow \frac{dr}{\sqrt{\frac{r_0}{r} - 1}} = - \sqrt{\frac{2|A|}{\mu r_0}} dt$$

$$\text{Đặt: } \frac{r}{r_0} = \cos^2 \alpha \quad (0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}) \Rightarrow r_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos^2 \alpha d\alpha = \sqrt{\frac{2|A|}{\mu r_0}} \int_0^{t_0} dt$$

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2\theta) d\theta = \sqrt{\frac{2|k|}{\mu}} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} t_0 \Rightarrow t_0 = \pi \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 \mu}{8|q_1 q_2|}} r_0^{\frac{3}{2}}$$

2) Ta thấy bình phương thời gian đi hết quãng đường tỉ lệ với lập phương quãng đường đi được:

$$\Rightarrow r_1 = r_0 \left(\frac{t_1}{t_0} \right)^{\frac{2}{3}} = r_0 8^{\frac{2}{3}} = 4r_0 \Rightarrow \text{Chú ý : Kí hiệu } \vec{r} = \overrightarrow{M_1 M_2} \text{ là véctơ vị trí của } M_2 \text{ đối với } M_1 \text{ và } \mu$$

là khối lượng rút gọn của hệ, xác định bởi : $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$.

Ta có : $\mu \frac{dr^2}{dt^2} = \overline{f_2}$ mà nghiệm $r(t)$ của phương trình này xác định chuyển động tương đối của M_2 đối với M_1 .

Bài 27. Giả sử viên bi thứ nhất được thả từ đỉnh thứ N . Khi đã ở vô cùng (sau một khoảng thời gian đủ lớn), nó đạt được động năng bằng thế năng tương tác ban đầu của nó với $N - 1$ điện tích còn lại



$$K_1 = \frac{mv^2}{2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{N-2}} + \frac{1}{a_{N-1}} \right)$$

Trong đó a_i là khoảng cách từ các điện tích ở các đỉnh 1, 2, ... đến q đặt tại đỉnh N . Riêng a_1 và a_{N-1} là các khoảng cách từ đỉnh cạnh nó và bằng a . Động năng của hạt thứ hai khi tới vô cùng được tính tương tự, nhưng thiếu đi một số hạng của một điện tích cạnh nó, tựa như nó cũng được thả ra từ đỉnh N , nhưng đã thiếu mất điện tích ở đỉnh $N - 1$:

$$K_1 = \frac{mv^2}{2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{N-2}} \right)$$

$$\text{Vậy : } K = K_1 - K_2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}.$$

$$\text{Suy ra : } q = \sqrt{4\pi\epsilon_0 Ka}$$

Bài 28. a) Trường hợp khối lượng các hạt bằng nhau:

Do lực tương tác như nhau, gia tốc các hạt như nhau. Chúng đồng thời được thả ra, nên các điện tích luôn đối xứng qua khối tâm chung, nằm chính giữa đoạn a ban đầu.

Gọi x là các khoảng cách tức thời từ mỗi điện tích đến khối tâm. Công dịch chuyển mỗi điện tích đi ra đến vô cùng bằng:

$$A_1 = \int_{a/2}^{\infty} F dx = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \int_{a/2}^{\infty} \frac{dx}{(2x)^2} = \frac{q_1 q_2}{16\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_{a/2}^{\infty} = \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 a}$$

Suy ra công toàn phần của lực điện trường khi cho cả hai điện tích đồng thời chuyển động ra xa vô cùng bằng:

$$A = A_1 + A_2 = 2A_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 a}$$

b) Trường hợp các khối lượng m_1, m_2 khác nhau:

Khi đó gia tốc của hai vật là khác nhau. Tuy nhiên theo định luật bảo toàn khối tâm:

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{m_1 x_1}{m_2} \Rightarrow x_1 = (x_1 + x_2) \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} l$$

$$\text{và } x_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} l.$$

với l là khoảng cách tức thời giữa hai điện tích.

Gọi khoảng cách ban đầu từ khối tâm đến các điện tích là a_1 và a_2 , ta có công dịch chuyển điện tích q_1 ra xa vô cùng bằng:

$$A_1 = \int_{a_1}^{\infty} F_1 dx_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{m_2}{m_1 + m_2} \int_a^{\infty} \frac{dl}{l^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{1}{a}$$

Tương tự công cho điện tích q_2 :

$$A_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{1}{a}$$

Thế năng tương tác ban đầu giữa hai điện tích được chuyển hoàn toàn thành công của hai điện tích ra xa vô cùng:

$$W_t = A_1 + A_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a}$$

Nhận xét: dù cho một hay cả hai điện tích của hệ dịch chuyển ra xa vô cùng thì công của lực điện trường cũng chỉ bằng thế năng của một điện tích này trong điện trường của một điện tích kia khi chúng cách nhau một khoảng r .

I.3. ĐIỆN TRƯỜNG, ĐIỆN THẾ GÂY RA

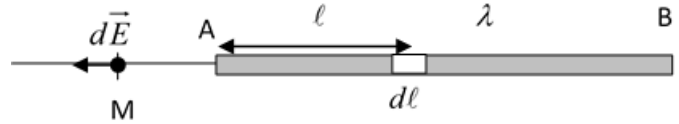
BỒI VẬT NHIỆM ĐIỆN CÓ KÍCH THƯỚC

Bài 1. Chia thanh AB ra thành nhiều phần tử nhỏ chiều dài $d\ell$, mỗi phần tử mang điện tích $dq = \lambda \cdot d\ell$

*** Tính cường độ điện trường tại M.**

- Xét phần tử mang điện tích dq có chiều dài $d\ell$ ở vị trí cách A đoạn là ℓ bất kì như hình vẽ, phần tử này gây ra tại M một cường độ điện trường $d\vec{E}$ có phương chiều như HV, độ lớn

$$dE = \frac{k dq}{r^2} = \frac{k \lambda d\ell}{(a + \ell)^2}$$



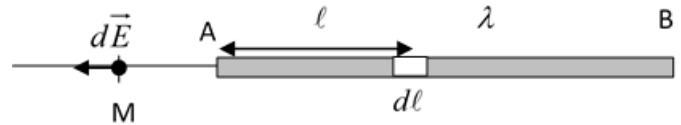
⇒ điện trường tổng hợp do cả thanh gây ra tại M là $E = \int_{AB} dE = \int_0^L \frac{k \lambda d\ell}{(a + \ell)^2} = \frac{k \lambda \cdot L}{a(a + L)}$

*** Tính điện thế tại M.**

- Xét một phần tử nhỏ dq bất kì ở vị trí cách A đoạn là ℓ bất kì như hình vẽ. Phần tử này gây ra tại M một điện thế: $dV = \frac{k dq}{r} = \frac{k \cdot \lambda \cdot d\ell}{a + \ell}$

⇒ điện thế do cả thanh gây ra tại M là $V = \int_{AB} dV = k \cdot \lambda \int_0^L \frac{d\ell}{a + \ell} = k \cdot \lambda \ln\left(1 + \frac{L}{a}\right)$

Bài 2. Chia thanh AB ra thành nhiều phần tử nhỏ chiều dài $d\ell$, mỗi phần tử mang điện tích $dq = \lambda \cdot d\ell = b \cdot \ell \cdot d\ell$



*** Tính cường độ điện trường tại M.**

- Xét phần tử mang điện tích dq có chiều dài $d\ell$ ở vị trí cách A đoạn là ℓ bất kì như hình vẽ, phần tử này gây ra tại M một cường độ điện trường $d\vec{E}$ có phương chiều như HV, độ lớn

$$dE = \frac{k dq}{r^2} = \frac{k \cdot b \cdot \ell \cdot d\ell}{(a + \ell)^2}$$

⇒ điện trường tổng hợp do cả thanh gây ra tại M là: $E = \int_{AB} dE = \int_0^L \frac{k \cdot b \cdot \ell \cdot d\ell}{(a + \ell)^2}$

Chú ý:

$$T_1 = \int_0^L \frac{\ell d\ell}{(a+\ell)^2} = \int_0^L \frac{d\ell}{a+\ell} - \int_0^L \frac{a d\ell}{(a+\ell)^2} = \ln\left(1 + \frac{L}{a}\right) - \frac{L}{a+L} \Rightarrow E = k.b \left[\ln\left(1 + \frac{L}{a}\right) - \frac{L}{a+L} \right]$$

*** Tính điện thế tại M.**

- Xét một phần tử nhỏ dq bất kì ở vị trí cách A đoạn là ℓ bất kì như hình vẽ. Phần tử này gây ra tại M một điện thế: $dV = \frac{k dq}{r} = \frac{k.b.\ell.d\ell}{(a+\ell)} \Rightarrow$ điện thế do cả thanh gây ra tại M là $V = \int_{AB} dV = k.b \int_0^L \frac{\ell d\ell}{a+\ell}$

Chú ý:

$$T_2 = \int_0^L \frac{\ell d\ell}{a+\ell} = \int_0^L d\ell - \int_0^L \frac{a d\ell}{a+\ell} = L - a \ln\left(1 + \frac{L}{a}\right) \Rightarrow V = k.b \left[L - a \ln\left(1 + \frac{L}{a}\right) \right]$$

Bài 3. Chia thanh AB ra thành nhiều phần tử nhỏ chiều dài dX , mỗi phần tử mang điện tích $dq = \lambda.dX$.

*** Tính cường độ điện trường tại M.**

Chọn hệ toạ độ OXY như hình vẽ:

+ Xét một phần tử nhỏ có chiều dài dX , mang điện dq có toạ độ X bất kì, xác định bởi góc θ như HV.

+ Phần tử này gây ra tại M một cường độ điện trường $\vec{dE}$ có phương chiều như hình vẽ, độ lớn:

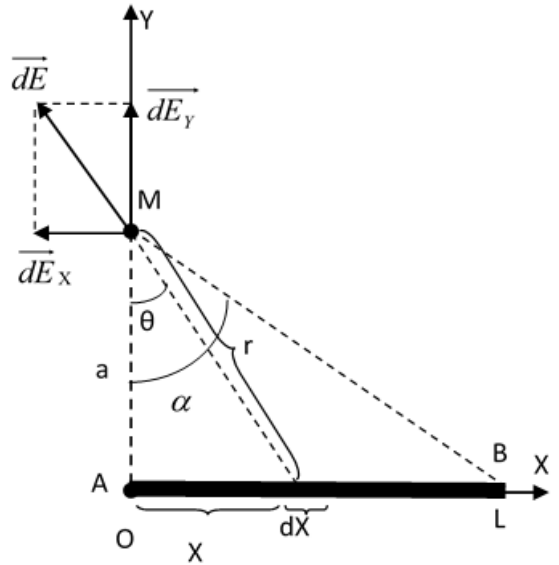
$$dE = \frac{k dq}{r^2} = \frac{k \lambda dX}{r^2} \quad (1)$$

$$+ \text{HV} \Rightarrow \begin{cases} r = \frac{a}{\cos \theta} \\ X = a.tg \theta \Rightarrow dX = \frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow dE = \frac{k \lambda d\theta}{a} \quad (3)$$

+ Phân tích $\vec{dE}$ thành hai thành phần $\vec{dE} = dE_x.\vec{i} + dE_y.\vec{j}$

$$\Rightarrow \vec{E} = \int \vec{dE} = \int dE_x.\vec{i} + \int dE_y.\vec{j} = E_x.\vec{i} + E_y.\vec{j}$$



$$\text{- Với } \begin{cases} E_X = \int_{AB} dE_X = \int_{AB} -dE \cdot \sin \theta = -\frac{k\lambda}{a} \cdot \int_0^\alpha \sin \theta \cdot d\theta = \frac{k\lambda}{a} (\cos \alpha - 1) = \frac{k\lambda}{a} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + L^2}} - 1 \right) < 0 \\ E_Y = \int_{AB} dE_Y = \int_{AB} dE \cdot \cos \theta = \frac{k\lambda}{a} \cdot \int_0^\alpha \cos \theta \cdot d\theta = \frac{k\lambda}{a} \sin \alpha = \frac{k\lambda}{a} \cdot \frac{L}{\sqrt{a^2 + L^2}} > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow E = \sqrt{E_X^2 + E_Y^2}; \vec{E} \text{ hợp với OX góc } \beta \text{ thỏa mãn: } \tan \beta = \frac{E_Y}{E_X}$$

Nhận xét:

Nếu $\alpha = \pi/2$ ứng với thanh bán vô hạn hay $L = \infty$ thì $E_X = -\frac{k\lambda}{a}; E_Y = \frac{k\lambda}{a} \Rightarrow E = \frac{\sqrt{2}k\lambda}{a}$

Bài 4.

- Coi thanh được cấu tạo từ hai phần AO và BO, chiều dài mỗi phần tương ứng là $X_1; X_2$

- Chọn hệ trục tọa độ OXY như HV

- Áp dụng kết quả bài 2 phần đường thẳng tích điện đều $\Rightarrow$ riêng thanh AO gây ra tại M một cường độ điện trường có các thành phần theo phương OX và OY là:

$$E_{AMX} = \frac{k\lambda}{a} (1 - \cos \alpha_1) = \frac{k\lambda}{a} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + X_1^2}} \right) > 0;$$

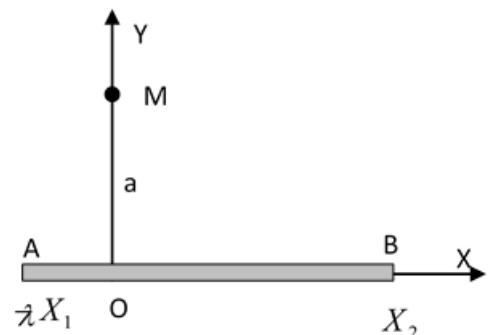
$$E_{AMY} = \frac{k\lambda}{a} \sin \alpha_1 = \frac{k\lambda}{a} \cdot \frac{X_1}{\sqrt{a^2 + X_1^2}} > 0$$

- Một cách tương tự $\Rightarrow$ thanh BO gây ra tại M một cường độ điện trường có các thành phần theo phương OX và OY là:

$$\begin{cases} E_{BMX} = \frac{k\lambda}{a} (\cos \alpha_2 - 1) = \frac{k\lambda}{a} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + X_2^2}} - 1 \right) < 0 \\ E_{BMY} = \frac{k\lambda}{a} \sin \alpha_2 = \frac{k\lambda}{a} \cdot \frac{X_2}{\sqrt{a^2 + X_2^2}} > 0 \end{cases}$$

- Áp dụng nguyên lí chồng chất điện trường có

$$\vec{E} = \vec{E}_{AM} + \vec{E}_{BM}$$



Với $\vec{E}_{AM}; \vec{E}_{BM}$ lần lượt là các véc tơ cường độ điện trường do thanh AO và BO gây ra tại M.

$$\Rightarrow \begin{cases} E_x = E_{AMx} + E_{BMx} = k\lambda \left(-\frac{1}{\sqrt{a^2 + X_1^2}} + \frac{1}{\sqrt{a^2 + X_2^2}} \right) < 0 \\ E_y = E_{AMY} + E_{BMY} = \frac{k\lambda}{a} \left(\frac{X_1}{\sqrt{a^2 + X_1^2}} + \frac{X_2}{\sqrt{a^2 + X_2^2}} \right) > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}; \vec{E} \text{ hợp với OX góc } \beta \text{ thỏa mãn: } \tan \beta = \frac{E_y}{E_x}$$

Nhận xét:

- Nếu $X_1 = X_2 = \infty$ ứng với thanh AB dài vô hạn thì $E_x = 0 \Rightarrow E = E_y = \frac{2k\lambda}{a}$ phù hợp với thực tế.

- Nếu $a \gg X_1; a \gg X_2$ tức $a \gg L \Rightarrow \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = 0 \end{cases} \Rightarrow E = 0$, lúc này điểm M ở rất xa thanh AB, thanh được coi như điện tích điểm, phù hợp với thực tế.

- Nếu $X_1 = X_2 = \frac{L}{2}$ tức M nằm trên đường trung trực của thanh AB khi đó $\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = E = \frac{2k\lambda.L}{a\sqrt{4a^2 + L^2}} \end{cases}$ phù hợp với thực tế (do tính đối xứng nên $E_x = 0$).

Bài 5. - Mật độ điện tích dài trên cung tròn mảnh là: $\lambda = \frac{q}{2\alpha.R}$

- Chia cung tròn thành nhiều phần tử nhỏ chiều dài $d\ell$, với $d\ell = R d\varphi$.

- Điện tích trên mỗi phần tử nhỏ $d\ell$ là $dq = \lambda d\ell = \lambda R d\varphi$

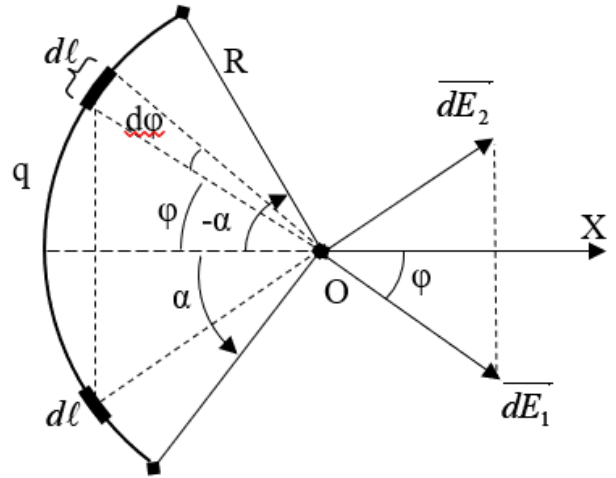
*** Tính cường độ điện trường tại O.**

- Xét cường độ điện trường do phần tử dq gây ra tại M là $d\vec{E}_1$ có phương chiều như hình vẽ, độ lớn

$$dE_1 = \frac{k dq}{R^2} = \frac{k \cdot \lambda d\varphi}{R}$$

- Chọn hệ trục tọa độ như HV.

- Do ta luôn tìm được hai phần tử dq trên cung tròn đối xứng nhau qua trục OX, mỗi phần tử này gây ra tại O một cường độ điện trường có thành phần điện trường vuông góc với trục OX triệt tiêu lẫn nhau từng đôi một do đó cường độ điện trường tại O có phương trùng với trục OX, độ lớn:



$$E = \int dE_1 \cdot \cos \varphi = \frac{k\lambda}{R} \cdot \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos \varphi \cdot d\varphi = \frac{kq \sin \alpha}{\alpha \cdot R^2}$$

*** Tính điện thế tại O.**

- Xét phần tử nhỏ dq bất kì. Phần tử này gây ra tại O một điện thế: $dV = \frac{k dq}{R} = k \cdot \lambda d\varphi$

$$\Rightarrow \text{cả cung tròn gây ra tại O một điện thế là } V = \int_{-\alpha}^{\alpha} dV = \int_{-\alpha}^{\alpha} k \lambda d\varphi = 2\alpha \cdot k \cdot \lambda = \frac{kq}{R}$$

Nhận xét:

+ Véc tơ $\vec{E}$ do cung tròn tích điện đều gây ra tại tâm của nó có phương nằm trên trục đối xứng của cung tròn (trục đối xứng này nằm trong mặt phẳng chứa cung tròn).

+ Nếu $2\alpha = 2\pi$ ứng với cả vòng tròn $\Rightarrow E = 0$ phù hợp với kết quả ở bài 1 phần cung tròn tích điện đều ứng với $z = 0$.

$$+ \text{ Nếu } 2\alpha = \frac{3\pi}{2} \text{ ứng với } \frac{3}{4} \text{ vòng tròn } \Rightarrow E = \frac{2\sqrt{2}kq}{3\pi \cdot R^2}$$

$$+ \text{ Nếu } 2\alpha = \pi \text{ ứng với nửa vòng tròn } \Rightarrow E = \frac{2kq}{\pi \cdot R^2}$$

$$+ \text{ Nếu } 2\alpha = \frac{\pi}{2} \text{ ứng với } \frac{1}{4} \text{ vòng tròn } \Rightarrow E = \frac{2\sqrt{2}kq}{\pi \cdot R^2}$$

+ $V = \frac{kq}{R} \Rightarrow$ điện thế do cung tròn tích điện đều gây ra tại tâm của nó không phụ thuộc vào α

+ Nếu $q < 0$ ta cũng thu được các kết quả tương tự nhưng chiều của $\vec{E}$ ngược lại.

Bài 6. a. Xác định $\vec{E}$

Kẻ trục OC chia cung AB làm 2 phần bằng nhau.

Do tính đối xứng hình học $\vec{E}$ cùng phương OC.

Xét phần tử có chiều dài dl mang điện tích $dq = \lambda dl$ (λ là mật độ điện dài)

dq gây ra tại tâm O 1 điện trường $d\vec{E}$ có phương nằm trên bán kính nối từ O đến dq .

$$\text{Độ lớn: } dE = \frac{k \cdot dq}{R^2} = \frac{k \cdot \lambda \cdot dl}{R^2}$$

Vector cường độ điện trường tổng hợp tại O do điện tích q trên cung AB gây ra

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n d\vec{E} = \int_{AB} d\vec{E}$$

Để tính độ lớn E ta chiếu đẳng thức vector lên đường OC là phương của $\vec{E}$

$$E = \int_{AB} dE \cdot \cos\theta = \int_{AB} k \cdot \frac{\lambda \cdot dl}{R^2} \cdot \cos\theta$$

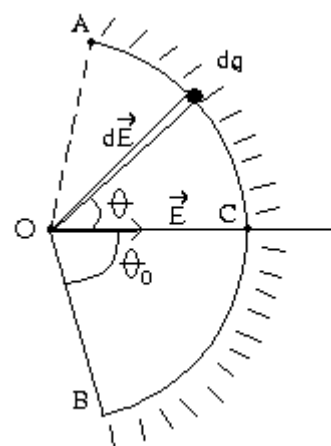
$$\text{Thay } dl = R \cdot d\theta \text{ vào } E = \int_{AB} k \cdot \frac{\lambda}{R} \cdot \cos\theta \cdot d\theta$$

Đề ý rằng $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$ nếu $f(x)$ là hàm số chẵn.

$$E = 2 \cdot k \cdot \frac{\lambda}{R} \cdot \int_0^{\theta_0} \cos\theta \cdot d\theta = 2 \cdot k \cdot \frac{\lambda}{R} \sin\theta \Big|_0^{\theta_0}$$

$$E = 2 \cdot k \cdot \frac{\lambda \cdot \sin\theta_0}{R}$$

$$\text{Vì } AB = \frac{1}{2} \text{ cung tròn nên: } \theta_0 = \frac{\pi}{2} \rightarrow \sin\theta_0 = 1 \quad \lambda = \frac{q}{l} = \frac{q}{\pi \cdot R}$$



Thay vào $E = \frac{2kq}{\pi.R^2}$ với $(k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0})$ hướng $\vec{E}$ theo OC

b. Xác định $\vec{E}$ tại O do cả vòng tròn:

Tương tự do $\frac{1}{2}$ cung tròn AB mang điện tích $+q$, $\vec{E}$ có hướng ra xa điện tích dương, tức cùng hướng nửa cung tròn mang điện âm và có cùng độ lớn.

Cường độ điện trường tại O

$$E = E^+ + E^- = \frac{4kq}{\pi.R^2}$$

⇒ Nhận xét: Nếu cả vòng tròn mang cùng điện tích dương hoặc cùng điện tích âm thì $E = 0$ (gọi là vật dẫn cân bằng điện)

Bài 7. Chia vòng dây thành nhiều phần tử nhỏ mang điện tích $dq = \lambda dl = \lambda R d\varphi$.

Chọn hệ trục tọa độ OXYZ như hình.

*** Tính cường độ điện trường tại M:**

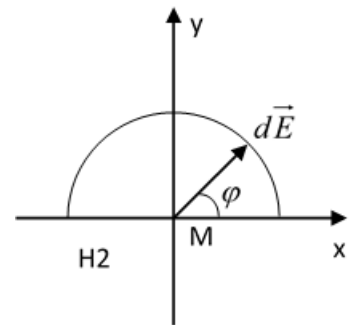
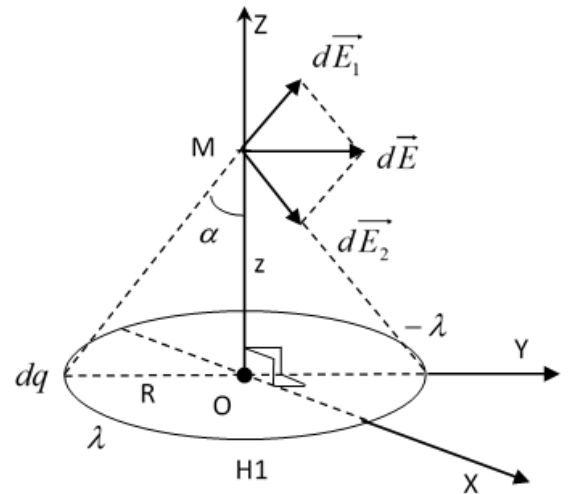
- Xét cường độ điện trường do phần tử dq gây ra tại M là $d\vec{E}_1$ có phương chiều như hình vẽ, độ lớn

$$dE_1 = \frac{k dq}{r^2} = \frac{k \lambda R d\varphi}{(R^2 + z^2)}$$

- Do ta luôn tìm được hai phần tử dq đối xứng nhau qua O, mỗi phần tử dq này gây ra tại M một điện trường có thành phần điện trường theo phương của trục OZ triệt tiêu lẫn nhau từng đôi một do đó điện trường tại M có phương vuông góc với trục OZ tức nằm trong mặt phẳng XOY.

- Nhận thấy khi dq di chuyển trên nửa đường tròn tâm O thì véc tơ $d\vec{E}$ cũng quay trong mặt phẳng XOY, tâm M, độ lớn $dE = 2dE_1 \sin \alpha$ không đổi, được biểu diễn như hình H2.

- Trong quá trình véc tơ $d\vec{E}$ quay trong mặt phẳng XOY, dễ thấy thành phần theo phương của trục OX bị triệt tiêu, chỉ còn thành phần theo phương OY.



- Nói khác đi $E = E_Y = \int_0^\pi dE_Y = \int_0^\pi dE \sin \varphi = \int_0^\pi 2dE_1 \sin \alpha \sin \varphi$

$$E = \frac{2k\lambda R \sin \alpha}{R^2 + z^2} \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi = \frac{4k\lambda R \sin \alpha}{R^2 + z^2} \quad \text{với } \sin \alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

$$\Rightarrow E = \frac{4k\lambda R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{4kqR}{\pi(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (q \text{ là điện tích của nửa vòng tròn } \lambda = \frac{q}{\pi R} > 0).$$

*** Tính điện thế tại M:**

Do tính đối xứng nên $V = 0$ ($V = \frac{kq}{\sqrt{R^2 + Z^2}} - \frac{kq}{\sqrt{R^2 + Z^2}} = 0$)

Bài 8. Gọi q là điện tích của hạt được thả ra, V_A và V_B lần lượt là điện thế do nửa vòng tròn tích điện gây ra tại A và B. Coi điện thế tại điểm ở rất xa bằng 0 ta có:

$$\frac{mv_A^2}{2} = qV_A; \quad \frac{mv_B^2}{2} = qV_B$$

Từ đó
$$\frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{v_A}{v_B} \right)^2 = n^2 \quad (1)$$

Mặt khác, ta viết biểu thức của lực do nửa vòng tròn tác dụng lên điện tích tại A và tại B: $F_A = qE_A = ma_A$; $F_B = qE_B = ma_B$, với E_A, E_B tương ứng là cường độ điện trường của nửa vòng tròn tại A và B.

Suy ra:
$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{a_A}{a_B} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:
$$\frac{a_A}{a_B} = n \frac{E_A}{E_B} \cdot \frac{V_A}{V_B}$$

Dưới đây ta sẽ lần lượt xác định $V_A, E_A; V_B, E_B$

* Tính V_A . Chia nửa vòng tròn thành những đoạn đủ nhỏ để coi là điện tích điểm, mỗi đoạn mang điện tích ΔQ . Điện tích do nó gây ra tại A là (hình vẽ)

$$V_{Ai} = \frac{k \cdot \Delta Q_i}{r} \quad (r \text{ là bán kính cung tròn})$$

Điện thế do cả vòng tròn gây ra tại A là:

$$V_A = \sum_i V_{Ai} = \frac{k}{r} \sum_i \Delta Q_i = \frac{kQ}{r}$$

(Q là điện tích nửa vòng tròn) (4)

+ Tính E_A . gọi chiều dài của mỗi đoạn mang điện tích ΔQ_i và Δl_i , λ là điện tích của mỗi đơn vị độ dài của nửa vòng tròn, cường độ điện trường do ΔQ_i gây ra tại A là:

$$\Delta E_{Ai} = \frac{k \cdot \Delta Q_i}{r^2} = \frac{k \lambda \cdot \Delta l_i}{r^2}$$

Ví lý do đối xứng, $\vec{E}_A$ hướng dọc theo trục A_x . Vì vậy ta chỉ xét hình chiếu

$$\Delta E_{Aix} = \Delta E_{Ai} \cos \alpha_i = \frac{k \lambda}{r^2} \Delta l_i \cos \alpha_i \quad \text{Hay} \quad \Delta E_{Aix} = \frac{k \lambda}{r^2} \Delta r_i$$

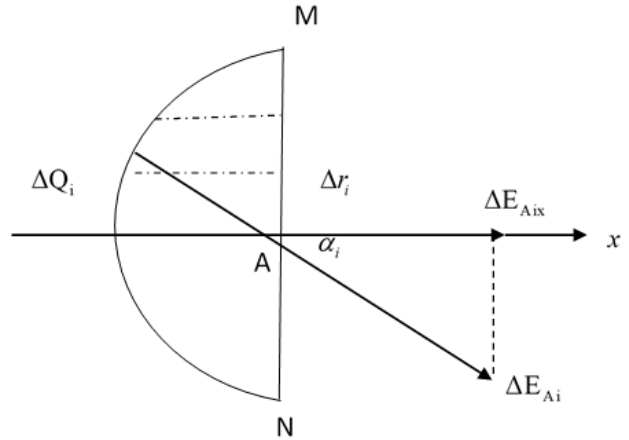
Trong đó $\Delta r_i = \Delta l_i \cos \alpha_i$ là hình chiếu của đoạn Δl_i trên đường kính MN

$$\text{Từ đó, ta có : } E_A = \sum_i \Delta E_{Aix} = \frac{k \lambda}{r^2} \sum_i \Delta r_i = \frac{k \lambda}{r^2} 2r = \frac{2k \lambda}{r}$$

$$\text{Biết điện tích của đơn vị độ dài là } \lambda = \frac{Q}{r\pi} \text{ ta được : } E_A = \frac{2kQ}{\pi r^2} \quad (5)$$

+ Tính V_B . Điện thế do ΔQ_i gây ra tại B (hình vẽ) là:

$$V_{Bi} = k \frac{\Delta Q_i}{\rho_i}$$



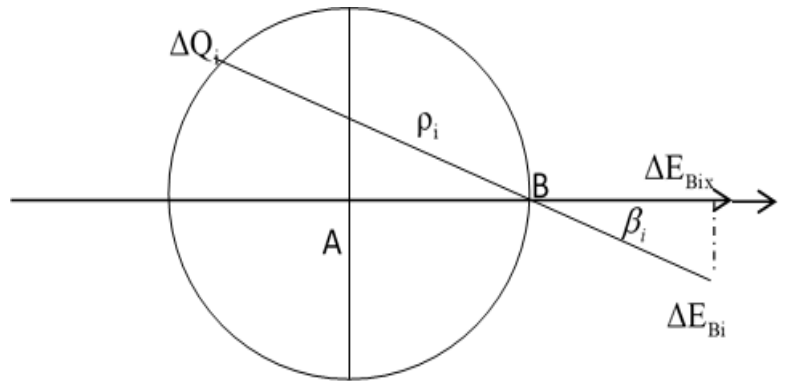
(($\rho_i = 2r \cos \beta$ là khoảng cách từ ΔQ_i đến B)

Hay $V_{Bi} = \frac{k \Delta Q_i}{2r \cos \beta_i}$, tu do $V_B = \frac{k}{2r} \sum \frac{\Delta Q_i}{\cos \beta_i}$

+ Tính E_B , cường độ điện trường do ΔQ_i

gây ra tại B là

$$\Delta E_{Bi} = k \frac{\Delta Q_i}{\rho_i^2} = \frac{k \cdot \Delta Q_i}{(2r \cos \beta_i)^2}$$



Cũng lập luận tương tự như khi tính E_A , ta

chỉ xét tính hình chiếu của $\Delta \vec{E}_{Bi}$ trên trục x:

$$\Delta E_{Bix} = \Delta E_{Bi} \cos \beta_i = \frac{k \cdot \Delta Q_i}{4r^2 \cos \beta_i} \quad (7)$$

Thay các phương trình (4), (5), (6), (7) vào (3) ta có: $\frac{a_A}{a_B} = \frac{4n^2}{\pi}$

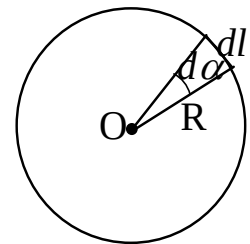
Bài 9. 1- Chia vành thành nhiều phần tử dl , điện tích trên mỗi phần tử

$$dq = \frac{dl}{2\pi R} q = \frac{q}{2\pi} d\alpha$$

- Điện thế do mỗi phần tử gây ra tại điểm M trên trục,

có tọa độ z:

$$dV = k \frac{dq}{\sqrt{R^2 + z^2}} = \frac{qd\alpha}{8\pi^2 \epsilon_0 \sqrt{R^2 + z^2}}$$



- Điện thế V do vành tròn tích điện gây ra tại M:

$$V = \int_0^{2\pi} dV = \int_0^{2\pi} \frac{qd\alpha}{8\pi^2 \epsilon_0 \sqrt{R^2 + z^2}} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \sqrt{R^2 + z^2}}$$

- Do tính chất đối xứng trục, cường độ điện trường do vành gây ra tại điểm M trên trục có tọa độ z:

$$E = -\frac{dV}{dz} = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0\sqrt{(R^2 + z^2)^3}}$$

Khi $z \gg R$ thì $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z}$; $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2}$ chính là điện thế và cường độ điện trường do điện tích điểm gây ra tại M.

2- a- Điện thế do vành gây ra tại tâm: $V_o = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$.

Để hạt có thể xuyên qua vòng dây thì :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + qV_M \geq qV_o \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0\sqrt{R^2 + h^2}} \geq \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$\Rightarrow v_0 \geq \sqrt{\frac{q^2}{2\pi m\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + h^2}} \right)}$$

b- Khi hạt ở độ cao z, thế năng của hạt: $U = mgz + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0\sqrt{R^2 + z^2}}$

- Có $\frac{dU}{dz} = mg - \frac{q^2 z}{4\pi\epsilon_0\sqrt{(R^2 + z^2)^3}}$

- Thay $2\sqrt{2}mg = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}$, tìm được: $\frac{dU}{dz} = mg \left(1 - \frac{2\sqrt{2}R^2 z}{\sqrt{(R^2 + z^2)^3}} \right)$

Khi $z=R$ thì $\frac{dU}{dz}=0$. Vậy $z=R$ là vị trí cân bằng của hạt.

$$+ \text{Tìm } \frac{d^2U}{dz^2} = 2\sqrt{2}mgR^2 \frac{(2z^2 - R^2)}{\sqrt{(R^2 + z^2)^5}}$$

Khi $z=R$ thì $\frac{d^2U}{dz^2} > 0$. $U(z)$ có cực tiểu, cân bằng là bền.

Bài 10. Áp dụng nguyên lí chồng chất điện trường. Coi vật bị khoét trên như một hệ gồm một đĩa tròn bán kính R tích điện đều với mật độ điện tích mặt $\sigma > 0$ ghép sát đồng trục với một đĩa tròn bán kính R' tích điện đều với mật độ điện tích mặt là $-\sigma$.

Gọi $E_+; E_-$ lần lượt là độ lớn cường độ điện trường do từng đĩa gây ra tại M .

$$\text{Áp dụng tương tự những bài trên, ta có: } \begin{cases} E_+ = 2k\pi\sigma \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{Z}\right)^2}} \right) \\ E_- = 2k\pi\sigma \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R'}{Z}\right)^2}} \right) \end{cases}$$

Áp dụng nguyên lí chồng chất điện trường ta có: $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$

Do hai véc tơ $\vec{E}_+; \vec{E}_-$ cùng phương ngược chiều nên độ lớn cường độ điện trường tại M là:

$$E = E_+ - E_- = 2k\pi\sigma \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R'}{Z}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{Z}\right)^2}} \right)$$

*** Tính điện thế tại M .**

- Chia đĩa thành nhiều phần tử nhỏ diện tích ds có dạng hình tròn như bài 1 phần mặt tích điện.

- Phần tử điện tích dq xét trên gây ra tại M một điện thế $dV = \frac{k dq}{\sqrt{r^2 + z^2}} = \frac{k\sigma \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr}{\sqrt{r^2 + z^2}}$

$$\Rightarrow \text{Điện thế do cả đĩa trên gây ra tại } M \text{ là } V = \int_S dV = \int_{R'}^R \frac{k\sigma \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr}{\sqrt{r^2 + z^2}} = 2k\pi \cdot \sigma \cdot [\sqrt{R^2 + Z^2} - \sqrt{R'^2 + Z^2}]$$

Bài 11. - Chia đĩa thành nhiều phần tử nhỏ diện tích ds có dạng hình tròn như hình vẽ.

(*) Nhận xét:

Do ta chia đĩa thành các phần tử có diện tích rất nhỏ, nhỏ tới mức có thể coi như một vòng dây mảnh, vì vậy áp dụng kết quả bài dạng phần cung tròn tích điện đều.

*** Tính cường độ điện trường tại M.**

- Xét phần tử mang điện có diện tích ds bất kì gây ra tại M một cường độ điện trường $\vec{dE}$ có chiều vuông góc với trục OZ, chiều hướng về phía mặt nhiễm điện tích âm (theo bài 4 dạng I (phần cung tròn tích điện đều) đã nói trên), độ lớn:

$$\Rightarrow dE = \frac{4kr \cdot dq}{\pi(r^2 + z^2)^{3/2}} \quad (1)$$

- Với $\sigma = \frac{q}{\pi r^2} \Rightarrow q = \sigma \cdot \frac{\pi r^2}{2} \Rightarrow dq = \pi \cdot \sigma \cdot r \cdot dr \quad (2)$

- Từ (1)(2) $\Rightarrow dE = \frac{4k \cdot \sigma \cdot r^2 \cdot dr}{(r^2 + z^2)^{3/2}}$

$\Rightarrow$ Cường độ điện trường do cả đĩa trên gây ra tại M cũng sẽ vuông góc với trục OZ, chiều

hướng về phía mặt nhiễm điện tích âm, độ lớn: $E = \int_s dE = 4k\sigma \int_0^R \frac{r^2}{(r^2 + Z^2)^{3/2}} dr$

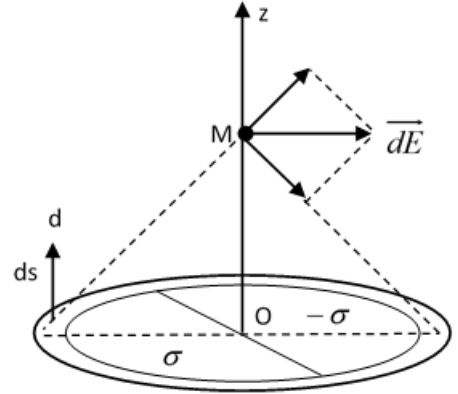
$$I = \frac{r^2}{(r^2 + Z^2)^{3/2}} = \frac{r^2 + Z^2}{(r^2 + Z^2)^{3/2}} - \frac{Z^2}{(r^2 + Z^2)^{3/2}}$$

$$I_1 = \int_0^R \frac{r^2 + Z^2}{(r^2 + Z^2)^{3/2}} dr = \int_0^R \frac{dr}{\sqrt{r^2 + Z^2}} = \ln(\sqrt{r^2 + Z^2} + r) \Big|_0^R = \ln \frac{\sqrt{R^2 + Z^2} + R}{Z}$$

$$I_2 = \int_0^R \frac{Z^2}{(r^2 + Z^2)^{3/2}} dr \quad \text{Đặt } r = Z \cdot \text{tg}t \Rightarrow dr = \frac{Z \cdot dt}{\cos^2 t} \Rightarrow I_2 = \int_0^{\arctg \frac{R}{Z}} \cos t \cdot dt = \sin(\arctg \frac{R}{Z})$$

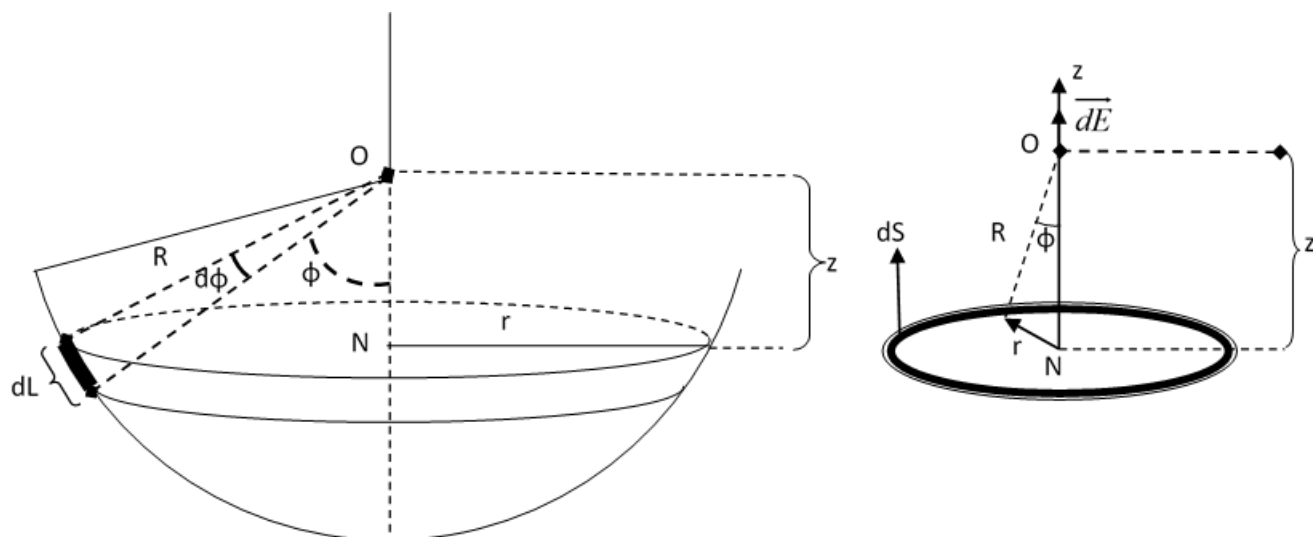
$$\Rightarrow E = 4k\sigma \left(\ln \frac{\sqrt{R^2 + Z^2} + R}{Z} - \sin(\arctg \frac{R}{Z}) \right)$$

*** Tính điện thế tại M.**



Do tính đối xứng nên $V = 0$.

Bài 12.



+ Chia chỏm cầu thành nhiều phần tử nhỏ có chiều dài dL như HV.

+ Xét một phần tử nhỏ có diện tích dS bất kì, phần tử này cách O đoạn là z , vị trí của phần tử này được xác định bởi góc φ như hình vẽ.

+ Do dL rất nhỏ nên: $dS = 2\pi.r.dL$ (1)

Theo hình vẽ có:
$$\begin{cases} r = R \sin \varphi \\ dL = R.d\varphi \\ z = R \cos \varphi \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1)(2) $\Rightarrow dS = 2\pi.R^2.\sin \varphi.d\varphi$ (3)

$\Rightarrow$ đện tích của phần tử trên là: $dq = \sigma.dS = 2\pi.\sigma.R^2.\sin \varphi.d\varphi$ (4)

+ Theo bài 1 phần cung tròn tích điện đều $\Rightarrow$ cường độ điện trường do phần tử điện tích trên gây ra tại O là: $dE = dE_z = \frac{k.dq.z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} = k.\pi.\sigma \sin 2\varphi.d\varphi$ (5)

$\Rightarrow$ Cường độ điện trường do cả chỏm cầu gây ra tại O là:

$$E = \int_S dE = k\pi\sigma \int_0^\alpha \sin 2\varphi.d\varphi = -\frac{k\pi\sigma}{2}.\cos 2\varphi \Big|_0^\alpha = \frac{k\pi\sigma(1 - \cos 2\alpha)}{2}$$

Nhận xét:

+ $\vec{E}$ nằm trên trục đối xứng của chỏm cầu, điểm đặt tại O, chiều hướng từ O ra xa. Nếu $\sigma < 0$ ta cũng thu được kết quả tương tự nhưng chiều của $\vec{E}$ ngược lại.

+ Nếu $2\alpha = 2\pi$ ứng với cả quả cầu rỗng tích điện $\Rightarrow E = 0$ phù hợp với thực tế (cường độ điện trường bên trong vật dẫn bằng 0).

+ Nếu $2\alpha = \pi$ ứng với bán cầu rỗng $\Rightarrow E = k\pi\sigma$.

Bài 13. Xét diện tích dS tích điện dq

Quả cầu tích điện tích với mật độ điện mặt: $\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$

$$\rightarrow dq = \sigma.dS$$

Tại M có điện trường do dq gây ra và phần còn lại của quả cầu gây ra.

Cường độ điện trường do dS gây ra: $E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$$\text{Vì } \vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{0} \rightarrow E_2 = E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \text{Lực tác dụng lên } dq: dF = E_2 dq = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} . dS . e_r$$

Theo tính đối xứng $\rightarrow$ Lực theo Oy: $F = \int dF_y$

$$\begin{aligned} &= \int dF . \sin \theta \sin \varphi = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} . R^2 \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi . \int_0^\pi \sin^2 \theta . d\theta \\ &= \frac{\pi . \sigma^2 R^2}{2\epsilon_0} = \frac{Q^2}{32\pi\epsilon_0 R^2} \end{aligned}$$

Bài 14. Nếu chọn mặt Gauss là một mặt cầu đồng tâm với mặt cầu kim loại thì thông lượng qua mặt Gauss đó bằng 0 vì điện tích bên trong mặt Gauss bằng 0.

- Khi cho quả cầu vào trong điện trường đều E thì do hiện tượng cảm ứng, một nửa mặt cầu mang điện tích $+q$, nửa còn lại mang điện tích $-q$.

- Xét cường độ điện trường do 1 nửa mặt cầu $+q$ gây ra tại tâm O

- Ta chia nửa mặt cầu thành những đới cầu nhỏ, đồng trục, có diện tích

$$dS = 2\pi.R.dz$$

$$\Rightarrow dq = \sigma.2\pi.R.dz$$

$$dE' = \frac{k.d_q}{R^2} \cdot \cos\theta = \frac{k.2\pi.\sigma.R.dz}{R^2} \cdot \frac{z}{R}$$

Vì vậy mặt cầu, 1 nửa mang điện tích dương, nửa còn lại mang điện tích âm nên mật độ điện tích mặt σ không thể đều. σ phải là hàm chẵn của θ .

$$\sigma = K_1 \cdot \cos\theta \quad (K_1 \text{ là một hằng số}) = K_1 \cdot \frac{Z}{R}$$

$$\Rightarrow dE' = \frac{2.k.\pi.K_1.Z.R.d_z.Z}{R^4} = 2\pi.K_1 \cdot \frac{Z^2}{R^3} \cdot k.d.z$$

$$\Rightarrow \frac{E'}{2} = \int_0^R 2\pi.K_1.k \cdot \frac{Z^2}{R^3} \cdot d.z = \frac{2\pi.k.K_1}{R^3} \left| \frac{1}{3} Z^3 \right|_0^R$$

$$= \frac{2\pi.k.K_1}{R^3} \cdot \frac{1}{3} \cdot (R^3 - 0) = \frac{2}{3} \pi.k.K_1 = \frac{2}{3} \pi \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot K_1$$

$$= \frac{K_1}{6\epsilon_0} \Rightarrow E' = \frac{K_1}{3\epsilon_0}$$

Mặt khác, điện trường tổng hợp các điện tích cảm ứng gây ra trong quả cầu kim loại: $\vec{E} + \vec{E}' = 0$

$\Rightarrow \vec{E}$ và $\vec{E}'$ là 2 lực trực đối

$$\text{Do đó: } E = \frac{K_1}{3.\epsilon_0} \Rightarrow 3\epsilon_0 E = K_1 \Rightarrow \sigma = 3.\epsilon_0 \cos\theta E$$

Tại mỗi điểm trên quả cầu kim loại $\vec{E}_1$ luôn hướng vuông góc với mặt kim loại và có độ lớn:

$$E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = 3E \cdot \cos\theta$$

Ta chia quả cầu kim loại thành các ô vuông cầu nhỏ. Tính lượng điện thông đi qua nửa mặt cầu tích điện dương

$$dN_1 = E_1 S \cdot \cos\alpha \quad \text{có } \cos\alpha = 1 \text{ vì } \vec{F}_1 \text{ và } \vec{n} \text{ cùng hướng.}$$

$$\Rightarrow dN_1 = 3E \cos\theta \cdot 2\pi.R.dz = 3.E \cdot \frac{Z}{R} \cdot 2\pi R.dz$$

$$\Rightarrow dN_1 = 6\pi E z dz$$

$$\Rightarrow \int dN_1 = \int_0^R 6\pi E z dz \Rightarrow N_1 = 6\pi E \left| \frac{1}{2} z^2 \right|_0^R$$

$$= 6\pi E \cdot \frac{1}{2} R^2 = 3\pi R^2 E$$

- N_2 của nửa mặt cầu còn lại tích điện $-q$ cũng có giá trị như N_1 nhưng mang dấu âm (vì $\vec{n}$ và $\vec{F}_1$ ngược chiều nhau)

$$\Rightarrow N = N_1 + N_2 = 3\pi R^2 E - 3\pi R^2 E = 0$$

Bài 15. Điện tích trong một lớp cầu vi phân là

$$dq = \rho_s dV = \rho_s \cdot \frac{r}{R} \cdot 4\pi r^2 dr = 4\pi \rho_s \cdot \frac{r^3}{R} dr$$

Điện tích toàn phần của quả cầu:

$$q = \int_0^R 4\pi \rho_s \cdot \frac{r^3}{R} dr = 4\pi \rho_s \cdot \frac{R^4}{R} \cdot \frac{1}{4} = \pi \rho_s R^3$$

b, Cường độ điện trường tại điểm cách tâm quả cầu một khoảng r ($r \leq R$) là

$$E \cdot ds = \frac{q'}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q'}{\epsilon_0 \cdot 4\pi r^2}$$

Trong đó q' là điện tích chứa trong hình cầu (O, r)

$$dq' = 4\pi \frac{\rho_s}{R} r^3 dr \Rightarrow q' = \int_0^r 4\pi \frac{\rho_s}{R} r^3 dr$$

$$= 4\pi \frac{\rho_s}{R} \cdot \frac{1}{4} r^4 = \pi \cdot \frac{\rho_s}{R} r^4 = \pi \cdot \frac{r^4}{R} \cdot \frac{q}{\pi R^3} = q \cdot \frac{r^4}{R^4}$$

$$\text{Vậy } E = q \cdot \frac{r^4}{R^4} \cdot \frac{1}{4\pi \epsilon_0 r^2} = q \frac{R}{4\pi \epsilon_0 R^4}$$

Bài 16. Với $r < r_1$, $E = 0$

Chọn mặt gauss là hình cầu tâm O, bán kính r , đường sức từ có chiều hướng ra ngoài do $Q > 0$

+ Với $r_2 > r > r_1$

$$\frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi (r^3 - r_1^3)}{\epsilon_0} = 4\pi r^2 \cdot E \Rightarrow E = \frac{\rho (r^3 - r_1^3)}{3\epsilon_0 r^2}$$

+ Với $r > r_2$

$$\frac{\frac{4}{3} \pi (r_2^3 - r_1^3) \rho}{\epsilon_0} = 4\pi r^2 \cdot E \Rightarrow E = \frac{\rho (r_2^3 - r_1^3)}{3\epsilon_0 r^2}$$

a, $r > r_2$:

$$V_m = \int_r^\infty E dr = \int_r^\infty \frac{\rho (r_2^3 - r_1^3)}{3\epsilon_0 r^2} dr = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \left| \frac{1}{r} \right|_r^\infty (r_2^3 - r_1^3) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot (r_2^3 - r_1^3) \cdot \frac{1}{r}$$

b, $r_2 > r > r_1$: $V_m = \int_r^\infty E dr = \int_r^{r_2} E dr + \int_{r_2}^\infty E dr = \int_r^{r_2} \frac{\rho (r^3 - r_1^3)}{3\epsilon_0 r^2} dr + \int_{r_2}^\infty \frac{\rho (r_2^3 - r_1^3)}{3\epsilon_0 r^2} dr$

$$= \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \left[\int_r^{r_2} r dr - \int_r^{r_2} \frac{r_1^3}{r^2} dr + (r_2^3 - r_1^3) \cdot \int_{r_2}^\infty \frac{1}{r^2} dr \right] = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{2} (r_2^2 - r^2) + r_1^3 \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r_2} (r_2^3 - r_1^3) \right]$$

$$= \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(\frac{1}{2} r_2^2 - \frac{1}{2r^2} + \frac{r_1^3}{r^2} - \frac{r_1^3}{r} + r_2^2 - \frac{r_1^3}{r_2} \right) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(\frac{3}{2} r_2^2 - \frac{1}{2} r^2 - \frac{r_1^3}{r} \right)$$

c, $r < r_1$: $V_M = \int_r^{r_1} E dr + \int_{r_1}^{r_2} E dr + \int_{r_2}^\infty E dr ;$

Trong đó:

$$\int_r^{r_1} E dr = 0$$

$$\int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \left(\int_{r_1}^{r_2} r dr - r_1^3 \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} \right) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left[\frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2) - r_1^3 \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right]$$

$$= \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(\frac{1}{2} r_2^2 - \frac{3}{2} r_1^2 + \frac{r_1^3}{r_2} \right)$$

$$\int_{r_2}^{\infty} E \cdot dr = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot (r_2^3 - r_1^3) \cdot \int_{r_2}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} (r_2^3 - r_1^3) \cdot \frac{1}{r_2}$$

$$\text{Vậy: } V_M = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{2} r_2^2 - \frac{3}{2} r_1^2 + \frac{r_1^3}{r_2} + r_2^2 - \frac{r_1^3}{r_2} \right) = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \cdot (r_2^2 - r_1^2)$$

Bài 17. Điện trường tạo ra bởi hai bản tụ điện (nếu giữa 2 bản là không khí)

$$E_O = \frac{q}{\epsilon_0 \cdot S}$$

Vì ϵ thay đổi theo vị trí trong tấm điện môi nên cường độ điện trường trong tấm điện môi $E = \frac{E_O}{\epsilon}$

thay đổi theo tọa độ x

Xét một lớp mỏng điện môi dày dx, điện trường của 2 mặt của lớp điện môi có cường độ E và E + dE

S là tiết diện của tấm điện môi

→ Điện thông qua mặt kín bao quanh lớp mỏng dày dx là:

$$dN = (E + dE) \cdot S - ES = S \cdot dE$$

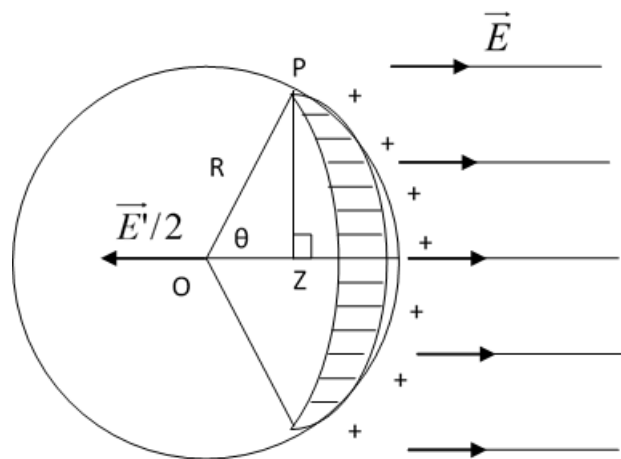
Mà điện tích bên trong lớp điện môi này là:

$$dq = \rho \cdot dv = \rho \cdot S \cdot dx \quad (\rho \text{ là mật độ khối của điện tích phân cực trong tấm điện môi})$$

tích phân cực trong tấm điện môi)

Áp dụng định lý 0 – G

$$\epsilon_0 dN = dq$$



$$\rightarrow \varepsilon_o . S . dE = \rho . S d_x$$

$$\Rightarrow \rho = \varepsilon_o . \frac{dE}{dx} = \varepsilon_o . \frac{d\left(\frac{E_o}{\varepsilon}\right)}{dx} = \varepsilon_o E_o . \frac{d\frac{1}{\varepsilon}}{dx}$$

$$\Rightarrow \rho = -\varepsilon_o . \frac{q}{\varepsilon_o . S} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon^2} \cdot \frac{1}{dx} = -\frac{q}{\varepsilon^2 . S} \cdot \frac{d\varepsilon}{dx}$$

Điện tích phân cực tổng cộng bên trong khối điện mới là:

$$q' = \int \rho . dv = - \int \frac{q}{\varepsilon^2 . S} \cdot \frac{d\varepsilon}{dx} . S . dx = -q \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon^2}$$

$$= -q \left(-\frac{1}{\varepsilon} \right) \Big|_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}$$

$$= q . \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 . \varepsilon_2}$$

Bài 18. 1. Gọi điện tích trên các mặt của tấm thứ k là $\sigma_{k,1}$ và $\sigma_{k,2}$, $\sigma_{k,1}$ là mật độ mặt ở gần tấm thứ $k - 1$ hơn. Áp dụng định lý Gauss cho các mặt, ngoại trừ $\sigma_{1,1}$ và $\sigma_{n,2}$, ta có

$$\sigma_{k,2} = -\sigma_{k+1,1}$$

Áp dụng định luật bảo toàn điện tích và định lý Gauss và nguyên lý chồng chất điện trường, ta lại có

$$\begin{cases} \sigma_{k,1} + \sigma_{k,2} = \frac{q_k}{S} \\ \frac{\sigma_{1,1}}{\varepsilon_0} = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_n}{S\varepsilon_0} = \frac{\sigma_{n,2}}{\varepsilon_0} \end{cases}$$

$$\sigma_{1,1} = \sigma_{n,2} = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_n}{2S} \Rightarrow$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{q_1}{S} - \sigma_{1,1} = \frac{q_1 - q_2 - \dots - q_n}{2S}$$

$$\sigma_{k,1} = \frac{-q_1 - q_2 - \dots - q_{k-1} + q_k + q_{k+1} + \dots + q_n}{2S}$$

$$\sigma_{k,2} = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_{k-1} + q_k - q_{k+1} - \dots - q_n}{2S}$$

2. p dụng định lý Gauss ta có cường độ điện trường ở khe hở giữa tấm thứ k và giữa tấm thứ $k + 1$

$$E_k = \frac{\sigma_{k,2}}{\varepsilon_0} = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_{k-1} + q_k - q_{k+1} - \dots - q_n}{2S\varepsilon_0}$$

Hiệu điện thế giữa tấm thứ k và tấm thứ $k + 1$

$$U_{k,k+1} = E_k d_k = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_{k-1} + q_k - q_{k+1} - \dots - q_n}{2S\varepsilon_0} d_k$$

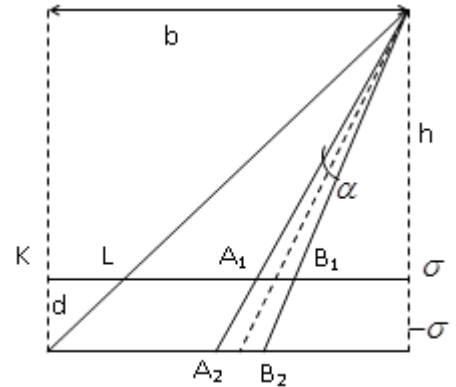
Bài 19. Xét mặt cắt ngang của hai tấm như hình vẽ, K là điểm giới hạn của tấm trên, rất xa mặt phẳng vuông góc với hai tấm chứa M.

+ Xét hai dải rất hẹp A_1B_1 và A_2B_2 với M, A_1, A_2 thẳng hàng và M, B_1, B_2

thẳng hàng

+ Xem hai dải này như hai sợi dây mảnh dài với mật độ điện dài lần lượt

$$\text{là } \lambda_1, \lambda_2: \begin{cases} \lambda_1 = \sigma \cdot A_1B_1 \\ \lambda_2 = -\sigma \cdot A_2B_2 \end{cases} \quad (1)$$



+ Cường độ điện trường do dải A_1B_1 gây ra tại M:

$\Delta \vec{E}_1$ có phương đi qua trung điểm của A_1B_1 và hướng ra xa tấm trên, có

$$\text{cường độ: } \Delta E_1 = \frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 MH_1} \text{ với } H_1 \text{ là trung điểm của } A_1B_1.$$

+ Cường độ điện trường do dải A_1B_1 gây ra tại M:

$\Delta \vec{E}_1$ có phương đi qua trung điểm của A_1B_1 và hướng ra xa tấm trên, có

$$\text{cường độ: } \Delta E_1 = \frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 MH_1} \text{ với } H_1 \text{ là trung điểm của } A_1B_1.$$

+ Cường độ điện trường do dải A_2B_2 gây ra tại M:

$\Delta \vec{E}_2$ có phương đi qua trung điểm của A_2B_2 và hướng vào tấm dưới,

có cường độ: $\Delta E_1 = \frac{-\lambda_2}{2\pi\epsilon_0 MH_2}$ với H_2 là trung điểm của A_2B_2 .

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta E_1 = \frac{\sigma.A_1B_1}{2\pi\epsilon_0.MH_1} \\ \Delta E_2 = \frac{\sigma.A_2B_2}{2\pi\epsilon_0.MH_2} \end{cases} \quad (2)$$

+ Ta còn có: $\frac{A_1B_1}{MH_1} = \frac{A_2B_2}{MH_2} \quad (3)$

+ Từ (2) và (3) suy ra: $\Delta E_1 = \Delta E_2 \Rightarrow \Delta \vec{E}_1 + \Delta \vec{E}_2 = 0$, do đó $\vec{E}_M$ chỉ do phần

KL gây ra, nên:

$$E_M = \frac{\sigma.KL}{2\pi\epsilon_0 LM} \quad (\text{vì } h \gg d; b \gg d)$$

$$\begin{aligned} KL &= \frac{bd}{d+h} \approx \frac{bd}{h}; KM = \sqrt{h^2 + (b-KL)^2} \\ KM &= \sqrt{h^2 + (b-bd/h)^2} \approx \sqrt{h^2 + b^2} \end{aligned},$$

$$\rightarrow E_M = \frac{\sigma.b.d}{2\pi\epsilon_0 h \sqrt{h^2 + b^2}} = \frac{\sigma.d}{2\pi\epsilon_0 h \sqrt{\frac{h^2}{b^2} + 1}} \approx \frac{\sigma.d}{2\pi\epsilon_0 h} \quad (\text{vì } b \gg h)$$

Bài 20. 1. Ta có: $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}\varphi} = -\vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}$

Do đó: $\vec{E} = -2a^2 x \vec{i} - 2a^2 y \vec{j} - 2b^2 z \vec{k}$

$$E = |\vec{E}| = 2\sqrt{a^4(x^2 + y^2) + b^4 z^2}$$

2. Chia cả hai vế của biểu thức của φ ta được: $\frac{x^2}{(\sqrt{\varphi}/a)^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{\varphi}/a)^2} + \frac{z^2}{(\sqrt{\varphi}/b)^2} = 1$

Do đó mặt đẳng thế là một ellipsoid tròn xoay quanh trục Oz , độ dài các bán trục là $\sqrt{\varphi}/a$, $\sqrt{\varphi}/a$, $\sqrt{\varphi}/b$

LIÊN HỆ ĐIỆN TRƯỜNG- ĐIỆN THẾ

Bài 21. Trước hết tìm phân bố cường độ điện trường $E(r)$. Vì bài toán có tính đối xứng cầu, nên cường độ điện trường và điện thế chỉ phụ thuộc vào độ lớn r không phụ thuộc vào hướng của nó. Ta phân không gian thành ba vùng $r \geq R_2$, $R_1 \leq r \leq R_2$, $r \leq R_1$.

Để dàng thấy rằng cường độ điện trường do điện tích gây nên trong vùng $r \geq R_2$ bằng cường độ điện trường do điện tích điểm Q đặt tại tâm mặt cầu gây nên. Do đó trong vùng này

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Sử dụng mối liên hệ giữa cường độ điện trường và điện thế nói trên

$$V = -\int E dr = -\int \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon} + \text{const}_1$$

Để tìm hằng số const_1 ta chọn mức không của điện thế ở vô cùng, tức là khi $r \rightarrow \infty$, $V \rightarrow 0$, với cách chọn mốc như vậy hằng số trong biểu thức trên bằng không, khi này phân bố điện thế có dạng.

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

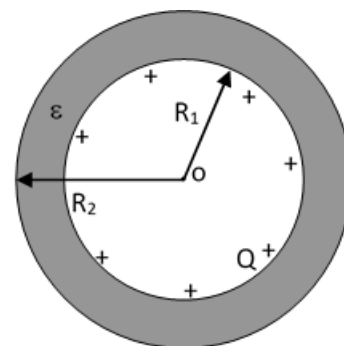
Xét vùng $R_1 \leq r \leq R_2$, trong vùng này điện trường tương đương với điện trường của điện tích điểm Q , còn toàn không gian thì choán đầy chất điện môi có hằng số điện môi là ϵ . Bởi vậy phân bố cường độ điện trường trong vùng có dạng.

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2}$$

Làm tương tự như trên ta tính được

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r} + \text{const}_2$$

Vì $V(r)$ là hàm liên tục nên điện thế tại $r=R_2$ phải có giá trị như nhau khi $r \rightarrow R_2$ từ cả hai phía bên phải cũng như bên trái, tức là:



$$\frac{Q}{4\pi\pi_0 R_2} = \frac{Q}{4\pi\pi_0 R_2} + \text{const}_2$$

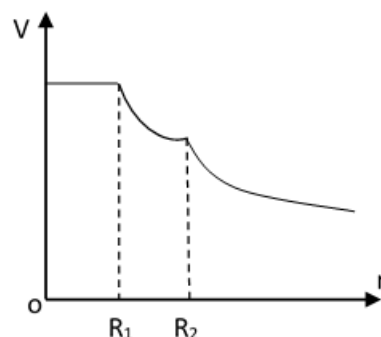
Từ đó suy ra $\text{const}_2 = \frac{Q}{4\pi\pi_0 R_2} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right)$

Và phân bố điện thế trong vùng này có dạng.

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\pi_0 \epsilon r} + \frac{Q(\epsilon - 1)}{4\pi\pi_0 \epsilon R_2}$$

Cuối cùng ta xét vùng $-X_1$. Dễ dàng thấy trong vùng này cường độ điện trường bằng không và do đó $V(r) = \text{const} = \text{const}_3$. Tương tự như trên hằng số const_3 tìm được từ biểu thức trong vùng thứ 2 khi cho $r \rightarrow R_1$ và ta được.

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\pi_0 \epsilon R_1} + \frac{Q(\epsilon - 1)}{4\pi\pi_0 \epsilon R_2}$$



Đồ thị biểu diễn phân bố điện thế trong cả ba vùng được cho trên hình vẽ. Nét đặc trưng của đồ thị này là tại $r=R_1$ và $r=R_2$ xảy ra sự nhảy bậc của đạo hàm dV/dr , do đó có sự nhảy bậc của cường độ điện trường. Sự gián đoạn của hàm $E(r)$ tại $r=R_1$ và $r=R_2$ là do các điện tích phân cực ở mặt trong và mặt ngoài điện môi.

Bài 22.

a. Chọn hệ trục tọa độ xOy như hình vẽ, trục Ox hướng theo O_1O_2

Xét điểm $M(x,y)$ bên trong trụ nhỏ. Điện trường tại M xem như chồng chập của điện trường của hình trụ lớn không bị khoét có mật độ điện tích ρ_1 và điện trường của trụ nhỏ có điện tích $(\rho_2 - \rho_1)$ cùng gây ra tại M .

$$\text{Ta có : } \vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\rho_1}{2\epsilon_0} \vec{r}_1 + \frac{\rho_2 - \rho_1}{2\epsilon_0} \vec{r}_2 \Rightarrow \vec{E}_M = \frac{\rho_1}{2\epsilon_0} \vec{a} + \frac{\rho_2}{2\epsilon_0} \vec{r}_2$$

$$\text{Trong đó } \vec{r}_1 = O_1\vec{M}, \vec{a} = O_1\vec{O}_2$$

Như vậy xem như trụ nhỏ tích điện với mật độ điện tích ρ_1 đặt trong một điện trường ngoài, đều, có cường độ $\frac{\rho_1 a}{2\epsilon_0}$ và hướng theo trục Ox .

b. Điện thế gây bởi thành phần điện trường đều là:

$$V_1 = -\frac{\rho_1}{2\epsilon_0} a \cdot x + C_1$$

Điện thế gây bởi điện trường thứ hai là:

$$V_2 = -\int E_2 dr = -\frac{\rho_2}{2\epsilon_0} r_2^2 + C_2 = -\frac{\rho_2(x^2 + y^2)}{4\epsilon_0} + C_2$$

Điện thế tổng cộng tại điểm M bất kỳ là:

$$V = V_1 + V_2 = -\left[\frac{\rho_2 a \cdot x}{2\epsilon_0} + \frac{\rho_2(x^2 + y^2)}{4\epsilon_0} \right] + C$$

Hình 6

Có thể biến đổi đưa biểu thức trên về dạng

$$V = -\frac{\rho_2}{4\epsilon_0} \left[\left(x + \frac{\rho_1}{\rho_2} a \right)^2 + y^2 \right] + C'$$

Từ đây ta thấy các đường đẳng thế là đường tròn mà tâm O có tọa độ $\left(-\frac{\rho_1}{\rho_2} a; 0 \right)$

Dễ dàng thấy tâm O nằm trên mặt trụ nhỏ. Các đường đẳng thế được biểu diễn như hình vẽ.

Bài 23. Để tìm phân bố cường độ điện trường ta dùng hệ thức

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

Trong khoảng $0\text{cm} \leq x \leq 5\text{cm}$ hàm $V(x)$ là tuyến tính vì vậy cường độ điện trường là không đổi

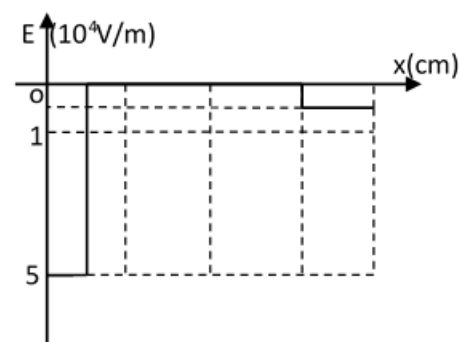
$$\text{bằng } E_1 = -\frac{\Delta V}{\Delta x} = -\frac{2,5 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-2}} = -5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

Trong khoảng $5\text{cm} \leq x \leq 30\text{cm}$, hàm $V(x) = \text{const}$

$$E_2 = 0$$

Trong khoảng $30\text{cm} \leq x \leq 40\text{cm}$, hàm $V(x)$ là tuyến tính bởi vậy

$$E_3 = -\frac{\Delta V}{\Delta x} = -\frac{5 \cdot 10^2}{10^{-1}} = -5 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$



Từ đó ta dựng được đồ thị như hình vẽ 8:

Bài 24. Xét một điện tích dq trên vòng dây gây ra tại M là:

$$dV_2 = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_2}, \text{ với } r_2 = \sqrt{R^2 + x^2}$$

$$\text{Vậy } dV_2 = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0\epsilon\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$V_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon\sqrt{R^2 + x^2}}$$

Và tương tự ta tính được

$$V_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0\epsilon\sqrt{R^2 + (x+l)^2}}$$

Và điện thế tại M bằng tổng điện thế do hai vòng dây gây nên

$$V_M = V_1 + V_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + (x+l)^2}} \right)$$

$$V_M = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon\sqrt{R^2 + x^2}} \left(1 - \sqrt{\frac{R^2 + x^2}{R^2 + x^2 + 2lx + l^2}} \right)$$

Sử dụng công thức tính gần đúng ta có

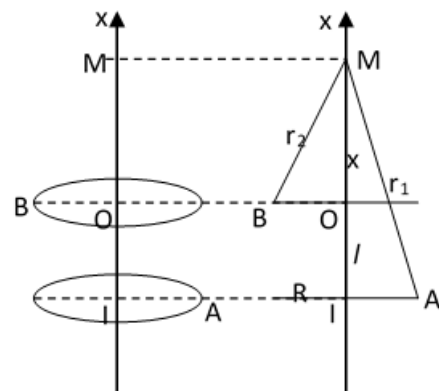
$$\left(\sqrt{\frac{R^2 + x^2}{R^2 + x^2 + 2lx + l^2}} \right) = \sqrt{1 - \frac{2lx + l^2}{R^2 + x^2 + 2lx + l^2}} \approx 1 - \frac{lx + l^2/2}{R^2 + x^2 + 2lx + l^2} \approx 1 - \frac{lx}{R^2 + x^2}$$

Thay giá trị gần đúng này vào phương trình trên ta được

$$V_M = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon(R^2 + x^2)^{1/2}} \left(1 - 1 + \frac{lx}{R^2 + x^2} \right) = \frac{qlx}{4\pi\epsilon_0\epsilon(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{px}{4\pi\epsilon_0\epsilon(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

Áp dụng công thức liên hệ giữa điện thế và cường độ điện trường ta tính cường độ điện trường

$$\text{tại } M \quad E_M = -\frac{\partial V_M}{\partial x} = -\frac{ql}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{(R^2 + x^2)^{3/2} - x \cdot (3/2)(R^2 + x^2)^{1/2} \cdot 2x}{(R^2 + x^2)^3}$$

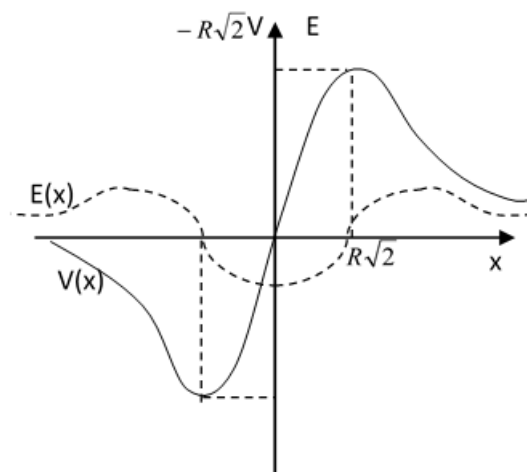


$$E = E_x = \frac{ql(2x^2 - R^2)}{4\pi\epsilon_0(R^2 + x^2)^{5/2}}.$$

Xét trường hợp $x \gg R$ thì điện thế $V = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 x^2}$

Và $E = \frac{ql}{2\pi\epsilon_0 x^3}.$

Đồ thị biểu diễn $V(x)$ và $E(x)$ như hình vẽ



Bài 25. Gọi q_1 là điện tích của quả cầu A, mật độ điện tích mặt của A là:

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi r_1^2}$$

Do hiện tượng hưởng ứng tĩnh điện toàn phần, mật độ điện tích mặt của mặt trong vỏ cầu B là:

$$\sigma'_2 = -\frac{q_1}{4\pi r_2^2}$$

Mặt ngoài của vỏ cầu B, do nối với điện thế V_2 , mang điện tích $q''_2 = 4\pi\epsilon_0 R_3 V_2$, và mật độ điện tích mặt ngoài của B là:

$$\sigma''_2 = \frac{q''_2}{4\pi r_3^2} = \frac{\epsilon_0 V_2}{R_3}$$

Xét bán cầu (1) của vỏ cầu B, và Oz là trục đối xứng của nó (hình vẽ 15). Mỗi phần tử dS của mặt ngoài bán cầu (1) chịu tác dụng của lực đẩy tĩnh điện:

$$d\vec{F}_{ng} = \frac{(\sigma'')^2}{2\epsilon_0} dS \cdot \vec{n}$$

Vì lí do đối xứng, tổng hợp $d\vec{F}_{ng}$ của các lực đẩy tác dụng lên mặt ngoài bán cầu (1) sẽ hướng theo trục Oz. Thành phần trên Oz của $d\vec{F}_{ng}$ là:

$$dF_z = \frac{(\sigma'')^2}{2\epsilon_0} dS \cdot \cos\alpha$$

Với $dS \cos\alpha$ chính là hình chiếu của dS trên mặt phẳng xOy vuông góc với Oz . Từ đó suy ra $\vec{F}_{ng}$ có độ lớn:

$$F_{ng} = \sum dF_z = \frac{(\sigma'')^2}{2\epsilon_0} \sum dS \cdot \cos\alpha = \frac{(\sigma'')^2}{2\epsilon_0} \pi R_3^2$$

$$\Rightarrow F_{ng} = \frac{\pi}{2\epsilon_0} (\epsilon_0 V_2)^2$$

Lập luận tương tự tìm được F_{tr} tác dụng lên mặt trong bán cầu (1) có chiều ngược chiều dương của trục Oz , và có độ lớn bằng:

$$F_{tr} = \frac{(\sigma'')^2}{2\epsilon_0} \pi R_2^2$$

Cũng có thể tìm được kết quả này bằng cách tìm hợp lực tác dụng lên mặt trong của bán cầu (1): do vật A và do mặt trong của bán cầu (2).

Để tìm σ'_2 (tức là tìm q_1), áp dụng định lý Ô-xtrô-grát- xki-Gao-xơ tìm được cường độ điện trường trong khoảng không gian giữa A và B:

$$E = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\text{Từ đó suy ra: } V_2 - V_1 = - \int_{R_1}^{R_2} E dr = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

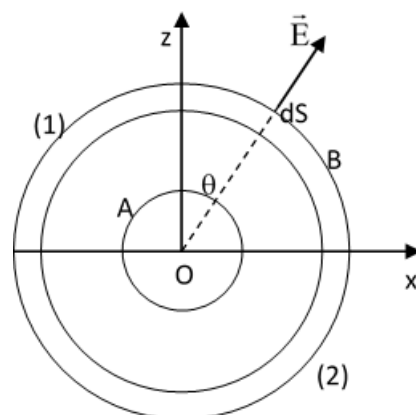
Kết hợp với phương trình tính σ'_2 ta suy ra

$$\sigma'_2 = - \frac{q_1}{4\pi R_2^2} = \frac{\epsilon_0 (V_2 - V_1)}{R_2} \frac{R_1}{R_2 - R_1}$$

Do đó ta có thể tính được F_{ng}

$$F_{ng} = \frac{\pi}{2\epsilon_0} \left[\frac{\epsilon_0 (V_2 - V_1) R_1}{R_2 - R_1} \right]^2$$

Như vậy hợp lực tác dụng lên toàn bộ bán cầu (1) có hướng theo chiều dương của Oz và có độ lớn:



$$F = \frac{\pi \epsilon_0 V_2^2}{2} \left[1 - \frac{\left(\frac{V_1}{V_2} - 1 \right)^2}{\left(1 - \frac{R_2}{R_1} \right)^2} \right]$$

Hai bán cầu có thể tách rời nhau khi:

$$F \geq 0 \Rightarrow V_2 \geq \frac{R_1}{R_2} V_1 = 1V \Rightarrow V_{2\min} = 1V$$

Bài 26. Do sự đối xứng điện trường hướng theo phương xuyên tâm và chỉ phụ thuộc vào khoảng cách từ trục và có thể rút ta từ định luật Gau-xơ. Nếu ta chỉ xây dựng một mặt Gau-xơ hình mặt trụ và có bán kính r và độ dài l thì điện tích chứa trong nó là σl .

Tích phân mặt cho ta $\int E \cdot dS = 2\pi r l E$

Vì cường độ điện trường E có độ lớn không đổi trên mặt Gau-xơ và vuông góc với mặt đó nên theo định lí Gau-xơ :

$$\int 2\pi r l E = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

Từ đó ta có $E(r) = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$

Vì E là xuyên tâm và phụ thuộc chỉ vào r nên $E = -\frac{dV}{dr}$, và điện thế V có thể tìm được bằng cách lấy tích phân $E(r)$ theo r , nếu V_0 là thế ở dây dẫn bên trong ta có.

$$V(r) - V_0 = -\frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \int_{d/2}^r \frac{dr}{r}$$

Do đó $V(r) - V_0 = -\frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln\left(\frac{2r}{d}\right)$

Ta có thể sử dụng biểu thức trên để đánh giá hiệu điện thế giữa hai bản dẫn của tụ điện bằng cách đặt $r = \frac{D}{2}$ và được biểu thức hiệu điện thế

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln\left(\frac{D}{d}\right)$$

Vì điện tích Q của tụ là σl và giá trị điện tích của tụ điện xác định từ $Q=CV$ nên điện dung trên một đơn vị dài là: $\frac{2\pi\epsilon_0 L_0}{\ln \frac{D}{d}}$

Điện trường có giá trị cực đại khi r là cực tiểu nghĩa là khi $r = d/2$.

Nếu ta đặt cường độ điện trường ở $r = d/2$ bằng cường độ điện trường đánh thủng E_b thì biểu thức của chúng ta cho thấy điện tích trên một đơn vị độ dài σ trong tụ điện phải là $E_b \pi \epsilon_0 d$. Thay vào biểu thức cho hiệu điện thế V trên tụ ta có:

$$V = -\frac{1}{2} E_b d \ln \left(\frac{D}{d} \right)$$

Lấy $E_b = 3.10^6$ V/m, $d = 1$ mm, $D = 1$ cm ta được $V = 3,45345$ kV.

Bài 27 .a. Ta bao một phần mặt tấm kim loại bằng một hình trụ tròn rất nhỏ có đường sinh vuông góc với kim loại và hai mặt đáy song song và cách đều tấm kim loại

Điện thông qua mặt trụ này là $N = 2E \cdot \Delta S$

Theo định lý O-G: $N = \frac{\Delta q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon_0}$

Từ đó ta thu được: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ với $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}$ (SI)

b. Gọi E_{12}, E_{23} và E_{34} lần lượt là độ cường độ điện trường giữa hai tấm 1-2, 2-3 và 3-4.

Áp dụng nguyên lý chồng chất điện trường ta tính được:

$$E_{12} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E_{23} = 0$$

$$E_{34} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Hiệu điện thế giữa hai tấm 1 và 4 là $U_{1,4} = E_{12}d + E_{34}d = \frac{2\sigma}{\epsilon_0}d$

c. Tương tự như câu 4b, ta chứng minh được :

Cường độ điện trường giữa hai tấm kề nhau thứ i và thứ $i+1$ là $E_{i, i+1}$:

$$E_{i,i+1} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \text{ nếu } i \text{ lẻ}$$

Và $E_{i,i+1} = 0$ nếu i chẵn.

Vì $2n$ là số chẵn nên hiệu điện thế giữa tấm 1 và tấm $2n$ là $U_{1,2n}$ tính được

$$U_{1,2n} = n \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$$

d. Công suất tỏa nhiệt lớn nhất trên R là : $P = I_{\max}^2 R$

Với dòng điện lớn nhất chỉ khi vừa mắc R vào hai tấm

$$I_{\max} = \frac{U_{12n}}{R} = n \frac{\sigma d}{\epsilon_0 R}$$

$$\text{Do vậy } P = I_{\max}^2 R = \left(n \frac{\sigma d}{\epsilon_0 R}\right)^2 R = \frac{1}{R} \left(n \frac{\sigma d}{\epsilon_0}\right)^2$$

Bài 28. 1a. Gọi $\vec{r}$ là véc tơ bán kính xác định vị trí đang xét so với điểm O được lấy làm mốc.

Trường hợp $r < R$. Ta chọn mặt Gauss tâm O bán kính r , áp dụng định lý O-G cho mặt Gauss:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot r \quad (1)$$

$$\text{Hay } \vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \vec{r}$$

1b. Trường hợp $r \geq R$:

$$\text{Tương tự: } E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \frac{R^3}{r^2} \quad (3)....$$

$$\text{Hay } \vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \frac{R^3}{r^3} \cdot \vec{r}$$

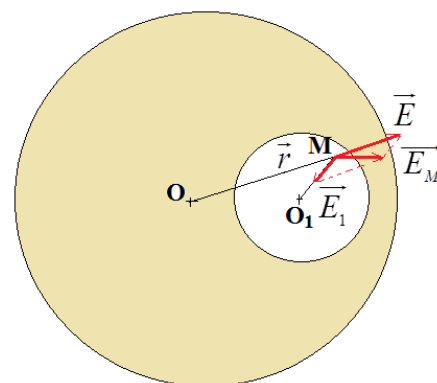
2. Gọi $\vec{E}_M$ là cường độ điện trường tạo ra bởi quả cầu A' gây ra tại M. Ta coi $\vec{E}_M$ tương đương là sự chồng chập điện trường $\vec{E}$ do quả cầu A

(chưa khoét) gây ra và cường độ điện trường $\vec{E}_1$ do quả cầu đồng tâm O_1 , bán kính $\frac{R}{3}$ tích điện $-\rho$ cùng gây ra tại M.

$$\text{Theo (2) ta có: } \vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{OM} \text{ và } \vec{E}_1 = -\frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{O_1M} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó } \vec{E}_M &= \vec{E} + \vec{E}_1 = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{OM} - \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{O_1M} \\ &= \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{OO_1} = \frac{\rho R}{6\epsilon_0} \vec{e}_x \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{Trong đó } \vec{e}_x = \frac{\vec{OO_1}}{OO_1}$$



3. Gọi $\vec{E}_{O_2}$ là cường độ điện trường quả cầu A' gây ra tại O_2 , ta coi $\vec{E}_{O_2}$ tương đương là sự chồng chập điện trường $\vec{E}_+$ do quả cầu A (chưa khoét) gây ra và cường độ điện trường $\vec{E}_-$ do quả cầu đồng tâm O_1 , bán kính $\frac{R}{3}$ tích điện $-\rho$ cùng gây ra tại O_2 .

Tương tự như (4) ta có:

$$\vec{E}_+ = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 (2R)^3} \vec{OO_2} = \frac{\rho}{24\epsilon_0} \vec{OO_2} = \frac{\rho R}{12\epsilon_0} \vec{e}_x \quad (7)$$

$$\vec{E}_- = \frac{-\rho \left(\frac{R}{3}\right)^3}{3\epsilon_0 \left(\frac{3}{2}R\right)^3} \vec{O_1O_2} = \frac{-8\rho}{3^7\epsilon_0} \vec{O_1O_2} = \frac{-4}{3^6} \frac{\rho R}{\epsilon_0} \vec{e}_x = \frac{-4}{729} \frac{\rho R}{\epsilon_0} \vec{e}_x$$

$$\text{Do đó } \vec{E}_{O_2} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{\rho R}{12\epsilon_0} \vec{e}_x - \frac{4\rho}{729\epsilon_0} \vec{e}_x$$

$$\vec{E}_{O_2} = \frac{227}{2916} \frac{\rho R}{\epsilon_0} \vec{e}_x \quad (9)$$

Lực điện do Q tác dụng lên quả cầu A' đúng bằng lực điện do quả cầu A' tác dụng lên Q:

$$F = QE_{O_2} = \frac{227}{2916} \cdot \frac{\rho QR}{\varepsilon_0}$$

I.4. VẬT DẪN, ĐIỆN MÔI TRONG ĐIỆN TRƯỜNG. PHÂN CỰC ĐIỆN MÔI.

Bài 1. Xét điểm M nằm trên bề mặt quả cầu

Giả sử chỉ có điện môi ε_1 và chân không (tức không có ε_2) thì theo bài tập trên điện tích liên kết trên mặt cầu là

$$q'_1 = \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1} q \Rightarrow \sigma'_1 = \frac{q'_1}{4\pi a^2} = \frac{q}{4\pi a^2} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_1}\right) = \sigma \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_1}\right) \quad (1)$$

Giả sử chỉ có điện môi ε_2 và chân không (không có ε_1) thì điện tích liên kết trên mặt cầu là q'_2 ngược dấu với q:

$$q'_2 = \frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2} q \Rightarrow \sigma'_2 = \frac{q'_2}{4\pi a^2} = \frac{q}{4\pi a^2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) = \sigma \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) \quad (2)$$

Nếu có cả 2 điện môi $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ thì mật độ điện tích liên kết σ' trên mặt cầu tâm O, bán kính a là

$$\sigma = \sigma'_1 + \sigma'_2 = \frac{q}{4\pi a^2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_1}\right) = \frac{q(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{4\pi a^2 \varepsilon_1 \varepsilon_2}.$$

Bài 2. Dùng công thức (2) của bài trên, coi chất điện môi như môi trường 2 của bài đó nghĩa là mật độ điện tích liên kết σ' bao giờ cũng ngược dấu với σ của vật dẫn. Như vậy ta thu được:

$$\sigma' = \sigma \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right) = -\sigma \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\right) \quad (\text{đpcm})$$

Bài 3. Xét trường hợp đặc biệt, vật dẫn là quả cầu kim loại đặc bán kính a mang điện q đặt trong điện môi ε (hình 2). Mật độ điện mặt trên mặt cầu là σ .

$$\sigma = \frac{q}{4\pi a^2}$$

Cường độ điện trường

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon a^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon}$$

Ta có $|\sigma'| = P_n = P = \epsilon_0\chi E = \epsilon_0(\epsilon - 1)\frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} = \frac{\sigma(\epsilon - 1)}{\epsilon}$

Điện tích liên kết $|q'| = |\sigma'|S = 4\pi a^2\sigma' = 4\pi a^2\sigma\left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon}\right) = \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon}\right)q$

vì q' trái dấu với q nên $q' = -\left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon}\right)q$

Đặt q'' là điện tích liên kết ở mặt ngoài khối điện môi.

Từ định luật bảo toàn điện tích:

$$q' + q'' = 0 \Rightarrow q'' = -q' = \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon}\right)q$$

Thay số $q'' = -q' = \left(\frac{5 - 1}{5}\right)2,5 = 2\mu C$

Trường hợp tổng quát: Khi vật dẫn có hình dạng bất kì

Xét một điểm M trên mặt vật dẫn, tại đó bán kính chính khúc của mặt là R. Lấy 1 điện tích nguyên tố dS bao quanh M; có thể coi dS là một phần mặt cầu bán kính R.

Điện tích liên kết dq' trên dS là $dq' = \sigma' dS = -\frac{\sigma(\epsilon - 1)}{\epsilon} dS = -\left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon}\right)dq$

Vậy $q' = \int_s dq' = -\left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon}\right) \int_s dq = -\left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon}\right)q$

Và $q'' = -q = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} q$

Bài 4. a) Với $r < a$ thì $E = 0$ suy ra $\varphi = \text{const}$ (vì $A = \frac{0,6 \cdot 20 \cdot 10^{-9} \cdot 200^2}{2(1-0,6)^2} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ J} = 1,5 \text{ mJ}$)

b) Với $a < r < b$ thì $E = \frac{E_0}{\varepsilon} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} \quad (\text{vì } E = -\frac{d\varphi}{dr})$$

c) Với $b < r$ thì $E = E_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ và $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

2) Điện tích q phân bố giữa 2 mặt cầu

a) Với $r < a$ thì $E = 0$ nên $\varphi = \text{const}$

b) Với $a < r < b$. Tính điện tích chứa trong mặt cầu đi qua M

$$q_r = \rho V_r = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi(b^3 - a^3)} \cdot \frac{4}{3}\pi(r^3 - a^3) = q \frac{r^3 - a^3}{b^3 - a^3}$$

Vậy $E = \frac{E_0}{\varepsilon} = \frac{q_r}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} = \frac{q(r^3 - a^3)}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2(b^3 - a^3)} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon(b^3 - a^3)} \left(r - \frac{a^3}{r^2} \right)$

Và $E = -\frac{d\varphi}{dr} \Rightarrow \varphi = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon(b^3 - a^3)} \left(\frac{r^2}{2} + \frac{a^3}{r} \right)$

c) Với $b < r$ thì $E = E_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ và $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

Bài 5. a) Ta có môi trường 1: thuỷ tinh ()

Môi trường 2 là không khí $\varepsilon_0 = 1$ và $\alpha_2 = \alpha_0$ và $E_2 = E_0 = 10 \text{ V/m}$

Ta có $E_{1t} = E_{2t} \Rightarrow E_{1t} = E_0 \sin \alpha_0$ (1)

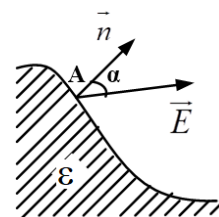
Ta cũng có

$$D_{1n} = D_{2n} \Rightarrow \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_{2n} \Rightarrow \varepsilon_1 E_{1n} = E_{on} = E_0 \cos \alpha_0$$

(2)

$$\text{Vậy } E_1^2 = E_{1t}^2 + E_{2t}^2 = E_0^2 \sin^2 \alpha_0 + \frac{E_0^2}{\varepsilon_1^2} \cos^2 \alpha = 10^2 \sin^2 30^\circ + \frac{10^2}{6^2} \cos^2 30^\circ = 27,08$$

$$\Rightarrow E_1 = \sqrt{27,08} = 5,2 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$



$$\text{b) } \tan \alpha_1 = \frac{E_{1t}}{E_{1n}} = \frac{E_{2t}}{\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) E_{2n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \tan \alpha_0 = \varepsilon \tan \alpha_0 = 6 \tan 30^\circ = \frac{6}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha_1 = \arctan\left(\frac{6}{\sqrt{3}}\right) = 73,9^\circ$$

$$\text{c) } \sigma' = P_n = P \cos \alpha_1 = \varepsilon_0 \chi_1 \cos \alpha_1 = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E_1 \cos \alpha_1$$

$$\text{Thay số: } \sigma' = 0,885 \cdot 10^{-11} (6 - 1) \cdot 5,2 \cos 73,9^\circ = 63,7 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} = 63,7 \frac{\text{pC}}{\text{m}^2}$$

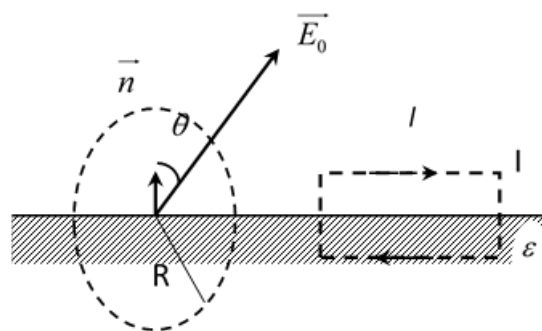
Bài 6. a) Ta có

$$\varphi = \varphi_C + \varphi_{C_0} = \vec{E} \cdot \vec{S} + \vec{E}_0 \cdot \vec{S} \quad (1)$$

$$\varphi = (-E \cos \alpha + E_0 \cos \theta) \pi R^2$$

Theo bài tập 78:

$$E = \left(\frac{E_0}{\varepsilon}\right) \sqrt{\cos^2 \theta + \varepsilon^2 \sin^2 \theta} \quad (2)$$



$$\text{Và } \tan \alpha = \varepsilon \tan \theta \quad (3)$$

$$\cos t = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon^2 \tan^2 \theta}} \quad (4)$$

Thay (2) và (4) vào (1):

$$\varphi = \pi R^2 \left(-\frac{E_0}{\varepsilon} \sqrt{\frac{\cos^2 \theta + \varepsilon^2 \sin^2 \theta}{1 + \varepsilon^2 \tan^2 \theta}} + E_0 \cos \theta \right) = \pi R^2 E_0 \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right) \cos \theta$$

b) Chú ý $\frac{D_t}{D_{0t}} = \frac{\varepsilon}{l}$

Ta tính

$$I_0 = \int_{AB} \vec{D}_0 d\vec{l} = \varepsilon_0 E_0 l \sin \theta = D_{0t} l$$

$$I_1 = \int_{CD} \vec{D} d\vec{l} = -\varepsilon_0 \varepsilon E \sin \alpha l = -D_t l = -\varepsilon D_{0t} l$$

Vậy $I_1 = -\varepsilon I_0$

nên $\oint \vec{D} d\vec{l} = I_0 + I_1 = I_0(1 - \varepsilon) = -(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E_0 l \sin \theta$

Bài 7. a) Đặt O là tâm bản. Xét điện trường tại M với OM = l. Xét hình trụ đáy S, độ cao 2l.

1) Khi l < d. Tính

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = q \quad (1)$$

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = 2DS \quad (2)$$

q là điện tích chứa trong hình trụ.

$$Q = \rho V = 2\rho S l \quad (3)$$

Thay vào (1) rút ra:

$$\rho l = D = \varepsilon_0 \varepsilon E \quad (4)$$

Vậy $E = \frac{\rho l}{\varepsilon_0 \varepsilon} \quad (5)$

Khi đó Từ (5) suy ra
$$\varphi = -\frac{\rho l^2}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

2) Khi $l > d$, tức M nằm ngoài điện môi (nằm trong chân không)

(4) thành $\rho d = \varepsilon_0 E \Rightarrow E = \frac{\rho d}{\varepsilon_0}$ (6)

Tính φ .

Ta có $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\varphi \Rightarrow E_l = -\frac{d\varphi}{dl}$ (7)

Từ (5) suy ra
$$\varphi = -\frac{\rho l^2}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$
 (8)

Từ (7) và (6) suy ra
$$\varphi = -\frac{\rho d}{2\varepsilon_0} l + \text{const}$$
 (9)

Hãy xác định const trong (9). Xét một điểm N ở bề mặt chất điện môi tức $l = d$. Thay vào (8) và (9)

$$\varphi = -\frac{\rho d^2}{2\varepsilon_0\varepsilon} = -\frac{\rho d^2}{\varepsilon_0} + \text{const}$$

Suy ra $\text{const} = \frac{\rho d^2}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{1}{2\varepsilon}\right)$ (10)

Vậy (9) thành
$$\varphi = \frac{\rho d}{\varepsilon_0} \left(1 - d + \frac{d}{2\varepsilon}\right)$$

b) Ta có $\sigma' = P_n = P \cos \alpha = P = \varepsilon_0 \chi E = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E$ (11)

với E theo (5) $E = \frac{\rho d}{\varepsilon_0 \varepsilon}$

Thay vào (11) $\sigma' = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \frac{\rho d}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\rho d (\varepsilon - 1)}{\varepsilon}$ (12)

Tính ρ :

Cắt lấy trong khối điện môi một hình trụ tròn đứng, đáy S, độ cao $2d$ bằng độ dày của khối điện môi. Theo định lí O – G, điện thông gửi qua bề mặt bao hình trụ là:

$$\Phi_{D'} = 2D'S = q', \text{ với } D' = \sigma'$$

$$2\sigma'S = sS|\rho'|d \quad (13)$$

$$|\rho'| = \frac{\sigma'}{d} = \frac{\rho(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} \quad (14)$$

Vì ρ' ngược dấu với ρ nên $\rho' = \frac{\rho(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}$

Bài 8. Xét diện tích $dS = Rd\alpha$ bao quanh M, dS mang điện tích liên kết $dq' = \sigma'Rd\alpha.d$

Nhưng: $\sigma' = P_n \cos \alpha$

$$dq' = PRd \cos \alpha d\alpha$$

dq' gây ra tại O một điện trường dE :

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq'}{R^2} = \frac{PRd \cos \alpha d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

Vì lí do đối xứng nên điện trường tổng hợp tại O: $\vec{E} = \oint d\vec{E} \vec{e}$ nằm trên Ox.

$$\text{Ta tính } dE = dE \cos \alpha = \frac{PRd \cos^2 \alpha d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{PRd(1 + \cos 2\alpha)d(2\alpha)}{16\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$$E = \oint dE_x = \frac{Pd}{16\pi\varepsilon_0 R^2} \int_0^{2\pi} (1 + \cos 2\alpha) d\alpha = \frac{Pd}{4\varepsilon_0 R}$$

Vì $\vec{E}$ và $\vec{P}$ ngược chiều nhau nên $\vec{E} = -\frac{\vec{P}d}{4\varepsilon_0 R}$

Bài 9.

$$\text{Ta có: } E = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{|p_n|}{\varepsilon_0} = \frac{|p|}{\varepsilon_0} = \frac{|p_0|}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{x^2}{d^2}\right) \quad (1)$$

$$\text{Vì } \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\varphi \Rightarrow E = E_x = -\frac{d\varphi}{dx}$$

$$\text{Từ (1) suy ra: } \varphi = \frac{p_0}{\varepsilon_0} \left(x - \frac{x^3}{3d^2}\right) + \text{const}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A = \frac{p_0}{\varepsilon_0} \left(x_B - \frac{x_B^3}{3d^2}\right) - \frac{p_0}{\varepsilon_0} \left(x_A - \frac{x_A^3}{3d^2}\right)$$

$$\Delta\varphi = \frac{p_0}{\varepsilon_0} \left[d - \frac{d^3}{3d^2} - \left(-d - \frac{(-d^3)}{3d^2}\right) \right] = \frac{4dp_0}{3\varepsilon_0}$$

$$\text{Bài 10. a) Từ } \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\varphi \Rightarrow E = -\frac{d\varphi}{dl} \Rightarrow U_{AB} = E_0 \cdot 2d \quad (1)$$

Với 2d là khoảng cách giữa 2 bản A và B

$$\text{Ta có } D_1 = D_2 = \sigma$$

$$\text{Suy ra } E_1 = \frac{D_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} \text{ và } E_2 = \frac{D_2}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{E_1}{\varepsilon} \quad (2)$$

$$\text{Ta có } U_{AB} = U_{AH} + U_{BH} \quad (3)$$

$$2E_0 d = E_2 d + E_1 d = \frac{E_1 d}{\varepsilon} + E_1 d \quad (4)$$

$$\text{Suy ra } E_1 = \frac{2\varepsilon E_0}{\varepsilon + 1} \text{ và } E_2 = \frac{E_1}{\varepsilon} = \frac{2E_0}{\varepsilon + 1}$$

$$\text{b) Khi } q \text{ (hay } \sigma) \text{ không đổi. Ta có } \sigma = D = \varepsilon_0 E = \text{const} \quad (5)$$

$$\text{Mặt khác } D = D_1 = D_2 = \varepsilon_0 \cdot E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon E_2 \quad (6)$$

$$\text{Từ (5) và (6): } E_1 = E_0 \text{ và } E_2 = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

Bài 11. a) Khi chưa đặt điện môi $E_0 = \frac{U_{AB}}{2d}$ (1)

Khi đặt điện môi: $E_1 = \frac{U_{AB}}{2d}$ và $E_2 = \frac{U_{AB}}{2d}$ (2)

Vậy $E_1 = E_2 = E_0$ (3)

$D_1 = \epsilon_0 \epsilon_1 E_1 = \epsilon_0 E_0$ và $D_2 = \epsilon_0 \epsilon_2 E_2 = \epsilon_0 E_0$ (4)

Suy ra $D_2 = \epsilon D_1$ (5)

b) Khi q không đổi. Nếu chưa đặt điện môi thì mật độ điện mặt $\sigma = q/S$. Khi đặt điện môi vào, sự phân bố điện tích trên mỗi bản sẽ không đều.

Nửa 1 không có điện môi, mỗi bản có mật độ $\sigma_1 = D_1 = \epsilon_0 E_1$ (6)

Nửa 2 có điện môi, mật độ điện tích là:

$$\sigma_2 = D_2 = \epsilon D_1 = \epsilon \sigma_1 = \epsilon_0 \epsilon E_2 \quad (7)$$

$$q = q_1 + q_2 \Rightarrow \sigma S = \sigma_1 \frac{S}{2} + \sigma_2 \frac{S}{2} \Rightarrow \sigma_1 + \sigma_2 = 2\sigma \quad (8)$$

Với $\sigma = D = \epsilon_0 E_0$ (9)

Vậy $2\sigma = \sigma_1 + \epsilon \sigma_1 = \sigma_1(\epsilon + 1)$

$$2\epsilon_0 E_0 = (\epsilon + 1)\epsilon_0 E_1 \Rightarrow E_1 = \frac{2E_0}{\epsilon + 1} \quad (10)$$

$$D_1 = \epsilon_0 E_1 = \epsilon_0 \frac{2E_0}{\epsilon + 1}$$

$$\text{Khi đó suy ra } E_2 = \frac{2E_0}{\epsilon + 1}; D_2 = \epsilon \epsilon_0 \frac{2E_0}{\epsilon + 1}$$

Bài 12.

Bài toán 85 là trường hợp riêng của bài toán này (khi R_1 và $R_2 \Rightarrow \infty$)

Vì vậy ta vẫn dùng công thức (10) của bài toán 85.

$$E_2 = E_1 = \frac{2E_0}{\varepsilon + 1}$$

Với E_0 là điện trường tại $M(r)$ khi trong tụ điện là chân không ($\varepsilon = 1$)

$$E_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \text{ và } E_2 = E_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(\varepsilon + 1)r^2}$$

Bài 13. Quả cầu C chịu tác dụng 2 lực: trọng lực theo phương thẳng đứng và lực Cu - lông theo phương ngang.

1) Khi chưa có điện môi

$$\tan \alpha = \frac{F}{p} = \frac{F}{V\rho g}$$

Khi có điện môi, lực Cu - lông giảm ε lần, đồng thời điện môi còn tác dụng lên quả cầu C lực đẩy Acsimet $F_A = V\rho_0 g$.

$$\text{Vậy } \tan \alpha' = \frac{F'}{p'} = \frac{F/\varepsilon}{p - F_A} = \frac{F/\varepsilon}{V\rho g - V\rho_0 g} = \frac{F/\varepsilon}{V(\rho - \rho_0)g}$$

Theo đề bài $\alpha' = \alpha \Rightarrow \tan \alpha' = \tan \alpha \Rightarrow V\rho g = \varepsilon V(\rho - \rho_0)g$

$$\text{Vậy } \rho = \varepsilon(\rho - \rho_0) \Rightarrow \rho = \frac{\rho_0 \varepsilon}{(\varepsilon - 1)}$$

Bài 14. a) Ta có $\sigma' = P_n = P \cos \theta = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E \cos \theta$

Ta có $\sigma' = \sigma'_{\max}$ khi $\cos \theta = 1$

$$\sigma'_{\max} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E$$

Thay số: $\sigma'_{\max} = 0,885 \cdot 10^{-11}(5 - 1) \cdot 100 = 3,54 \cdot 10^9 \text{ C/m}^2$.

Xét diện tích dS ở xung quanh $M(R, \varphi, \theta)$: $dS = R d\theta \cdot R \sin \theta d\varphi$

Điện tích trên dS là $dq' = \sigma dS = \epsilon_0(\epsilon - 1)R^2 d\phi \sin\theta \cos\theta d\theta$; $\vec{E}$ thẳng đứng hướng lên trên nên nửa mặt cầu trên mang điện tích q' , nửa dưới mang điện tích $-q'$.

$$q' = \int dq' = \epsilon_0(\epsilon - 1)R^2 E \int_0^\pi d\phi \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta d\theta$$

$$q' = \pi\epsilon_0(\epsilon - 1)R^2 E \sin^2\theta \Big|_0^{\pi/2} = \pi\epsilon_0(\epsilon - 1)R^2 E = 10 \text{ pC}$$

Bài 15. a) Xét điểm M ngay sát mặt ngăn cách P giữa chân không và điện môi ϵ và cách điện tích q là $AM = r$. Điện trường tại $\vec{E}$ là tổng hợp điện trường $\vec{E}_0$ do q gây ra và $\vec{E}'$ do điện tích cảm ứng trên mặt P, có mật độ σ' tại M: $\vec{E}_0$

(1)

Suy ra $E_{1n} = E_0 \cos\alpha_1 + E'$

(2)

$$E_{1n} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \times \frac{l}{r} + \frac{|\sigma'|}{2\epsilon_0}$$

(3)

$$\text{vì } D' = \frac{\sigma'}{2} = \epsilon_0 E'$$

(4)

$$\text{và } D_{1n} = \epsilon_0 E_{1n} = \frac{ql}{4\pi r^3} + \frac{|\sigma'|}{2}$$

(5)

Mặt khác ta có $D_{1n} = D_{2n}$

(6)

Với $D_{2n} = \epsilon_0 \epsilon E_{2n}$

(7)

Ta cũng có $\sigma' = P_n = \epsilon_0 \chi E_{2n} = \epsilon_0(\epsilon - 1)E_{2n}$

(8)

Thay (5) (7) và (8) vào (6)

$$\frac{|q|l}{4\pi r^3} + \frac{|\sigma'|}{2} = \epsilon_0 \epsilon \frac{|\sigma'|}{\epsilon_0(\epsilon - 1)}$$

$$\frac{ql}{4\pi r^3} = |\sigma'| \left(\frac{\epsilon}{2(\epsilon - 1)} \right) = \frac{|\sigma'|(\epsilon + 1)}{2(\epsilon - 1)}$$

$$\text{Vậy } |\sigma'| = \frac{-ql(\varepsilon-1)}{2\pi r^3(\varepsilon+1)}$$

$$\text{Vì } \sigma' \text{ ngược dấu với } q \text{ nên } \sigma' = \frac{-ql(\varepsilon-1)}{2\pi r^3(\varepsilon+1)} \quad (9)$$

Khi $l \rightarrow 0$ thì $\sigma' \rightarrow 0$

b) Tính điện tích cảm ứng q' trên mặt ngăn cách P

Xét hình vành khăn tâm O, bán kính x , dày dx , điện tích của nó là $dS = 2\pi x dx$, và điện tích trên dS là

$$dq' = \sigma' dS = -\frac{ql(\varepsilon-1)}{2\pi r^3(\varepsilon+1)} \times 2\pi x dx \quad (10)$$

Ta có: $x^2 = r^2 \Rightarrow 2x dx = 2r dr$

$$\text{Thay vào (10): } dq' = -\frac{ql(\varepsilon-1)}{(\varepsilon+1)} \frac{dr}{r^2} \quad (11)$$

$$q' = \int dq' = -\frac{ql(\varepsilon-1)}{(\varepsilon+1)} \int_l^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{ql(\varepsilon-1)}{(\varepsilon+1)} \times \frac{1}{r} \Big|_l^\infty = \frac{q(\varepsilon-1)}{(\varepsilon+1)} \quad (12)$$

c Xét diện tích nguyên tố δS của hình vành khăn (ứng với góc $d\varphi$)

$$\delta S = dS \cdot \frac{d\varphi}{2\pi}$$

δS mang điện tích nguyên tố

$$\delta q' = dq' \cdot \frac{d\varphi}{2\pi} = -\frac{q^2 l(\varepsilon-1)}{2\pi_0(\varepsilon+1)} d\varphi \frac{dr}{r^4}$$

Hình chiếu dF_z của $d\vec{F}$ lên phương $Oz \perp$ mặt P là:

$$d\vec{F}_z = dF \cos \alpha = dF \cdot \frac{l}{r}$$

$$dF_z = \frac{-q^2 l^2 (\varepsilon - 1) dr}{8\pi^2 \varepsilon_0 (\varepsilon + 1)} \frac{dr}{r^5} d\varphi$$

$$F = \int dF_z = -\frac{q^2 l^2 (\varepsilon - 1)}{8\pi^2 \varepsilon_0 (\varepsilon + 1)} \int_l^\infty \frac{dr}{r^5} \int_0^{2\pi} d\varphi \quad (1)$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi \quad ; \quad \text{và} \quad \int_l^\infty \frac{dr}{r^5} = -\frac{4}{r^4} \Big|_l^\infty = \frac{4}{l^4}$$

$$\text{Thay vào (1): } F = \frac{-q^2 (\varepsilon - 1)}{16\pi \varepsilon_0 (\varepsilon + 1)}$$

Bài 16. Đáp án này chỉ mang tính chất tham khảo.

$$\text{Từ công thức } \sigma' = P_n = \varepsilon_0 \chi E_n = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E_0 \quad (1)$$

$$\text{Theo kết quả bài tập trên : } \sigma' = \frac{-ql(\varepsilon - 1)}{2\pi r^3 (\varepsilon + 1)} \quad (2)$$

$$\text{So sánh (1) và (2) } E_n = E_{1n} = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1)} = \frac{ql}{2\pi r^3 (\varepsilon + 1) \varepsilon_0}$$

$$E_{1n} = E_1 \cos \alpha_1 E_1 \frac{r}{l}$$

$$\text{Vậy } E = E_l = E_{1n} = \frac{r}{l} = \frac{ql}{2\pi \varepsilon_0 (\varepsilon + 1) r^2} \quad (3)$$

(3) là biểu thức của cường độ điện trường ở mọi nơi, trong chân không thì $\varepsilon = 1$ trong điện môi thì $\varepsilon > 1$.

$$\text{Từ công thức } D = \varepsilon_0 \varepsilon E \quad (4)$$

$$\text{Thay (3) vào (4): } E = \frac{\varepsilon q}{2\pi (\varepsilon + 1) r^2}$$

$$\text{Trong chân không } \varepsilon = 1: D = D_0 = \frac{q}{2\pi r^2}$$

Ta có $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\varphi \Rightarrow -\frac{d\varphi}{dr} = E_r = \frac{q}{2\pi\epsilon_0(\epsilon+1)r^2}$

Suy ra $\varphi = \frac{q}{2\pi\epsilon_0(\epsilon+1)r}$

Bài 17. Đáp án này chỉ mang tính chất tham khảo

Bài này là bài toán ngược của bài toán 89. Trong bài 89 điện tích q đặt trong chân không, trong bài này q đặt trong điện môi ϵ .

Vậy mật độ điện mặt σ' ở đây giảm đi ϵ lần

$$\sigma'_\epsilon = \frac{\sigma'}{\epsilon} = \frac{q(\epsilon-1)}{2\pi r^3(\epsilon+1)} ; \sigma' \rightarrow 0 \text{ khi } l \rightarrow 0.$$

Bài 18. Xét một điểm B nằm tại mặt P, cách q là $AB = r$. Nếu chưa có điện môi theo phương pháp ảnh điện, cường độ điện trường tại M là:

$$E_0 = \frac{ql}{2\pi\epsilon_0 r^3} \quad (1)$$

Khi có điện môi, cường độ điện trường tại B giảm ϵ lần

$$E = \frac{E_0}{\epsilon} = \frac{ql}{2\pi\epsilon_0 \epsilon r^3} \quad (2)$$

là do điện tích cảm ứng trên mặt điện môi (có mật độ σ') gây ra tại B điện trường phụ:

$$E' = E_0 - E = E_0 \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) = \frac{\epsilon-1}{\epsilon} E_0 \quad (3)$$

Vẽ một mặt trụ nhỏ MNM'N' bao quanh B, có 2 đáy MN và M'N' bằng S và song song với P. Điện tích nằm trong mặt trụ là $\sigma'S$.

Theo định lí O – G: $\oint \vec{D} d\vec{S} = q' = \sigma'S$

$$\text{Suy ra } \sigma'S = DS = \varepsilon_0.E'S \Rightarrow \sigma' = \varepsilon_0 E' \quad (4)$$

Thay (4) vào (3), rút ra:

$$\sigma' = \varepsilon_0 = \frac{\varepsilon - 0}{\varepsilon} \times \frac{q1}{2\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{q(\varepsilon - 1)}{2\pi\varepsilon r^3}$$

Bài 19. Ta có: $P = \varepsilon_0 \chi E = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E$ (1)

Vậy $E = \frac{P}{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)}$ (2)

Phải xác định ε .

Ở mặt ngăn cách C ta có

$$D_{0n} = D_n \Rightarrow D_0 = D \Rightarrow \varepsilon_0 E_0 = \varepsilon_0 \varepsilon E \quad (3)$$

Suy ra $E_0 = \varepsilon E$

Ta lại có $V_B - V_C = |E|h$ (4)

và $V_A - V_C = V_B - V_C = |E_0|(d - h)$

$$|E|h = |E_0|(d - h) \quad (5)$$

vì $\vec{E}$ và E_0 ngược chiều nhau nên $E_0(d - h) = -Eh$ (6)

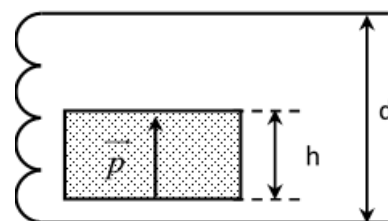
Thay (4) vào (6): $\varepsilon E(d - h) = -Eh \Rightarrow \varepsilon = \frac{h}{h - d}$

Thay vào (2): $E = \frac{P}{\varepsilon_0} \frac{h - d}{h} = -\left(1 - \frac{h}{d}\right) \frac{P}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = -\left(1 - \frac{h}{d}\right) \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}$ và $\vec{D} = \vec{D}_0 = \varepsilon_0 \vec{E}_0 = \vec{P} \frac{h}{d}$

Bài 20. Ta có biểu thức: $\rho' dV = -\vec{P} d\vec{S}$ (1)

Trong đó dS là diện tích bao bọc thể tích dV

Ta lấy 1 đoạn hình trụ có độ cao dh



Hình 9

Thể tích dV là thể tích phần hình trụ có độ cao dh : $dV = \pi R^2 dh$. dS là diện tích xung quanh của phần hình trụ cao dh (diện tích 2 đáy nên $\vec{P}d\vec{S} = PdS \cos \alpha = 0$).

Vậy $dS = \pi R dh$. (1) thành $\rho' \pi R^2 dh = -\alpha R \cdot 2\pi R dh \Rightarrow \rho' = -2\alpha$; ρ' không phụ thuộc vào r nghĩa là ρ' bằng hằng số âm, tức điện tích liên kết phân bố đều trong hình trụ.

Bài 21a) Xét một điểm M trên mặt cầu, ta có

$$\sigma' = P_n = p \cos \theta$$

Diện tích $dS = R^2 d\varphi \cos \theta d\theta$ (xem hình 75) (1)

mang điện tích $dq' = \sigma' dS = p R^2 d\varphi \cos \theta \sin \theta d\theta$ (2)

dq' gây ra tại O điện trường cảm ứng dE'

$$dE' = \frac{dq'}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{p d\varphi \cos \theta \sin \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0}$$

Hình chiếu dE'_x của $d\vec{E}'$ lên trục Ox là

$$dE'_x = dE' \cos \theta = \frac{p d\varphi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0}$$

Chú ý rằng nửa mặt cầu bên phải mang điện tích dương, nửa mặt cầu trái mang điện tích âm.

Ta có $E' = \int dE'_x = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\pi}^0 \cos^2 \theta (-\sin \theta d\theta)$

$$E' = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} 2\pi \frac{\cos^3 \theta}{3} \Big|_{-\pi}^0 = \frac{p 2\pi (1+1)}{4\pi\epsilon_0 \times 3} = -\frac{p}{3\epsilon_0}$$

$E' = -\frac{p}{3\epsilon_0}$: điện trường cảm ứng $\vec{E}$ cùng phương ngược chiều với $\vec{p}$.

b) Đặt $OM = r$ thì $AM = r = r + a \cos \theta = r + \vec{a} \vec{r}$

$$BM = r_+ = r - a \cos \theta = r - \vec{a}\vec{r}$$

Ta có $\varphi = \varphi_+ + \varphi_- = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 r_+} - \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 r_-}$

$$\varphi = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-} \right) = \frac{2q' \vec{a}\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\vec{p}_0 \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

trong đó $2q\vec{a} = \vec{p}_0$ là momen lưỡng cực điện.

Ta hãy tính q' và a từ đó suy ra $p_0 = 2aq'$

Từ (2) suy ra điện tích $\delta q'$ của hình vành khăn

$$\delta q' = pR^2 \cos \theta \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 2pR^2 \cos \theta \sin \theta d\theta \quad (3)$$

và $W = \sum_i \frac{1}{2} q_i V_i$

Xác định vị trí của "trọng tâm" điện tích q' .

Coi như "trọng tâm" điện tích $\delta q'$ đặt tại N với $ON = R \cos \theta$

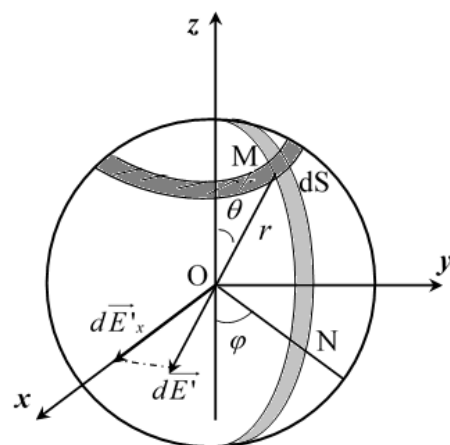
Theo định nghĩa của trọng tâm thì vị trí C của trọng tâm là

$$a = OG = \frac{1}{q'} \int \overline{ON} \delta q' = \frac{1}{\pi R^2 p} \int_{\pi/2}^0 2\pi R^3 p \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = \frac{2R}{3}$$

Vậy $p_0 = 2aq' = 2 \cdot \frac{2R}{3} \pi p R^2 = \frac{4}{3} \pi R^3 p = Vp$

Bài 22. Ta có $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$

Theo bài tập 96 thì $\vec{E}' = -\frac{\vec{p}}{3\epsilon_0}$



$$\text{Vậy } E = E_0 - \frac{p}{3\epsilon_0} = E_0 - \frac{\epsilon_0 \chi E}{3\epsilon_0} = E_0 - \frac{(\epsilon - 1)E}{3}$$

$$\text{Suy ra } E_0 = E + \frac{(\epsilon - 1)}{3} E = E \left(\frac{\epsilon + 2}{3} \right) \Rightarrow E = \frac{3E_0}{\epsilon + 2}$$

$$\text{Và } p = \epsilon_0 (\epsilon - 1) E = \frac{3\epsilon_0 (\epsilon - 1) E_0}{\epsilon + 2}$$

Bài 23. Xét một điểm M, mật độ điện mặt cảm ứng σ' tại M.

$$\sigma' = p_n = p \cos \theta$$

Tính điện tích dq' trên 1 dải diện tích xung quanh hình trụ $MNM'N'$ có độ cao h và bề rộng $MM' = R d\theta$.

$$dq' = \sigma' dS = p \cos \theta R d\theta \cdot h$$

mật độ điện dài trên dải $MM'NN'$ là

$$\lambda = \frac{dq'}{h} = p R \cos \theta d\theta$$

dải này gây tại O điện trường.

$$dE' = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} = \frac{p \cos \theta d\theta}{2\pi\epsilon_0}$$

hình chiếu dE'_x của $d\vec{E}$ lên trục x là

$$dE'_x = dE' \cos \theta = \frac{p}{2\pi\epsilon_0} \cos^2 \theta d\theta \quad (1)$$

$$\text{Vậy } E' = \int dE'_x = \int_0^{2\pi} \frac{p}{2\pi\epsilon_0} \cos^2 \theta d\theta \quad (2)$$

$$\text{Tính } \int_0^{2\pi} \frac{p}{2\pi\epsilon_0} \cos^2 \theta d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{1}{4} (\cos 2\theta + 1) d(2\theta) = \frac{1}{4} (\sin 2\theta + 2\theta) \Big|_0^{2\pi} = \pi$$

Thay vào (2) được $E' = \frac{p}{2\epsilon_0}$ Vì $\vec{E}'$ ngược chiều $\vec{p}$ nên $\vec{E}' = -\frac{\vec{p}}{2\epsilon_0}$

Bài 24. Tương tự bài 25. Ta có $E = E_0 + E'$

$$E = E_0 - \frac{p}{2\epsilon_0} = E_0 - \frac{\epsilon_0(\epsilon-1)E}{2\epsilon_0} \Rightarrow \frac{\epsilon-1}{2}E = E_0$$

Suy ra $E = \frac{2E_0}{(\epsilon+1)}$ và $p = \frac{2\epsilon_0(\epsilon-1)E_0}{(\epsilon+1)}$

Bài 25. *Đáp án này chỉ mang tính chất tham khảo!*

Điện trường tại M bên trong quả cầu C tương đương với điện trường do quả cầu nhỏ C_m gây ra

$$E_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r_M^2} \text{ Với } q = \frac{4}{3}\pi r_M^2 \rho \Rightarrow E_M = \frac{\rho r_M}{3\epsilon_0\epsilon}$$

Điện trường tại N ngoài quả cầu C là

$$E_N = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_N^2}$$

với $q = \frac{4}{3}\pi R r^3 \rho \Rightarrow E_N = \frac{\rho r^3}{3\epsilon_0 r_N^2}$

Tính φ

$$E = -\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \Rightarrow E = E_0 - E' \tag{1}$$

$$\varphi_N = -\frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r_N} + const \tag{2}$$

Tính const: Tại một điểm trên mặt cầu C. (1) và (2) thành

$$-\frac{\rho R^2}{6\varepsilon_0\varepsilon} = -\frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0} + const \Rightarrow const = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0} \left(1 - \frac{1}{2\varepsilon}\right)$$

Vậy (2) thành $\varphi_N = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_N} + \frac{1}{R} - \frac{1}{2\varepsilon R} \right)$

a) Ta có $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \Rightarrow E = E_0 - E'$ (vì $\vec{E}'$ ngược chiều với $\vec{E}_0$) (3)

Với quả cầu điện môi mang điện q, và điện tích liên kết q' thì

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} ; E_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \text{ và } E' = \frac{|q'|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} d\vec{F}$$

$$|q'| = q - \frac{q}{\varepsilon} = q \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = q \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\right)$$

Vì q' ngược dấu với q nên $q' = -q \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\right)$

$$q' = \frac{4\pi}{3} R^3 \rho' = -\frac{4}{3} \pi R^3 \rho \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\right)$$

Suy ra $\rho' = -\rho \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\right)$ (4)

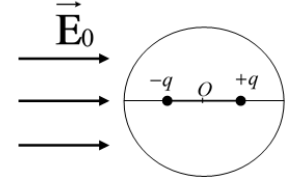
b) Ta có $S\sigma' = V\rho'$, với S và V là diện tích và thể tích quả cầu hay

$$4\pi R^3 \sigma' = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho' \Rightarrow \sigma' = \frac{R\rho'}{3} \quad (5)$$

thay (4) vào (5): $\sigma' = -\frac{R}{3} \rho \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$

Bài 26. Do tính chất đối xứng, có thể xem điện tích trên vỏ tương đương với hệ điện tích $q, -q$. Hai điện tích này tạo thành một lưỡng cực điện.

Điện thế tại điểm C (khoảng cách từ C đến O là r) bằng tổng điện thế của trường ngoài ($V_{\vec{E}_0}$) và điện thế của lưỡng cực ($V_{\vec{P}}$) sinh r .



Công thức thế năng lưỡng cực:

$$V_{\vec{P}} = \frac{p_e \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Thế năng trường ngoài

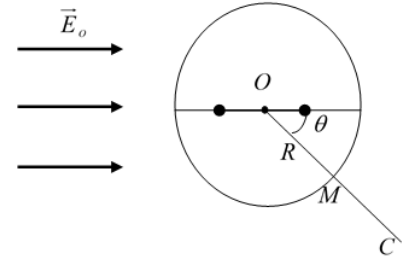
$$V_{\vec{E}_0} = \int -E_0 dx = -E_0 x = -E_0 r \cos \theta$$

Theo tính chất của vật dẫn trong điện trường, quả cầu dẫn là vật đẳng thế. Chọn gốc điện thế tại O, điện thế tại mọi điểm trên quả cầu bằng 0. Xét điểm M ở bề mặt quả cầu, ta có: $V_M = 0$. Vậy

$$V_M = V_{\vec{E}_0}(M) + V_{\vec{P}}(M) = 0$$

$$\rightarrow \frac{p_e \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} = E_0 R \cos \theta$$

$$\rightarrow p_e = 4\pi\epsilon_0 E_0 R^3$$



Vậy, vectơ cường độ điện trường theo phương pháp tuyến tại M được xác định:

$$E_M = E_{\vec{E}_0}(r) + E_{\vec{P}}(r) = \left(-\frac{\partial V_{\vec{E}_0}}{\partial r} - \frac{\partial V_{\vec{P}}}{\partial r} \right) \Big|_R = E_0 \cos \theta + 2E_0 \cos \theta$$

$$\rightarrow E_M = 3E_0 \cos \theta$$

Ta được mật độ điện mặt:
$$\sigma = \frac{E_n(M)}{\epsilon_0} = \frac{3E_0 \cos \theta}{\epsilon_0}$$

CHƯƠNG II. TỤ ĐIỆN**II.1 TỤ ĐIỆN-GIỚI HẠN HOẠT ĐỘNG TỤ ĐIỆN**

Bài 1. Hai tụ mắc nối tiếp: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{3}{1}, U_1 + U_2 = U \Rightarrow \begin{cases} U_1 = \frac{3}{4}U \\ U_2 = \frac{1}{4}U \end{cases} \quad (1)$

Hiệu điện thế giới hạn mỗi tụ: $U_{gh} = E_{gh} \cdot d = 1800 \cdot 2 = 3600V \quad (2)$

Từ (1) và (2): để bộ tụ không bị đánh thủng thì $U_1 \leq U_{gh}$

$$\Rightarrow U \leq 4800V.$$

Vậy bộ tụ chịu được hiệu điện thế giới hạn là 4800V.

Bài 2. Có tất cả 5 cách mắc ba tụ trên thành bộ.

- Cách 1: C_1 nt C_2 nt C_3

Để bộ tụ không bị đánh thủng thì hiệu điện thế mỗi tụ thỏa mãn: $\begin{cases} U_1 \leq 1000V \\ U_2 \leq 200V \\ U_3 \leq 500V \end{cases}$

Ta tính được hiệu điện thế của bộ: $U \leq 733,3V$

- Cách 2: C_1 nt $(C_2 // C_3) \Rightarrow U \leq 1200V$

- Cách 3: C_2 nt $(C_1 // C_3) \Rightarrow U \leq 500V$

- Cách 4: C_3 nt $(C_1 // C_2) \Rightarrow U \leq 400V$

- Cách 5: $C_1 // C_2 // C_3 \Rightarrow U \leq 200V$

$\Rightarrow$ Cách 2 cho bộ tụ chịu được hiệu điện thế lớn nhất là

1200V, khi đó $C_{bộ} = \frac{5}{6} \mu F$.

Bài 3. a) Các điện trở: R_1 nt R_2 , cường độ dòng điện qua mỗi điện trở:

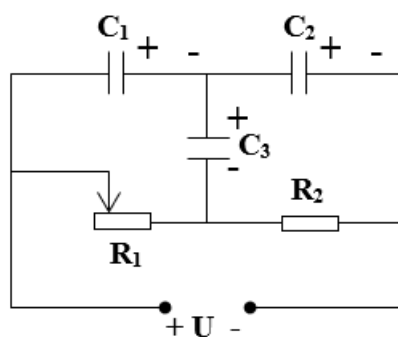
$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{120}{R_1 + 600}$$

+) Hiệu điện thế giữa hai đầu R_1 : $U_{R1} = I.R_1 =$

$$\frac{UR_1}{R_1 + R_2} = \frac{120R_1}{R_1 + 600}$$

+) Hiệu điện thế giữa hai đầu R_2 : $U_{R2} = I.R_2 =$

$$\frac{UR_2}{R_1 + R_2} = \frac{72000}{R_1 + 600}$$



+) Gọi hiệu điện thế mỗi tụ C_1, C_2, C_3 lần lượt là U_1, U_2, U_3 và giả sử dấu điện tích trên các bản tụ như hình vẽ, ta có các liên hệ:

$$\begin{cases} U_1 + U_2 = U = 120V \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} U_1 + U_3 = U_{R1} = \frac{UR_1}{R_1 + R_2} = \frac{120R_1}{R_1 + 600} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} -Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

+) Thay $C_1 = C_2 = C_3 = C$ vào (3), được:

$$-U_1 + U_2 + U_3 = 0 \Rightarrow U_2 + U_3 = U_1 \quad (3')$$

Từ (1), (2), (3') ta tìm được:

$$\begin{cases} U_1 = 40 \cdot \frac{2R_1 + 600}{R_1 + 600} \\ U_2 = 40 \cdot \frac{R_1 + 1200}{R_1 + 600} \\ U_3 = 40 \cdot \frac{R_1 - 600}{R_1 + 600} \end{cases}$$

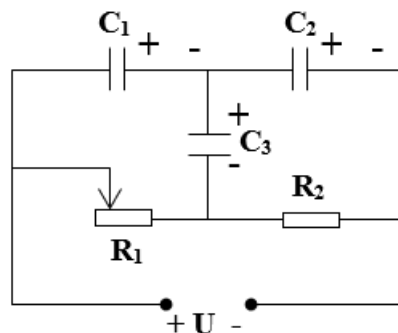
+) Áp dụng: $R_1 = 400\Omega$ ta được: $U_1 = 56V$; $U_2 = 64V$; $U_3 = -8V$.

+) Nhận thấy $U_3 < 0$, nên điện tích trên C_3 phải có dấu phân bố ngược lại so với giả thiết ban đầu, hiệu điện thế của C_3 là 8V.

b) So sánh U_1, U_2, U_3 , dễ thấy $U_1, U_2 > U_3$

Để các tụ không bị đánh thủng thì $U_1, U_2 \leq 70V \quad (4)$

+) $U_1 \geq U_2 \Rightarrow R_1 \geq 600\Omega$



Điều kiện (4) trở thành: $U_1 \leq 70V \Rightarrow U_1 = 40 \cdot \frac{2R_1 + 600}{R_1 + 600} \leq 70V$

$\Rightarrow R_1 \leq 1800\Omega$

$\Rightarrow 600\Omega \leq R_1 \leq 1800\Omega \quad (5)$

$+) U_1 < U_2 \Rightarrow R_1 < 600\Omega$

Điều kiện (4) trở thành: $U_2 \leq 70V \Rightarrow R_1 \geq 200\Omega$

$\Rightarrow 200\Omega \leq R_1 < 600\Omega \quad (6)$

Kết hợp (5) và (6) ta được: $200\Omega \leq R_1 \leq 1800\Omega$

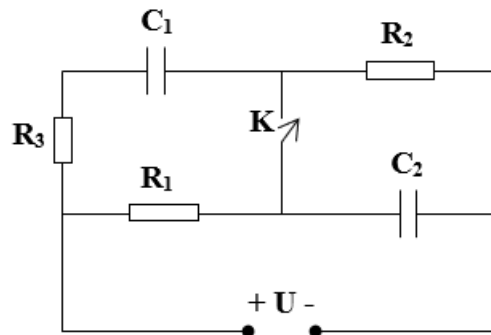
Bài 4. Tính điện tích các tụ khi K mở, K đóng.

a) *) K mở:

$+) \text{ Hiệu điện thế các tụ: } U_1 = U_2 = U = 50V$

$+) \text{ Điện tích các tụ: } Q_1 = C_1 U_1 = 1000 \mu C, Q_2 = C_2 U_2 = 1500 \mu C$

*) K đóng: Các điện trở được mắc: R_1 nt R_2



$+) \text{ Cường độ dòng điện qua các điện trở: } I = \frac{U}{R_1 + R_2} = 1A$

$+) \text{ Lúc này tụ } C_1 // R_1, \text{ hiệu điện thế của } C_1: U_1' = I \cdot R_1 = 20V$

$C_2 // R_2, \text{ hiệu điện thế của } C_2: U_2' = I \cdot R_2 = 30V$

$+) \text{ Điện tích các tụ: } Q_1' = C_1 U_1' = 400 \mu C$

$Q_2' = C_2 U_2' = 900 \mu C$

b) Điện lượng qua R_3 bằng độ thay đổi điện tích trên bản

$(+)$ của tụ $C_1: \Delta Q = |Q_1' - Q_1| = 600 \mu C$

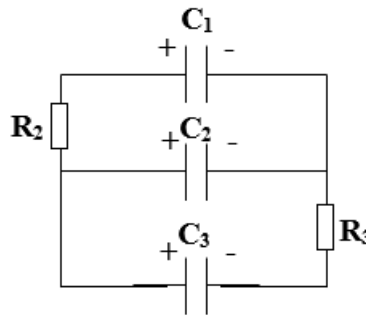
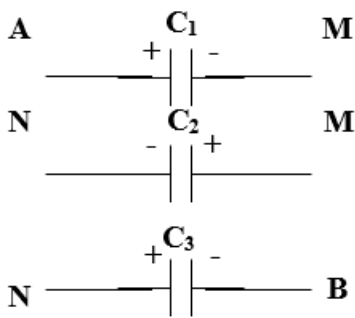
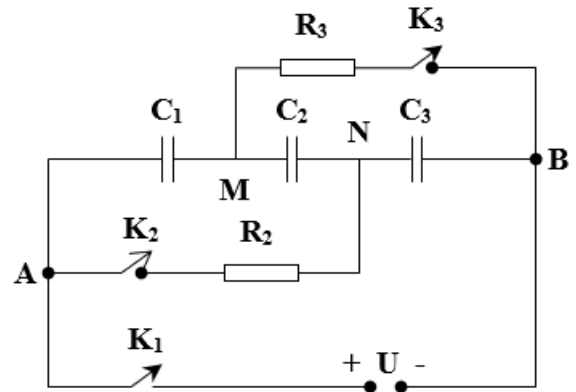
Bài 5. $+) \text{ Đóng } K_1, \text{ lúc này các tụ được mắc: } C_1 \text{ nt } C_2 \text{ nt } C_3$

+) Điện tích mỗi tụ: $Q_1 = Q_2 = Q_3 = \frac{CU}{3}$

+) Năng lượng điện trường của bộ tụ: $W = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{CU^2}{9}$
 $= \frac{CU^2}{6}$

+) Mở K_1 , sau đó đóng đồng thời hai khóa K_2, K_3 :

+) Các tụ sau đó được mắc song song. Dấu điện tích trên các bản trước và sau khi đóng K_2, K_3 được xác định như hình vẽ dưới đây.



+) Hiệu điện thế mỗi tụ sau khi đóng K_2, K_3 : $U_1 = U_2 = U_3 = U'$

Và điện tích tương ứng: $Q_1' = Q_2' = Q_3' = C.U'$

+) Áp dụng định luật bảo toàn điện tích cho các bản tụ nối với nhau ta có:

$$Q_1 + Q_3 - Q_2 = Q_1' + Q_2' + Q_3' \Rightarrow \frac{CU}{3} = 3.C.U' \Rightarrow U' = \frac{U}{9}$$

+) Năng lượng bộ tụ lúc này còn lại: $W' = 3 \cdot \frac{CU'^2}{2} = 3 \cdot \frac{CU^2}{2.81} = \frac{CU^2}{54}$

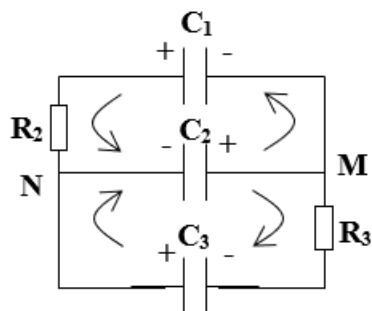
+) Gọi nhiệt lượng tỏa ra trên mỗi điện trở là q , áp dụng định luật bảo toàn năng lượng:

$$W = W' + 2q \Rightarrow q = \frac{W - W'}{2} = \frac{2CU^2}{27}$$

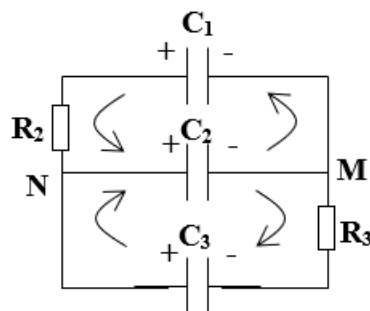
+) Ngay sau khi đóng K_2 và K_3 , điện tích dịch chuyển trong mạch (theo chiều mũi tên).

Vì hiệu điện thế ổn định trên các tụ $U/9 > U/10$, nên có hai thời điểm mà hiệu điện thế của tụ C_2 bằng $U/10$:

- Lần thứ nhất: Hiệu điện thế giảm từ $U/3$ đến $U/10$, điện tích trên các bản tụ C_2 chưa đổi dấu.
- Lần thứ hai: Hiệu điện thế tăng từ 0 đến $U/10$, điện tích trên các bản tụ C_2 đổi dấu.



Thời điểm 1



Thời điểm 2

* Thời điểm 1: Tương tự trên, áp dụng định luật bảo toàn điện tích ta có:

$$Q_1' - Q_2' + Q_3' = \frac{CU}{3}; \text{ với } Q_2' = C \cdot \frac{U}{10} = \frac{CU}{10} \Rightarrow Q_1' = Q_3' = \frac{13.CU}{60}$$

$$+) \text{ Hiệu điện thế các tụ } C_1, C_3: U_1 = U_3 = \frac{Q_1'}{C} = \frac{13U}{60}$$

$$\text{Hiệu điện thế giữa hai điểm M-N: } U_{MN} = U_2 = -U_1 + I.R_2,$$

I là cường độ dòng điện qua R_2 .

+) Do tính đối xứng, cường độ dòng điện qua R_2 cũng bằng cường độ dòng điện qua R_3 :

$$I = \frac{U_1 + U_2}{R_2} = \frac{\frac{13U}{60} + \frac{U}{10}}{R} = \frac{19}{60} \cdot \frac{U}{R}$$

* Thời điểm 2: Tương tự trên, áp dụng định luật bảo toàn điện tích ta có:

$$Q_1' + Q_2' + Q_3' = \frac{CU}{3}; \text{ với } Q_2' = C \cdot \frac{U}{10} = \frac{CU}{10} \Rightarrow Q_1' = Q_3' = \frac{7.CU}{60}$$

$$+) \text{ Hiệu điện thế các tụ } C_1, C_3: U_1 = U_3 = \frac{Q_1'}{C} = \frac{7U}{60}$$

$$+) \text{ Hiệu điện thế giữa hai điểm N-M: } U_{NM} = U_2 = -I.R_2 + U_1$$

+) Cường độ dòng điện qua các điện trở lúc này: $I = \frac{U_1 - U_2}{R_2} = \frac{\frac{7U}{60} - \frac{U}{10}}{R} = \frac{1}{60} \cdot \frac{U}{R}$

Bài 6. a. Cường độ dòng điện trong mạch chính khi K đóng hay M mở là:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3 + r} = 1A$$

$$U_{AN} = I \cdot R_1 = 3\Omega; U_{NB} = I \cdot R_2 = 2\Omega$$

+ Khi K mở : C_1 nối tiếp $C_2 \rightarrow q_M = q_{1M} + q_{2M} = 0$

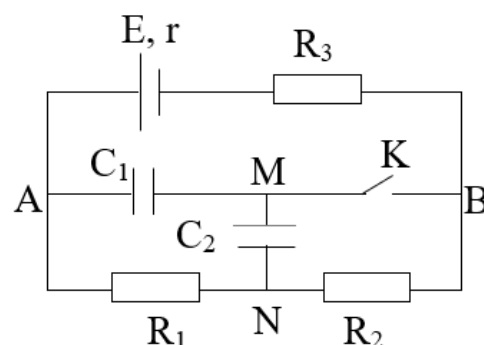
+ Khi K đóng : $q_1 = C_1 \cdot U_{AM} = C_1 \cdot U_{AB} = 1\mu C$

$$q_2 = C_2 \cdot U_{NM} = C_2 \cdot U_{NB} = 0,4\mu C$$

$$q_M = -q_1 - q_2 = -1,4\mu C$$

Các e di chuyển từ B qua khóa K đến M với số e là:

$$N = \left| \frac{q_M}{e} \right| = \left| \frac{1,4 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \right| = 8,75 \cdot 10^{12} \text{ (hạt)}$$



b. Ta có : $U_{MN} = \frac{q_{2M}}{C_2} = \frac{q_{2M}}{0,2} \quad (1)$

+ $U_{MN} = U_{MA} + U_{AN} = \frac{q_{1M}}{C_1} + 3 = \frac{q_{1M}}{0,2} + 3 \quad (2)$

+ $U_{MN} = U_{MB} + U_{BN} = \frac{q_{3M}}{C_3} - 2 = \frac{q_{3M}}{0,4} - 2 \quad (3)$

Khi K mở, thay K bằng tụ C_3 : $q_{1M} + q_{2M} + q_{3M} = 0$

Giải hệ: $U_{MN} = -0,25V \Rightarrow U_{MB} = 1,75V$

$$\Rightarrow q_{3M} = 0,7\mu C.$$

Khi K đóng : $q_{1M} + q_{2M} + q_{3M} = -1,4\mu C$

$$\text{Giải hệ: } U_{MN} = -2V \Rightarrow U_{MB} = 0$$

$$\Rightarrow q_{3M} = 0$$

Bài 7. 1. Lần 1, khi K ở chốt a tụ C_1 tích điện $Q_1 = C_1 U$.

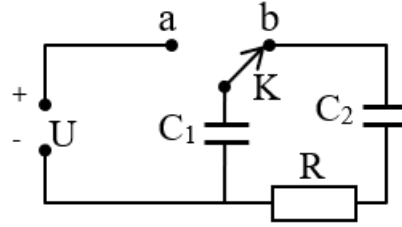
Khi chuyển K từ chốt a sang chốt b lần 1 điện tích trên các tụ điện là:

$$\begin{cases} U_{11} = U_{21} \\ Q_{11} + Q_{21} = C_1 U \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{Q_{11}}{C_1} = \frac{Q_{21}}{C_2} \\ Q_{11} + Q_{21} = C_1 U \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Q_{11} = \frac{C_1^2}{C_1 + C_2} U \\ Q_{21} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U \end{cases}$$

Điện lượng dịch chuyển qua điện trở R là:

$$\Delta Q_1 = Q_1 - Q_{11} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} C_1 U = 400 \mu C$$



b) Khi chuyển K từ chốt a sang chốt b lần 2 ta có:

$$\begin{cases} U_{12} = U_{22} \\ Q_{12} + Q_{22} = C_1 U + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{Q_{12}}{C_1} = \frac{Q_{22}}{C_2} \\ Q_{12} + Q_{22} = C_1 U + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Q_{12} = \frac{C_1^2}{C_1 + C_2} U \left(1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2}\right) \\ Q_{22} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U \left(1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2}\right) \end{cases}$$

Điện lượng dịch chuyển qua R lần 2 là:

$$\Delta Q_2 = Q_1 - Q_{12} = C_1 U - \frac{C_1^2}{C_1 + C_2} U \left(1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2}\right) = \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^2 C_1 U = \frac{400}{3} \mu C$$

c) Sau khi chuyển K sang chốt b lần 3 ta được:

$$Q_{13} = \frac{C_1^2}{C_1 + C_2} U \left(1 + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^1 + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^2\right) \quad Q_{23} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U \left(1 + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^1 + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^2\right)$$

Điện lượng dịch chuyển qua R lần 3 là:

$$\Delta Q_3 = Q_1 - Q_{13} = C_1 U \left[1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2} \left(1 + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^1 + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^2\right)\right] = \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^3 C_1 U$$

Sau khi chuyển K sang chốt b lần thứ n ta được:

$$\begin{cases} Q_{1n} = \frac{C_1^2}{C_1 + C_2} U \left(1 + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^1 + \dots + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^{n-1} \right) \\ Q_{2n} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U \left(1 + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^1 + \dots + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^{n-1} \right) \end{cases}$$

Điện lượng dịch chuyển qua R lần n là:

$$\Delta Q_n = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U \left[1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2} \left(1 + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^1 + \dots + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^{n-2} \right) \right] = \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^n C_1 U$$

Vậy tổng điện lượng qua R sau n lần K chuyển sang chốt b là:

$$\begin{aligned} \Delta Q &= \Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \dots + \Delta Q_n = \left[\frac{C_2}{C_1 + C_2} + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^2 + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^3 + \dots + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^n \right] C_1 U \\ &= \left(1 - \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^n \right) C_2 U = \left(1 - \frac{1}{3^n} \right) \cdot 6 \cdot 10^{-4} C \end{aligned}$$

Bài 8a. Chọn gốc thời gian ngay sau khi vừa đóng khóa K1

Do có điện trở R_1 và R_2 trên đoạn dây đi qua các tụ và hai cực của nguồn nên các tụ 3 vẫn nhất thời giữ nguyên điện tích như trước khi đóng K1

$$\Rightarrow q_1(0) = q_2(0) = q_3(0) = 0(C)$$

Sau khi đóng K1 một thời gian dài, các dòng điện trong mạch đều bằng không, điện tích được phân bố ổn định trên các tụ. Đoạn dây nối các bản tụ 1, 2 và 3 bị cô lập nên theo định luật bảo toàn điện tích:

$$+q_1(\infty) - q_2(\infty) - q_3(\infty) = 0 \quad (1)$$

Mặt khác, ta có:

$$U_2(\infty) = U_3(\infty) \Rightarrow \frac{q_2(\infty)}{C_2} = \frac{q_3(\infty)}{C_3}$$

$$\Rightarrow 2q_2(\infty) - q_3(\infty) = 0 \quad (2)$$

$$U_1(\infty) + U_2(\infty) = U \Rightarrow \frac{q_1(\infty)}{C_1} + \frac{q_2(\infty)}{C_2} = U$$

$$\Rightarrow q_1(\infty) + q_2(\infty) = 36\mu C \quad (3)$$

Giải HPT (1), (2) và (3) ta tìm được:

$$q_1(\infty) = 27\mu C; \quad q_2(\infty) = 9\mu C; \quad q_3(\infty) = 18\mu C$$

b. Chọn lại gốc thời gian ngay sau khi đóng K2.

Ngay sau khi mở K1 và đóng K2, do có điện trở R_2 nên dòng điện qua tụ C_2 vẫn còn bằng không, điện tích trên tụ C_2 nhất thời giữ giá trị như trước khi đóng K2.

$$\Rightarrow q_2(0) = 9\mu C$$

Điện tích được phân bố lại tức thời trên tụ C_1 và C_4 . Theo định luật bảo toàn điện tích:

$$+q_1(0) - q_4(0) = q_1(\infty) = 27\mu C \quad (4)$$

Mặt khác:

$$U_1(0) = U_3(0) \Rightarrow \frac{q_1(0)}{C_1} = \frac{q_4(0)}{C_4} \Rightarrow q_1(0) - q_4(0) = 0 \quad (5)$$

Giải HPT (4) và (5) ta tìm được:

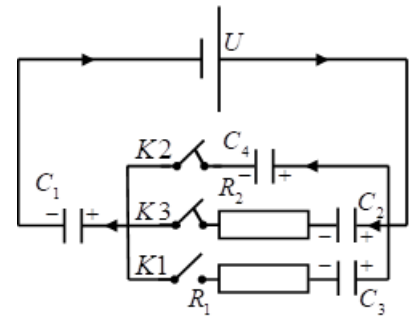
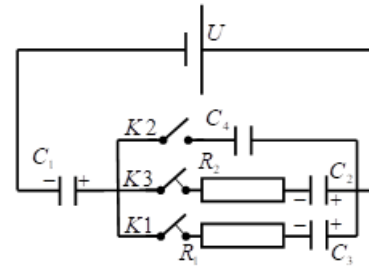
$$q_1(0) = 31,5\mu C; \quad q_4(0) = 4,5\mu C$$

Tại thời điểm $t > 0$, các dòng điện có chiều như hình vẽ.

Đoạn dây nối các bản tụ 1, 2 và 4 bị cô lập nên theo định luật bảo toàn điện tích:

$$+q_1 - q_2 - q_4 = q_1(\infty) - q_2(\infty) = 27\mu C - 9\mu C = 18.10^{-6} C \quad (6)$$

Mặt khác, ta có:



$$U_4 = U_2 + U_{R2} \Rightarrow \frac{q_4}{C_4} = \frac{q_2}{C_2} + i_2 \cdot R_2 \Rightarrow q_4 = q_2 + 3 \cdot 10^{-6} \frac{dq_2}{dt} \quad (7)$$

$$U_1 + U_4 = U \Rightarrow \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_4}{C_4} = U \Rightarrow q_1 + q_4 = 36 \cdot 10^{-6} C \quad (8)$$

Thay (6), (8) vào (7) ta có:

$$6 \cdot 10^{-6} - q_2 = 2 \cdot 10^{-6} \frac{dq_2}{dt}$$

Đặt $Q_2 = 6 \cdot 10^{-6} - q_2$, suy ra:

$$Q_2 = -2 \cdot 10^{-6} \frac{dQ_2}{dt} \Rightarrow \int \frac{dQ_2}{Q_2} - 2 \cdot 10^{-6} \int dt \Rightarrow Q_2 = \text{const} \exp[-5 \cdot 10^5 t]$$

$$\Rightarrow q_2 = 6 \cdot 10^{-6} - \text{const} \exp[-5 \cdot 10^5 t] (C)$$

Điều kiện ban đầu:

$$\Rightarrow q_2(0) = 9 \cdot 10^{-6} = 6 \cdot 10^{-6} - \text{const} \Rightarrow \text{const} = -3 \cdot 10^{-6} (C)$$

$$\Rightarrow q_2 = 6 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 10^{-6} \exp[-5 \cdot 10^5 t] (C)$$

Điện tích trên tụ C_4 và C_1 :

$$q_4 = q_2 + 3 \cdot 10^{-6} \frac{dq_2}{dt} \Rightarrow q_4 = 6 \cdot 10^{-6} - 1,5 \cdot 10^{-6} \exp[-5 \cdot 10^5 t] (C)$$

$$q_1 + q_4 = 36 \cdot 10^{-6} C \Rightarrow \boxed{q_1 = 30 \cdot 10^{-6} + 1,5 \cdot 10^{-6} \exp[-5 \cdot 10^5 t] (C)}$$

Bài 9. Tại $t = 0$: $u_{AB} = U_0 \rightarrow D_1$ mở, còn D_2 đóng:

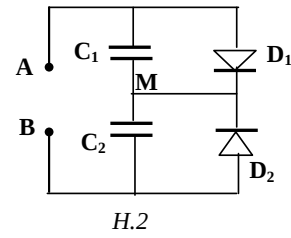
$$\rightarrow u_1 = u_{AM} = 0; u_2 = u_{MB} = U_0 \rightarrow q_{2M} = C_2 U_0$$

+ Với $0 < t < T/4$: u_{MB} giảm từ $U_0 \rightarrow 0$ nên D_1 mở: tụ C_2 phóng điện qua C_1 và nguồn nhưng không phóng điện qua D_1 được, ta có:

$$-q_1 + q_2 = C_2 U_0 \quad (7)$$

+ Tại $t = T/4$: $u_{AB} = 0 \rightarrow u_{AM} + u_{MB} = 0$ (8) ; kết hợp (1) và (2) thì tại $t = T/4$ ta được:

$$\begin{cases} u_{AM} = -\frac{C_2 U_0}{C_1 + C_2} < 0 \\ u_{MB} = \frac{C_2 U_0}{C_1 + C_2} > 0 \end{cases} \quad (9) \text{ nên hai điôt đều bị cấm}$$



+ Sau $t = T/4$: ở chế độ ổn định, hai điôt đều bị cấm, ta có: dòng qua hai tụ là đồng nhất, nên :

$$u_{AM} + u_{MB} = U_0 \cos(\omega t) \rightarrow C_1 C_2 u_{AM} + C_1 C_2 u_{MB} = C_1 C_2 U_0 \cos(\omega t)$$

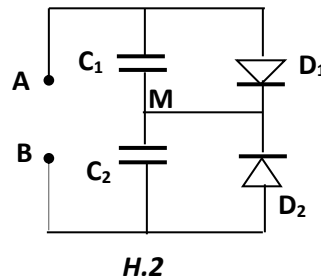
$$\rightarrow C_2 q_1' + C_1 q_2' = -\omega C_1 C_2 U_0 \sin(\omega t) \Leftrightarrow -(C_1 + C_2) I_0 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega C_1 C_2 U_0 \sin(\omega t)$$

$$\rightarrow \begin{cases} I_0 = \frac{C_1 C_2 \omega U_0}{C_1 + C_2} \\ \varphi = 0 \end{cases} \rightarrow i = \frac{-C_1 C_2 \omega U_0}{C_1 + C_2} \sin \omega t \rightarrow \begin{cases} q_1 = q_{01} \cos \omega t + a_1 \\ q_2 = q_{02} \cos \omega t + a_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u_{AM} = \frac{q_1}{C_1} = \frac{C_2 U_0}{C_1 + C_2} \cdot \cos \omega t + \frac{a_1}{C_1} \\ u_{MB} = \frac{q_2}{C_2} = \frac{C_1 U_0}{C_1 + C_2} \cdot \cos \omega t + \frac{a_2}{C_2} \end{cases} (*)$$

Tại $t = T/4$: (*) thỏa mãn (9) nên ta được: $\begin{cases} -\frac{C_2 U_0}{C_1 + C_2} = \frac{a_1}{C_1} \\ \frac{C_2 U_0}{C_1 + C_2} = \frac{a_2}{C_2} \end{cases}$ thay vào (*) cho ta:

$$\begin{cases} u_{AM} = \frac{C_2 U_0}{C_1 + C_2} \cdot (\cos \omega t - 1) \\ u_{MB} = \frac{C_1 U_0}{C_1 + C_2} \cos \omega t + \frac{C_2 U_0}{C_1 + C_2} \end{cases}$$



(ta thấy $u_{AM} \leq 0; u_{MB} \geq 0 \forall t$ nên khi ổn định hai điôt đều bị cấm)

Bài 10. +Điện tích mỗi tụ ban đầu là: $Q_1 = C_1 U_1$ và $Q_2 = C_2 U_2$.

Khi nối song song với nhau $C = C_1 + C_2$ và điện tích của bộ là $Q = U(C_1 + C_2)$

+Nếu $Q_1 > Q_2$ thì $Q = Q_1 - Q_2 \Rightarrow U(C_1 + C_2) = C_1 U_1 - C_2 U_2 \quad (1)$

Nếu $Q_1 < Q_2$ thì $Q = Q_2 - Q_1 \Rightarrow U(C_1 + C_2) = C_2U_2 - C_1U_1$ (2)

+Giải phương trình (1) ta có nghiệm : $C_2 = 3\mu F$

+Giải phương trình (2) ta có nghiệm : $C_2 = 11\mu F$

Bài 11. Khi nối vào A, B hiệu điện thế U ta có;

$$q_1 = C_1U; \quad q_2 = q_3 = q_4 = \frac{C_1U}{5}$$

* Khi nối M,N với hiệu điện thế U gọi điện tích trên các tụ tương ứng khi đó là:

q'_1, q'_2, q'_3, q'_4 ; Áp dụng định luật bảo toàn điện tích ta có

$$q'_1 - q'_2 = q_1 + q_2 = \frac{6C_1U}{5}; \quad (1).$$

$$-q'_1 + q'_4 = -(q_1 + q_4) = -\frac{6C_1U}{5}; \quad (2).$$

$$\frac{q'_2}{C_1} + \frac{q'_1}{C_1} + \frac{2q'_4}{C_1} = U; \quad (3).$$

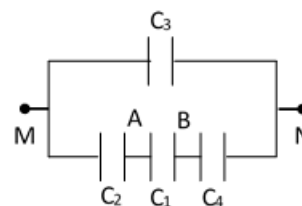
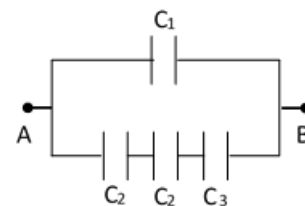
* Từ (1) và (2) ta có: $q'_2 = q'_4$

* Thế vào (3) ta có: $3q'_2 + q'_1 = C_1U$; (4).

* Giải hệ (1) và (4) ta có: $q'_1 = \frac{23C_1U}{20}$

* Vậy hiệu điện thế hai đầu A, B khi đó là: $U'_{AB} = \frac{q'_1}{C_1} = \frac{23}{20}U$

* Thay số: $U'_{AB} = 23V$.



Bài 12. Điện phổ của điện trường giữa dây dẫn và mặt đất được biểu diễn như hình vẽ.

Áp dụng phương pháp ảnh điện, ta có thể coi điện trường này là do dây dẫn và ảnh của nó qua mặt đất gây nên. Đó là điện trường tổng hợp của hai mặt trụ dẫn điện dài vô hạn tích điện trái dấu gây ra.

Có thể sử dụng định lý Ostrograski – Gaox để tính cường độ điện trường do một dây dẫn hình

trụ gây ra tại điểm cách trục của dây khoảng r là : $E_0 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon r} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0\epsilon r}$

Trong đó : λ , σ là mật độ điện dài và mật độ điện mặt. R là bán kính hình trụ.

Cường độ điện trường tổng hợp do một đoạn dây dẫn hình trụ dài l gây ra tại một điểm cách dây mang điện dương một khoảng x là :

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l x} + \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l (2h - x)}$$

Trong đó : q là độ lớn điện tích trên một đoạn dây l

Hiệu điện thế giữa hai dây dẫn :

$$V_1 - V_2 = \int_R^{2h-R} E dx = \int_R^{2h-R} \left[\frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l x} + \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l (2h - x)} \right] dx \Rightarrow V_1 - V_2 = \frac{q}{\pi\epsilon\epsilon_0 l} \ln \frac{2h}{R}$$

Vì hiệu điện thế giữa dây dẫn và ảnh của nó lớn gấp đôi hiệu điện thế giữa hai dây dẫn và mặt đất. Nên hiệu điện thế giữa dây dẫn và mặt đất sẽ là :

$$U = \frac{V_1 - V_2}{2} = \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l} \ln \frac{2h}{R}$$

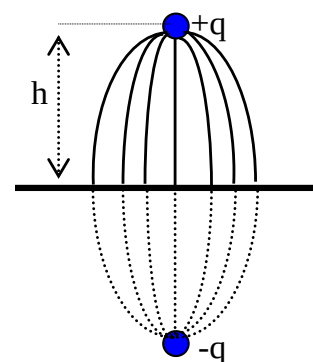
Coi hệ thống dây dẫn và mặt đất như một tụ điện đơn giản, ta sẽ tính được điện dung của một

đơn vị dài của dây dẫn: $C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln \frac{2h}{R}}$

Bài 13.a. Trước hết ta hãy xét trường hợp a. Điện trường trong tấm kim loại bằng không, còn trong khoảng hở giữa tấm kim loại và hai bản tụ điện trường là đều và cường độ của nó bằng $E = -2E/d$. Dễ dàng thấy rằng mặt phẳng $x=d/2$ cách đều hai bản tụ là mặt cũng có điện thế bằng không, nên ta có thể chọn mốc điện thế mới tại $x=d/2$.

Phân khoảng cách giữa hai bản tụ làm ba miền : $0 \leq x \leq d/4$; $d/4 \leq x \leq 3d/4$; $3d/4 \leq x \leq d$

Trong miền thứ nhất: $0 \leq x \leq d/4$; $E = -2E/d$, sử dụng công thức :



$$V(x) = -\int E dx = \int \frac{2E}{d} dx = \frac{2E}{d} x + \text{const}$$

Để xác định hằng số trong biểu thức trên ta dùng tính chất là điện thế toàn bộ tấm kim loại bằng không do đó $V=0$ tại $x=d/4$. Thay điều kiện này vào biểu thức trên ta tìm được hằng số $\text{const} = E/2$. Vậy trong miền này phân bố điện thế có dạng.

$$V(x) = E \left(\frac{2x}{d} - \frac{1}{2} \right)$$

Đối với miền thứ hai $d/4 \leq x \leq 3d/4$, cường độ điện trường bằng không (không có điện trường trong tấm kim loại), do đó $V(x) = \text{const}$. Nhưng vì $V=0$ tại $x=d/4$, áp dụng điều kiện liên tục $V(x)=0$ trong miền này.

Trong miền thứ ba $3d/4 \leq x \leq d$ cũng như trong miền thứ nhất $E=-2E/d$, do đó

$$V(x) = \frac{2E}{d} x + \text{const}$$

Sử dụng tính chất $V=0$ tại $x=3d/4$, thay vào biểu thức trên ta tìm được hằng số bằng $-3E/2$ và phân bố điện thế trong miền này

$$V(x) = E \left(\frac{2x}{d} - \frac{3}{2} \right)$$

Đồ thị của phân bố điện thế giữa hai bản tụ trong cả ba miền được cho trên hình vẽ 9

b. Bây giờ xét trường hợp b. Khi này $V=0$ tại $x=0$

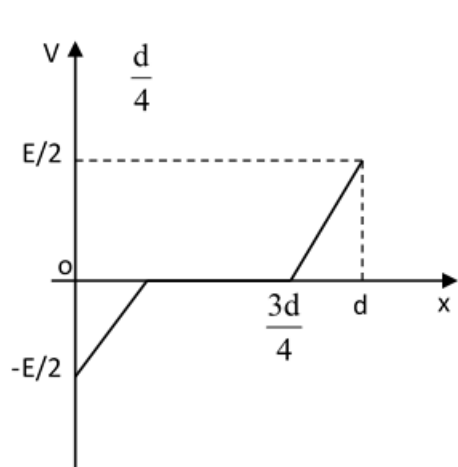
Phân bố điện thế trong miền: $0 \leq x \leq d/4$ có dạng $V(x) = \frac{2E}{d} x$

Trong miền: $d/4 \leq x \leq 3d/4$, điện thế không đổi bằng $E/2$.

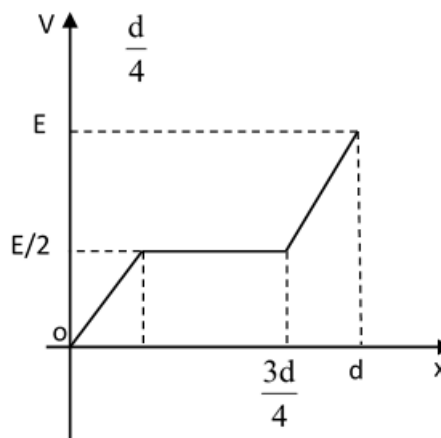
Còn trong miền thứ ba: $3d/4 \leq x \leq d$

$$V(x) = E \left(\frac{2x}{d} - 1 \right)$$

Đồ thị tương ứng cho trên hình vẽ 10



Hình 9



Hình 10

Bài 14.

a. Kí hiệu q là điện tích tụ điện. Cường độ điện trường tại điểm M trong khoảng giữa hai bản chỉ do bản trong gây ra:

$$E = \frac{kq}{r^2}, \text{ với } r = OM.$$

Biết điện dung của tụ điện : $C = \frac{R_1 R_2}{k(R_2 - R_1)}, (\epsilon = 1)$

Và áp dụng công thức $q = CU_0$, suy ra:

$$q = \frac{R_1 R_2 U_0}{k(R_2 - R_1)}$$

Và từ đó $E = \frac{R_1 R_2 U_0}{r^2 (R_2 - R_1)} = 3 \cdot 10^4 \text{ V/m}.$

b. Công của lực điện trường chuyển thành động năng của electron

$$A = \frac{mv^2}{2}$$

$$\text{Ta có } dA = e dV = -e E dr = -\frac{k e q}{r^2} dr \Rightarrow A = \int_{r_2}^{r_1} -\frac{k e q}{r^2} dr = \frac{k e q (r_1 - r_2)}{r_1 r_2}$$

$$\Rightarrow A \frac{eU_0 R_1 R_2 (r_1 - r_2)}{r_1 r_2 (R_2 - R_1)} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU_0 R_1 R_2 (r_1 - r_2)}{m r_1 r_2 (R_2 - R_1)}} = 79,6.10^6 \text{ m/s}$$

Bài 15. a. Ta biết điện trường tạo ra bởi hai bản tụ điện: $E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 S}$.

Để tính mật độ điện tích phân cực khối xuất hiện trong khối điện môi do tác dụng của điện trường $\vec{E}_0$ ta áp dụng định lý Ô-xtrô-grát- xki-Gao-xơ như sau:

Chọn trục Ox dọc theo chiều dài của khối điện môi, theo đề bài ta có $\epsilon = \epsilon(x)$.

Vì độ lớn của ϵ thay đổi theo vị trí trong khối điện môi $E = \frac{E_0}{\epsilon}$ thay đổi theo tọa độ x. Xét một lớp mỏng điện môi, bề dày dx ; điện trường ở hai mặt của lớp điện môi có cường độ E và E+dE. Với S là diện tích tiết diện khối điện môi, điện thông qua mặt kín bao quanh lớp điện môi mỏng đó là:

$$d\Phi = (E + dE)S - ES = SdE \quad (\text{giá trị này khác không})$$

Như vậy bên trong lớp điện môi có lượng điện tích $dq = \rho dV = \rho S dx$, với ρ là mật độ khối của điện tích phân cực xuất hiện trong khối điện môi do tác dụng của điện trường ngoài $\vec{E}_0$.

Áp dụng định lý Ô-xtrô-grát- xki-Gao-xơ, ta có:

$$\epsilon_0 S dE = \rho S dx \Rightarrow \rho = \epsilon_0 \frac{dE}{dx} = \epsilon_0 \frac{d}{dx} \left(\frac{E_0}{\epsilon} \right) = \epsilon_0 E_0 \frac{d}{dx} \frac{1}{\epsilon(x)}$$

Hay ta viết lại được

$$\rho = \epsilon_0 \frac{d}{dx} \left(\frac{E_0}{\epsilon} \right) = \epsilon_0 E_0 \frac{d}{dx} \frac{1}{\epsilon(x)} = -\frac{q}{\epsilon^2 S} \frac{d\epsilon}{dx}.$$

Điện tích phân cực tổng cộng bên trong khối điện môi là:

$$q' = \int \rho dV = -\int \left(\frac{q}{\epsilon^2 S} \frac{d\epsilon}{dx} \right) S dx = -q \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} \frac{d\epsilon}{\epsilon^2} \Rightarrow q' = q \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 \epsilon_2}$$

b. Dễ dàng tìm thấy rằng, vì $\epsilon(x)$ là hàm bậc nhất của x nên $\epsilon(x)$ có dạng:

$$\epsilon(x) = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{d} x + \epsilon_1$$

Hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện là:

$$V_1 - V_2 = -\int E dx, \text{ với } E = \frac{E_0}{\epsilon}$$

$$V_2 - V_1 = \frac{q}{\epsilon_0 S} \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} \frac{dx}{\epsilon(x)} = \frac{qd}{\epsilon_0 S(\epsilon_2 - \epsilon_1)} \ln\left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\right)$$

$$\text{Điện dung của tụ điện đó là: } C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{\epsilon_0 S(\epsilon_2 - \epsilon_1)}{\ln \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

c. Thay số ta được: $V_1 - V_2 = 100V$, $C = 32\mu F$.

II.2. TỤ ĐIỆN PHÓNG ĐIỆN

Bài 1. a. Tổng năng lượng của hai tụ: $W = W_1 + W_2 = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2}$

b. Khi nối hai bản tích điện cùng dấu của hai tụ với nhau:

$$\text{+) Hiệu điện thế và điện tích các tụ: } \begin{cases} U_1 = U_2 = U' \\ Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2 \end{cases} \Rightarrow U' = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$$

$$\text{+) Năng lượng mới của hệ tụ: } W' = \frac{1}{2} C_1 U_1'^2 + \frac{1}{2} C_2 U_2'^2 = \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$$

c. Hiệu năng lượng trước và sau khi nối:

$$W - W' = \left(\frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} \right) - \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{2(C_1 + C_2)} = \frac{(C_2 Q_1 - C_1 Q_2)^2}{2C_1 C_2 (C_1 + C_2)} > 0;$$

+) Năng lượng chuyển thành nhiệt tỏa ra trên R hoặc sóng điện từ nếu mạch không có điện trở.

* Chú ý: Trong các bài trên, nếu trong công thức bảo toàn năng lượng không kể tới công của nguồn, và coi công A bằng độ giảm năng lượng thì ra cùng đáp số.

Bài 2. +) Giả sử khi ghép thành mạch kín, dấu điện tích trên các bản không đổi.

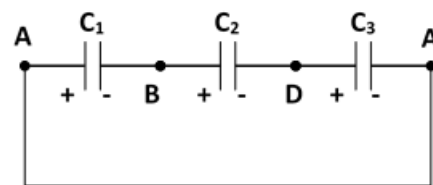
$$U_{AB} + U_{BD} + U_{DA} = U_1' + U_2' + U_3' = 0$$

+) Bảo toàn điện tích:

* Bản B: $-Q_1' + Q_2' = -Q_1 + Q_2$

* Bản D: $-Q_2' + Q_3' = -Q_2 + Q_3$

+) Giải hệ trên, $U_1' = -90V$, $U_2' = 30V$, $U_3' = 60V$.



Bài 3. Ban đầu: (hình vẽ 1). Điện dung tương đương của bộ tụ: $C_{bo} = \frac{C}{21}$

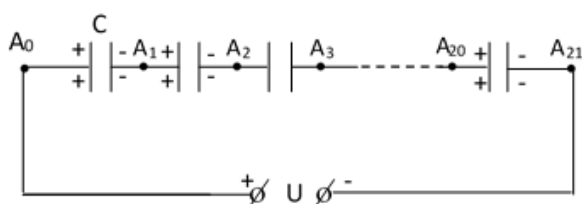
$$\Rightarrow \text{Điện tích của mỗi tụ là: } q_0 = U \cdot C_b = \frac{UC}{21} \quad (*)$$

+ Giải sử ta ngắt tụ thứ $(n + 1)$ (nằm giữa nút A_n và A_{n+1}) rồi sau đó mắc ngược lại. $(0 \leq n \leq 20)$.

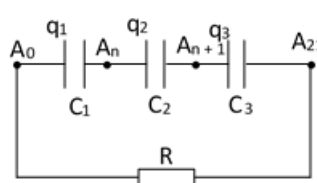
Khi đó điện tích ở các tụ đều thay đổi, hệ tương đương với bộ gồm 3 tụ có điện dung: C_1, C_2, C_3 mắc nối tiếp nhau (hình vẽ 2).

Trong đó: $C_2 = C$; $\frac{1}{C_1} = \frac{n}{C}$ và $\frac{1}{C_3} = \frac{20-n}{C}$ (1)

+ Gọi q_1, q_2, q_3 lần lượt là điện tích các bản tụ bên trái của tụ C_1, C_2, C_3 , khi mạch đã ổn định (không có điện lượng chuyển qua R nữa).



Hình 1



Hình 2

Ta có: $U_{A_0 A_{21}} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} = 0$ (2)

+ Áp dụng định luật bảo toàn điện tích:

* Nút A_0, A_{21} : $q_1 - q_3 = -q_0 + q_0 = 0 \Rightarrow q_1 = q_3 = q$ (3)

* Nút A_n : $-q_1 + q_2 = -q_0 - q_0 = -2q_0$ (4)

+ Thay (1), (3) vào (2) và (4) ta thu được:

$$\begin{cases} \frac{q}{C}(n+20-n) + \frac{q_2}{C} = 0 \\ -q + q_2 = -2q_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20q + q_2 = 0 \\ -q + q_2 = -2q_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{2q_0}{21} \\ q_2 = -\frac{40q_0}{21} \end{cases}$$

Điện lượng chạy qua R là: $\Delta q = |q_0 - q| = \frac{19}{21} \cdot q_0 = \frac{19 \cdot UC}{441}$ (**)

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng: $W_0 = Q + W$

$$\Rightarrow Q = W_0 - W = \frac{q_0^2}{2C_b} - \left[\frac{q^2}{2} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3} \right) + \frac{q_2^2}{2C_2} \right]$$

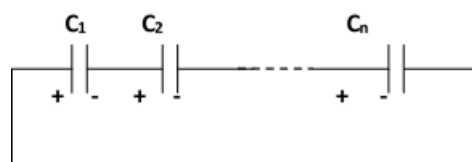
Thay dữ liệu vào ta có:

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{21^2 - 80}{21^3} \cdot U^2 C = \frac{361}{18522} \cdot U^2 C \approx 0,0195 \cdot CU^2 \quad (***)$$

Bài 4. Giả sử sau khi nối, dấu điện tích trên các bản tụ vẫn như cũ.

Theo định luật bảo toàn điện tích:

$$\begin{cases} -Q_1 + Q_2 = -Q_1' + Q_2' \\ -Q_2 + Q_3 = -Q_2' + Q_3' \\ \dots\dots\dots \\ -Q_n + Q_1 = -Q_n' + Q_1' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 - Q_1' = Q_2 - Q_2' \\ Q_2 - Q_2' = Q_3 - Q_3' \\ \dots\dots\dots \\ Q_n - Q_n' = Q_1 - Q_1' \end{cases}$$



$$\Rightarrow Q_1 - Q_1' = Q_2 - Q_2' = \dots = Q_n - Q_n'$$

+) Thay vào, ta có: $C_1(U - U_1') = C_2(U - U_2') \Rightarrow U_1' = U + \frac{C_2}{C_1}(U_2' - U) = U + \frac{C_2 U_2'}{C_1} - \frac{C_2 U}{C_1}$

+) Tương tự: $U_1' = U + \frac{C_2 U_2'}{C_1} - \frac{C_2 U}{C_1} = U + \frac{C_3 U_3'}{C_1} - \frac{C_3 U}{C_1} = \dots = U + \frac{C_n U_n'}{C_1} - \frac{C_n U}{C_1}$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} U_1' = U + \frac{C_i U_i'}{C_1} - \frac{C_i U}{C_1} \\ U_2' = U + \frac{C_i U_i'}{C_2} - \frac{C_i U}{C_2} \\ \dots\dots\dots \\ U_n' = U + \frac{C_i U_i'}{C_n} - \frac{C_i U}{C_n} \end{array} \right.$$

+) Cộng theo vế, để ý công thức công hiệu điện thế ta được:

$$U_1' + U_2' + \dots + U_n' = 0 \Rightarrow nU + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) C_i U_i - \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) C_i U = 0$$

+) Đặt $\frac{1}{C_0} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) \Rightarrow nU + \frac{C_i U_i'}{C_0} - \frac{C_i U}{C_0} = 0$

$$\Rightarrow U_i' = U - \frac{nUC_0}{C_i} = U \left(1 - \frac{nC_0}{C_i} \right)$$

Bài 5. Điện tích ban đầu của C_0 là: $Q_0 = C_0 U_0 = 800 \mu F$

Khi nạp điện cho tụ C_1 , Hiệu điện thế trên C_0 và C_1 bằng nhau và bằng U_1 . Áp dụng định luật bảo toàn điện tích cho hai bản tụ được nối với nhau:

$$Q_{01} + Q_1 = Q_0 \Rightarrow \begin{cases} U_1 = \frac{Q_0}{C_0 + C_1} = \frac{C_0 U_0}{C_0 + C} \\ Q_{01} = C_0 U_1 = \frac{C_0^2 U_0}{C_0 + C} \end{cases};$$

+) Với Q_{01} , Q_1 là điện tích của tụ C_0 , C_1 sau khi nạp điện lần thứ nhất.

Tương tự, sau lần nạp điện thứ hai, hiệu điện thế và điện tích trên C_0 :

$$\begin{cases} U_2 = \frac{C_0^2 U_0}{(C_0 + C)^2} \\ Q_{02} = \frac{C_0^3 U_0}{(C_0 + C)^2} \end{cases}$$

Sau lần nạp thứ n:

$$\begin{cases} U_n = \frac{C_0^n U_0}{(C_0 + C)^n} \\ Q_{0n} = \frac{C_0^{n+1} U_0}{(C_0 + C)^n} \end{cases}$$

b) Sau khi nạp, đem các tụ $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ nối tiếp thành bộ thì bộ này có hiệu điện thế: $U_b = U_1 + U_2 + \dots + U_n =$

$$= \frac{C_0 U_0}{C_0 + C} + \frac{C_0^2 U_0}{(C_0 + C)^2} + \dots + \frac{C_0^n U_0}{(C_0 + C)^n} = U_0 \left[\frac{C_0}{C_0 + C} + \frac{C_0^2}{(C_0 + C)^2} + \dots + \frac{C_0^n}{(C_0 + C)^n} \right]$$

$$\Rightarrow U_b = U_0 \frac{\left(\frac{C_0}{C_0 + C} \right)^n - \frac{C_0}{C_0 + C}}{\frac{C_0}{C_0 + C} - 1}. \text{ Khi } n \rightarrow \infty \text{ thì } \left(\frac{C_0}{C_0 + C} \right)^n \rightarrow 0$$

$$\text{Lúc này } U_b = U_0 \frac{\frac{C_0}{C_0 + C}}{1 - \frac{C_0}{C_0 + C}} = U_0 \frac{C_0}{C} = 800 \text{ (V)}.$$

Bài 6. Vì chưa biết sơ đồ mạch điện nên ta chia 2 trường hợp:

a) Trường hợp 1: Cực (+) của nguồn mắc với bản (+) của tụ. Điện tích ban đầu của tụ:

$$q_1 = C \cdot 4E = 4CE$$

$$\text{Năng lượng ban đầu của tụ: } W_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_1^2}{C} = \frac{1 \cdot 16C^2 E^2}{2C} = 8E^2 C$$

$$\text{Điện tích lúc sau của tụ: } q_2 = CE.$$

$$\text{Năng lượng lúc sau của tụ là: } W_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_2^2}{C} = \frac{C^2 E^2}{2C} = \frac{E^2 C}{2}$$

$$\text{Độ biến thiên năng lượng của tụ: } \Delta W = W_2 - W_1 = \frac{E^2 C}{2} - 8E^2 C = -\frac{15}{2} E^2 C$$

$$\text{Mặt khác: } A_{nguồn} = \Delta q \cdot E = (q_2 - q_1)E = -3E^2 C$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng: $A_{nguồn} = \Delta W + Q$

$$\text{Suy ra: } Q = A_{nguồn} - \Delta W = -3E^2C + \frac{15}{2}E^2C = \frac{9}{2}E^2C$$

$$\text{Do đó: } C = \frac{2Q}{9E^2}$$

Trường hợp 2: Cực (+) của nguồn mắc với bản (-) của tụ.

$$\text{Điện tích lúc đầu của tụ: } q_2' = -CE$$

$$\text{Mặt khác ta có: } A_{nguồn} = \Delta q \cdot E = (4CE + CE)E = 5E^2C.$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng: $A_{nguồn} = \Delta W + Q$

$$\text{Suy ra: } Q = A_{nguồn} - \Delta W = 5E^2C + \frac{15}{2}E^2C = \frac{25}{2}E^2C$$

$$\text{Do đó: } C = \frac{2Q}{25E^2}.$$

Bài 7. Khi tăng nhanh khoảng cách 2 bản tụ dưới lên 2 lần, điện tích trên các tụ chưa kịp biến thiên

(không có dòng trong mạch), công thực hiện chỉ để làm tăng năng lượng tụ dưới:

$$A = \Delta W = \frac{q_0^2}{2C'} - \frac{q_0^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{C/2} - \frac{1}{C} \right) = \frac{q_0^2}{2C}$$

Sau đó điện tích trên các tụ sẽ phân bố lại. Khi ổn định gọi điện tích của tụ

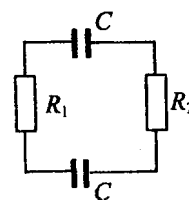
$$\text{trên là } q_1 \text{ và của tụ dưới là } q_2, \text{ ta có: } U_{AB} = \frac{q_1}{C} = \frac{q_2}{C/2}$$

$$\Rightarrow q_1 = 2q_2$$

Áp dụng định luật bảo toàn điện tích, ta có: $q_1 + q_2 = 2q_0$

$$\text{suy ra: } q_1 = 4q_0/3; q_2 = 2q_0/3$$

$$\text{Năng lượng của bộ tụ bây giờ là: } W_2 = \frac{q_1^2}{2C} + \frac{q_2^2}{2 \cdot C/2} = \frac{4}{3} \frac{q_0^2}{C}$$



Suy ra tổng nhiệt lượng toả trên các điện trở là:

$$Q = W_1 - W_2 = \frac{q_0^2}{2C} + \frac{q_0^2}{2 \cdot C/2} - \frac{4}{3} \frac{q_0^2}{C} = \frac{1}{6} \frac{q_0^2}{C}$$

Ký hiệu Q_1, Q_2 tương ứng là nhiệt lượng toả ra trên các điện trở R_1, R_2 , ta có:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{i^2 R_1 \cdot \Delta t}{i^2 \cdot R_2 \cdot \Delta t} = \frac{R_1}{R_2} = 1/2$$

Mặt khác:

$$Q_1 + Q_2 = Q = \frac{1}{6} \frac{q_0^2}{C}$$

Giải hệ phương trình trên, ta được: $Q_1 = \frac{1}{18} \frac{q_0^2}{C}$ và $Q_2 = \frac{1}{9} \frac{q_0^2}{C}$.

Bài 8. Sau khi đóng mạch các tụ điện nạp điện rất nhanh còn dòng điện qua điện trở rất nhỏ. Thực vậy dòng điện tích lúc đầu được xác định bởi điện trở trong rất nhỏ của nguồn: “thời gian đặc trưng của điện tích” có giá trị cỡ bằng tích của điện dung toàn phần (ở đây có thể lấy bằng C) và điện trở trong r với $rC = 10^{-4} s \ll 0,1s$

theo điều kiện đề bài. Mặt khác $R.C = 10^5 \cdot 10^{-4} = 10s$ cũng lớn hơn nhiều so với khoảng thời gian 0,1s đã cho.

Bây giờ ta sẽ sử dụng phương pháp điện thế nút để tiến hành tính toán. Giả sử có điện lượng q đi qua điện trở, điện thế các nút ký hiệu là v và u và điện thế của điểm trên cũng là V. Khi đó với điện trở trong rất nhỏ và dòng qua nguồn rất nhỏ có thể coi $V = 10(V)$. Nếu có một điện lượng q đi qua điện trở thì điện tích tổng cộng của các bản có điện thế u là q:

$$C(v-u) + Cu = q.$$

Điện tích tổng cộng của các bản có điện thế v luôn luôn bằng không:

$$Cv + C(v-u) + C(v-V) = 0.$$

Từ hai phương trình trên ta nhận được:

$$u = \frac{V}{5} + \frac{3q}{5.C}, \quad v = \frac{2V}{5} + \frac{q}{5C}$$

Rõ ràng khi $q = 0$ sau 0,1s điện tích thực tế không đi qua điện trở - điện thế đầu dưới của điện trở bằng $0,2V = 2$ (vôn) đầu trên của điện trở có điện thế $V = 10$ (vôn). Bởi vậy dòng điện qua điện trở trong thời gian chúng ta quan tâm bằng: $I_R = \frac{0,8V}{R} = 0,08mA$.

Sau thời gian điện tích q đi qua điện trở, điện tích tổng cộng của hai tụ dưới tăng một lượng :

$$\left(\frac{3q}{5C} + \frac{q}{5C} \right).C = 0,8q.$$

Rõ ràng là chính điện lượng này đã đi qua nguồn. Nó nhận được nhỏ hơn điện tích q vì tụ điện trên có phóng điện, một phần điện tích của nó đi theo nguồn theo chiều ngược lại, do đó dòng qua nguồn bằng: $I_{ng} = 0,8I_R = 0,064mA$

Để tính nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở ta viết hiệu điện thế trên nó như là 1 hàm số của điện lượng đi qua nó: $\Delta\varphi = 0,8V - \frac{0,6q}{C}$

Rõ ràng đây là sự phụ thuộc tuyến tính. Điện tích toàn phần đi qua sau một khoảng thời gian lớn là Q sẽ làm cho hiệu điện thế bằng không, từ đó ta có: $Q = \frac{4CV}{3}$.

Do đó nhiệt lượng tỏa ra trên R bằng :

$$W = \frac{1}{2} \Delta\varphi_{\text{bandau}}.Q = \frac{1}{2} 0,8V \cdot \frac{4.CV}{3} = \frac{8}{15} CV^2 \approx 5mJ.$$

Bài 9.. Mạch điện trên tương đương với mạch sau: $\frac{1}{r} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_0}$

$$\text{Vì } R_0 = R_1 = R_2 = R \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{2}{R} \Rightarrow r = \frac{R}{2}$$

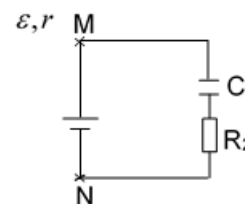
$$\frac{\varepsilon}{r} = \frac{E}{R_0} \Rightarrow \varepsilon = \frac{Er}{R_0} = \frac{E}{2}$$

Vì điện lượng chạy qua R_2 là q nên tụ điện được nạp điện tích q .

Khi ở trạng thái ổn định hiệu điện thế trên tụ là ε và không có dòng qua R_2 . Gọi Q là nhiệt lượng toả ra trên r và R_2 . Vì dòng điện qua R_2 và qua r bằng nhau tại

mọi thời điểm nên: $\frac{Q_{R_2}}{Q_r} = \frac{R_2}{r} = 2$ với Q_{R_2}, Q_r là nhiệt lượng toả ra

trên R_2 và r .



Do vậy $Q_{R_2} = \frac{2}{3}Q$. Công của nguồn là: $A_n = q\varepsilon$. Áp dụng định luật bảo toàn năng

lượng ta có: $q\varepsilon = \frac{q^2}{2C} + Q$ và $\varepsilon = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{q^2}{C} = \frac{q^2}{2C} + Q$

$$\Rightarrow Q = \frac{q^2}{2C} \Rightarrow Q_{R_2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{3C}.$$

Vậy nhiệt lượng toả ra trên R_2 là: $Q_{R_2} = \frac{q^2}{3C}$.

Bài 10. a. K ở (1):

+) Điện tích trên tụ C_1 : $Q_1 = C_1U = 110 \mu C = 1,1 \cdot 10^{-4} C$;

b. K chuyển sang (2):

+) Ban đầu hai tụ C_2, C_3 chưa tích điện, coi hai tụ này như bộ tụ C_{23} :

$$C_{23} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = 1,2 \mu F$$

+) Khi K chuyển sang (2), tụ C_1 ghép song song với C_{23} ban đầu chưa tích điện, ta có:

$$U_1' = U_{23} = U', \quad q_{23} + q_1' = q_1$$

$$\Rightarrow (C_{23} + C_1)U' = q_1 \Rightarrow U' = 50V \Rightarrow U_1' = U_{23} = 50V.$$

$$\Rightarrow q_1' = 50 \mu C; \quad q_2 = q_3 = q_{23} = 60 \mu C \Rightarrow U_2 = q_2/C_2 = 30V; \Rightarrow U_3 = 20V.$$

Bài 11.

a. Khi K sang a, tụ C_1 tích điện: $Q_1 = C_1 U = 1200 \mu C$.

+) Khi K trở lại b: $Q_1 = Q_1' + Q_2' = U'(C_1 + C_2)$

$$\Rightarrow U' = 40V \Rightarrow Q_2' = C_2 U' = 400 \mu C = 4 \cdot 10^{-4} C$$

+) Điện lượng qua R: $\Delta Q_1 = Q_2' = 4 \cdot 10^{-4} C$

b. Bảo toàn điện tích cho lần nạp 2: $Q_1 + Q_2' = Q_1'' + Q_2''$

$$\Rightarrow U'' = 160/3 (V) \Rightarrow Q_2'' = C_2 U'' = 10 \cdot 160/3 (\mu C) = 533 \mu C$$

+) Điện lượng qua R: $\Delta Q_2 = Q_2'' - Q_2' = 400/3 (\mu C)$

c. Lần 1: $Q_2' = C_2 U' = C_2 \cdot \frac{Q_1}{C_1 + C_2} = Q_1 \cdot \frac{C_2}{C_1 + C_2}$

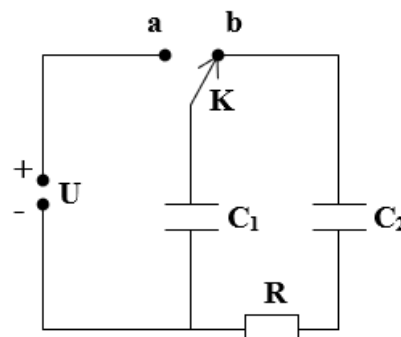
Lần 2: $Q_2'' = C_2 U'' = C_2 \cdot \frac{Q_1 + Q_2'}{C_1 + C_2} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \left(Q_1 + Q_1 \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right) = Q_1 \frac{C_2}{C_1 + C_2} \left(1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)$

Lần 3: $Q_2''' = C_2 U''' = C_2 \cdot \frac{Q_1 + Q_2''}{C_1 + C_2} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \left[Q_1 + Q_1 \frac{C_2}{C_1 + C_2} \left(1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right) \right] =$

$$= Q_1 \frac{C_2}{C_1 + C_2} \left[1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2} + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^2 \right]$$

Lần thứ n: $Q_2^{(n)} = Q_1 \frac{C_2}{C_1 + C_2} \left[1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2} + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^2 + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^3 + \dots + \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^{(n-1)} \right] =$

$$= 1200 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{n-1}} \right) = 400 \cdot \frac{\left(\frac{1}{3} \right)^n - 1}{\frac{1}{3} - 1} = 400 \cdot \frac{1 - \frac{1}{3^n}}{\frac{2}{3}} = 600 \cdot \left(1 - \frac{1}{3^n} \right) \mu C$$



+) Vậy tổng điện tích qua R trong n lần nạp bằng: $Q_2^{(n)} = 600 \cdot \left(1 - \frac{1}{3^n}\right) \mu\text{C}$

d. Điện tích của C_2 khi n rất lớn là:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Q_2^{(n)} = 600 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3^n}\right) = 600 \mu\text{C} = 6 \cdot 10^{-4} \text{C}$$

Bài 12. Xét sơ đồ hình vẽ 4a. Sau khi đóng khóa K, các tụ $(C_1//C_3)$ và $(C_2//C_4)$. Vì ban đầu các tụ điện chưa tích điện.

Điện dung tương đương của bộ tụ điện là: $C = \frac{(C_1 + C_3)(C_2 + C_4)}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}$

Ta có:

$$U_1 = U_3 = U_{13} = \frac{Q_{13}}{C_{13}} = \frac{C_2 + C_4}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} E \rightarrow Q_1 = C_1 U_1 = C_1 \frac{C_2 + C_4}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} E$$

$$U_2 = U_4 = U_{24} = \frac{Q_{24}}{C_{24}} = \frac{C_1 + C_3}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} E \rightarrow Q_2 = C_2 U_2 = C_2 \frac{C_1 + C_3}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} E$$

Điện tích dịch chuyển qua điện kế G chính là độ biến thiên điện tích qua tụ C_1 và C_2 trước và sau khi đóng khóa K, tức là (do các tụ C_1 và C_2 ban đầu chưa tích điện):

$$\Delta Q = -Q_2 + Q_1 = \frac{C_1 C_4 - C_2 C_3}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} E$$

+ Nếu $C_1 C_4 > C_2 C_3 \rightarrow \Delta Q > 0$ dòng electron di chuyển từ M đến N.

+ Nếu $C_1 C_4 < C_2 C_3 \rightarrow \Delta Q < 0$ dòng electron di chuyển từ N đến M.

Xét sơ đồ hình vẽ 4b. Khi khóa K mở C_1 nối tiếp với C_2 , điện tích trên tụ C_1 và C_2 là:

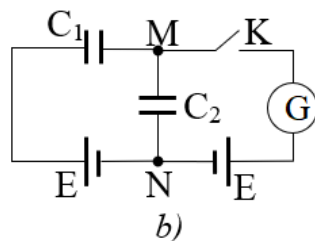
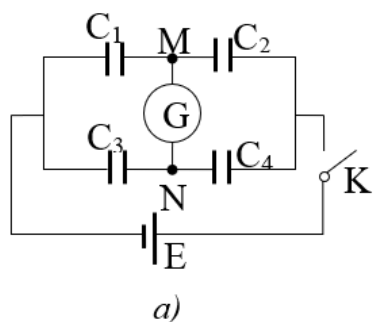
$$Q_1 = Q_2 = Q_{12} = C_{12} E = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E.$$

Sau khi đóng khóa K, với giả thiết đầu các điện tích trên tụ điện không đổi.

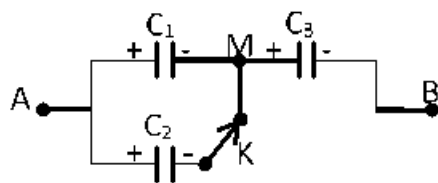
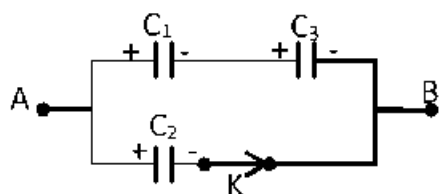
Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} U_1' + U_2' = E \\ U_1' = E - E = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} U_1' = 0 \\ U_2' = E \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Q_1' = 0 \\ Q_2' = C_2 E \end{cases}$$

Điện lượng dịch chuyển qua điện kế G chính là biến thiên điện tích qua tụ C_1 và C_2 trước và sau khi đóng khóa K, tức là:

$$\Delta Q = (-Q_1' + Q_2') - (-Q_1 + Q_2) = Q_2' = C_2 E.$$



Bài 13. a) Khi khóa K ở vị trí 1 (hình vẽ 1a) các tụ điện mắc theo sơ đồ: $(C_1 \text{nt} C_3) // C_2$.



Vì $C_1 \text{nt} C_3$: $C_{13} = \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3} = 2 \mu F$.

Điện tích và hiệu điện thế trên các tụ điện là:

$$Q_1 = Q_3 = Q_{13} = C_{13} U = 2.18 = 36 \mu C$$

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{36}{3} = 12V; U_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{36}{6} = 6V; U_2 = U = 18V \rightarrow Q_2 = C_2 U_2 = 3.18 = 48 \mu C$$

Khi khóa K chuyển sang vị trí 2 (hình vẽ 1b). Giả sử dấu của điện tích trên các bản tụ điện là không đổi có dấu như hình vẽ 1a,b. Gọi hiệu điện thế và điện tích trên các tụ điện lần lượt là: U'_1, U'_2, U'_3 và Q'_1, Q'_2, Q'_3 .

Ta có: $U'_1 = U'_2$ (1) và $U'_1 + U'_3 = U = 18$ (2).

Mặt khác, áp dụng định luật bảo toàn điện tích đối với hệ 3 tụ điện mắc thông qua khóa K, ta có: $-Q'_1 - Q'_2 + Q'_3 = -Q_1 - Q_2 + Q_3$ (3)

Chú ý rằng $Q'_1 = C_1 U'_1$; $Q'_2 = C_2 U'_2$; $Q'_3 = C_3 U'_3$ và thay các giá trị bằng số vào phương trình (1), (2), (3) ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} U'_1 = U'_2 \\ U'_1 + U'_3 = U = 18 \\ -3U'_1 - 3U'_2 + 6U'_3 = -48 \end{cases} \quad \text{giải hệ ta được} \quad \begin{cases} U'_1 = 13V \\ U'_2 = 13V \\ U'_3 = 5V \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Q'_1 = C_1 U'_1 = 39 \mu C \\ Q'_2 = C_2 U'_2 = 39 \mu C \\ Q'_3 = C_3 U'_3 = 30 \mu C \end{cases}$$

Ta thấy rằng các đại lượng Q_1', Q_2', Q_3' đều dương chứng tỏ giả thiết về dấu của các điện tích trên các bản tụ điện *hình vẽ 1b* là đúng.

b) Điện tích dịch chuyển qua khóa K qua điểm M.

Điện tích dịch chuyển qua khóa K chính là độ biến thiên điện tích dịch chuyển qua điện tích Q_2 . Điện tích qua tụ C_2 đã giảm đi một lượng:

$$\Delta Q = Q_2 - Q_2' = 48 - 39 = 9 \mu C$$

Như vậy có nghĩa là lượng điện tích $9 \mu C$ dịch chuyển qua khóa K khi khóa K chuyển từ 1 sang 2 làm điện tích qua tụ C_1 tăng lên một lượng $\Delta Q_1 = Q_1' - Q_1 = 3 \mu C$ điện tích qua tụ C_3 giảm một lượng $\Delta Q_3 = Q_3 - Q_3' = 6 \mu C$. Tức là đã có $\frac{9 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 5,625 \cdot 10^{13}$ electron di chuyển qua khóa K và có

$\frac{3 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,875 \cdot 10^{13}$ electron đến tụ C_1 , $\frac{6 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 3,75 \cdot 10^{13}$ electron đi đến tụ C_3 .

Bài 14:

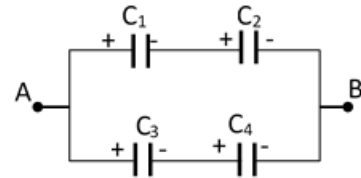
a) Khi K mở, hệ tụ điện mắc theo sơ đồ như hình vẽ 2a:

Vì $(C_1 \text{nt} C_2) // (C_3 \text{nt} C_4)$ ta có:

$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 2 \mu F; C_{34} = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = 2 \mu F$$

Vì ban đầu các tụ điện chưa tích điện nên:

$$Q_{12} = Q_1 = Q_2 = C_{12} U = 48 \mu C; Q_{34} = Q_3 = Q_4 = C_{34} U = 48 \mu C.$$



Hình vẽ 2a

Khi K đóng hệ tụ điện được mắc theo sơ đồ: $(C_1 // C_3) \text{nt} (C_2 // C_4)$. Giả sử dấu điện tích của các tụ điện trước và sau khi đóng khóa K không đổi như *hình vẽ 2a, b*. Gọi điện tích và hiệu điện thế trên các bản tụ điện ngay sau khi đóng khóa K là Q_1', Q_2', Q_3', Q_4' và U_1', U_2', U_3', U_4' .

Áp dụng định luật bảo toàn điện tích cho nút M ngay sau khi đóng khóa K và khi ổn định.

$$-Q_1' + Q_2' - Q_3' + Q_4' = -Q_1 + Q_2 - Q_3 + Q_4 = 0.$$

Với $Q_1' = C_1 U_1' = 6 U_1'; Q_2' = C_2 U_2' = 3 U_2'; Q_3' = C_3 U_3' = 3 U_3'; Q_4' = C_4 U_4' = 6 U_4'.$

Và ta có hệ phương trình sau:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1' = U_3' \\ U_2' = U_4' \\ U_1' + U_2' = 24 \\ -6U_1' + 3U_2' - 3U_3' + 6U_4' = 0 \end{array} \right. \quad \text{giải hệ ta được} \quad \left\{ \begin{array}{l} U_1' = 12V \\ U_2' = 12V \\ U_3' = 12V \\ U_4' = 12V \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Q_1' = C_1 U_1' = 72\mu C \\ Q_2' = C_2 U_2' = 36\mu C \\ Q_3' = C_3 U_3' = 36\mu C \\ Q_4' = C_4 U_4' = 72\mu C \end{array} \right.$$

Ta nhận thấy Q_1', Q_2', Q_3', Q_4' đều dương, chứng tỏ giả thiết về dấu điện tích trên các tụ như hình vẽ 2b là đúng.

b) Điện tích dịch chuyển qua khóa K chính là độ biến thiên điện tích qua hệ 2 tụ (C_1 và C_2) hoặc (C_3 và C_4).

$$\Delta Q = (-Q_1' + Q_2') - (-Q_1 + Q_2) = (-72 + 36) - (-48 + 48) = -36\mu C$$

Dấu (-) chứng tỏ electron dịch chuyển qua khóa K từ N đến M.

Như vậy có nghĩa là, qua tụ C_1, C_2, C_3, C_4 đã thay đổi những lượng:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta Q_1 = -Q_1' - (-Q_1) = -72 + 48 = -24\mu C \\ \Delta Q_2 = Q_2' - Q_2 = 36 - 48 = -12\mu C \\ \Delta Q_3 = -Q_3' - (-Q_3) = -36 + 48 = 12\mu C \\ \Delta Q_4 = Q_4' - Q_4 = 72 - 48 = 24\mu C \end{array} \right.$$

Tức là đã có $\frac{24 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,5 \cdot 10^{14}$ electron đi tới tụ C_1 , $\frac{12 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,75 \cdot 10^{14}$ electron đi tới tụ C_2 ,

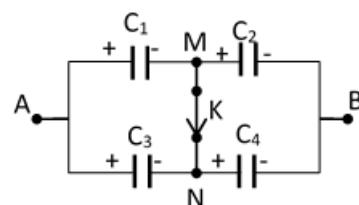
$\frac{12 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,75 \cdot 10^{14}$ electron ra khỏi tụ C_3 và $\frac{24 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,5 \cdot 10^{14}$ electron đi ra khỏi tụ C_4 .

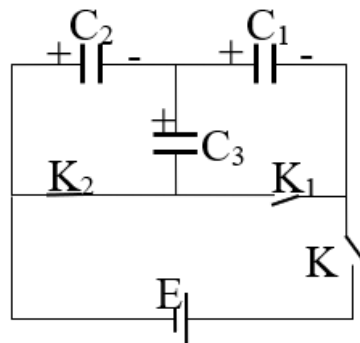
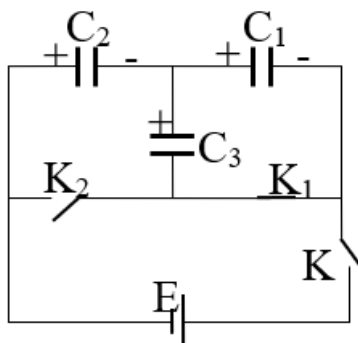
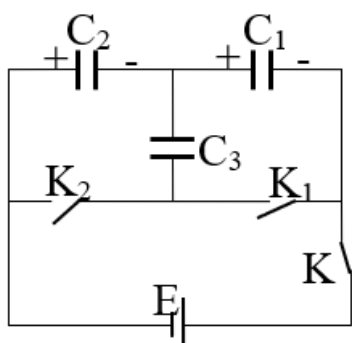
Bài 15.

Sau khi đóng K (K_1, K_2 vẫn ngắt) C_1 và C_2 mắc nối tiếp hình vẽ 3a, điện lượng của chúng bằng nhau.

$$Q_1 = Q_2 = \frac{1}{2} CE \quad (1)$$

Sau khi ngắt K, đóng K_1 , C_1 và C_3 tạo thành mạch kín hình vẽ 3b. Giả thiết điện tích của chúng là Q_1', Q_3' ,





Ta có: $Q_1' + Q_3' = Q_1 = \frac{1}{2}CE$ (2); mặt khác $U_1' = U_3' \rightarrow \frac{Q_1'}{C} = \frac{Q_3'}{2C}$ (3)

Từ (2) và (3) ta được: $Q_1' = \frac{1}{6}CE$; $Q_3' = \frac{1}{3}CE$.

Sau khi ngắt K_1 , đóng K_2 thì C_2 và C_3 tạo thành mạch kín hình vẽ 3c. Gọi điện lượng cuối cùng của tụ là Q_1'' , Q_2'' , Q_3'' , giả sử dấu của điện tích của tụ C_3 không đổi. Ta có:

$$Q_2'' - Q_3'' = Q_2 - Q_3' = \frac{1}{6}CE \quad (4) \quad \text{và} \quad U_2'' = U_3'' \rightarrow \frac{Q_2''}{C} = -\frac{Q_3''}{2C} \quad (5)$$

Giải hệ (4), (5) ta được: $Q_1'' = \frac{1}{18}CE$; $Q_3'' = -\frac{1}{9}CE$; $Q_2'' = Q_1' = \frac{1}{6}CE$.

Q_3'' mang giá trị âm chứng tỏ dấu của Q_3'' trái với giả thiết ban đầu.

Bài 16 a. Khi K mở điện tích trên hai tụ điện bằng không $\Rightarrow$ tổng điện tích trên 2 tụ bằng không.

- Từ thời điểm khi K đóng đến khi mạch ổn định điện tích trên các tụ là:

$$q_1' = CU_{MB} = CE; \quad q_2' = CU_{NB} = CE. \quad \text{Từ đó suy ra: } q_b' = 2CE$$

- Điện lượng từ cực dương của nguồn đến nút A cũng là: $q' = 2CE$

- Gọi điện lượng qua AM là Δq_1 và qua AN là Δq_2

$$\text{Ta có: } \Delta q_1 + \Delta q_2 = 2CE; \quad \Delta q_1 / \Delta q_2 = 2R/R = 2$$

Từ 2 phương trình trên suy ra:

$\Delta q_1 = 4CE/3$; $\Delta q_2 = 2CE/3$; vậy $\Delta q_1 > \Delta q_2$, suy ra điện lượng Δq_1 khi đến nút M một phần tích điện cho tụ C1, một phần chuyển qua dây từ M đến N.

$$\Delta q_{MN} = \Delta q_1 - CE = CE/3 = 9.10^{-6}C$$

b, (1,0 điểm)

- Nguồn điện đã thực hiện công là: $A = q'E = 2CE^2$

- Năng lượng của hai tụ điện là: $W = 2.CE^2/2 = CE^2$

theo định luật bảo toàn năng lượng ta có:

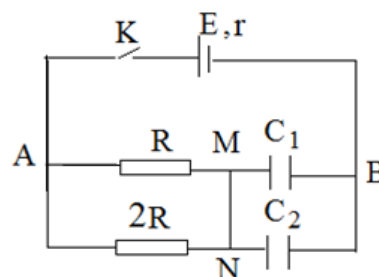
$$Q + W = A \Rightarrow Q = A - W = CE^2$$

- Điện trở tương đương của đoạn R và 2R là: $R_{AM} = 2R/3 = 4r/3$. Trong thời gian 2 tụ tích điện dòng qua điện trở tương đương R và 2R bằng dòng qua r cho nên ta có:

$$Q_{AM} = I^2 R_{AM}t; \quad Q_r = I^2 r t \Rightarrow Q_{AM}/Q_r = R_{AM}/r = 4/3 \rightarrow Q_r = 3Q_{AM}/4$$

$$\text{Mà: } Q = Q_{AM} + Q_r = 7Q_{AM}/4 \Leftrightarrow Q_{AM}/Q = 4/7 \Rightarrow Q_{AM} = 4Q/7 = 4CE^2/7$$

$$\text{Vì } R//2R \Rightarrow Q_{2R}/Q_R = R/2R = 1/2 \Rightarrow Q_R = 2Q_{AM}/3 = 8CE^2/21$$



Hình 3

Bài 17a) Tụ không khí có điện dung: $C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d} = 100\mu F$.

$$+) \text{ Tụ thứ hai có điện dung: } C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} = \alpha U \frac{\epsilon_0 S}{d} = \alpha U.C_0,$$

$$\alpha = 0,1 \text{ (V}^{-1}\text{)}$$

+) Điện tích tụ C_0 trước khi ghép với C: $q_0 = C_0 U_0$.

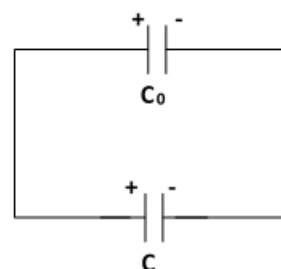
+) Sau khi ghép song song C_0 với C (hình vẽ):

+) Hiệu điện thế trên các tụ: $U_1 = U_2 = U$

+) Điện tích trên C_0 là q_1 , trên C là q_2 .

+) Áp dụng định luật bảo toàn điện tích cho hệ hai bản tích điện dương của hai tụ:

$$q_1 + q_2 = q_0$$



$$\Rightarrow (C_0 + C).U = C_0.U_0 \Rightarrow (1 + \alpha U)C_0.U = C_0.U_0$$

$$\Rightarrow (1 + \alpha U)U = U_0 ; U_0 = 60V \Rightarrow U = 20V.$$

b) Năng lượng ban đầu của C_0 : $W_0 = \frac{1}{2}C_0U_0^2 = 0,18 \text{ (J)}.$

+) Khi các tụ đã ghép với nhau, tổng năng lượng của C_0 và C là:

$$W = W_1 + W_2 = \frac{1}{2}C_0U^2 + \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}(C_0 + C)U^2 \text{ Với } C = \alpha UC_0 = 2C_0$$

$$\Rightarrow W = \frac{3}{2}C_0U^2 = \frac{3}{2}C_0 \frac{U_0^2}{9} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}C_0U_0^2 = \frac{1}{3}W_0 = 0,06 \text{ (J)}.$$

$$\Rightarrow \Delta W = -0,12 \text{ (J)}.$$

+) Nhận xét: Năng lượng của bộ tụ giảm, vậy phần

năng lượng mất mát này chuyển thành nhiệt năng,

phát tia lửa điện khi nối 2 bản tụ với nhau. Mặt khác,

một phần năng lượng để làm thay đổi tính chất điện

của điện môi trong khoảng không gian giữa 2 bản tụ ($\epsilon \in U$).

Bài 18.1. Nhận xét: Bản 1 và bản 100 chỉ tích điện một mặt còn các bản khác đều tích điện 2 mặt

- Ở bản thứ k: $q_{1k} + q_{2k} = q_k$
- Bản 1 và bản 100 nối đất: $V_1 = V_{100} = 0$
- Gọi C_0 là điện dung của 2 bản liên tiếp

* Xét bản cực 1: $V_1 = V_1' = 0$; $q_1 = 0$ (bản 1 phía trái)

Giả sử điện tích của mặt đối diện bản cực 2 là

$$-q_0 = q_1'$$

Gọi Δq_1 là điện tích di chuyển khỏi bản 1 thì:

$$Q = \Delta q_1 + (-q_0)$$

* Xét bản cực 2: Mặt đối diện bản cực 1: $q_2 = -q_1 = +q_0$

Mặt đối diện bản cực 3: $q_2' = 2Q - q_0$

Hiệu điện thế giữa bản 2 và bản 1:

$$U_{21} = \frac{q_0}{C_0} = V_2 - V_1 = V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{q_0}{C_0} \quad (1)$$

* Xét bản cực 3: Mặt đối diện bản cực 2: $q_3 = -q_2' = q_0 - 2Q$

Mặt đối diện bản cực 4: $q_2' = 3Q - q_3 = 2Q + 3Q - q_0 = 5Q - q_0$

Hiệu điện thế giữa bản 3 và bản 2: $U_{32} = \frac{q_3}{C_0} = V_3 - V_2$

$$\Rightarrow V_3 = V_2 + \frac{q_3}{C_0} = \frac{2q_0}{C_0} - \frac{2Q}{C_0} \quad (1)$$

* Tấm thứ n: $q_n' = (2 + 3 + \dots + n)Q - q_0$

$$V_n = \frac{1}{C_0} \{ (n-1)q_0 - n[2 + 3 + \dots + (n-1)]Q + [2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2]Q \} \quad (2)$$

$$\text{Mà: } 1 + 2 + \dots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2 = \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$$

$$\text{Thế vào (2)} \Rightarrow V_n = \frac{1}{C_0} \left\{ (n-1)q_0 - n \left[\frac{n(n-1)}{2} - 1 \right] Q + \left[\frac{n(n-1)(2n-1)}{6} - 1 \right] Q \right\}$$

$$\Leftrightarrow V_n = \frac{1}{C_0} \left\{ (n-1)q_0 - \left[\frac{n^2(n-1)}{2} - n \right] Q + \left[\frac{2n^3 - 3n^2 + n}{6} - 1 \right] Q \right\} \quad (3)$$

Tấm thứ $n = 100$ có điện thế $V_{100} = 0$, thay vào (1) ta có $q_0 = 1682,3Q$

* Gọi Δq_1 và Δq_{100} là điện tích dịch chuyển khỏi bản 1 và bản 100

$$\Delta q_1 + q_1' = Q$$

$$\Rightarrow \Delta q_1 = Q - q_1' = Q - (-q_0) = 1683,3Q$$

$$\Delta q_{100} + q_{100} = 100Q$$

$$\Rightarrow \Delta q_{100} = 100Q - q_{100} = 100Q - (-q_{99}') = 100Q + q_{99}' \quad (2)$$

$$* \quad q_n' = (2 + 3 + \dots + n)Q - q_0 = \left[\frac{n(n+1)}{2} - 1 \right] Q - q_0$$

Với $n = 99$ ta có: $q_{99}' = 3266,7Q$

$$\Rightarrow \Delta q_{100} = 3366,7Q$$

2. Điện thế bản cực n:

$$V_n = \frac{1}{C_0} \left\{ (n-1)q_0 - \left[\frac{n(n-1)(n-2)}{2} + 1 - \frac{n(n-1)(2n-1)}{6} \right] Q \right\}$$

$$\frac{dV_n}{dn} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}n^2 - \frac{7}{6}n = \frac{q_0}{Q} = 1682,33$$

$$\Leftrightarrow n = 58,025$$

Vậy tấm thứ 58 có điện tích cực đại: $V_{\max} = \frac{63441Q}{C} = 63441 \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$

Bài 19. Khi tụ điện tích điện được chạm vào khối điện môi lỏng, nó tác động hút điện môi vào trong khoảng giữa hai bản (do điện môi bị phân cực bởi tác dụng của điện trường giữa hai bản tụ điện) và như vậy năng lượng của hệ giảm đi. Công của lực điện trường kéo điện môi lên trong khoảng giữa hai bản tụ điện biến thành thế năng của cột điện môi trong trọng trường. Công này lại bằng biến thiên năng lượng của hệ tụ điện - nguồn và có giá trị:

$$A = \frac{E^2}{2} (C_2 - C_1)$$

trong đó $C_1 = \frac{\epsilon_0 l h}{d}$; $C_2 = \frac{\epsilon_0 l (h-H)}{d} + \frac{\epsilon \epsilon_0 l H}{d} = C_1 + \frac{\epsilon_0 (\epsilon - 1) H \cdot l}{d}$

trong đó ϵ, H là điện môi và chiều cao của cột chất lỏng trong bản tụ; l, h là bề rộng và chiều cao của bản tụ; d là khoảng cách hai bản tụ.

$$\Rightarrow A = \frac{\epsilon_0 (\epsilon - 1) H \cdot l}{d} \cdot \frac{E^2}{2}$$

Thế năng cột điện môi: $W_t = \frac{\rho g l d H^2}{2}$ với ρ là khối lượng riêng điện môi.

Ta có : $A = W_t \Rightarrow H = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)^2 \cdot E^2}{\rho g d^2} \Rightarrow C_2 = \frac{\varepsilon_0^2(\varepsilon - 1) \cdot E^2 l}{\rho g d^2} + \frac{\varepsilon_0 l h}{d}$

Nhiệt lượng toả ra trên điện trở trong của nguồn là:

$$Q = \frac{1}{2}(C_2 - C_1)E^2 = \frac{\varepsilon_0^2(\varepsilon - 1)^2 E^4 l}{2\rho g d^2}$$

Với chất điện môi ε_1 có khối lượng riêng của ρ_1 ta có:

$$Q_1 = \frac{\varepsilon_0^2(\varepsilon_1 - 1)^2 E^4 \cdot l}{2\rho_1 g d^2} = Q$$

Với chất điện môi ε_2 khối lượng riêng của ρ_2 ta có:

$$Q_2 = \frac{\varepsilon_0^2(\varepsilon_2 - 1)^2 E^4 \cdot l}{2\rho_2 g d^2}$$

Vậy: $Q_2 = Q \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \left(\frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_1 - 1} \right)^2$

Đây là nhiệt lượng toả ra trên điện trở r của nguồn khi trạng thái cân bằng được thiết lập.

Bài 20. Khi vừa đánh bật tấm điện môi ra khỏi tụ điện, điện dung của tụ điện còn bằng C_0 , nhưng điện tích trên tụ vẫn là $q_1 = CE = \varepsilon C_0 U$. Do đó năng lượng của tụ điện ngay sau khi điện môi bị đánh bật bằng:

$$W_1 = \frac{(\varepsilon C_0 U)^2}{2C_0} = \frac{\varepsilon^2 C_0 U^2}{2}$$

Sau đó điện tích của tụ còn lại: $q_2 = C_0 U$ để phù hợp với điện dung mới, nên có một điện lượng $\Delta q = q_1 - q_2$ chạy qua nguồn ngược chiều lực lạ, do đó nguồn tiêu thụ một công:

$$\Delta A = \Delta q U = (q_1 - q_2)U = (\varepsilon - 1)C_0 U^2$$

đồng thời năng lượng của tụ điện chỉ còn bằng:

$$W_2 = \frac{C_0 U^2}{2}$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta thu được nhiệt lượng tỏa ra trên mạch sau khi đẩy tấm điện môi ra ngoài:

$$Q = W_1 - W_2 - \Delta A = \frac{(\varepsilon^2 - 1)C_0 U^2}{2} - (\varepsilon - 1)C_0 U^2 = \frac{(\varepsilon - 1)^2 C_0 U^2}{2} = 2J$$

Bài 21. Biểu thức năng lượng của tụ: $w = \frac{Q^2}{2C}$ (1)

-Trong quá trình điện môi dịch chuyển vào tụ thì:

- +Điện tích các bản tụ thay đổi.
- +Điện dung C của tụ thay đổi.
- +Hiệu thế U_0 giữa hai bản tụ không đổi do nối với nguồn.

-Lấy vi phân hai vế biểu thức (1)

$$dw = \frac{Q}{C} dQ - \frac{Q^2}{2C^2} dC$$

Vì hiệu thế không đổi $U_0 = \frac{Q}{C}$ nên $dw = U_0 dQ - \frac{U_0^2}{2} dC$

Ý nghĩa biểu thức: đây cũng là định luật bảo toàn năng lượng

+Số hạng thứ 1 vế phải $dA_{ng} = U_0 \cdot dQ$ là công của nguồn điện làm thay đổi điện tích trên các bản tụ

Số hạng thứ 2 vế phải $dA_C = \frac{U_0^2}{2} dC$ là công cơ học cần thiết đặt trên điện môi.

dW : độ biến thiên năng lượng của tụ cũng chính là nhiệt lượng tỏa ra.

a.Chứng minh: $A_{ng} = \frac{q_0 U_0 (\varepsilon - \varepsilon_0)}{\varepsilon_0}$

Từ biểu thức: $dA_{ng} = U_0 \cdot dQ$

$$A_{ng} = \int_{q_0}^{q_1} U_0 dQ = U_0 \int_{q_0}^{q_1} dQ = U_0 Q \Big|_{q_0}^{q_1}$$

Lúc đầu điện tích của tụ q_0

Khi lấp đầy điện môi điện tích của tụ là $q_1 = \frac{\epsilon q_0}{\epsilon_0}$ (do $U_0 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_0}{C_0} \Rightarrow q_1$)

Thay cận vào: $A_{ng} = \frac{q_0 U_0 (\epsilon - \epsilon_0)}{\epsilon_0} = q_0 \cdot U_0 \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1 \right)$

b. Tính công cơ học:

$$\text{Từ biểu thức } dA_C = \frac{U_0^2}{2} dC \rightarrow A_C = \int_{C_0}^{C_1} \frac{U_0^2}{2} dC = \frac{U_0^2}{2} C \Big|_{C_0}^{C_1}$$

Cận tích phân : Điện dung tụ lúc đầu $C_0 = \frac{q_0}{U_0}$

Điện dung tụ lúc lấp đầy điện môi: $C_1 = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \cdot \frac{q_0}{U_0}$ (tính từ q_1)

Thay vào: $A_C = \frac{q_0 U_0}{2} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1 \right)$. Vì $A_C > 0$ công này do lực tác dụng lên điện môi gây ra.

$$c. Q = dW = A_{ng} - A_C = \frac{q_0 U_0}{2} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1 \right)$$

Bài 22. Lúc $t = 0$, điện dung hai tụ bằng nhau và bằng: $C_0 = \frac{S}{4\pi k d_0} = \frac{\epsilon_0 S}{d_0}$,

+) Hiệu điện thế trên các tụ: $U_0 = \frac{Q}{2C_0}$

+) Khi cho khoảng cách giữa các bản tụ thay đổi, điện dung các tụ:

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d_1} = \frac{\epsilon_0 S}{d_0 + vt}; \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d_2} = \frac{\epsilon_0 S}{d_0 - vt}$$

+) Hiệu điện thế của hai tụ: $U_1 = U_2$

+) Tổng điện tích trên hai bản tích điện dương: $q_1 + q_2 = Q$

$$\Rightarrow U_1 = U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{Q(d_0^2 - v^2 t^2)}{2d_0 \epsilon_0 S}$$

+) Điện tích của C_1 : $Q_1 = C_1 U_1 = \frac{Q(d_0 - vt)}{2d_0} < Q$

+) Vậy dòng điện trong mạch có chiều từ bản dương của C_1 sang bản dương của C_2 (Hình vẽ)

+) Cường độ dòng điện trong mạch: $i = \left| \frac{\Delta Q_1}{\Delta t} \right| = \frac{Qv}{2d_0} = \text{const.}$

+) Trong thời gian các bản tụ còn di chuyển được, dòng điện trong mạch là dòng không đổi.

Bài 23. Gọi a là bề rộng của mỗi bản thì điện dung của tụ khi chưa nhúng vào chất lỏng: $C = \frac{ah}{k.4\pi d}$.

Điện tích trên tụ khi đó: $q = CU$.

+) Khi nhúng vào chất lỏng, phần nằm ngoài không khí có điện dung: $C_1 = \frac{a(h - v\Delta t)}{k.4\pi d}$.

+) Điện dung của phần nằm trong chất lỏng: $C_2 = \frac{\epsilon av.\Delta t}{k.4\pi d}$.

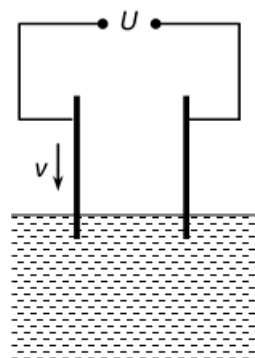
+) Tại thời điểm đó, điện dung của hệ: $C' = C_1 + C_2 = C \left[1 + (\epsilon - 1) \frac{v\Delta t}{h} \right]$.

+) Điện tích của tụ khi đó: $q' = C'U$

+) Trong thời gian Δt , điện lượng chuyển trong mạch:

$$\Delta q = q' - q = (C' - C)U = CU(\epsilon - 1) \frac{v\Delta t}{h}.$$

Cường độ dòng điện trong mạch: $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{CU(\epsilon - 1)v}{h} = 3.10^{-7} (A) = 0,3 \mu A.$

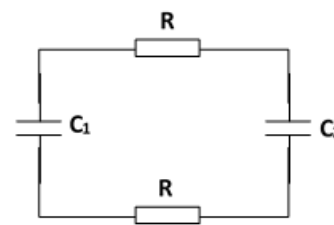


Hình 2

Bài 24. +) Điện dung mỗi tụ trước khi tách các bản tụ ra xa nhau:

$$C_0 = \frac{S}{4\pi k d_1} \approx 5,9 \cdot 10^{-11} \text{ F};$$

và sau khi tăng khoảng cách giữa các bản tụ: $C = \frac{S}{4\pi k d_2} = \frac{C_0}{3} \approx 1,97 \cdot 10^{-11} \text{ F};$



+) Điện tích ban đầu của mỗi tụ: $Q_0 = C_0 \cdot U = 5,9 \cdot 10^{-8} \text{ C}$

a) Đồng thời tách các bản của hai tụ:

+) Hiệu điện thế hai tụ bằng nhau và điện dung hai tụ trong khoảng thời gian này cũng bằng nhau nên điện tích các tụ không đổi.

+) Công dùng để dịch chuyển các bản của tụ C_1 bằng độ biến thiên năng lượng của C_1 : $A_1 = \Delta W_1$

+) Công để dịch chuyển các bản của hai tụ: $A = A_1 + A_2 = 2 \Delta W_1$

$$A = 2 \left(\frac{Q_0^2}{2C} - \frac{Q_0^2}{2C_0} \right) = Q_0^2 \left(\frac{3}{C_0} - \frac{1}{C_0} \right) = \frac{2Q_0^2}{C_0}$$

a) Tách lần lượt hai bản của từng tụ:

- Tách hai bản của tụ C_1 trước: Hiệu điện thế và điện tích các tụ sau khi tách là U_1, U_2, Q_1, Q_2

Ta có: $\begin{cases} U_1 = U_2 \\ Q_1 + Q_2 = 2Q_0 \end{cases} \Rightarrow (C_1 + C_2)U_1 = 2Q_0 \Rightarrow U_1 = U_2 = \frac{2Q_0}{C_1 + C_2}$

+) Điện tích của các tụ C_1, C_2 :

$$Q_1 = C_1 U_1 = \frac{C_0}{3} \frac{2Q_0}{C_1 + C_2} = \frac{C_0}{3} \frac{2Q_0}{\frac{C_0}{3} + C_0} = \frac{Q_0}{2}; \quad Q_2 = C_0 \cdot U_2 = C_0 \cdot \frac{2Q_0}{C_1 + C_2} = \frac{2Q_0 C_0}{\frac{C_0}{3} + C_0} = \frac{3Q_0}{2}$$

+) Độ biến thiên điện tích trên C_2 : $\Delta q = \frac{2Q_0}{2} - Q_0 = \frac{Q_0}{2}$

$\Rightarrow$ Cường độ dòng điện trung bình qua các điện trở: $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{Q_0}{2t}$

+) Nhiệt lượng tỏa ra trên mỗi điện trở: $q = I^2 R t = R \frac{Q_0^2}{4t^2} t = \frac{RQ_0^2}{4t}$

+) Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có: $W_1 + W_2 + A_1 = W_1' + W_2' + 2q$

$$\Rightarrow A_1 = (W_1' - W_1) + (W_2' - W_2) + 2q = \left(\frac{Q_1^2}{2C} - \frac{Q_0^2}{2C_0} \right) + \left(\frac{Q_2^2}{2C} - \frac{Q_0^2}{2C_0} \right) + \frac{RQ_0^2}{2t}$$

$$= \frac{3Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_0^2}{2C_0} + \frac{RQ_0^2}{2t} = \frac{Q_0^2}{2C_0} + \frac{RQ_0^2}{2t}$$

- Sau đó tách các bản của tụ C_2 :

Sau khi tách xong, điện dung hai tụ lại bằng nhau và bằng $C_0/3$, do đó điện tích các tụ lại bằng nhau và bằng Q_0 ban đầu. Do đó điện lượng qua các điện trở R bằng lúc trước và bằng $\Delta q = \frac{Q_0}{2}$ nhưng ngược chiều.

Nhiệt lượng tỏa ra trên hai điện trở: $2q = \frac{RQ_0^2}{2t}$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho quá trình dịch chuyển thứ hai này:

$$W_1' + W_2' + A_2 = W_1'' + W_2'' + 2q$$

$$\Rightarrow A_2 = (W_1'' - W_1') + (W_2'' - W_2') + 2q = \left(\frac{Q_0^2}{2C} - \frac{Q_1^2}{2C} \right) + \left(\frac{Q_0^2}{2C} - \frac{Q_2^2}{2C_0} \right) + \frac{RQ_0^2}{2t} = \frac{3Q_0^2}{2C_0} + \frac{RQ_0^2}{2t}$$

+) Vậy tổng công đã thực hiện: $A' = A_1 + A_2 = \frac{2Q_0^2}{C_0} + \frac{RQ_0^2}{t}$

+) Rõ ràng $A' > A$: $\Delta A = A' - A = \frac{RQ_0^2}{t} = 34,8 \cdot 10^{-12} \text{ J}$

+) Công thực hiện theo cách 2 tốn hơn cách 1, và tốn hơn một lượng đúng bằng nhiệt lượng tỏa ra trên các điện trở R . Điều này phù hợp với quan điểm của định luật bảo toàn năng lượng.

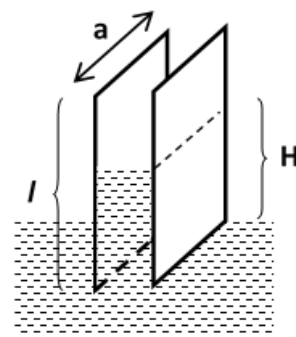
Bài 25. Khi không có điện môi lỏng:

+) Điện dung của tụ: $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$

+) Năng lượng của tụ: $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{\epsilon_0 S}{2d}.U^2 = \frac{\epsilon_0 a.l}{2d}.U^2$

+) Với a, l: các kích thước của bản tụ (hình vẽ).

+) Hai mép dưới của các bản tụ tiếp xúc với điện môi lỏng, điện trường ở mép tụ đã làm phân cực điện môi, các phân tử điện môi trở thành lưỡng cực điện và bị hút lên bởi điện trường giữa hai bản tụ. Công của lực điện bằng độ biến thiên năng lượng của tụ và bằng thế năng hấp dẫn của cột chất lỏng.



+) Khi điện môi dâng lên một đoạn H:

+) Lúc này tụ gồm hai phần ghép song song:

+) Phần trên là tụ điện không khí, điện dung: $C_1 = \frac{\epsilon_0 S_1}{d} = \frac{\epsilon_0 a(l-H)}{d}$;

+) Phần dưới là tụ có điện môi lỏng, điện dung: $C_2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S_2}{d} = \frac{\epsilon \epsilon_0 aH}{d}$

+) Điện dung tương đương của tụ: $C' = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0 a}{d} [l + H(\epsilon - 1)]$

+) Tụ có năng lượng: $W' = \frac{1}{2}C'U^2 = \frac{\epsilon_0 a}{2d} [l + H(\epsilon - 1)].U^2$;

+) Độ chênh lệch năng lượng của tụ khi có điện môi lỏng dâng lên và khi điện môi là không

khí: $\Delta W = W' - W = \frac{\epsilon_0 a}{2d}.U^2 [l + H(\epsilon - 1) - l] = \frac{(\epsilon - 1)\epsilon_0 aH}{2d}.U^2$

+) Phần năng lượng do nguồn cung cấp thêm cho tụ ΔW dùng để kéo cột điện môi lên độ cao H, ta có phương trình:

$\Delta W = W_t$; Với W_t là thế năng trọng trường của cột điện môi H,

$$W_t = mgz = V.D.g.\frac{H}{2} = aHd.D.g.\frac{H}{2} = \frac{1}{2}.adDgH^2$$

$$\Rightarrow \frac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 aH}{2d}.U^2 = \frac{1}{2}.adDgH^2 \Rightarrow H = \frac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 U^2}{Dgd^2}$$

+) Vậy cột điện môi dâng lên có độ cao $H = \frac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 U^2}{Dgd^2}$;

Nếu $\frac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 U^2}{Dgd^2} \geq l$ thì độ cao của cột điện môi $H = l$

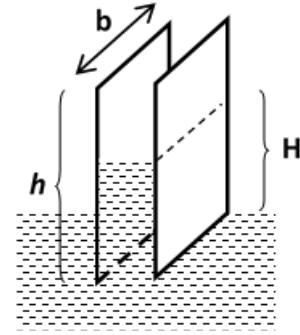
Bài 26. a. Lời giải và đáp số như bài các bào trên.

b. Năng lượng của tụ khi chưa có điện môi dâng lên:

$$W_1 = \frac{Q^2}{2C_1}; \text{ với: } Q = C_1 U = \frac{bh}{4\pi kd}.U$$

Và sau khi điện môi đã dâng lên:

$$W_1 = \frac{Q^2}{2C_2}; \text{ Với: } C_2 = C_1 + \frac{(\varepsilon - 1)bH}{4\pi kd} > C_1$$



Như vậy năng lượng của tụ giảm.

Theo định luật bảo toàn năng lượng: $W_1 = W_2 + W_t$

Với W_t là thế năng trọng trường của cột điện môi dâng lên giữa hai bản tụ:

$$W_1 = mg.\frac{H}{2} = \frac{DgbdH^2}{2}, H/2 \text{ là độ cao trọng tâm khối điện môi.}$$

$$\Rightarrow W_t = W_1 - W_2 = \frac{Q^2}{2C} \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2} \right)$$

Thay Q, C_1, C_2 vào biểu thức trên ta được:

$$W_t = \frac{(\varepsilon - 1)bHhU^2}{8\pi kd[h + H(\varepsilon - 1)]} = \frac{DgbdH^2}{2} \Rightarrow \frac{(\varepsilon - 1)hU^2}{4\pi kd[h + H(\varepsilon - 1)]} = DgdH$$

$$\Rightarrow 4\pi kd(\varepsilon - 1)Dgd.H^2 + 4\pi kdhDgd.H - (\varepsilon - 1)hU^2 = 0 \quad \Delta' = 4\pi^2 k^2 d^4 h^2 D^2 g^2 + 4\pi kd^2 (\varepsilon - 1)^2 DghU^2 \Rightarrow$$

$$H = \frac{\sqrt{\pi kd^2 h^2 D^2 g^2 + (\varepsilon - 1)^2 DghU^2}}{2\sqrt{\pi kdDg(\varepsilon - 1)}} - \frac{h}{2(\varepsilon - 1)}$$

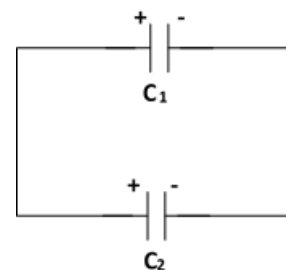
Bài 27. Ta có: $C_1 = C_2 = C$

+) Khi các bản của tụ điện (tụ thứ 2) chưa dịch chuyển, điện tích các tụ: $q_1 = q_2 = CU$.

+) Năng lượng của bộ tụ: $W = W_1 + W_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} CU^2 = CU^2$

+) Khi khoảng cách các bản của tụ điện thứ 2 giảm đi một nửa, điện dung của tụ:

$$C_2' = 2.C_2 = 2C$$



+) Hiệu điện thế hai đầu mỗi tụ lúc này: $U_1 = U_2 = U'$

+) Theo định luật bảo toàn điện tích, tổng điện tích trên hai bản tích điện dương của hai tụ (trước và sau khi các bản tụ thứ 2 dịch chuyển) là không đổi:

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2' \Leftrightarrow 2CU = (C_1 + C_2').U' = 3C.U' \Rightarrow U' = \frac{2}{3}U.$$

+) Tổng năng lượng của các tụ: $W' = W_1' + W_2' = \frac{1}{2}(C_1 + C_2').U'^2 = \frac{3C}{2} \cdot \frac{4}{9}U^2 = \frac{2}{3}CU^2$

+) Bỏ qua ma sát, áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho hệ gồm hai tụ và các bản của chúng: $W = W' + 2.W_d$; với W_d là động năng mỗi bản của tụ 2.

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(W - W') = \frac{1}{2}M.v^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}CU^2 = \frac{1}{2}Mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{CU^2}{3M}}.$$

Bài 28. +) Điện dung của tụ điện thủy tinh: $C = \frac{\varepsilon S}{4\pi kd} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}$, ($\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$: hằng số điện).

+) Năng lượng của tụ: $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{2d}.U^2$

+) Điện tích của tụ: $q = C.U = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}.U$

+) Điện dung của tụ khi đã rút điện môi thủy tinh: $C' = \frac{S}{4\pi kd} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}.$

a) Tụ vẫn nối với nguồn: Hiệu điện thế của tụ không đổi.

+) Năng lượng của tụ khi đã rút điện môi: $W' = \frac{1}{2}C'U^2 = \frac{\epsilon_0 S}{2d}U^2$

+) Độ biến thiên năng lượng của tụ: $\Delta W_1 = W' - W = \frac{\epsilon_0 S}{2d}U^2(1 - \epsilon) = -318.10^{-7} \text{ (J)}$.

+) Điện tích của tụ: $q' = C' \cdot U = \frac{\epsilon_0 S}{d}U$

+) Điện lượng do nguồn cung cấp thêm khi rút điện môi:

$$\Delta q = q' - q = \frac{\epsilon_0 S}{d}U(1 - \epsilon) < 0$$

+) Như vậy, nguồn đã thực hiện công âm: $A_{ng} = \Delta q \cdot U = \frac{\epsilon_0 S}{d}U^2(1 - \epsilon)$

+) Gọi A là công thực hiện để rút điện môi, theo định luật bảo toàn năng lượng ta có:

$$W + A + A_{ng} = W' \Rightarrow A = W' - W - A_{ng} = \Delta W_1 - A_{ng}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\epsilon_0 S}{2d}U^2(1 - \epsilon) - \frac{\epsilon_0 S}{d}U^2(1 - \epsilon) = \frac{\epsilon_0 S}{2d}U^2(\epsilon - 1) = 318.10^{-7} \text{ (J)}.$$

b) Ngắt tụ ra khỏi nguồn rồi kéo điện môi ra:

+) Điện tích của tụ không đổi: $q'' = q = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}U$

+) Năng lượng của tụ: $W'' = \frac{q^2}{2C'} = \frac{\left(\frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}U\right)^2}{2 \cdot \frac{\epsilon_0 S}{d}} = \frac{\epsilon^2 \epsilon_0 S}{2d}U^2$

+) Theo định luật bảo toàn năng lượng: $W + A' = W''$

$$\Rightarrow A' = W'' - W = \Delta W_2 = \frac{\epsilon^2 \epsilon_0 S}{2d}U^2 - \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{2d}U^2 = \frac{(\epsilon - 1)\epsilon \epsilon_0 S}{2d}U^2 = 1592.10^{-7} \text{ (J)}.$$

+) Năng lượng tăng lên và độ tăng năng lượng này bằng công của lực điện trường thực hiện để rút tấm thủy tinh ra khỏi tụ (A').

Bài 29.a. Cường độ điện trường do bản tích điện Q (bản 1) và bản tích điện $-2Q$ (bản 2) gây ra lần lượt

$$\text{là : } E_1 = \frac{Q}{2\epsilon_0 S} \text{ và } E_2 = \frac{2Q}{2\epsilon_0 S}.$$

Cường độ điện trường bên trong tụ là : $E_t = E_1 + E_2 = \frac{3Q}{2\epsilon_0 S}.$

Năng lượng điện trường trong tụ là :

$$W_t = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_t^2 \times V_t = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{3Q}{2\epsilon_0 S} \right)^2 \times S \times 3d = \frac{27Q^2 d}{8\epsilon_0 S}$$

b) Khi hai bản cách nhau một khoảng d , kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là vận tốc của bản 1 và bản 2.

- Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: $mV_1 + 2mV_2 = 0 \Rightarrow V_1 = -2V_2$ (1)

Năng lượng điện trường bên trong tụ là : $W'_t = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_t^2 V'_t = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{3Q}{2\epsilon_0 S} \right)^2 \times Sd = \frac{9Q^2 d}{8\epsilon_0 S}$

- Cường độ điện trường bên ngoài tụ (bên trái của bản tụ 1 và bên phải của bản tụ 2) là :

$$E_n = E_2 - E_1 = \frac{Q}{2\epsilon_0 S}$$

- Khi hai bản cách nhau là d thì thể tích không gian bên ngoài tăng một lượng là : $\Delta V = S \times 2d$.
Vùng thể tích tăng thêm này cũng có điện trường đều với cường độ E_n .

- Do vậy, năng lượng điện trường bên ngoài tụ đã tăng một lượng là

$$\Delta W = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_n^2 \Delta V = \frac{Q^2 d}{4\epsilon_0 S}.$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$W_t - W_t' = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{2mV_2^2}{2} + \Delta W \Rightarrow \frac{9Q^2d}{4\epsilon_0 S} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{2mV_2^2}{2} + \frac{Q^2d}{4\epsilon_0 S} \quad (2)$$

Giải hệ phương trình (1) và (2), cho ta : $V_2 = Q\sqrt{\frac{2d}{3\epsilon_0 Sm}}$ và $V_1 = -2Q\sqrt{\frac{2d}{3\epsilon_0 Sm}}$.

Dấu “ – “ thể hiện hai bản chuyển động ngược chiều nhau.

Bài 30.

a) Điện dung của tụ: $C = \frac{S}{4\pi kx} = \frac{\epsilon_0 S}{x}$. $\Rightarrow$ Năng lượng của tụ: $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{\epsilon_0 S}{2x}U^2$

+) Nhận xét: Năng lượng tỷ lệ nghịch với x, khi x tăng thì năng lượng của tụ sẽ giảm.

b) Công suất (tức thời) để dịch chuyển các bản tụ:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{A}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\epsilon_0 SU^2}{2} \cdot \frac{v}{x(x+v\Delta t)} \right) = \frac{\epsilon_0 SU^2 v}{2x^2}$$

c) Xét sự dịch chuyển của các bản tụ trong thời gian Δt (rất nhỏ):

+) Tại thời điểm t, các bản tụ cách nhau một khoảng x,

+) Điện tích của tụ: $q = C.U$

+) Sau thời gian Δt , khoảng cách giữa các bản: $x' = x + v.\Delta t$

+) Điện dung của tụ: $C' = \frac{\epsilon_0 S}{x'}$.

+) Điện tích của tụ: $q' = C'.U \Rightarrow$ Năng lượng tụ lúc này: $W' = \frac{1}{2}C'.U^2 = \frac{\epsilon_0 S}{2x'}U^2$

+) Trong thời gian Δt , nguồn cung cấp thêm một lượng điện tích:

$$\Delta q = q' - q = (C' - C).U$$

+) Công của nguồn để dịch chuyển điện tích Δq :

$$A_{ng} = \Delta q \cdot U = (C' - C) \cdot U^2 = \left(\frac{\epsilon_0 S}{x'} - \frac{\epsilon_0 S}{x} \right) \cdot U^2 = \epsilon_0 S U^2 \left(\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} \right)$$

+) Theo định luật bảo toàn năng lượng: $W + A + A_{ng} = W'$;

$$\begin{aligned} \Rightarrow A &= W' - W - A_{ng} = \frac{\epsilon_0 S}{2x'} \cdot U^2 - \frac{\epsilon_0 S}{2x} \cdot U^2 - \epsilon_0 S U^2 \left(\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} \right) \\ &= \frac{\epsilon_0 S U^2}{2} \left(\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} \right) - \epsilon_0 S U^2 \left(\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} \right) = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} \right) = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2} \frac{x' - x}{x \cdot x'} \end{aligned}$$

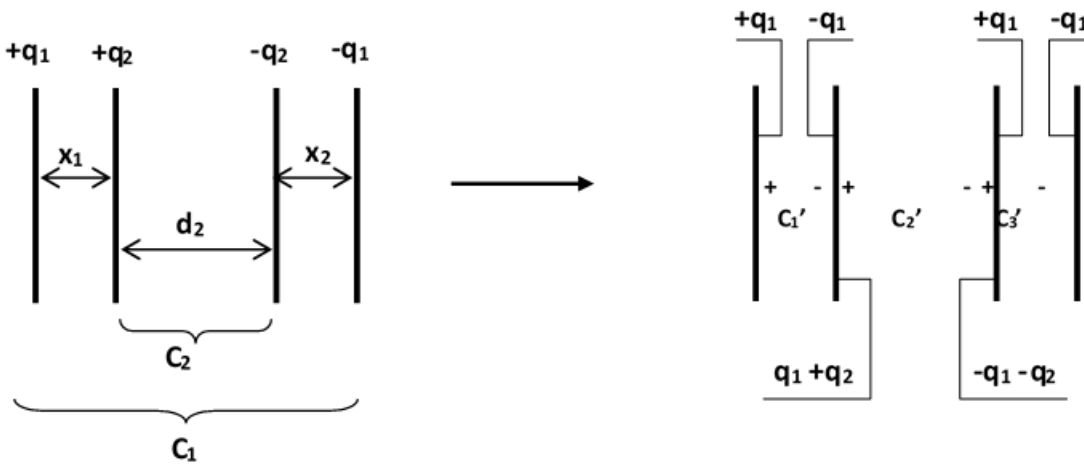
$$\Rightarrow A = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2} \frac{v \cdot \Delta t}{x \cdot (x + v \cdot \Delta t)} \quad (A \text{ là công dịch chuyển các bản tụ}).$$

Bài 31.

+) Điện dung các tụ: $C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d_1}$; $C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d_2} = 2C_1$

+) Khi nạp điện tới hiệu điện thế U , điện tích các tụ:

$$q_1 = C_1 U = \frac{\epsilon_0 S}{d_1} \cdot U; \quad q_2 = C_2 U = 2C_1 U = \frac{2\epsilon_0 S}{d_1} \cdot U = 2q_1$$



+) Tổng năng lượng của hai tụ: $W = \frac{q_1^2}{2C_1} + \frac{q_2^2}{2C_2} = \frac{q_1^2}{2C_1} + \frac{q_1^2}{C_1} = \frac{3q_1^2}{2C_1}$

+) Ngắt các tụ khỏi nguồn rồi đưa C_2 vào trong C_1 : điện tích trên các bản tụ không đổi.

TH1: Các bản tụ ban đầu tích điện cùng dấu được đặt cùng phía

+) Do **sự nhiễu điện hưởng ứng toàn phần của các bản tụ điện và điện tích trên các bản tụ được bảo toàn**, nên các **bề mặt của các bản tụ tích điện có dấu và độ lớn xác định** như hình vẽ trên.

+) Lúc này, hệ thống được coi gồm ba tụ điện: C_1' , C_2' và C_3' .

Trong đó: $C_1' = \frac{\epsilon_0 S}{x_1}$; $C_2' = \frac{\epsilon_0 S}{d_2} = C_2$; $C_3' = \frac{\epsilon_0 S}{x_2}$;

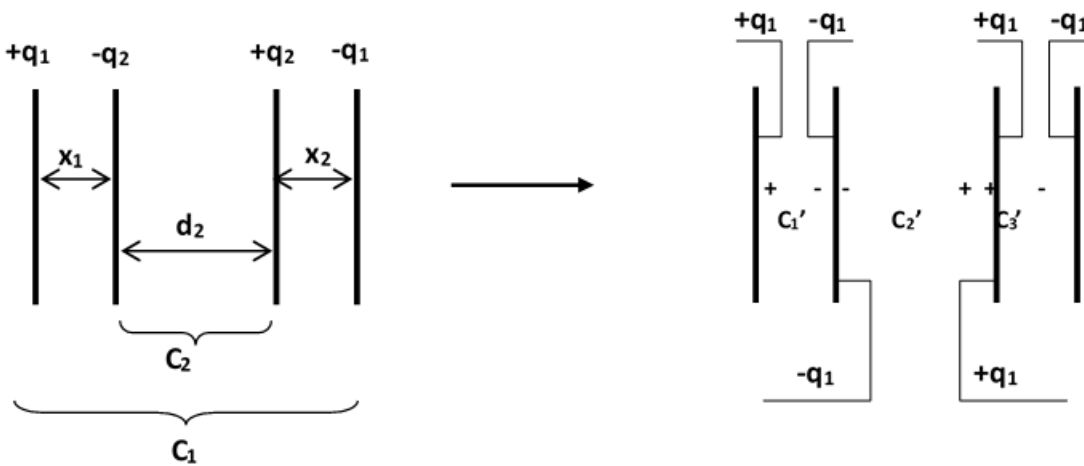
+) Với năng lượng tương ứng: $W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1'} = \frac{q_1^2}{2} \cdot \frac{x_1}{\epsilon_0 S}$;

$$W_2 = \frac{(q_1 + q_2)^2}{2C_2'} = \frac{(q_1 + q_2)^2}{4C_1} = \frac{9q_1^2}{4C_1}; \quad W_3 = \frac{q_1^2}{2C_3'} = \frac{q_1^2}{2} \cdot \frac{x_2}{\epsilon_0 S}$$

$$\Rightarrow W_1 + W_3 = \frac{q_1^2}{2\epsilon_0 S} (x_1 + x_2) = \frac{q_1^2}{2\epsilon_0 S} d_2 = \frac{q_1^2}{4C_1}$$

$$\Rightarrow W' = W_1 + W_2 + W_3 = \frac{10q_1^2}{4C_1} \Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{10}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow W' = \frac{5}{3}W \quad (\text{tăng } 5/3 \text{ lần})$$

TH2: Các bản tụ ban đầu tích điện trái dấu được đặt cùng phía, để ý: $q_2 = 2q_1$.



Tương tự TH1, dấu và độ lớn điện tích trên các mặt của các bản tụ được xác định như hình vẽ.

Và tổng năng lượng trên C_1' và C_3' được xác định giống như trên:

$$W_1 + W_3 = \frac{q_1^2}{2\epsilon_0 S} (x_1 + x_2) = \frac{q_1^2}{2\epsilon_0 S} d_2 = \frac{q_1^2}{4C_1}$$

Năng lượng trên C_2' : $W_2 = \frac{q_1^2}{2C_2'} = \frac{q_1^2}{4C_1} = \frac{q_1^2}{4C_1}$;

Tổng năng lượng trên ba tụ: $W' = W_1 + W_2 + W_3 = \frac{q_1^2}{2C_1}$

$\Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow W' = \frac{1}{3}W$ (Năng lượng giảm đi 3 lần)

Bài 32.

a) Các tấm kim loại phẳng đặt gần nhau tạo thành ba tụ điện phẳng:

C_1 : tụ điện môi, gồm hai bản A-B

C_2 : tụ không khí, gồm hai bản B-D

C_3 : tụ không khí, gồm hai bản G-D

+) Ta tìm được: $C_1 = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$; $C_2 = C_3 = \frac{\epsilon_0 S}{d} = C_0$.

+) Khi nối B-D bằng dây dẫn và nối A, D với nguồn U, nhận thấy hệ thống gồm các tụ C_1, C_2, C_3 được mắc như sau:

$(C_2 // C_3) \text{ nt } C_1 \Rightarrow C_{23} = C_2 + C_3 = \frac{2\epsilon_0 S}{d} = 2C_0$.

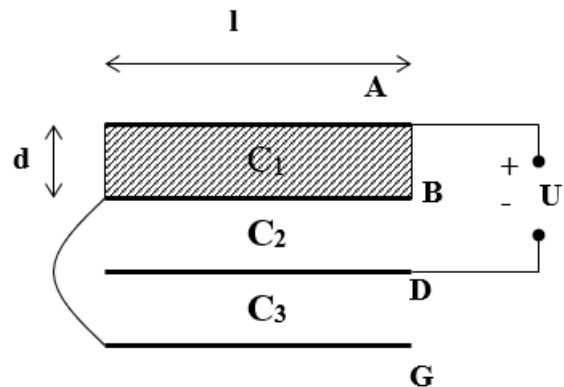
$\Rightarrow \frac{1}{C_b} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{d}{\epsilon_0 S} \left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{2} \right)$

$\Rightarrow C_b = \frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot \frac{2\epsilon}{2+\epsilon}$

+) Năng lượng bộ tụ:

$W = \frac{1}{2} C_b U^2 =$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot \frac{2\epsilon}{2+\epsilon} \cdot U^2 = \frac{\epsilon\epsilon_0 S U^2}{d(2+\epsilon)} = \frac{\epsilon}{2+\epsilon} C_0 U^2$;



Vì C_1 nt C_{23} nên: $\frac{C_1}{C_{23}} = \frac{U_{23}}{U_1} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} \cdot \frac{d}{2\varepsilon_0 S} = \frac{\varepsilon}{2}$ và $U_1 + U_{23} = U$

$$\Rightarrow U_1 + \frac{\varepsilon}{2}U_1 = U \Rightarrow U_1 = \frac{2U}{2+\varepsilon}$$

$$\Rightarrow U_{23} = \frac{\varepsilon}{2}U_1 = \frac{\varepsilon U}{2+\varepsilon} = U_2 = U_3 \quad (\text{Do } C_2 // C_3)$$

+) Hiệu điện thế giữa hai tấm A và B bằng U_1 : $U_{AB} = \frac{2U}{2+\varepsilon}$

+) Hiệu điện thế giữa hai tấm B và D bằng hiệu điện thế giữa G và D bằng U_{23} :

$$U_{BD} = U_{GD} = \frac{\varepsilon U}{2+\varepsilon}$$

b) +) Khi chưa kéo tấm điện môi, năng lượng của bộ tụ:

$$W = \frac{1}{2}C_b U^2 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S U^2}{d(2+\varepsilon)} = \frac{\varepsilon}{2+\varepsilon} C_0 U^2;$$

và điện tích của bộ: $q = C_b U = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \cdot \frac{2\varepsilon}{2+\varepsilon} U = \frac{2\varepsilon}{2+\varepsilon} C_0 U$

+) Sau khi đã kéo tấm điện môi ra, năng lượng của bộ tụ:

$$W' = \frac{1}{2}C_b' U^2; \quad \text{Với } C_b' = \frac{C_0 \cdot 2C_0}{C_0 + 2C_0} = \frac{2}{3}C_0$$

$$\Rightarrow W' = \frac{1}{3}C_0 U^2 = \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_0 S}{d} U^2 \Rightarrow \text{Năng lượng của hệ giảm.}$$

+) Điện tích của bộ tụ lúc này: $q' = C_b' U = \frac{2}{3}C_0 \cdot U$

+) Độ biến thiên điện tích của bộ tụ: $\Delta q = q' - q = \left(\frac{2}{3} - \frac{2\varepsilon}{2+\varepsilon} \right) C_0 U$

+) Nguồn đã thực hiện công âm trong quá trình kéo tấm điện môi:

$$A_{ng} = \Delta q \cdot U = \left(\frac{2}{3} - \frac{2\varepsilon}{2+\varepsilon} \right) C_0 U^2 ;$$

+) Theo định luật bảo toàn năng lượng: $W + A + A_{ng} = W'$

$$\Rightarrow A = W' - W - A_{ng} = \left(\frac{1}{3} - \frac{\varepsilon}{2+\varepsilon} - \frac{2}{3} + \frac{2\varepsilon}{2+\varepsilon} \right) C_0 U^2 = \left(\frac{\varepsilon}{2+\varepsilon} - \frac{1}{3} \right) C_0 U^2$$

$$\Rightarrow A = \frac{2(\varepsilon-1)}{3(2+\varepsilon)} C_0 U^2 = \frac{2(\varepsilon-1)}{3(2+\varepsilon)} \cdot \frac{\varepsilon_0 S}{d} U^2$$

+) Thời gian rút tấm điện môi: $t = \frac{l}{v}$

+) Công suất (trung bình) trong thời gian t :

$$P = \frac{A}{t} = \frac{2(\varepsilon-1)}{3(\varepsilon+2)} \frac{v}{l} \cdot \frac{\varepsilon_0 S}{d} U^2$$

Bài 33. 1. Lúc đầu: $C_b = (\varepsilon+1)C$; $q = (\varepsilon+1)CE$; $W = \frac{1}{2}(\varepsilon+1)CE^2$

Lúc sau: $C'_b = 2C$

Khi rút nhanh tấm điện môi, mạch có điện trở nên lúc đầu chỉ có sự phân bố điện tích giữa các tụ. Năng lượng bộ tụ $W' = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C'_b} = \frac{1}{2} \frac{(\varepsilon+1)^2}{2} CE^2$

Công do ngoại lực đã thực hiện: $A_1 = W' - W \Rightarrow A_1 = \frac{1}{4}(\varepsilon^2 - 1)CE^2$

2. Khi hệ đã ổn định điện tích bộ tụ: $q' = 2CE < q$

điện lượng đã dịch chuyển qua nguồn: $\Delta q = q - q' \Rightarrow \Delta q = (\varepsilon - 1)CE$

Do $q' < q$: Bộ tụ phóng điện về nguồn $\Rightarrow$ nguồn trở thành máy thu $\Rightarrow$ nguồn nhận công. (0,5đ)

Công mà nguồn nhận được: $A_2 = E \Delta q \Rightarrow A_2 = (\varepsilon - 1)CE^2$

3. Năng lượng bộ tụ khi hệ đã ổn định: $W'' = \frac{1}{2}(2C)E^2$

$W'' < W'$: Năng lượng bộ tụ giảm một lượng $\Delta W' = W' - W''$

Độ giảm năng lượng bộ tụ kể từ khi có điện tích dịch chuyển qua nguồn một phần nạp năng lượng cho nguồn một phần chuyển thành nhiệt tỏa ra ở R:

$$W' - W'' = A_2 + Q \Rightarrow Q = \frac{1}{4}(\epsilon - 1)^2 CE^2$$

Bài 34. a. Khi đưa tấm thủy tinh vào thì **điện dung của tụ thay đổi**, do đó **điện tích q thay đổi**. Giả sử tấm thủy tinh đưa vào đoạn x. Khi đó hệ được coi như bộ 2 tụ mắc song song. Sau 2s thì

$$x = \frac{at^2}{2} = 4(\text{cm}) < b$$

+ Tụ C_1 : bản h, (b - x); điện môi $\epsilon = 1$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot S_1}{d} = \frac{\epsilon_0 \cdot h \cdot (b - x)}{d}$$

+ Tụ C_2 : bản h.x; điện môi ϵ

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot S_2}{d} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot h \cdot x}{d}$$

$$+ \text{Bộ } C = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot h \cdot b}{d} - \frac{\epsilon_0 \cdot h \cdot x}{d} + \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot h \cdot x}{d}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot h \cdot b}{d} + \frac{\epsilon_0 \cdot h}{d}(\epsilon - 1)x$$

+ Chuyển động dòng điện trong mạch:

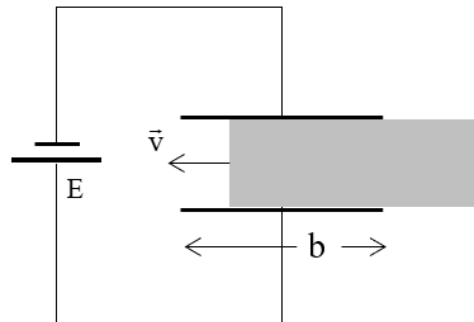
$$i = \frac{dq}{dt} = \bar{U} \cdot \frac{dc}{dt} = \bar{U} \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot h}{d}(\epsilon - 1) \frac{dx}{dt}$$

$$i = \bar{U}(\epsilon - 1) \cdot \epsilon_0 \cdot h \cdot \frac{v}{d}$$

$$\text{Với } v = at = 0,02 \cdot 2 = 0,04 \text{ (m/s)}$$

$$i = 1000(7 - 1) \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 0,1 \cdot \frac{0,04}{3 \cdot 10^{-3}} = 7 \cdot 10^{-8} \text{ (A)}$$

Bài 35.



a. Ta coi bản tụ bên trong tích điện Q , bên ngoài là $-Q$

Áp dụng định lý O-G cho trụ có bán kính trong R_1 và bán kính ngoài R_2 :

$$2\pi r.E(r).\Delta a = \frac{\frac{Q}{a}\Delta a}{\epsilon\epsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{Q}{\epsilon\epsilon_0 2\pi ar} \quad (1)$$

Mặt khác

$$dV = -E(r)dr = \frac{-Q}{\epsilon_0 2\pi ar} dr$$

$$\rightarrow V_2 - V_1 = \frac{-Q}{\epsilon_0 2\pi a} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{-Q}{\epsilon_0 2\pi a} \ln \frac{R_2}{R_1} \quad (2)$$

$$\text{Hay } U_{12} = V_1 - V_2 = \frac{Q}{\epsilon\epsilon_0 2\pi a} \ln \frac{R_2}{R_1} \quad (3)$$

$$\text{Điện dung tụ trụ } C = \frac{Q}{U_{12}} = \frac{2\pi\epsilon_0 a}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (4)$$

b. Xét khi chất điện môi trong bình có độ cao h . Từ các phương trình của chất lưu lí tưởng:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad (4)$$

$$\text{Và } \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh + p_0 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_0 \quad (5)$$

$$\text{Từ (4), (5) ta suy ra được: } v_1 = \sqrt{\frac{2gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}} h \quad (6)$$

$$\text{c. Đặt } A = \sqrt{\frac{2gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}} \quad \text{thì } v_1 = A\sqrt{h}.$$

$$\text{Chú ý rằng } v_1 = -\frac{dh}{dt}, \text{ ta có: } dh = -A\sqrt{h}dt.$$

$$\text{Suy ra } 2\sqrt{h} = At + c$$

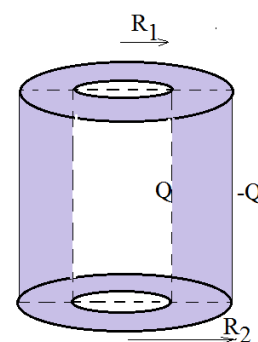
$$\text{Vì tại } t = 0, h = a, \text{ nên } c = 2\sqrt{a}$$

Khi đó, ta có:
$$h = \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}At \right)^2 = \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}} t \right)^2 \quad (7)$$

d. Ở thời điểm t đang xét ($h < a$), tụ trụ này được coi là hai trụ ghép song song, có điện dung tương đương C .

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0(a-h)}{\ln \frac{R_2}{R_1}} + \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon h}{\ln \frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{R_2}{R_1}} (a-h+\epsilon h)$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{R_2}{R_1}} [a + (\epsilon - 1)h] \quad (8)$$



Do đó điện tích của tụ điện bằng:

$$Q = EC = \frac{\epsilon_0 2\pi E}{\ln \frac{R_2}{R_1}} [a + (\epsilon - 1)h] \quad (9)$$

e. Theo thời gian h giảm, do đó điện tích của tụ giảm, tức tụ điện phóng điện về nguồn và cường độ dòng điện là:

$$I = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{(\epsilon - 1)\epsilon_0 2\pi E}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \frac{dh}{dt} \quad (10)$$

Từ (6) $h = \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}At \right)^2 \rightarrow \frac{dh}{dt} = 2 \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}At \right) \left(-\frac{A}{2} \right)$

$$\rightarrow \frac{dh}{dt} = -A \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}At \right) \quad (11)$$

Thay (10) vào (9) ta được
$$I = \frac{(\epsilon - 1)\epsilon_0 2\pi E}{\ln \frac{R_2}{R_1}} A \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}At \right)$$

$$\text{Hay } I = \frac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 2\pi E}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \sqrt{\frac{2gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}} \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}} t \right) \quad (12)$$

Ta thấy cường độ dòng điện giảm bậc nhất theo thời gian, cho nên cường độ dòng điện đạt giá trị lớn nhất tại $t = 0$ (lúc tụ bắt đầu phóng điện). Điều này có thể thấy rõ trên đồ thị.

$$I_{\max} = \frac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 2\pi E}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \sqrt{\frac{2gS_2^2 a}{S_1^2 - S_2^2}} \quad (13)$$

$$\text{và dòng điện triệt tiêu tại thời điểm } t = \frac{2\sqrt{a}}{A} \quad (14)$$

CHƯƠNG III. PHƯƠNG PHÁP ẢNH ĐIỆN

Bài 1.

1. Vì thành phẳng kim loại nối đất nên **điện thế của thành phẳng bằng 0.**

Ta xét **phổ đường sức và mặt đẳng thế của một hệ hai điện tích điểm bằng nhau, trái dấu (hình vẽ).** Ta thấy **mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng nối hai điện tích + q và - q là một mặt đẳng thế, mọi điểm trên mặt phẳng có điện thế bằng 0.**

Như vậy nếu ta thay mặt đẳng thế này bằng một mặt kim loại phẳng vô hạn (nối đất, lúc đầu không mang điện) thì theo kết quả trên điện trường giữa + q và mặt phẳng sẽ không bị thay đổi, nghĩa là điện trường đã được gây ra bởi các điện tích σ trong kim loại trùng với điện trường gây bởi điện tích - q đặt đối xứng với q qua bản kim loại. Điện tích ảo - q gọi là ảnh của điện tích q qua bản kim loại.

Vậy lực tương tác giữa q và bản kim loại là :
$$F = F = \frac{q^2}{16\pi\epsilon a^2} = 3,6.10^{-4} N$$

Chú ý: bài toán này ta cũng có thể giải bằng phương pháp thông thường như sau:

+ Trước hết chúng ta tính điện trường $E_{1(x)}$ tạo bởi các điện tích cảm ứng trên thành tại điểm M_x ($x > 0$). Do tính đối xứng (thành rộng vô hạn nên $\vec{E}_{1(x)}$ có hướng dọc theo trục ox.

Ta hãy tính điện thế $V_{1(x)}$ tại $M(x)$ gây bởi các điện tích cảm ứng của thành.

Xét điểm M'_x nằm trong kim loại. **Vì thành rộng vô hạn, có thể xem các điện tích cảm ứng chỉ phân bố trên mặt phẳng trung trực của MM' do đó.**

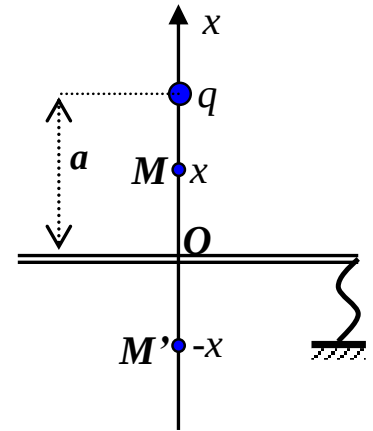
$$V_{t(x)} = V_{t(-x)} \quad (1)$$

Điện thế tại M' là $V_{(-x)} = 0$ Vì thành nối đất. Hơn nữa $V_{t(-x)}$ là kết quả của sự chồng chất $V_{t(-x)}$ và $V_{q(-x)}$ nên:

$$0 = V_{(-x)} = V_{t(-x)} + V_{q(-x)} = V_{t(-x)} + \frac{kq}{a+x} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \rightarrow V_{t(x)} = -\frac{kq}{(a+x)^2} \quad (3)$$

$$\text{Do đó } E_{(x)} = E(x) = \frac{d_t V_{(x)}}{dx} = -\frac{kq}{(a+x)^2} \rightarrow E(a) = -\frac{kq}{4a^2}$$



Lực tương tác giữa điện tích q và thành phẳng xác định bởi: $F = E_{(a)} \cdot q = -\frac{kq^2}{4a^2}$

Dấu (-) chứng tỏ F hướng theo chiều âm của ox tức là thành hút điện tích.

Ta nhận thấy $E_{(x)}$ giống như một điện trường gây bởi một điện tích điểm $-q$ đặt đối xứng với q qua mặt phẳng. Điều đó cho phép ta áp dụng phương pháp ảnh điện tức là thay toàn bộ điện tích cảm ứng trên thành bằng một điện tích điểm ảnh $-q$ đặt đối xứng với q .

Bài 2. Vì bản rộng vô hạn nên có thể coi điện trường do bản gây ra là điện trường đều, có phương vuông góc với bản, có cường độ:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Lực điện do bản kim loại tác dụng lên điện tích q là tổng hợp của lực do điện trường E tác dụng lên q và do điện tích hưởng ứng tác dụng lên.

+ Lực do điện trường E tác dụng lên q là lực đẩy, hướng ra xa bản và có độ lớn:

$$F_1 = qE = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0}$$

Lực do điện tích hưởng ứng tác dụng lên q bằng lực tác dụng giữ điện tích q và điện tích $-q$ là ảnh của q qua mặt phẳng vô hạn. Lực này là lực hút, nó có hướng ra xa bản và có độ lớn:

$$F_2 = \frac{kq^2}{4d^2}$$

Trong đó : d – khoảng cách từ q đến bản kim loại.

Cuối cùng lực điện tổng hợp tác dụng lên bản kim loại

$$F = F_1 - F_2 = \frac{\sigma \cdot q}{2\epsilon_0} - \frac{kq^2}{4d^2}$$

* Vị trí cân bằng : P = F

$$\Leftrightarrow mg = \frac{\sigma \cdot q}{2\epsilon_0} - \frac{kq^2}{4d_0^2}$$

$$\Rightarrow d_0 = \sqrt{\frac{k\epsilon_0 q^2}{2\sigma q - 4\epsilon_0 mg}}$$

+ Nếu $h < d_0$ quả cầu chuyển động xuống và bị hút vào bản kim loại.

+ Nếu $h = d_0$ quả cầu ở vị trí cân bằng.

+ Nếu $h > d_0$ quả cầu chuyển động ra xa bản kim loại.

Bài 3. Xét trường gây ra tại điểm M nằm trên mặt vật dẫn, cách A một khoảng r. Cường độ điện trường do các điện tích q và -q gây ra tại M có phương, chiều như hình vẽ. Độ lớn :

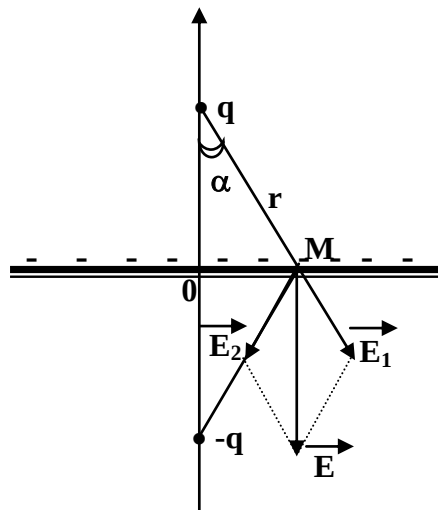
$$E_1 = E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Cường độ điện trường tổng hợp do hệ hai điện tích q và

-q gây ra tại M có phương, chiều như hình vẽ.

$$\text{Độ lớn : } E = 2E_1 \cos \alpha = \frac{qa}{2\pi\epsilon_0 r^3}.$$

$$\text{Mật độ điện tích hưởng ứng trên mặt vật dẫn : } \sigma = \epsilon_0 E = \frac{qa}{2\pi r^3}.$$



Bài 4. Vì quả cầu nối đất nên điện thế trên mặt quả cầu bằng 0. Trên quả cầu chỉ có các điện tích hưởng ứng âm.

Ta có thể thay điện tích hưởng ứng trên mặt quả cầu bằng điện tích $-q'$ sao cho điện thế do q và $-q'$ gây ra trên mặt cầu phải bằng 0, tức là mặt đẳng thế có điện thế bằng 0 sẽ trùng với mặt cầu nối đất.

Vì trường có tính chất đối xứng qua trục Oq nên cần phải đặt điện tích $-q'$ ở trên trục này.

* Đặt $OC = b$. Điện thế tại một điểm N bất kỳ trên mặt cầu là :

$$\frac{kq}{R_2} - \frac{kq'}{R_1} = 0 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{q'}{q}$$

+ Khi N trùng B thì $R_1 = R + b$; $R_2 = R + a$

$$\frac{R + b}{R + a} = \frac{q'}{q} \quad (1)$$

+ Khi N trùng A thì $R_1 = R - b$; $R_2 = a - R$

$$\frac{R - b}{a - R} = \frac{q'}{q} \quad (2)$$

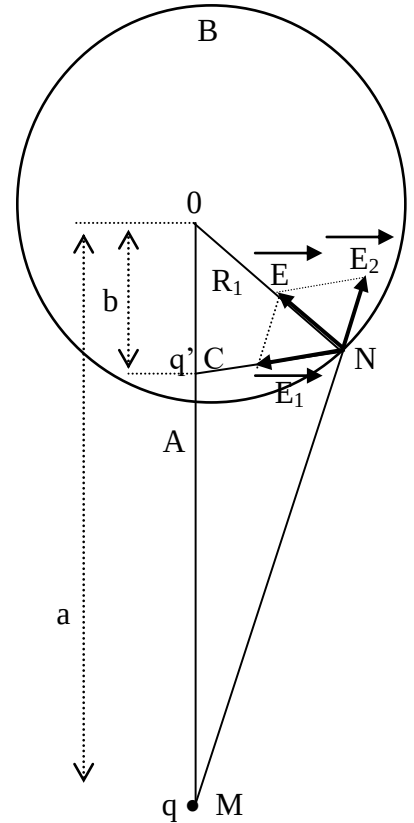
$$\text{Từ (1) và (2) suy ra : } b = \frac{R^2}{a} ; q' = \frac{qR}{a} \quad (3)$$

Vậy lực tương tác giữa quả cầu và điện tích điểm có độ lớn là

$$: F = \frac{Rq^2}{4\pi\epsilon_0 a(a-b)^2} = \frac{Ra q^2}{4\pi\epsilon_0 (a^2 - R^2)^2} \quad (4)$$

2. Cường độ điện trường do điện tích q và điện tích hưởng ứng trên bề mặt quả cầu gây ra trong không gian xung quanh là :

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \vec{R} - \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R'^3} \vec{R}'$$



Trong đó : R, R' khoảng cách từ điện tích q và q' đến điểm quan sát.

Cường độ điện trường do q và -q' gây ra tại N trên mặt cầu có phương, chiều như hình vẽ. Độ

$$\text{lớn : } E_1 = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} ; E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} \quad (5)$$

Cường độ điện trường tổng hợp do các điện tích gây ra tại N trên mặt cầu có phương vuông góc với mặt cầu, chiều hướng vào tâm.

$$\text{Độ lớn : } E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\alpha} \quad (6), \text{ trong đó } \alpha = \angle E_1N = \angle CNM$$

$$\text{Từ phương trình (3) và (5) ta có : } \frac{E_1}{E_2} = \frac{q'R_2^2}{qR_1^2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow E_1 = \frac{R_2}{R_1} E_2 \quad (7)$$

$$\text{Trong tam giác CNM có: } (a-b) = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2\cos\alpha} \quad (8)$$

$$\text{Từ (6), (7), (8) và để ý } \frac{R_1}{R_2} = \frac{q'}{q} = \frac{R}{a} \text{ ta được : } E = \frac{a-R}{R_1} E_2 = \frac{kq}{R_2^2} \times \frac{kq(a-\frac{R^2}{a})}{\frac{R}{a}R_2}$$

$$\Leftrightarrow E = \frac{kq(a^2 - R^2)}{RR_2^3}$$

Nhận xét :

+ Nếu quả cầu không nối đất và không mang điện thì điện tích trên nó phải đảm bảo luôn luôn bằng 0 và mặt cầu phải có điện thế không đổi. Như vậy điều kiện biên của bài toán sẽ là

$$\varphi(\text{mặt cầu}) = \text{const} \quad \text{và} \quad Q(\text{mặt cầu}) = 0 \quad (9)$$

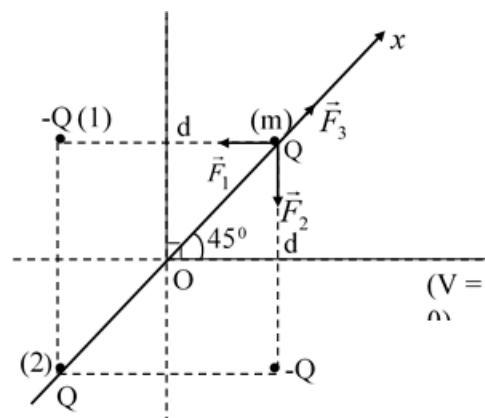
Dựa vào kết quả bài toán trên, để thỏa mãn điều kiện biên ta có thể thay thế quả cầu bằng điện tích $q' = -\frac{qR}{a}$ đặt ở C và thêm điện tích $q'' = -q' = \frac{qR}{a}$ đặt ở tâm quả cầu. Như vậy điện tích q'' đảm bảo cho điện thế trên mặt quả cầu $\varphi(\text{mặt cầu}) = \text{const}$ khác 0. Còn điện tích trong mặt cầu bằng nhau và trái dấu.

Bài 5. Mặt phẳng kim loại rất rộng nên có điện thế bằng điện thế ở điểm rất xa (vô cực)

$$V = V_{\infty} = 0.$$

Áp dụng phương pháp ảnh điện: Ta thay hệ “ điện tích Q + mặt phẳng được gấp dạng góc vuông” bằng hệ 4 điện tích cùng độ lớn Q tại 4 đỉnh của hình vuông tâm O, cạnh 2d và mang dấu như hình biểu diễn.

a) Do tính đối xứng nên điện tích Q sẽ chuyển động dọc theo Ox.



Áp dụng định luật II Newton theo Ox :

$$F_3 - (F_1 + F_2)\cos 45^\circ = ma.$$

Trong đó : $F_1 = F_2 = \frac{kQ^2}{4d^2}$; $F_3 = \frac{kQ^2}{8d^2}$

$$\Rightarrow a = (1 - 2\sqrt{2})\frac{kQ^2}{8d^2} \quad (a < 0)$$

Vậy : Gia tốc của điện tích khi nó bắt đầu chuyển động là : $|a| = (2\sqrt{2} - 1)\frac{kQ^2}{8d^2} \quad (1).$

Thế năng của hệ 4 điện tích lúc đầu là : $W_0 = \frac{kQ^2}{2d}(\sqrt{2} - 4)$

Lúc điện tích đi được một đoạn $\frac{d}{\sqrt{2}}$ thì thế năng của hệ lúc này là : $W = \frac{kQ^2}{d} \times (\sqrt{2} - 4)$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$4\frac{mv^2}{2} = W_0 - W \Rightarrow v = \frac{q}{2}\sqrt{\frac{k}{md}}(4 - \sqrt{2})$$

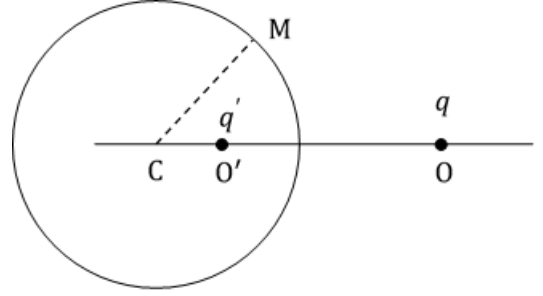
Bài 6. 1. $\vec{F}_{qC} = -\vec{F}_{Cq} = -q\vec{E}_O = -k \frac{q'q}{O'O^3} \vec{O'O}$

$$q' = -\frac{R}{\ell} q, \vec{CO'} = \frac{R^2}{\ell^2} \vec{CO}$$

$$\vec{F}_{qC} = k \frac{q^2 R \ell}{(\ell^2 - R^2)^2} \vec{CO}$$

hay q hút quả cầu bằng một lực có độ lớn

$$F_{qC} = k \frac{q^2 R \ell}{(\ell^2 - R^2)^2}$$



2. Gọi $\vec{CM} = \vec{R}, \vec{CO} = \vec{\ell}, \vec{CO'} = \vec{\ell'} = \frac{R^2}{\ell^2} \vec{\ell}$

$$\vec{E}_M = k \frac{q}{(R^2 + \ell^2 - 2R\ell \cos \theta)^{3/2}} (\vec{R} - \vec{\ell}) - k \frac{\frac{R}{\ell} q}{\left(R^2 + \frac{R^4}{\ell^2} - 2\frac{R^3}{\ell} \cos \theta\right)^{3/2}} \left(\vec{R} - \frac{R^2}{\ell^2} \vec{\ell}\right)$$

$$\vec{E}_M = \frac{q}{4\pi R^2 \epsilon_0} \frac{1 - \frac{\ell^2}{R^2}}{\left(1 + \frac{\ell^2}{R^2} - 2\frac{\ell}{R} \cos \theta\right)^{\frac{3}{2}}} \frac{\vec{R}}{R}$$

$$\sigma_M = \epsilon_0 E_{Mn} = \frac{q}{4\pi R^2} \frac{1 - \frac{\ell^2}{R^2}}{\left(1 + \frac{\ell^2}{R^2} - 2\frac{\ell}{R} \cos \theta\right)^{\frac{3}{2}}}$$

3. $dA = -\vec{F}_{Cq} \cdot d\vec{r} = \vec{F}_{qC} \cdot d\vec{r} = k \frac{q^2 R \vec{r}}{(r^2 - R^2)^2} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2} k \frac{q^2 R}{(r^2 - R^2)^2} d(r^2 - R^2)$

$$A = \frac{1}{2} k \int_{\ell}^{\infty} \frac{q^2 R}{(r^2 - R^2)^2} d(r^2 - R^2) = \frac{1}{2} k \frac{q^2 R}{\ell^2 - R^2}$$

4. $dW = \frac{1}{2} \int V_{MC} dq_C = -\frac{1}{2} \int V_{Mq} dq_C = -\frac{1}{2} \int \frac{kq}{OM} dq_C = -\frac{1}{2} qV_O$

$$W = \frac{1}{2} k \frac{q^2 R}{\ell^2 - R^2}$$

Bài 7. Theo phương pháp ảnh điện thì ảnh của điện tích p là ở p'

$$\text{Với } OP' = x' = \frac{r^2}{x}; e' = -e \frac{r}{x}$$

$$F_{(x)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e \cdot e'}{(x - x')^2} = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{rx}{(x^2 - r^2)^2}$$

$$\text{Thế năng ở P là: } E_P = - \int F_{(x)} dx = - \frac{e^2 r}{8\pi\epsilon_0 (x^2 - r^2)} + C$$

- Khi $x = \infty$ thì $E_P = 0 \rightarrow C = 0$

Theo ĐLBTL ta có :

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2 r}{8\pi\epsilon_0 (x^2 - r^2)}; x = \frac{3r}{2} \Rightarrow \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{10\pi\epsilon_0 r} \quad (1)$$

$$\text{Bảo toàn mô men động lượng: } \frac{3}{2} r \cdot mv = 2r \cdot mv_0 \quad (2)$$

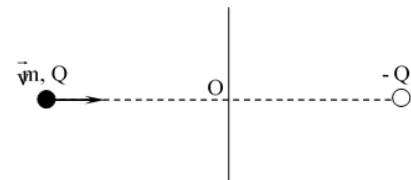
$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow v = e \sqrt{\frac{32}{70} \cdot \frac{1}{\pi\epsilon_0 r m}}$$

Bài 8. Áp dụng phương pháp ảnh điện, khi m cách mặt phẳng một đoạn x thì độ giảm thế năng

$$\text{tĩnh điện là: } \Delta W_t = - \frac{KQ^2}{4L} + \frac{KQ^2}{4x}$$

$$\text{Độ giảm thế năng tĩnh điện này bằng độ tăng động năng: } \Delta W_t = \frac{mv^2}{2}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{KQ^2 \left(1 - \frac{x}{L}\right)}{2mx}} = - \frac{dx}{dt} \Rightarrow dt = - \frac{\sqrt{2mx}}{\sqrt{KQ^2}} dx$$



Đặt $\frac{x}{L} = \cos^2 \varphi$ ($0 \leq \varphi \leq \pi$) $\Rightarrow x = L \cos^2 \varphi$

$$\Rightarrow dx = -2L \cos \varphi \sin \varphi d\varphi \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{x}{L}} = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sin \varphi$$

$$\Rightarrow dt = \frac{L \sqrt{L} \cos \varphi \cdot 2 \cos \varphi \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi}{\sin \varphi} \cdot \sqrt{\frac{2m}{KQ^2}}$$

$$\Rightarrow dt = 2 \sqrt{L^3} \cdot \cos^2 \varphi \sqrt{\frac{2m}{KQ^2}} \cdot d\varphi$$

$$\Rightarrow dt = \sqrt{\frac{mL^3}{2KQ^2}} (1 + \cos 2\varphi) d(2\varphi) \quad (*)$$

Khi $x = L$ thì $\cos^2 \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

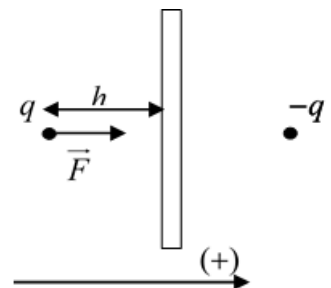
$x = 0$ thì $\cos^2 \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$

Từ (*) $\Rightarrow \int_0^t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{mL^3}{2KQ^2}} \cdot (1 + \cos 2\varphi) d(2\varphi) \Rightarrow t = \pi \sqrt{\frac{mL^3}{2KQ^2}}$

Bài 9.

a) Gia tốc của điện tích được xác định

$$a = \frac{F}{m} = k \frac{q^2}{m(2h)^2} = 14,0625 \text{ (m/s}^2\text{)}$$



b) Xét điện tích q đi từ vô cùng đến mặt phẳng dẫn và cách tâm

phẳng đoạn h . Chọn gốc thế năng ở vô cùng, khi đó công của điện trường được xác định :

$$A = \int_{-\infty}^h \vec{F} d\vec{x} = \int_{-\infty}^h F dx = \int_{-\infty}^h k \frac{q^2}{(2x)^2} dx = \frac{kq^2}{4} \left(-\frac{1}{x} \right) \bigg|_{-\infty}^h = \frac{kq^2}{4h}$$

Lực điện là lực thế nên công của lực điện bằng độ giảm thế năng :

$$A = W_{t0} - W_t = 0 - \frac{kq^2}{4h} = -\frac{kq^2}{4h}$$

Như vậy, thế năng tương tác giữa điện tích q và tấm phẳng chỉ bằng $1/2$ so với thế năng tương tác giữa q và $-q$ (học sinh thường cho rằng thế năng tương tác này là $-\frac{kq^2}{2h}$ theo

công thức của thế năng tương tác giữa hai điện tích).

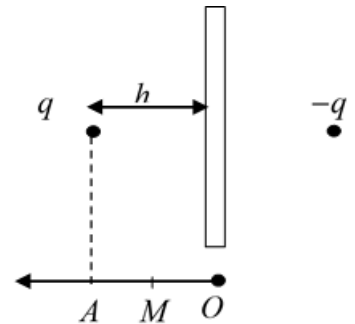
c) Vận dụng kết quả trên, áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta dễ dàng xác định được vận tốc của điện tích khi chạm vào tấm dẫn phẳng :

$$-\frac{kq^2}{4h} = -\frac{kq^2}{h} + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3k}{2mh}}q$$

d) Nhận thấy rằng chuyển động của điện tích là chuyển động nhanh dần biến đổi không đều (lực tác dụng thay đổi).

Chọn chiều dương như hình vẽ. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng tại A và M (vị trí có tọa độ x)

$$-\frac{kq^2}{4h} = -\frac{kq^2}{4x} + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = -q\sqrt{\frac{k}{2m}\left(-\frac{1}{h} + \frac{1}{x}\right)}$$



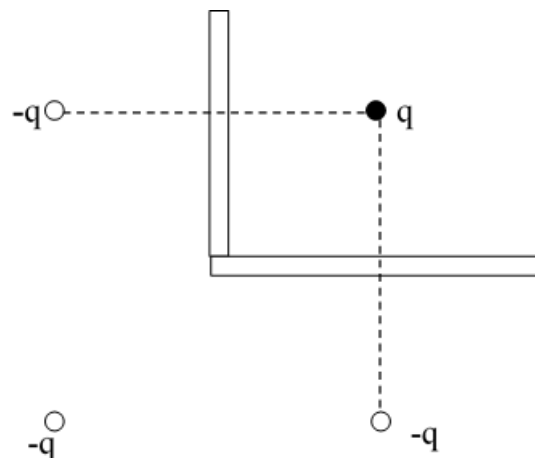
Chú ý: $v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dx}{v}$, tích phân hai vế

$$\int_0^{t_0} dt = \int_h^0 \frac{1}{-q\sqrt{\frac{k}{2m}\left(-\frac{1}{h} + \frac{1}{x}\right)}} dx = \sqrt{\frac{2m}{kq^2}} \int_0^h \frac{1}{\sqrt{\left(-\frac{1}{h} + \frac{1}{x}\right)}} dx \text{ Đặt}$$

$$x = h\cos^2\alpha \Rightarrow dx = -2h\cos\alpha\sin\alpha d\alpha; \text{ khi } \begin{cases} x = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \\ x = h \Rightarrow \alpha = 0 \end{cases}$$

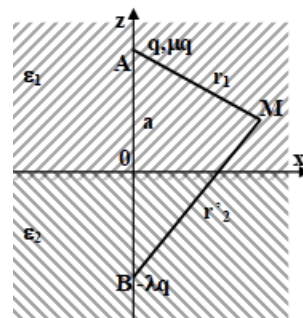
$$\begin{aligned} \int_0^{t_0} dt &= \sqrt{\frac{2m}{kq^2}} \int_{\frac{\pi}{2}}^0 -\frac{2h\cos\alpha\sin\alpha}{\frac{1}{\sqrt{h}}\tan\alpha} d\alpha \\ &= \sqrt{\frac{8mh^3}{kq^2}} \int_{\frac{\pi}{2}}^0 -\cos^2\alpha d\alpha \\ \Rightarrow t_0 &= \sqrt{\frac{8mh^3}{kq^2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\alpha d\alpha = \sqrt{\frac{m\pi^2 h^3}{2kq^2}} \end{aligned}$$

*** Chú ý :** Trong trường hợp điện tích được giới hạn bởi hai mặt phẳng dẫn vô hạn, ta thay hệ này bởi 4 điện tích tương tác với nhau như hình. Các bài tập được giải tương tự như trên.



Bài 10. 1. Khi đặt điện tích q vào trong môi trường điện môi, môi trường sẽ bị phân cực. Điện thế φ của trường tĩnh điện khi đó được xác định bằng tổng điện thế φ_0 gây bởi các điện tích tự do và điện thế φ' gây bởi các điện tích liên kết trong môi trường điện môi.

+ Đối với môi trường ε_1 :
$$\varphi_1 = \frac{kq}{\varepsilon_1 \cdot r_1} + \varphi' \quad (1)$$



Trong đó : φ' là điện thế do các điện tích liên kết gây ra còn r_1 là khoảng cách từ điểm quan sát đến điện tích q .

Ta cần chú ý rằng điện tích khối trong toàn điện môi $\rho = 0$

Mặt khác ta có thể nhận xét thấy rằng, dưới tác dụng của lực điện trường, cả hai điện môi đều bị phân cực với mức độ khác nhau. Sự phân cực có tính chất đối xứng qua trục Oz hạ từ điểm đặt q xuống mặt phẳng. Do tính đối xứng trong toàn không gian mà ta có thể đặt vấn đề là thay các điện tích liên kết trên mặt phân cách bằng điện tích λq đặt tại điểm B đối xứng với A qua mặt phân cách. Khi đó :
$$\varphi' = \frac{k\lambda q}{\varepsilon_1 \cdot r_2} \quad (2)$$

Vì rằng trong môi trường hai không có các điện tích tự do nên điện thế φ_2 có thể viết :

$$\varphi_2 = \frac{k\mu q}{\varepsilon_2 \cdot r_2} \quad (3)$$

Do tính liên tục của điện thế trên mặt điện môi nên:

$$\varphi_1 \Big|_{z=0} = \varphi_2 \Big|_{z=0} \quad (4)$$

Ta hãy biểu diễn r_1, r_2 trong hệ trục tọa độ đề các

$$r_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - a)^2} \quad ; \quad r_2' = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + a)^2}$$

$$\text{Thay (1), (2), (3) vào (4) ta có : } \frac{k(1+\lambda)q}{\varepsilon_1 \sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{k\mu q}{\varepsilon_2 \sqrt{x^2 + a^2}} \Rightarrow \frac{(1+\lambda)}{\varepsilon_1} = \frac{\mu}{\varepsilon_2} \quad (a)$$

Vì trên mặt phân cách không có điện tích liên kết khối nối theo phương tiếp tuyến với mặt phân cách điện trường không đổi, còn thành phần pháp tuyến với mặt phân cách thì :

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n} \quad (5)$$

Lấy đạo hàm điện thế φ theo z tại $z = 0$ thay vào (5) ta được :

$$1 - \lambda = \mu \quad (b)$$

Từ (a) và (b) ta được :

$$\lambda = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \quad ; \quad \mu = \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$$

$$\text{Cuối cùng : } \varphi_1 = \frac{kq}{\varepsilon_1 r_1} + \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)kq}{\varepsilon_1(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)r_2'} \quad (6)$$

$$\varphi_2 = \frac{2kq}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \quad (7)$$

* Nhận xét :

Các hệ thức (6) và (7) nói lên rằng, khi xét điện trường trong môi trường ϵ_1 ta đã đem gộp và thay thế tác dụng của các lưỡng cực trên mặt phân cách bằng một điện tích $q' = \lambda q$ đặt đối xứng với q qua mặt phân cách với giả thiết toàn không gian là môi trường ϵ_1 . Còn khi xét điện trường trong môi trường ϵ_2 ta đã thay thế tác dụng của các điện tích tự do và các điện tích phân cực trên mặt phân cách bằng một điện tích $q'' = \mu q$ đặt ở vị trí của q . Với giả thiết toàn không gian chứa môi trường ϵ_2 .

2. Lực tương tác giữa q và lớp điện môi có thể thay bằng lực tương tác giữa q và điện tích $q' = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \cdot q$ là ảnh của nó qua mặt phân cách giữa hai lớp điện môi, với giả thiết toàn không gian là môi trường ϵ_1 .

$$F = \frac{k(\epsilon_1 - \epsilon_2)q^2}{\epsilon_1(\epsilon_1 + \epsilon_2) \cdot 4a^2}$$

Khi $\epsilon_1 > \epsilon_2$, lực F là lực đẩy, như vậy điện tích lúc đầu ở trong môi trường có ϵ lớn sẽ bị đẩy khỏi mặt phân cách và hướng ra xa vô hạn.

Khi $\epsilon_1 < \epsilon_2$ lực F là lực hút. Điện tích lúc đầu ở trong môi trường có ϵ nhỏ bị hút về mặt phân cách, cắt mặt đó rồi đi vào môi trường kia, lúc đó nó bị đẩy khỏi mặt phân cách và đi ra xa vô hạn.

Bài 11. Ta có thể coi trường tạo bởi điện tích q , điện tích Q và các điện tích hưởng ứng như là trường tạo bởi hệ của 3 điện tích: q , điện tích $q' = -\frac{qr}{R}$ đặt ở C và điện tích $Q + \frac{qr}{R}$ đặt ở tâm hình cầu

Theo kết quả bài toán trên, điện tích q' đặt tại C , cách tâm O một đoạn $d = r^2 / R$

Lực tác dụng lên điện tích q có độ lớn:

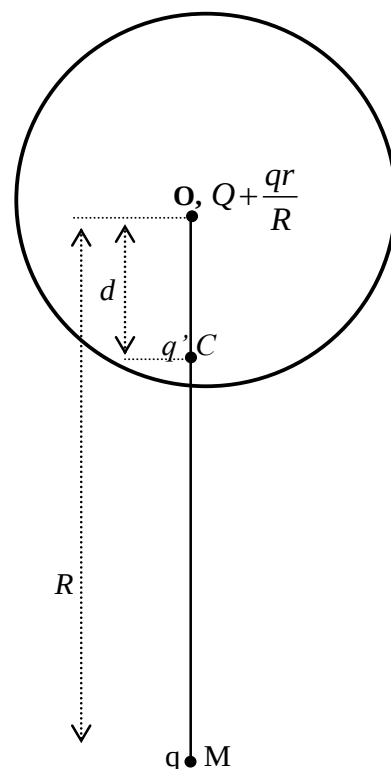
$$F = \frac{q|q'|}{4\pi\epsilon_0(R-d)^2} - \frac{q(Q+|q'|)}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

$$\Leftrightarrow F = \frac{q^2 r R}{4\pi\epsilon_0(R^2 - r^2)^2} - \frac{q(QR + qr)}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

$\vec{F}$ luôn hướng vào tâm O $\rightarrow$ đóng vai trò của lực hướng tâm

$$\Rightarrow \frac{q^2 r R}{4\pi\epsilon_0(R^2 - r^2)^2} - \frac{q(QR + qr)}{4\pi\epsilon_0 R^3} = m\omega^2 R$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 m} \left[\frac{qr}{(R^2 - r^2)^2} - \frac{(QR + qr)}{4\pi\epsilon_0 R^4} \right]}$$



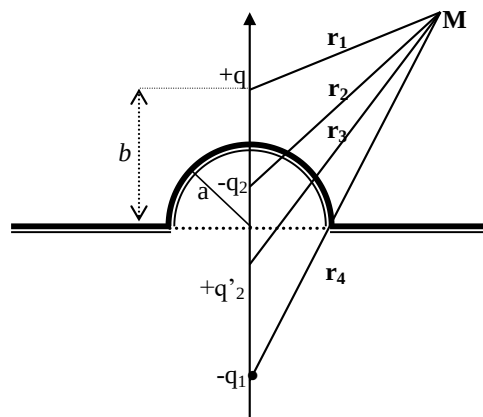
Bài 12. 1. Ta có thể coi trường tạo bởi điện tích q và các điện tích hưởng ứng trên bề mặt kim loại như là trường tạo bởi hệ của 4 điện tích :

+ Điện tích q .

+ Điện tích $-q_1$ là ảnh của điện tích q qua mặt phẳng dẫn điện, cách mặt phẳng dẫn điện một khoảng b .

+ Điện tích $-q_2$ là ảnh của điện tích q qua mặt cầu bán kính a , Cách tâm mặt cầu một khoảng $b' = \frac{a^2}{b}$, độ lớn điện tích

$$q_2 = \frac{qa}{b}$$



+ Điện tích $+q'_2$ là ảnh của điện tích $-q_2$ qua mặt phẳng dẫn điện. Với $q'_2 = q_2 = \frac{qa}{b}$, cách mặt

phẳng dẫn điện một khoảng $b' = \frac{a^2}{b}$

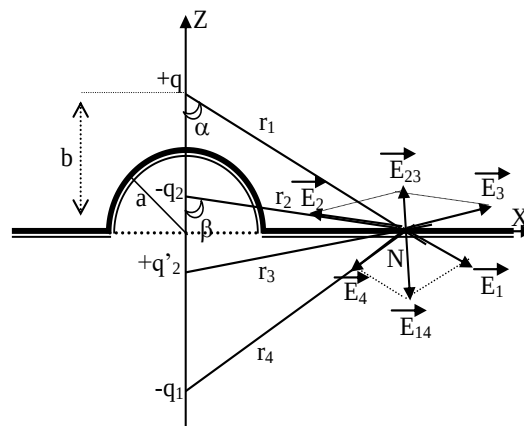
Điện thế φ của trường :
$$\varphi(M) = k \frac{q}{r_1} - k \frac{q_2}{r_2} + k \frac{q_2'}{r_3} - k \frac{q}{r_4}$$

Hay :
$$\varphi(M) = kq \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_4} - \frac{a}{b} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right) \right]$$

2. Các véc tơ cường độ điện trường do các điện tích $q, -q_2, q_2', -q_1$ gây ra tại điểm N (x,0,0) trên mặt phẳng của vật dẫn có phương, chiều như hình vẽ.

Độ lớn : $E_1 = E_2 = \frac{kq}{r_1^2}; E_3 = E_4 = \frac{kq}{r_2^2}$

Cường độ điện trường tổng hợp có phương vuông góc với mặt vật dẫn, có chiều như hình vẽ. Độ lớn :
$$E = 2(E_1 \cos \alpha - E_2 \cos \beta)$$



Từ hình vẽ :

$$\cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{x^2 + b^2}}; \cos \beta = \frac{b'}{\sqrt{x^2 + b'^2}}$$

Từ đó :
$$E = \frac{2kqb}{(b^2 + x^2)^{3/2}} - \frac{2kq'b'}{(b'^2 + x^2)^{3/2}} \quad \text{với } q' = \frac{qa}{b}; b' = \frac{a^2}{b}$$

+ Điện tích hưởng ứng trên mặt vật dẫn :

$$Q = \int_a^\infty \sigma ds = \int_a^\infty \epsilon_0 E ds \quad \text{Với } ds = 2\pi x dx; 4k\pi\epsilon_0 = 1$$

$$\Rightarrow Q = \int_a^\infty \frac{qbx}{(b^2 + x^2)^{3/2}} dx - \int_a^\infty \frac{q'b'x}{(b'^2 + x^2)^{3/2}} dx$$

Lấy tích phân ta được:
$$Q = q \frac{b^2 - a^2}{b\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Điện tích hưởng ứng ở những chỗ lồi lên:

$$Q' = (q - Q) = q \left(1 - \frac{b^2 - a^2}{b\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

Bài 13. + **Mặt trụ ở trạng thái cân bằng điện là một mặt đẳng thế.** Mọi điểm trên mặt có cùng điện thế.

+ **Mặt đẳng thế của hai dây dẫn thẳng, dài vô hạn mang điện λ và $-\lambda$ trên một đơn vị độ dài là những mặt trụ bao quanh các dây.**

Như vậy ta có thể **thay mặt trụ tích điện bằng một dây dẫn thẳng, dài vô hạn mang điện $-\lambda$ đặt ở vị trí nào đó bên trong hình trụ và song song với trục hình trụ sao cho mặt đẳng thế do hệ hai dây gây ra trùng mặt trụ.** Khi đó trường do hệ gây ra trong không gian không thay đổi.

Gọi b : khoảng cách giữa hai dây λ và $-\lambda$

Cường độ điện trường do một dây dẫn dài vô hạn gây ra tại

một điểm M là : $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$ (1)

Trong đó R : khoảng cách từ dây dẫn đến điểm quan sát M.

Ta chọn φ ở khoảng cách $R_0 \gg b$ bằng 0 thì :

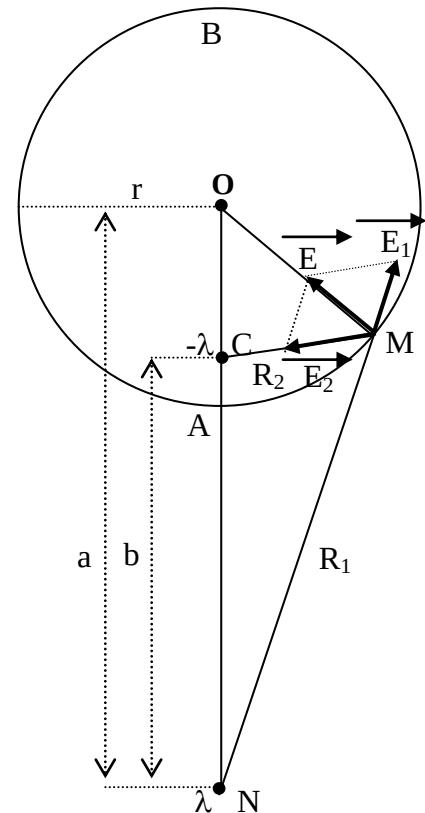
+ Điện thế do dây dẫn gây ra tại một điểm :

$$\varphi = \int_R^{R_0} E dr = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R}{R_0} \quad (2)$$

+ Điện thế do hai dây gây ra tại M trên mặt trụ :

$$\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[-\ln \frac{R_1}{R_0} + \ln \frac{R_2}{R_0} \right] \Leftrightarrow \varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1} \quad (3)$$

+ Khi $M \equiv A$ thì $R_1 = a - r$, $R_2 = r - (a - b)$



$$\Leftrightarrow \varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{r-(a-b)}{a-r} \right] \quad (4)$$

$$+ \text{ Khi } M \equiv B \text{ thì } R_1 = a + r, R_2 = r + (a - b) \Leftrightarrow \varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{r+(a-b)}{a+r} \right] \quad (5)$$

$$\text{Từ điều kiện mặt đẳng thế cho ta : } \frac{r+(a-b)}{a+r} = \frac{r-(a-b)}{a-r} \Leftrightarrow r^2 = a(a-b) \quad (6)$$

Như vậy : ta có thể thay thế mặt trụ bán kính r tích điện đều - λ đặt cách một dây dẫn thẳng dài vô hạn mang điện λ trên một đơn vị dài một khoảng a bằng một dây dẫn mang điện - λ trên một đơn vị dài đặt ở khoảng cách $b = (a^2 - r^2)/a$.

$$1. \text{ Lực tác dụng lên một đơn vị dài của dây: } F = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 b} \lambda = \frac{\lambda^2 a}{2\pi\epsilon_0 (a^2 - r^2)} \quad (7)$$

$$2. \text{ Điện thế do hệ gây ra tại một điểm trên mặt trụ : } \varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{r+(a-b)}{a+r} \right] \quad (8)$$

$$\text{Thay } b = (a^2 - r^2)/a \text{ ta được: } \varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{a} \quad (9)$$

3. Cường độ điện trường do hệ điện tích gây ra tại điểm M trên mặt trụ :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad (10)$$

Trong đó : E_1, E_2 là cường độ điện trường do các điện tích gây ra tại M .

$$E_1 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R_1} ; E_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R_2} \quad (11)$$

Cường độ điện trường tổng hợp có phương vuông góc với mặt trụ, chiều hướng vào trong. Độ

$$\text{lớn : } E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1 E_2 \cos \alpha} \quad (12) . \text{ Trong đó } \alpha = \angle CMN$$

Với : $E_1 = \frac{R_2}{R_1} E_2$ và $b = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2 \cos \alpha}$ ta tìm được : $E = \frac{\lambda b}{2\pi\epsilon_0 R_1 R_2}$

Mật độ điện tích liên lết mặt : $\sigma = \epsilon_0 E = \frac{\lambda b}{2\pi R_1 R_2}$

Bài 14. Vì các mặt trụ là các mặt đẳng thế. Ta có thể thay thế các mặt trụ tích điện này bằng các dây dẫn thẳng dài vô hạn mang điện $\pm\lambda$ sao cho các mặt đẳng thế trùng với mặt trụ. Khi đó trường bên ngoài các hình trụ không thay đổi.

Gọi b : khoảng cách giữa hai dây λ và $-\lambda$.

a_1 : khoảng cách giữa dây $-\lambda$ và O_1 ; a_2 : khoảng cách giữa dây $-\lambda$ và O_2

Theo kết quả bài toán trên ta có : $R_1^2 = a_1^2 - a_1 b$; $R_2^2 = a_2^2 - a_2 b$

Từ hình vẽ : $a_1 + a_2 - b = l$

Giải các phương trình trên ta được : $b = 2\sqrt{c^2 - R_1^2}$; $a_1 a_2 = \frac{l(l+b) - R_1^2 - R_2^2}{2}$

Trong đó : $c = \frac{l^2 - R_1^2 - R_2^2}{2l}$

+ Điện thế do hệ điện tích gây ra tại mặt trụ R_2 xác định

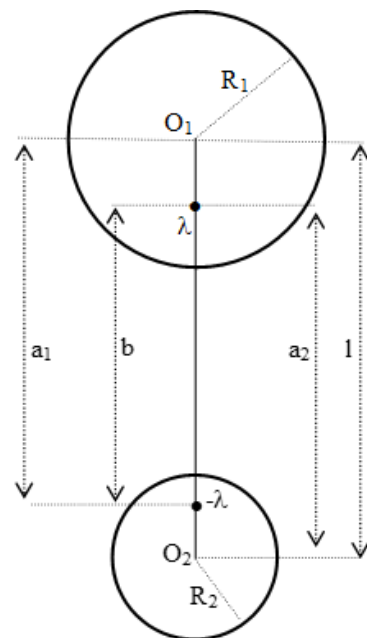
theo công thức : $\varphi_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{a_2}$

+ Điện thế do hệ điện tích gây ra tại mặt trụ R_1 là :

$$\varphi_1 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a_1}{R_1}$$

+ Hiệu điện thế hai mặt trụ :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a_1 a_2}{R_1 R_2}$$



Điện dung tương hỗ giữa hai mặt trụ trên một đơn vị độ

dài :

$$C = \frac{\lambda}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{a_1 a_2}{R_1 R_2}} = 2\pi\epsilon_0 \left[\ln \frac{l(l+b) - R_1^2 - R_2^2}{2R_1 R_2} \right]$$

Bài 15.

1. Khi quả cầu cách mặt phẳng khoảng r , theo kết quả bài toán 1, lực

tương tác giữa điện tích q và bản kim loại là : $F = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 r^2}$

Chọn trục Ox thẳng đứng hướng xuống, gốc O tại VTCB của quả cầu

+ Vị trí cân bằng, gọi Δl : độ biến dạng của lò xo

$$P + F - F_{dh} = 0 \Leftrightarrow mg + \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^2} - k\Delta l = 0 \quad (1)$$

+ Khi quả cầu có li độ x . Phương trình động lực học

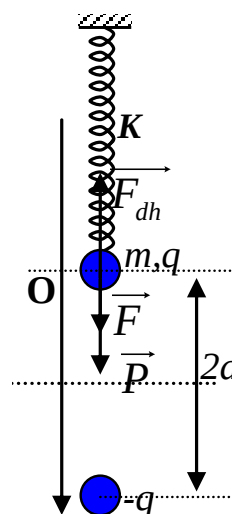
$$mg + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (2a-x)^2} - k(\Delta l + x) = mx'' \Leftrightarrow mg + \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^2 \left(1 - \frac{x}{2a}\right)^2} - k(\Delta l + x) = mx''$$

(2)

Ta chỉ xét dao động nhỏ ($x \ll 2a$). Khi đó $\left(1 - \frac{x}{2a}\right)^{-2} \approx 1 + \frac{x}{a}$

Thay vào (2) được: $mg + \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^2} \left(1 + \frac{x}{a}\right) - k(\Delta l + x) = mx''$

$$\Leftrightarrow \left(mg + \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^2} - k\Delta l \right) + \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^3} x - kx = mx'' \quad (3)$$



$$\text{Từ (2) và (3)} \Rightarrow \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^3} x - kx = mx'' \Leftrightarrow x'' + \left(\frac{k}{m} - \frac{q^2}{16\pi m \epsilon_0 a^3} \right) x = 0$$

$$\text{Đặt } \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{q^2}{16\pi m \epsilon_0 a^3}} \Rightarrow x'' + \omega^2 x = 0 \rightarrow \text{quả cầu dao động điều hòa với chu kỳ}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}} \times \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{16k\pi\epsilon_0 a^3}}} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{16k\pi\epsilon_0 a^3}}}, \text{ trong đó } T_0 \text{ là chu kỳ dao động khi quả cầu}$$

không tích điện.

Phương trình dao động $x = A \cos(\omega t + \varphi)$.

$$\text{Từ điều kiện ban đầu: } \begin{cases} x(0) = x_0 \\ v(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = x_0 \\ \varphi = 0 \end{cases} \rightarrow x = x_0 \cos \omega t$$

2. Xét trường gây ra tại điểm M nằm trên mặt vật dẫn, ở thời điểm t , cách quả cầu khoảng r . Cường độ điện trường do các điện tích q và $-q$ gây ra tại M có phương, chiều như hình vẽ. Độ lớn

$$: E_1 = E_2 = k \frac{q}{r^2}$$

Theo kết quả bài 1, mật độ điện tích hưởng ứng trên mặt vật

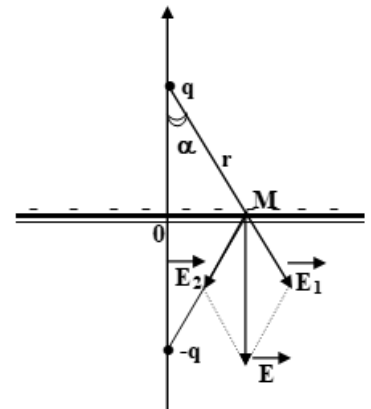
$$\text{dẫn : } \sigma = \epsilon_0 E = \frac{1}{4\pi k} \times \frac{2kqa}{r^3} = \frac{qa}{2\pi r^3}.$$

+ Khi quả cầu ở vị trí cân bằng thì

$$r = a \rightarrow \sigma_0 = \frac{q}{16\pi a^2} \text{ và } HM = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$$

+ Khi quả cầu có li độ x thì:

$$r = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + (a - x)^2} = \sqrt{4a^2 - 2ax + x^2} \approx 2a \sqrt{1 - \frac{x}{2a}}$$



Khi đó $\sigma = \frac{q}{16\pi a^2} \left(1 - \frac{x}{2a}\right)^{-3/2} \approx \sigma_0 \left(1 + \frac{3x}{4a}\right) \rightarrow$ mật độ điện tích tại M cũng biến đổi tuần hoàn.

$$+ \sigma_{\max} = \sigma_0 \left(1 + \frac{3x_0}{4a}\right) \Leftrightarrow x = x_0 \rightarrow \text{quả cầu ở vị trí thấp nhất}$$

$$+ \sigma_{\min} = \sigma_0 \left(1 - \frac{3x_0}{4a}\right) \Leftrightarrow x = -x_0 \rightarrow \text{quả cầu ở vị trí cao nhất}$$

Bài 16. Khi đặt điện tích q trong điện môi do ảnh hưởng của điện môi mà cường độ điện trường E và

điện thế φ đều giảm đi ε lần. Như vậy khi kể đến ảnh hưởng của điện môi thì điện tích q trong điện môi tương đương với điện tích $q' = \frac{q}{\varepsilon}$ trong chân không. Sử dụng phương pháp ảnh điện ta có thể thấy điện thế φ do điện tích q' gây ra tại một điểm trong không gian có kể đến các điện tích hưởng ứng trên kim loại là :

$$\varphi = \frac{kq'}{r_1} - \frac{kq'}{r_2} = \frac{kq}{\varepsilon r_1} - \frac{kq}{\varepsilon r_2}$$

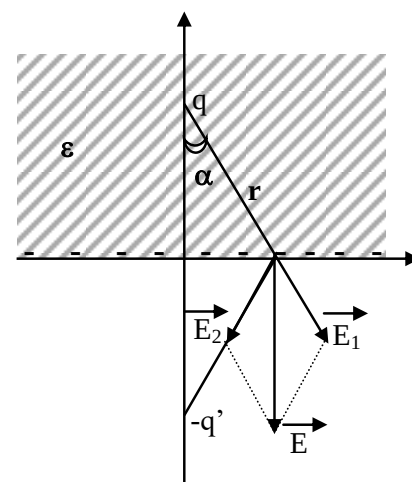
Trong đó : - q : là ảnh của điện tích q' qua mặt bản kim loại

+ Cường độ điện trường trên bản kim loại, do tính chất đối xứng của q' và - q' nên vectơ cường độ điện trường E theo phương pháp tuyến với mặt bản và có độ lớn:

$$E = \frac{2kq}{\varepsilon r^2} \cdot \cos \alpha = \frac{2kqa}{\varepsilon r^3}$$

Mật độ điện mặt σ được các định từ định lý Ôxtrô - Graxtki – Gaus

$$\sigma = \varepsilon_0 \cdot E \cdot \varepsilon \Rightarrow \sigma = \frac{2\varepsilon_0 kqa}{r^3} = \frac{qa}{\pi r^3}.$$



- Do tính chất liên tục của hàm điện thế nên ở bên trong vật

- Còn ở bên trong lỗ hồng trường sinh ra bởi điện tích q ,

Bài 18. 1. Điện thế của điện tích điểm và của quả cầu

Điện tích $-q'$ mô tả tác dụng của điện tích hưởng ứng ở phía mặt quả cầu gần q nhất (dấu điện tích này ngược dấu với q) điện tích $+q'$ mô tả tác dụng của điện tích hưởng ứng ở phần quả cầu xa q hơn và nó cùng dấu với q .

Điện thế do hệ gây ra tại điểm M là :

A diagram showing a sphere of radius a centered at the origin O of a vertical Z -axis. A point charge $Q+q'$ is located at the origin. A point charge $-q'$ is located on the Z -axis at a distance q from the center. A point M is located outside the sphere. Distances r_1 , r_2 , and r are indicated from M to the charges $-q'$, $Q+q'$, and the center O respectively. A vertical dashed line of length a is shown on the left side of the sphere.

$$\text{ở đây : } q' = \frac{qR}{a}; \quad r_2 = \sqrt{r^2 + a'^2 - 2a'r \cos \theta} \quad ; \quad a' = \frac{R^2}{a}$$

θ là góc tạo bởi giữa OM và trục OZ

b- Trong trường hợp (b) thay $Q = \epsilon\phi_0 R - \frac{qR}{a}$

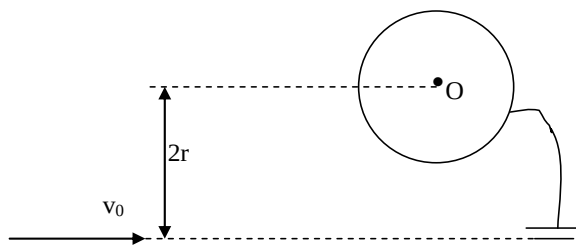
Nhận xét : + Nếu quả cầu chung hoà thì không có số hạng chứa Q .

+ Nếu quả cầu nối đất ($\phi_0 = 0$) thì điện thế có dạng : $\phi = \frac{q}{\epsilon r_1} - \frac{q'}{\epsilon r_2}$

Bài 19. Theo phương pháp ảnh điện thì ảnh của điện tích p là ở p'

Với $OP' = x' = \frac{r^2}{x}; e' = -e \frac{r}{x}$

$$F_{(x)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e.e'}{(x-x')^2} = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{rx}{(x^2-r^2)^2}$$



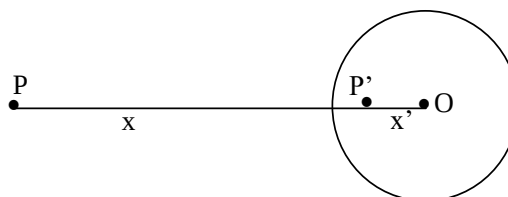
Thế năng ở P là: $E_P = -\int F_{(x)} dx = -\frac{e^2 r}{8\pi\epsilon_0 (x^2 - r^2)} + C$

Khi $x = \infty$ thì $E_P = 0 \rightarrow C = 0$

Theo ĐLBTNL ta có:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2 r}{8\pi\epsilon_0 (x^2 - r^2)}$$

$$\text{với } x = \frac{3r}{2} \rightarrow \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{10\pi\epsilon_0 r} \quad (1)$$



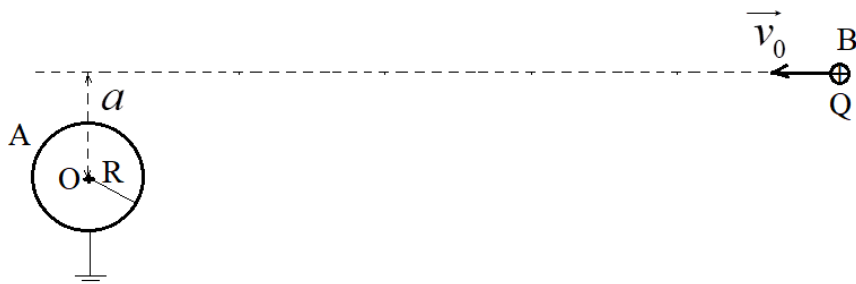
Bảo toàn mô men động lượng: $\frac{3}{2} r.mv = 2r.mv_0 \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\rightarrow v = e \sqrt{\frac{32}{70} \cdot \frac{1}{\pi\epsilon_0 r m}}$

Bài 20. a. Điện tích ảnh Q' xuất hiện tại C:

$$OC = \frac{R^2}{r} \quad (1)$$

$$Q' = -Q \frac{R}{r} \quad (2)$$



Hình 3

b. Công do Q' tác dụng lên Q là A :

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = \frac{kQQ'}{(r-OC)^2} \vec{e}_r d\vec{r} = \frac{kQQ'}{(r-OC)^2} dr \quad (dr < 0)$$

$$dA = -\frac{kQ^2R}{\left(r - \frac{R^2}{r}\right)^2} dr = -\frac{kQ^2R}{(r^2 - R^2)^2} r dr$$

$$A = -\frac{kQ^2R}{2} \int_{\infty}^r (r^2 - R^2)^{-2} d(r^2 - R^2) = \frac{kQ^2R}{2} \left[\frac{1}{r^2 - R^2} - \frac{1}{\infty^2 - R^2} \right]$$

$$A = \frac{kQ^2R}{2(r^2 - R^2)} \quad (3)$$

Áp dụng định lý động năng:

$$\Delta K = A \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{kQ^2R}{2(r^2 - R^2)}$$

$$\rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + \frac{kQ^2R}{m(r^2 - R^2)}} \quad (4)$$

c. Áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng đối với cực O , với $r_{\min} = 2R$

$$\text{nên } mv_{\max} r_{\min} = mv_0 a \rightarrow v_{\max} = v_0 \frac{a}{2R} \quad (5)$$

$$\text{Từ (4): } v_{\max} = \sqrt{v_0^2 + \frac{kQ^2 R}{m(4R^2 - R^2)}} = \sqrt{v_0^2 + \frac{kQ^2}{3mR}} \quad (6)$$

$$\text{Từ (5) và (6) } v_0 \frac{a}{2R} = \sqrt{v_0^2 + \frac{kQ^2}{3mR}} \rightarrow (v_0 \frac{a}{2R})^2 = v_0^2 + \frac{kQ^2}{3mR}$$

$$\rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{4kQ^2 R}{3m[a^2 - 4R^2]}} \quad (7)$$

Bài 21.a. Điện thế tại mặt trong vỏ cầu. (nên áp dụng tính chất điện thế ở tâm)

-Điện thế do q gây ra trên mặt cầu trong là $V_q(r)$; điện thế do điện tích $(-q)$ ở mặt trong quả cầu gây ra trên chính mặt trong cũng chính là điện thế do điện tích ảnh q_1 gây ra trên chính mặt trong: $V_{(-q)}(r) = V_{q_1}(r)$

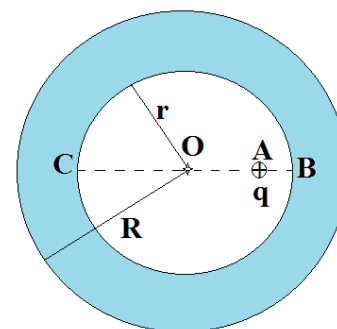
Ta lưu ý vì ta coi mặt trong quả cầu nối đất, nên: $V_q(r) + V_{(-q)}(r) = V_q(r) + V_{q_1}(r) = 0$

-Điện thế do điện tích $+q$ (trên bề mặt cầu) gây trên mặt cầu ngoài và gây ra trên mặt cầu trong, cũng hình bằng điện thế do nó gây ra tại tâm O hay cũng bằng chính nó gây ra trên mặt ngoài

$$V_{+q}(r) = V_{+q}(0) = \frac{kq}{R}$$

Vậy điện thế trên mặt cầu trong $V(r) =$

$$V_q(r) + V_{q_1}(r) + V_{+q}(r) = 0 + V_{+q}(r) = \frac{kq}{R}$$



Hình 4

b. Tính mật độ điện mặt trên mặt cầu ngoài.

Ta thấy điện thế trên mặt cầu ngoài bằng điện thế trên mặt cầu trong vì vỏ cầu là một vật đẳng

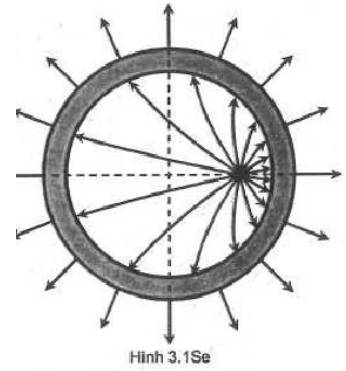
$$\text{thế: } V(R) = V(r) = \frac{kq}{R}$$

Vì điện thế trên mặt cầu ngoài là như nhau, và điện thế luôn là một đại lượng biến thiên liên tục (sách Điện học 2-HATCHETE) nên ta có thể tính điện trường sát mặt ngoài quả cầu theo công thức sau:

$$\text{Điện thế trên mặt cầu là } \vec{E}(R) = -\frac{dV(R)}{dR} = -\frac{dV(R)}{dR} \vec{e}_R = \frac{kq}{R^2} \vec{e}_R$$

Mặt khác khi đi từ trong vỏ cầu xuyên qua mặt ngoài vỏ cầu thì điện trường trên phương pháp tuyến bị gián đoạn: $\vec{E}(R) - \vec{0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n} \Rightarrow \frac{kq}{R^2} \vec{e}_R = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$

$$\text{Hay } \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{kq}{R^2} \rightarrow \sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$$



-Khi đó điện trường do hệ nói trên gây ra tại một điểm bên ngoài vỏ cầu $a=OM>R$ là

$$\vec{E}(a) = \vec{E}_q(a) + \vec{E}_{-q}(a) + \vec{E}_{+q}(a) = \vec{0} + \vec{E}_{+q}(a) = \vec{E}_{+q}(a) = \frac{kq}{a^2} \frac{\vec{a}}{a}$$

-Giải thích tại sao $\vec{E}_q(a) + \vec{E}_{-q}(a) = \vec{0}$. Nguyên nhân là do ảnh của q là q_1 được coi là ảnh của q qua quả cầu nổi bán kính r tâm O. Điều này tương đương như vỏ cầu tâm O bán kính trong r và bán kính ngoài $R = \infty$, thì khi đó mới thỏa điều kiện: hệ điện tích q và ảnh của nó q_1 gây ra trên mặt trong bán kính r cho điện thế bằng không.

c.Tính mật độ điện mặt tại B và C.

$$\text{Tại B: } \vec{E}_B = \vec{E}_{qB} + \vec{E}_{q_1B} \rightarrow E_B = \frac{kq}{(r-d)^2} + \frac{kq \frac{r}{d}}{(x-d)^2} = \dots = \frac{kq}{(r-d)^2} \left(1 + \frac{d}{r}\right)$$

-Áp dụng tính chất gián đoạn của cường độ điện trường trên phương pháp tuyến khi đi qua mặt tích điện, ta có

$$0 - E_B = \frac{\sigma_B}{\epsilon_0} \Rightarrow -\frac{kq}{(r-d)^2} \left(1 + \frac{d}{r}\right) = \frac{\sigma_B}{\epsilon_0}$$

$$\text{Hay } 0 - E_B = \frac{\sigma_B}{\epsilon_0} \Rightarrow \sigma_B = -\frac{q}{4\pi(r-d)^2} \left(1 + \frac{d}{r}\right)$$

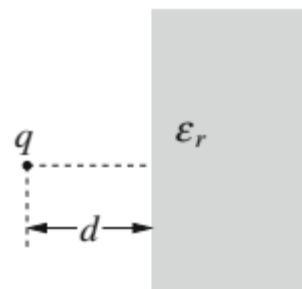
$$\text{Tại C: } \vec{E}_C = \vec{E}_{qC} + \vec{E}_{q_1C} \rightarrow E_C = \frac{kq}{(r+d)^2} - \frac{kq \frac{r}{d}}{(x+d)^2} = \dots = \frac{kq}{(r+d)^2} \left(1 - \frac{d}{r}\right)$$

-Áp dụng tính chất gián đoạn của cường độ điện trường trên phương pháp tuyến khi đi qua mặt tích điện, ta có

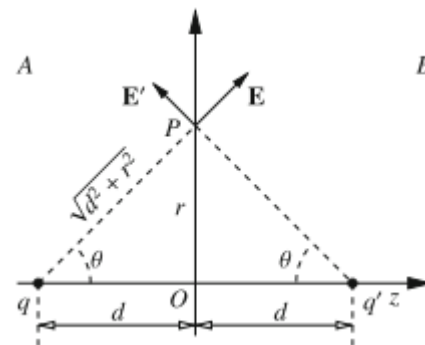
$$0 - E_C = \frac{\sigma_C}{\epsilon_0} \Rightarrow -\frac{kq}{(r+d)^2} \left(1 - \frac{d}{r}\right) = \frac{\sigma_C}{\epsilon_0}$$

$$\text{Hay } 0 - E_c = \frac{\sigma_c}{\epsilon_0} \Rightarrow \sigma_c = -\frac{q}{4\pi(r+d)^2} \left(1 - \frac{d}{r}\right)$$

Bài 22. Chúng ta biểu thị nửa không gian với $z < 0$ bằng vùng A, là chân không, chứa điện tích thực q và nửa không gian chứa điện môi với $z > 0$, không chứa điện tích tự do là vùng B là. Chúng ta sẽ xử lý hai nửa không gian riêng biệt, đưa ra các phỏng đoán có cơ sở, để áp dụng định lý nghiệm duy nhất cho phương trình Poisson. Chúng ta sử dụng tọa độ trụ (r, ϕ, z) , với điện tích thực nằm ở $(0, \phi, -d)$. Tất cả các công thức của chúng ta sẽ độc lập với tọa độ phương vị ϕ , không xác định và không liên quan, khi $r = 0$.



a) Chúng ta xử lý trường trong nửa không gian A giả định là chân không trong toàn bộ không gian, bao gồm cả nửa không gian B. Khi đó, chúng ta đặt một điện tích ảnh q' , có giá trị được xác định, tại $(0, 0, +d)$, trong nửa không gian mà chúng ta không xét đến, như trong Hình S-3.1. Bây giờ chúng ta tính điện trường $\mathbf{E}^{(-)}$ tại một điểm bất kì $P \equiv (r, \phi, 0^-)$, của mặt phẳng $z = 0^-$. Khoảng cách giữa P và q là $\sqrt{d^2 + r^2}$ và tạo thành một góc $\theta = \arccos(d/\sqrt{d^2 + r^2})$ với trục z . Ngoài ra, khoảng cách giữa P và q' sẽ là $\sqrt{d^2 + r^2}$. Trường tại P , $\mathbf{E}^{(-)}$, là tổng vectơ của các trường $\mathbf{E}$ do điện tích thực q và $\mathbf{E}'$ do điện tích ảnh q' . Các thành phần vuông góc và song song với mặt phẳng $z = 0$ của $\mathbf{E}^{(-)}$, lần lượt là



$$\begin{aligned} E_{\perp}^{(-)} &= k_e \frac{q}{d^2 + r^2} \cos \theta - k_e \frac{q'}{d^2 + r^2} \cos \theta = k_e \frac{d}{(d^2 + r^2)^{3/2}} (q - q') \\ E_{\parallel}^{(-)} &= k_e \frac{q}{d^2 + r^2} \sin \theta + k_e \frac{q'}{d^2 + r^2} \sin \theta = k_e \frac{r}{(d^2 + r^2)^{3/2}} (q + q') \end{aligned} \quad (\text{S-3.5})$$

Chúng ta xử lý nửa không gian B bằng cách giả sử rằng toàn bộ không gian, bao gồm nửa không gian A, được lấp đầy bởi một môi trường điện môi có hằng số điện môi ϵ_r . Chúng ta không được phép đưa thêm vào các điện tích hoặc thay đổi bất cứ điều gì trong vùng B, nhưng, như một phỏng đoán có cơ sở, chúng ta thay thế điện tích thực q , nằm trong nửa không gian A mà chúng ta không xử lý, bằng một điện tích q'' , có giá trị được xác định. Chúng ta tính điện trường $\mathbf{E}^{(+)}$ tại cùng

một điểm P như trước, nhưng trên mặt phẳng $z = 0^+$. Các thành phần vuông góc và song song với mặt phẳng $z = 0$ của $\mathbf{E}^{(+)}$ lần lượt là

$$\begin{aligned} E_{\perp}^{(+)} &= \frac{k_e}{\epsilon_r} \frac{q''}{d^2 + r^2} \cos \theta = \frac{k_e}{\epsilon_r} \frac{d}{(d^2 + r^2)^{3/2}} q'' \\ E_{\parallel}^{(+)} &= \frac{k_e}{\epsilon_r} \frac{q''}{d^2 + r^2} \sin \theta = \frac{k_e}{\epsilon_r} \frac{r}{(d^2 + r^2)^{3/2}} q'' . \end{aligned} \quad (\text{S-3.6})$$

Nếu các phỏng đoán có cơ sở của chúng ta là chính xác, các điều kiện biên điện môi phải giữ ở $z = 0$. Điều này nghĩa là $E_{\perp}^{(-)} = \epsilon_r E_{\perp}^{(+)}$ và $E_{\parallel}^{(-)} = E_{\parallel}^{(+)}$, tương ứng với các phương trình

$$q - q' = q'' \quad \text{và} \quad q + q' = \frac{q''}{\epsilon_r} \quad (\text{S-3.7})$$

với các nghiệm

$$q' = -\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} q ,$$

và

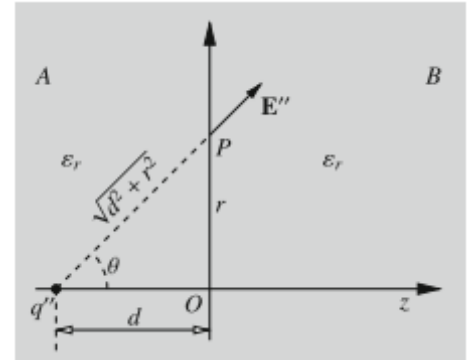
$$q'' = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + 1} q . \quad (\text{S-3.8})$$

Chúng ta có thể dễ dàng kiểm tra xem, ở giới hạn $\epsilon_r \rightarrow 1$ (chân không trong toàn bộ không gian), chúng ta có $q' \rightarrow 0$ và $q'' \rightarrow q$, tức là trong toàn bộ không gian ta chỉ có trường của điện tích thực q . Tại giới hạn $\epsilon_r \rightarrow \infty$ (điện môi $\rightarrow$ giới hạn vật dẫn) ta có $q' \rightarrow -q$ và $q'' \rightarrow 2q$, tức là điện trường của điện tích thực q và ảnh của nó $-q$ trong một nửa không gian A và trường bằng 0 trong nửa không gian B , tại ý a) của Bài toán 2.2. Giá trị hữu hạn của q'' không liên quan với trường trong nửa không gian B , vì giá trị vô hạn của ϵ_r .

Lưu ý rằng chúng ta cũng có thể viết các phương trình (S-3.6) mà không cần ϵ_r trong các mẫu số, do đó bao gồm cả các điện tích liên kết điện môi với q'' . Điều này dẫn đến các phương trình

$$q - q' = \epsilon_r q'' \quad \text{và} \quad q + q' = q'' \quad (\text{S-3.9})$$

với các nghiệm



$$q' = -\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} q,$$

và

$$q'' = \frac{2}{\varepsilon_r + 1} q, \quad (\text{S-3.10})$$

cho ta các biểu thức tương tự với điện trường như với sự lựa chọn ở phương trình (S-3.6).

b) Mật độ điện tích phân cực trên mặt phẳng $z = 0$, $\sigma_b(r)$, là

$$\begin{aligned} \sigma_b(r) &= -\frac{1}{4\pi k_e} (E_{\perp}^{(-)} - E_{\perp}^{(+)}) = -\frac{1}{4\pi} \frac{d}{(d^2 + r^2)^{3/2}} \left(q - q' - \frac{q''}{\varepsilon_r} \right) \\ &= -\frac{1}{2\pi} \frac{d}{(d^2 + r^2)^{3/2}} \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} q = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{(d^2 + r^2)^{3/2}} q'. \end{aligned} \quad (\text{S-3.11})$$

Điện tích phân cực toàn phần trên mặt phẳng $z = 0$ là

$$q_p = \int_0^{\infty} \sigma_b(r) 2\pi r dr = -\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} q \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta = q', \quad (\text{S-3.12})$$

ở đây chúng ta đã thay $\cos \theta = d/\sqrt{d^2 + r^2}$, $r = d/\cos \theta$

Và $dr = d \cdot d\theta / \cos^2 \theta$.

c) Điện tích phân cực của mặt phẳng $z = 0$ tạo ra một điện trường bằng với điện trường của điện tích $q' = -q(\varepsilon_r - 1)/(\varepsilon_r + 1)$ đặt tại $(0,0, +d)$ trong nửa không gian $z < 0$ và bằng với điện trường của điện tích q' nằm ở $(0,0, -d)$ trong nửa không gian $z > 0$.

CHƯƠNG IV LƯỜNG CỰC ĐIỆN

Bài 1.

a. Biểu thức cho điện thế V tại $M(r, \theta)$ được tính như sau

$$V_E = -\int E_0 dr = -\int E_0 dx = -E_0 x + \text{const}$$

Tại điểm O ta có $x=0$, $V_0=0$ nên $V_E = -E_0 x$, hay $V_E = -E_0 r \cos \theta$

Điện thế của lưỡng cực ở M xa điểm O là: $V_l = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e \cos \theta}{r^2}$

b. Thế tổng hợp tại M là $V_M = V_E + V_l$, nên: $V_M = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} - E_0 r \right) \cos \theta$

Mặt đẳng thế ứng với $V=0$, vậy có hai khả năng xảy ra

+) $\cos \theta = 0$ hay $\theta = \frac{\pi}{2}$. Đó là mặt phẳng trung trực của lưỡng cực.

+) $\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} - E_0 r \right) = 0$ nên $r^3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{E_0}$ đó là mặt cầu tâm O bán kính $r = \sqrt[3]{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{E_0}}$

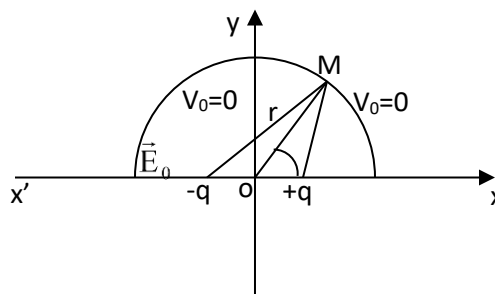
c. Điện trường ở $M(r, \theta)$ có các thành phần:

$$+) \quad E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \left(\frac{2p_e}{4\pi\epsilon_0 r^3} + E_0 \right) \cos \theta$$

$$+) \quad E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \left(\frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 r^3} - E_0 \right) \sin \theta$$

Trên mặt đẳng thế $V=0$ thì $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^3} = E_0$. Vậy ở đó: $\vec{E} \begin{cases} E_r = 3E_0 \cos \theta \\ E_\theta = 0 \end{cases}$

Do đó, $E_\theta = 0$ và $\vec{E} // \vec{r}$ (vì mặt đẳng thế là mặt cầu).



Bài 2. Ta có $\vec{E} = \vec{E}_r + \vec{E}_\theta$

Xét hình chiếu của vec tơ $\vec{E}$ lên trục Oz ta có $E_z = E_r \cos \theta - E_\theta \sin \theta$

Ta có $E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{p_e \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3}$ và $E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{p_e \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$

nên $E_z = \frac{2p_e \cos^2 \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} - \frac{p_e \sin^2 \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 r^3} (3\cos^2 \theta - 1)$ (a)

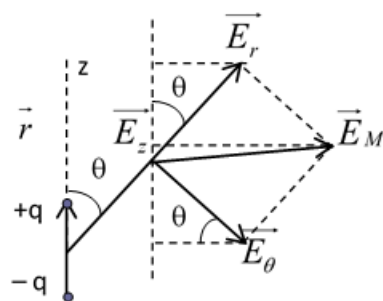
Lại có $E^2 = E_z^2 + E_\perp^2 \leftrightarrow E_\perp^2 = E^2 - E_z^2$ (b)

Ta có $E^2 = E_r^2 + E_\theta^2 \rightarrow E = \frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}$ (c)

Từ (a), (b), (c) suy ra :

$$E_\perp^2 = \left(\frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \right)^2 (1 + 3\cos^2 \theta - (9\cos^4 \theta + 1 - 6\cos^2 \theta)) = \left(\frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \right)^2 9\sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

Hay $E_\perp = \frac{3p \sin \theta \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$

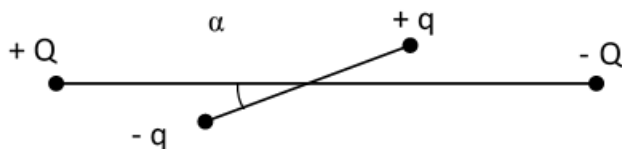


Bài 3. Xét khi đòn cân quay một góc α nhỏ . Điện thế do lưỡng cực gây ra tại A

$$V_A = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right)$$

với $r_2 - r_1 = 2a \cos \alpha \approx 2a \left(1 - \frac{\alpha^2}{2} \right) = 2a - \alpha^2$;

$$r_1 r_2 \approx L^2$$



Suy ra $V_A = -\frac{qa}{4\pi\epsilon_0 L^2} (2 - \alpha^2)$

Tương tự ta có điện thế tại B do lưỡng cực điện gây ra là : $V_B = -\frac{qa}{4\pi\epsilon_0 L^2}(2 - \alpha^2)$

Thế năng tĩnh điện của hệ là: $W_P = -QV_A + QV_B = \frac{Qqa}{4\pi\epsilon_0 L^2}(2 - \alpha^2)$

Theo định luật bảo toàn năng lượng :

$$W_P + W_K = \text{const} \Leftrightarrow -\frac{Qqa}{2\pi\epsilon_0 L^2}(2 - \alpha^2) + \frac{2M\omega^2 L^2}{2} = \text{const}$$

Lấy đạo hàm theo thời gian hệ thức trên ta có : $\frac{Qqa}{\pi\epsilon_0 L^2} \alpha \frac{d\alpha}{dt} + 2ML^2 \omega \frac{d\omega}{dt} = 0$

$$\Leftrightarrow 2ML^2 \omega \alpha'' + \frac{Qqa}{\pi\epsilon_0 L^2} \alpha = 0$$

$$\Leftrightarrow \alpha'' + \omega^2 \alpha = 0$$

Vậy tần số dao động nhỏ của đòn cân là: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

Bài 4. Xét khi quả A, C dịch chuyển một đoạn nhỏ x, quả B, D dịch chuyển một đoạn nhỏ y khỏi vị trí cân bằng.

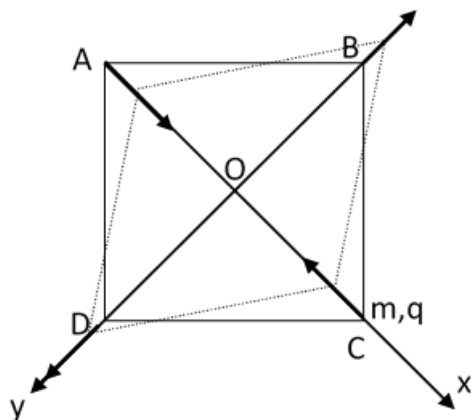
+ Thế năng tương tác của hệ điện tích:

$$W_t = q(V_A + V_B + V_C + V_D)/2$$

Với :

$$V_A = V_C = \frac{2kq}{l} + \frac{kq}{l\sqrt{2} - 2x}$$

$$V_B = V_D = \frac{2kq}{l} + \frac{kq}{l\sqrt{2} + 2y}$$



Từ đó tìm được:

$$W_t = \frac{4lq^2}{1} + kq^2 \left(\frac{1}{l\sqrt{2} - 2x} + \frac{1}{l\sqrt{2} + 2y} \right)$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{4lq^2}{1} + \frac{kq^2}{l\sqrt{2}} \left(\frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}x}{l}} + \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{2}y}{l}} \right)$$

Ta có:

$$\frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}x}{l}} \approx 1 + \frac{\sqrt{2}x}{l} + \frac{2x^2}{l^2}; \quad \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{2}y}{l}} \approx 1 - \frac{\sqrt{2}y}{l} + \frac{2y^2}{l^2}$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{4lq^2}{1} + \frac{kq^2}{l\sqrt{2}} \left(2 + \frac{\sqrt{2}(x - y)}{l} + \frac{2(x^2 + y^2)}{l^2} \right)$$

Từ hình vẽ: $\left(\frac{l}{\sqrt{2}} - x \right)^2 + \left(\frac{l}{\sqrt{2}} + y \right)^2 = l^2 \Rightarrow \sqrt{2}ly - \sqrt{2}lx + y^2 + x^2 = 0 \Rightarrow x - y = \frac{y^2 + x^2}{\sqrt{2}l}$

Vậy :
$$W_t = \frac{4lq^2}{1} + \frac{kq^2}{l\sqrt{2}} \left(2 + \frac{(x^2 + y^2)}{l^2} + \frac{2(x^2 + y^2)}{l^2} \right)$$

Mặt khác, trong sự di chuyển nhỏ của các quả cầu khỏi vị trí cân bằng, có thể coi $x \approx y$, $v_1 \approx v_2 \approx v_3 \approx v_4$. Khi đó :

$$W_t = \frac{4lq^2}{1} + \frac{2kq^2}{l\sqrt{2}} + \frac{6kq^2 x^2}{\sqrt{2}l^3}$$

Năng lượng toàn phần của hệ :

$$W = \frac{4lq^2}{1} + \frac{2kq^2}{1\sqrt{2}} + \frac{6kq^2x^2}{\sqrt{2}l^3} + 4 \cdot \frac{mv^2}{2} = \text{const. Với } v = x'$$

Đạo hàm theo t : $\frac{12kq^2xx'}{\sqrt{2}l^3} + 4mx'x'' = 0$

Hay : $x'' + \frac{3kq^2}{\sqrt{2}ml^3}x = 0$. Vật dao động điều hoà với chu kì $T = \frac{4\pi}{q} \sqrt{\frac{\sqrt{2}\pi\epsilon_0 ml^3}{3}}$

Bài 5. Trước hết ta xác định cường độ điện trường tại tâm O của vỏ bán cầu.

- Chia vỏ bán cầu thành những vành rất mảnh được xác định bởi góc $d\theta$ mang điện tích $dQ = 2\pi R^2 \cdot \sigma \cdot \sin \theta \cdot d\theta$
- Do tính đối xứng nên, cường độ điện trường do vành mảnh này gây ra tại O có hướng của trục Ox: $dE_x = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot \cos \theta = \frac{\sigma \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot d\theta}{2\epsilon_0}$
- Véc tơ cường độ điện trường do vỏ bán cầu gây ra tại O có hướng Ox có độ lớn:

$$E = \int_0^{\pi/2} \frac{\sigma \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot d\theta}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

+ Mô men của lực điện tác dụng lên lưỡng cực:

$$\vec{M} = [\vec{p}_e \cdot \vec{E}]$$

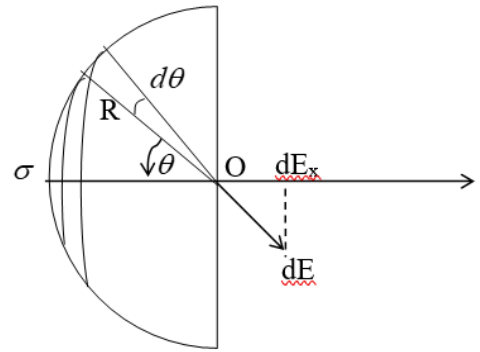
+ Vị trí cân bằng của lưỡng cực là vị trí mà vec tơ $\vec{E}$ cùng hướng vec tơ $\vec{p}_e$.

+ Pt chuyển động của lưỡng cực:

$$M = I \cdot \varphi'' \Rightarrow I \cdot \varphi'' = -p_e \cdot E \cdot \sin \varphi = -p_e \cdot E \cdot \varphi$$

$$\Rightarrow \varphi'' + \frac{p_e \cdot E}{I} \cdot \varphi = 0 \Leftrightarrow \varphi'' + \omega_0^2 \cdot \varphi = 0$$

Chứng tỏ lưỡng cực dao động điều hoà với $\omega_0 = \frac{p_e \cdot E}{I} = \frac{p_e \cdot \sigma}{4\epsilon_0}$, chu kì dao động bằng:



$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 4\pi \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0 \cdot I}{p_e \cdot \sigma}}.$$

Bài 6. a) Biểu thức cho điện thế V tại điểm M(r,θ)

$$V_E = -\int E_0 dx = -E_0 \cdot x + \text{const}$$

Tại điểm O, x = 0, V₀ = 0 nên V_E = -E₀ · x = -E₀ · r · cosθ

Điện thế của lưỡng cực ở M xa điểm O là: $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e \cos\theta}{r^2}$

Điện thế tổng hợp tại M là : $V_M = V_E + V = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} - E_0 r \right) \cos\theta$

b) Mặt đẳng thế ứng với V = 0

Tương đương với :

* $\cos\theta = 0$ hay $\theta = \frac{\pi}{2}$. Đó là mặt phẳng trung trực của lưỡng cực

* $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} - E_0 r = 0 \leftrightarrow r^3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{E_0}$. Đó là mặt cầu tâm O bán kính $r = \sqrt[3]{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{E_0}}$

c) Điện trường ở M(r,θ) có các thành phần:

$$* E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \left(\frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^3} + E_0 \right) \cos\theta$$

$$* E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^3} - E_0 \right) \sin\theta$$

Trên mặt đẳng thế V = 0 thì $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^3} = E_0$

Vậy ở đó: $\vec{E} \begin{cases} E_r = 3E_0 \cos\theta \\ E_\theta = 0 \end{cases}$

Do đó $E_0 = 0$ và $\vec{E} // \vec{r}$ (vì mặt đẳng thế là mặt cầu)

d) Ta biết tại mọi điểm ở gần vật dẫn cân bằng điện, điện trường có độ lớn bằng $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ với σ là mật độ điện mặt tại điểm khảo sát. Ở đây ta có:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = 3E_0 \cos \theta \rightarrow \sigma = 3\epsilon_0 E_0 \cos \theta$$

Bài 7. a) Biểu thức cho điện thế V tại $M(r, \theta)$ là

$$V_E = \int E_0 dr = - \int E_0 dx = -E_0 x + \text{const}$$

Tại điểm O $x = 0$, $V_0 = 0$ nên

$$V_E = -E_0 x, \text{ hay } V_E = -E_0 r \cos \theta$$

điện thế tổng hợp ở M là:

$$V_M = V_E + V_l = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} - E_0 r \right) \cos \theta$$

Điện thế của lưỡng cực ở M xa điểm O là:

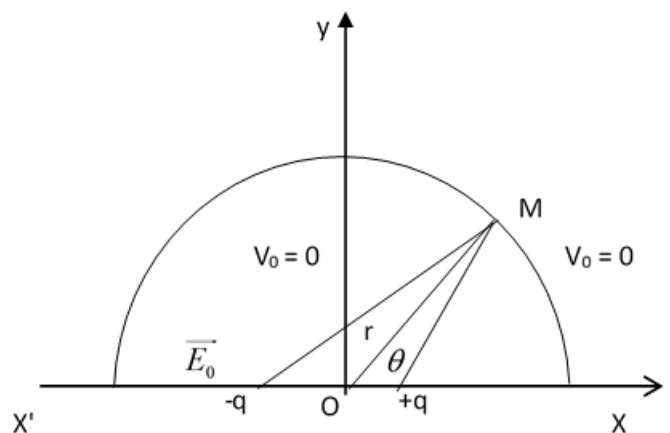
$$V_l = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_0 \cos \theta}{r^2}$$

Điện thế tổng hợp ở M là

$$V_M = V_E + V_l = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} - E_0 r \right) \cos \theta$$

b) mặt đẳng thế ứng với $V_M = 0$. có các trường hợp:

* $\cos \theta = 0$ hay $\theta = \frac{\pi}{2}$: Đó là mặt phẳng trung thực của lưỡng cực



$$* \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} - E_0 r \right) = 0 \text{ nên } r^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{E_0}$$

Đó là mặt cầu tâm O bán kính

$$r = \sqrt{\frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 E_0}}$$

c) Điện trường tại điểm M (r, θ) có các thành phần

$$* E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \left(\frac{2p_e}{4\pi\epsilon_0 r^3} \right) \cos \theta$$

$$* E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \left(\frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 r^3} - E_0 \right) \sin \theta$$

Trên mặt đẳng thế $V=0$ thì $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^3} = E_0$

Vậy ở đó:

$$\vec{E} = \begin{cases} E_r = 3E_0 \cos \theta \\ E_\theta = 0 \end{cases}$$

Do đó, $E = 3E_0 \cos \theta$ và $\vec{E}(\vec{r}) // \vec{r}$ vì mặt đẳng thế là mặt cầu

Bài 8.1. Xác định điện trường gây bởi lưỡng cực điện ở điểm xa O. Gọi q_0 là điện tích lưỡng cực và l là khoảng cách giữa 2 điện tích của lưỡng cực thì $p = q_0 l$.

Điện thế $\varphi = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1} \right)$

Coi $(r_2 - r_1) \approx l \cos \theta$; $r_1 \approx r_2 \approx r$; $q_0 l = p$

$$\varphi = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1} \right) \approx \frac{q_0 l \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr} = \frac{p \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$E_\theta = -\frac{dj}{ds} = -\frac{1}{r} \frac{dj}{dq} = \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

Trong hệ tọa độ cực $\vec{E} = \frac{p \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_r + \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_\theta$

Phương trình chuyển động của điện tích trong điện trường trên có dạng :

$$m\vec{a} = q\vec{E} = \frac{qp \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_r + \frac{qp \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_\theta \quad (*)$$

với $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$ là các véc tơ đơn vị

Trong tọa độ cực, chú ý rằng: $\vec{v} = r'\vec{e}_r + r\theta'\vec{e}_\theta, \quad \frac{d\vec{e}_r}{dt} = \theta'\vec{e}_\theta; \quad \frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\theta'\vec{e}_r,$

ta có:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = r''\vec{e}_r + r'\frac{d\vec{e}_r}{dt} + (r\theta')'\vec{e}_\theta + r\theta'\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = r''\vec{e}_r + r'\theta'\vec{e}_\theta + (r\theta')'\vec{e}_\theta - r(\theta')^2\vec{e}_r$$

hay $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (r'' - r\theta'^2)\vec{e}_r + \frac{1}{r}(r^2\theta')'\vec{e}_\theta \quad (**)$

Từ (*) và (**) suy ra

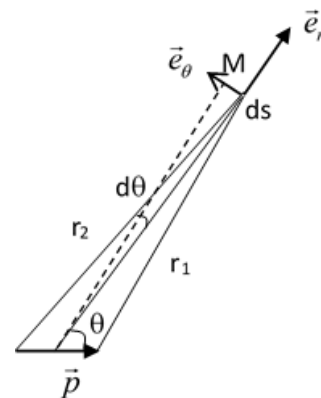
$$r'' - r\theta'^2 = \frac{qp \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 m r^3} \quad (1)$$

$$(r^2\theta')' = \frac{qp \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 m r^2} \quad (2)$$

Từ định luật bảo toàn năng lượng:

$$\frac{1}{2}mv^2 + q\varphi(r) = \text{const} = W_0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m(r'^2 + r^2\theta'^2) + \frac{qp \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = W_0$$



$$\Rightarrow r'^2 + r^2\theta'^2 + \frac{qp\cos\theta}{2\pi\epsilon_0mr^2} = \frac{2W_0}{m} \quad (3)$$

Từ (1) và (3) ta có: $r'^2 + rr'' = \frac{2W_0}{m} \quad (4)$

2. Đặt $u(t) = r^2(t) \rightarrow u' = 2rr' \rightarrow u'' = 2rr'' + 2r'^2$

Thay vào phương trình (4) có:

$$\frac{1}{2}u'' = \frac{2W_0}{m} \Rightarrow u' = \frac{4W_0}{m}t + C_1 \Rightarrow u = \frac{2W_0}{m}t^2 + C_1t + C_2$$

Hay $r^2(t) = \frac{2W_0}{m}t^2 + C_1t + C_2$

Từ các điều kiện ban đầu tìm được: $C_1 = 2r_0r'_0$; $C_2 = r_0^2$

Vậy: $r^2(t) = \frac{2W_0}{m}t^2 + 2r_0r'_0t + r_0^2 \quad (5)$

3. Để quỹ đạo của hạt là cung tròn thì $r(t) = \text{const.}$

Từ (5) $\Rightarrow W_0 = 0, r'_0 = 0$ đồng thời $r'(t) = 0$.

- Từ điều kiện $r'(t) = 0 \rightarrow v = r\theta'$ và $\vec{v} \perp \vec{r}$; $\vec{v}_0 \perp \vec{r}_0$

- Từ điều kiện $W_0 = 0 \rightarrow \frac{1}{2}m(r_0\theta')^2 + \frac{qp\cos\theta}{4\pi\epsilon_0r_0^2} = 0 \quad (6)$

- Phương trình (6) viết lại thành: $\theta'^2 = -\frac{qp\cos\theta}{2\pi\epsilon_0mr_0^4} \quad (7)$

$$\Rightarrow \theta'' = \frac{qp\sin\theta}{4\pi\epsilon_0mr_0^4} \quad (8)$$

*) Trường hợp $qp < 0$, ta có $\theta'_{\max} = \sqrt{-\frac{qp}{2\pi\epsilon_0mr_0^4}}$ khi $\theta = 0$. Góc θ tăng dần tới $\pi/2$. Tại

$\theta = \pi/2$ thì $\theta' = 0$ và $\theta'' < 0$, góc θ giảm và hạt quay trở lại. Tại $\theta = -\pi/2$ thì $\theta' = 0$ và $\theta'' > 0$, góc θ tăng, hạt lại chuyển động quay trở lại. Vậy $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$. Hạt chuyển động trên nửa đường tròn như hình vẽ a.

Vì $\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\frac{|qp| \cos\theta}{2\pi\epsilon_0 m r_0^4}}$ nên chu kì của chuyển động này là:

$$T = 4 \int_0^{\pi/2} dt = 4 \int_0^{\pi/2} \sqrt{\frac{2\pi\epsilon_0 m r_0^4}{|qp|}} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta}} = 4 \sqrt{\frac{2\pi\epsilon_0 m r_0^4}{|qp|}} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta}}$$

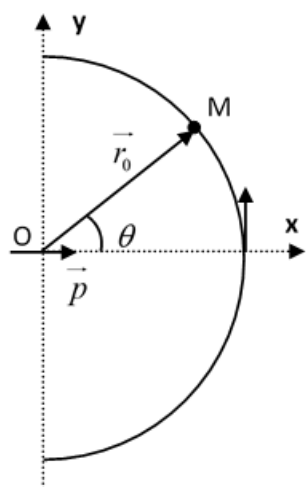
$$\Leftrightarrow T = 10,48 \sqrt{\frac{2\pi\epsilon_0 m r_0^4}{|qp|}}$$

*) Trường hợp $qp > 0$, ta có $\theta'_{\max} = \sqrt{\frac{qp}{2\pi\epsilon_0 m r_0^4}}$ khi $\theta = \pi$.

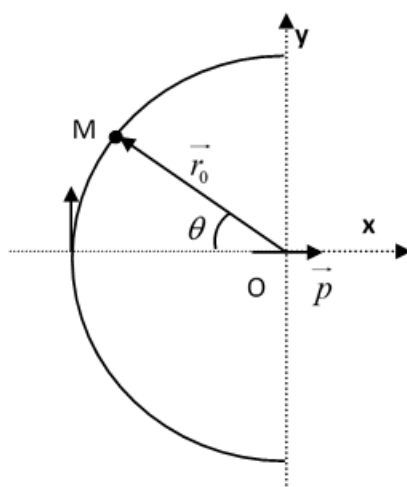
Khi $\theta = \pi/2$ và $\theta = 3\pi/2$ thì $\theta' = 0$, hạt sẽ quay trở lại. Nghĩa là hạt sẽ dao động trên nửa vòng tròn từ $\pi/2 \leq \theta \leq 3\pi/2$ (**Hình b**).

Chu kì của chuyển động:

$$T = 10,48 \sqrt{\frac{2\pi\epsilon_0 m r_0^4}{|qp|}}$$



Hình a



Hình b

Bài 9. 1) Điện thế tại M do lưỡng cực điện có mô men $\vec{p}_1$ gây ra là: $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_1 \cos\theta_1}{r^2}$

Điện trường tại M là: $E_{1r} = - \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2p_1 \cos \theta_1}{4\pi\epsilon_0 r^3}$

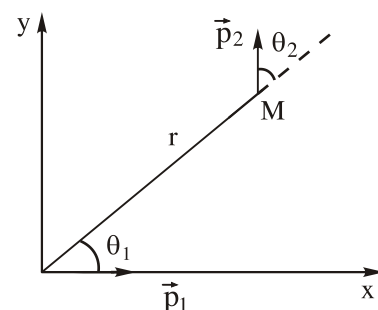
$$E_{1\theta} = - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta_1} = \frac{p_1 \sin \theta_1}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

Lưỡng cực điện $\vec{p}_2$ nằm trong điện trường $\vec{E}_1$ chịu tác dụng của ngẫu lực có mô men $\vec{M} = \vec{p}_2 \times \vec{E}_1$

. Khi cân bằng thì $\vec{M} = 0$

Có $\vec{p}_2 \begin{cases} p_{2r} = p_2 \cos \theta_2 \\ p_{2\theta} = p_2 \sin \theta_2 \end{cases}$

Nên $\vec{M} = \vec{p}_2 \times \vec{E}_1 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p_{2r} & p_{2\theta} & 0 \\ E_{1r} & E_{1\theta} & 0 \end{vmatrix} = (0, 0, p_2(E_{1\theta} \cos \theta_2 - E_{1r} \sin \theta_2))$



Khi $M = 0$ thì $E_{1\theta} \cos \theta_2 - E_{1r} \sin \theta_2 = 0$ từ đó ta có $\tan \theta_2 = \frac{E_{1\theta}}{E_{1r}} = \frac{1}{2} \tan \theta_1$

+ Với $\theta_1 = 0$ thì $\theta_2 = 0$

+ Với $\theta_1 = \frac{\pi}{4}$ thì $\theta_2 = \arctan 0,5 = 26,5^\circ$

+ Với $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ thì $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$

2. a) Năng lượng của p_2 là : $W = - \vec{p}_2 \cdot \vec{E}_1 = - (p_2 \cos \theta_2 E_{1r} + p_2 \sin \theta_2 E_{1\theta})$

Ở vị trí cân bằng của p_2 (ứng với $\theta_2 = \theta_{2c}$), năng lượng là :

$$W = - \frac{p_1 p_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2 \cos \theta_1 \cos \theta_{2c} + \sin \theta_1 \sin \theta_{2c})$$

b) Năng lượng có cực trị khi $\frac{dW}{d\theta_1} = 0$ hay

$$-2\sin\theta_1\cos\theta_{2C} - 2\cos\theta_1\sin\theta_{2C} \frac{d\theta_{2C}}{d\theta_1} + \cos\theta_1\sin\theta_{2C} + \sin\theta_1\cos\theta_{2C} \frac{d\theta_{2C}}{d\theta_1} = 0$$

Khi p_2 nằm cân bằng thì $\sin\theta_1\cos\theta_{2C} = 2\cos\theta_1\sin\theta_{2C}$ nên các hệ số của $\frac{d\theta_{2C}}{d\theta_1}$ triệt tiêu, và

$3\cos\theta_1\sin\theta_{2C} = 0$ do đó năng lượng đạt cực trị.

+ Nếu $\cos\theta_1 = 0$ hay $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ và $\theta_{2C} = \frac{\pi}{2}$ khi đó $W = -\frac{p_1 p_2}{4\pi\epsilon_0 r^3}$

+ Nếu $\sin\theta_{2C} = 0$ hay $\theta_{2C} = 0$ và $\theta_1 = 0$ khi đó $W = -\frac{2p_1 p_2}{4\pi\epsilon_0 r^3}$

Đó là năng lượng ở trạng thái cân bằng bền, mà lực hút là $F = -\frac{dW}{dr}$ hay $F = \frac{6p_1 p_2}{4\pi\epsilon_0 r^4}$

3. Mỗi liên kết O – H có một mô men lưỡng cực p. Phân tử nước có mô men lưỡng cực bằng

$$2p\cos\frac{\pi}{2} = 2.4.10^{-30}\cos 52,5^\circ = 4,87.10^{-30}\text{Cm}$$

Năng lượng cực tiểu là : $W_{\min} = -1,58.10^{-20}\text{J} \approx -0,1\text{eV}$

Lực hút giữa hai phân tử là $F = 1,58.10^{-10}\text{N}$

Bài 10. a) Thế năng của lưỡng cực điện tại điểm cách tâm O của vòng dây một khoảng z là:

$$W_t = \frac{kqQ}{\sqrt{r^2 + (z + \frac{l}{2})^2}} - \frac{kqQ}{\sqrt{r^2 + (z - \frac{l}{2})^2}}$$

$$\approx \frac{kqQ}{\sqrt{r^2 + z^2} \left(1 + \frac{zl}{r^2 + z^2}\right)^{1/2}} - \frac{kqQ}{\sqrt{r^2 + z^2} \left(1 - \frac{zl}{r^2 + z^2}\right)^{1/2}}$$

$$\approx \frac{kqQ}{\sqrt{r^2+z^2}} \left(1 - \frac{0,5.zl}{r^2+z^2} \right) - \frac{kqQ}{\sqrt{r^2+z^2}} \left(1 + \frac{0,5.zl}{r^2+z^2} \right) = - \frac{kqQ.zl}{(r^2+z^2)^{3/2}}$$

Ta có $F = - \frac{dW_t}{dz} = \frac{kqQl(r^2 - 2z^2)}{(r^2+z^2)^{5/2}} \quad (1)$

$F = 0$ khi $z = \frac{r\sqrt{2}}{2}$, (tại đó thế năng là cực tiểu, cân bằng là bền) và $z = - \frac{r\sqrt{2}}{2}$ (tại đó thế năng là cực đại, cân bằng là không bền)

Tại điểm cân bằng bền. Khi lưỡng cực lệch một đoạn x thì $z' = \frac{r\sqrt{2}}{2} + x$ thay vào (1) ta có:

$$F' \approx \frac{kqQl(r^2 - 2z'^2)}{(r^2+z'^2)^{5/2}} = \frac{kqQl(r^2 - 2\left(\frac{r\sqrt{2}}{2} + x\right)^2)}{(r^2 + \left(\frac{r\sqrt{2}}{2} + x\right)^2)^{5/2}} \approx - \frac{2\sqrt{2}kqQlrx}{(1,5r^2)^{5/2}} \approx - \frac{16kqQlrx}{3^{5/2}r^5}$$

Đặt $\omega = \sqrt{\frac{16kqQl}{m.3^{5/2}r^4}}$ suy ra chu kì dao động nhỏ là $T = \frac{\pi r^2 3^{5/4}}{2} \sqrt{\frac{m}{kpQ}}$

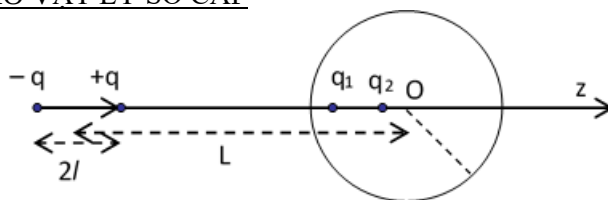
b) Tại điểm cân bằng bền $z = \frac{r\sqrt{2}}{2}$, $F = 0$ nên vận tốc có trị số cực đại

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{kqlQr}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{(1,5r^2)^{3/2}} \Rightarrow v_{\max} = \frac{2}{r.3^{3/4}} \sqrt{\frac{kpQ}{m}}$$

Bài 11. Lấy tâm của quả cầu làm gốc tọa độ và trục đối xứng của hệ là trục Oz, khi đó chúng ta có thể viết $\vec{P} = d.\vec{e}_z$ với $\vec{e}_z$ là vec tơ đơn vị của trục Oz.

Xem $\vec{P}$ như một điện tích $+q$ và một điện tích $-q$ đặt cách nhau một khoảng cách

$2l$ sao cho $d = \lim_{l \rightarrow 0} 2ql$, ta có thể sử dụng phương pháp ảnh.



Ta có tọa độ của +q và -q tương ứng là:

$$+q: z = -L + l$$

$$-q: z = -L - l$$

+ Lấy q_1 và q_2 là các điện tích ảnh tương ứng của q và $-q$. Đối với bề mặt quả cầu là mặt đẳng thế, độ lớn và vị trí của q_1 và q_2 có thể viết như sau:

$$q_1 = -\frac{a}{L-l} q \text{ đặt tại điểm có tọa độ: } (0, 0, z_1 = -\frac{a^2}{L-l})$$

$$q_2 = \frac{a}{L+l} q \text{ đặt tại điểm có tọa độ: } (0, 0, z_2 = -\frac{a^2}{L+l})$$

Vì $L \gg 1$, dùng công thức tính gần đúng: $\frac{1}{L \pm l} \approx \frac{1}{L} \mp \frac{l}{L^2}$

Độ lớn và vị trí của các điện tích ảnh lần lượt là:

$$q_1 = -\frac{aq}{L} - \frac{ad}{2L^2} \text{ đặt tại điểm có tọa độ: } (0, 0, z_1 = -\frac{a^2}{L} - \frac{a^2 l}{L^2})$$

$$q_2 = \frac{aq}{L} - \frac{ad}{2L^2} \text{ đặt tại điểm có tọa độ: } (0, 0, z_2 = -\frac{a^2}{L} + \frac{a^2 l}{L^2})$$

Ta sẽ coi hệ q_1, q_2 trở thành lưỡng cực điện có mô men điện $p' = \frac{aq}{L} |z_1 - z_2| = \frac{aq}{L} \frac{2a^2 l}{L^2} = \frac{da^3}{L^3}$

Trong đó ta đã sử dụng $d = 2ql$.

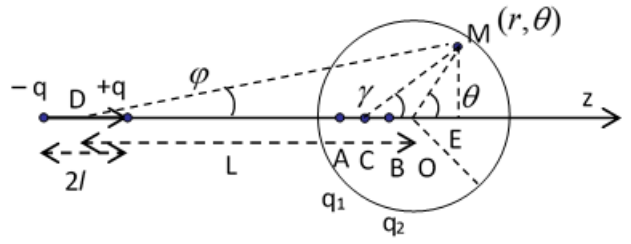
$$\text{Hay dưới dạng véc tơ mô men lưỡng cực } \vec{p}' = \frac{aq}{L} \cdot \frac{2a^2 l}{L^2} \vec{e}_z = \frac{a^3}{L^3} \vec{p}$$

Và một điện tích ảnh $q' = q_1 + q_2 = -\frac{ad}{L^2}$ sẽ được sử dụng để thay thế cho tác dụng của q_1 và q_2 . Điện

tích thay thế q' được đặt tại trung điểm C của A, B với $z_C = \frac{z_1 + z_2}{2} = -\frac{a^2}{L}$

Cả $\vec{P}'$ và q' đều được đặt tại $r' = (0, 0, -\frac{a^2}{L})$ như hình

2. Do đó điện thế tại r bên ngoài quả cầu là sự chồng chập của các điện thế do $\vec{P}; \vec{P}'$ và q' sinh ra, nghĩa là:

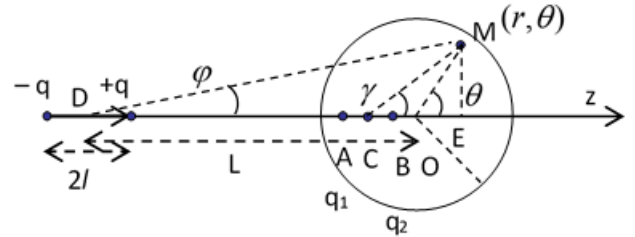


Điện thế V_1 do lưỡng cực điện p gây ra tại M là

$$V_1 = \frac{p \cdot \cos \varphi}{4\pi\epsilon_0 \cdot DM^2} \text{ với } DM^2 = DE^2 + ME^2 = (L + r \cos \theta)^2 + (r \sin \theta)^2 = L^2 + 2Lr \cos \theta + r^2$$

$$\text{Và } \cos \varphi = \frac{DE}{DM} \text{ nên } V_1 = \frac{p \cdot \cos \varphi}{4\pi\epsilon_0 \cdot DM^2} = \frac{p \cdot DE}{4\pi\epsilon_0 \cdot DM^3} = \frac{p \cdot (L + r \cos \theta)}{4\pi\epsilon_0 \cdot (L^2 + 2Lr \cos \theta + r^2)^{3/2}}$$

Điện thế V_2 do lưỡng cực điện p' gây ra tại M là



$$V_2 = \frac{p' \cdot \cos \gamma}{4\pi\epsilon_0 \cdot CM^2}$$

$$CM^2 = CE^2 + ME^2 = \left(\frac{a^2}{L} + r \cos \theta\right)^2 + (r \sin \theta)^2 = \left(\frac{a^2}{L} + r \cos \theta\right)^2 + (r \sin \theta)^2$$

$$\text{Và } \cos \gamma = \frac{CE}{CM} \text{ nên}$$

$$V_2 = \frac{p' \cdot \cos \gamma}{4\pi\epsilon_0 \cdot CM^2} = \frac{p' \cdot CE}{4\pi\epsilon_0 \cdot CM^3} = \frac{a^3 d \cdot \left(\frac{a^2}{L} + r \cos \theta\right)}{4\pi\epsilon_0 \cdot L^3 \left(\left(\frac{a^2}{L} + r \cos \theta\right)^2 + (r \sin \theta)^2\right)^{3/2}}$$

$$\text{Điện thế do } q' \text{ gây ra tại M là: } V_3 = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 \cdot CM} = -\frac{ad}{4\pi\epsilon_0 \cdot L^2 \left(\left(\frac{a^2}{L} + r \cos \theta\right)^2 + (r \sin \theta)^2\right)^{1/2}}$$

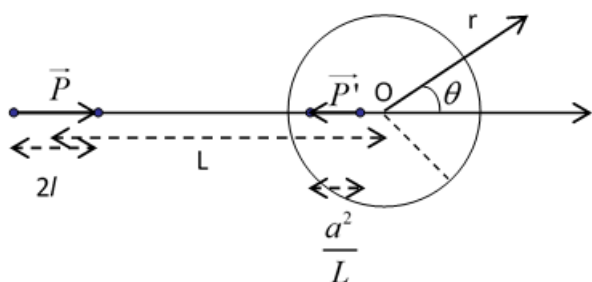
Vậy điện thế tổng hợp tại M là:

$$V_M = V_1 + V_2 + V_3$$

$$= \frac{d}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(L + r \cos \theta)}{(L^2 + 2Lr \cos \theta + r^2)^{3/2}} + \frac{a^3 (\frac{a^2}{L} + r \cos \theta)}{L^3 ((\frac{a^2}{L} + r \cos \theta)^2 + (r \sin \theta)^2)^{3/2}} - \frac{a}{L^2 (((\frac{a^2}{L} + r \cos \theta)^2 + (r \sin \theta)^2)^{1/2}} \right)$$

Hay cách khác:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \frac{\vec{P}'(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} + \frac{\vec{P}(\vec{r} + L\vec{e}_z)}{|\vec{r} + L\vec{e}_z|^3} \right]$$



CHƯƠNG V. DÒNG ĐIỆN MỘT CHIỀU

V.1. DÒNG ĐIỆN MỘT CHIỀU

Bài 1.

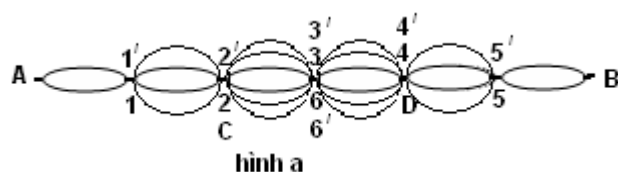
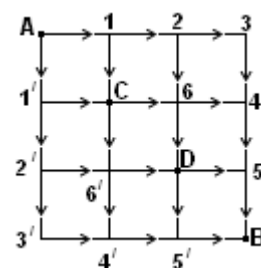
a. Tìm điện trở giữa hai điểm A và B.

Giả sử cho dòng điện đi vào mạng từ A, đi ra khỏi B và chiều các dòng điện như hình vẽ.

Gọi V là giá trị điện thế tại các nút. Do đối xứng nên ta có:

$$V_1 = V_{1'}; V_2 = V_C = V_{2'}; V_3 = V_6 = V_{6'} = V_{3'};$$

$V_4 = V_D = V_{4'}$ và $V_5 = V_{5'}$. Nên ta có thể chập các nút có cùng điện thế với nhau tạo thành mạch điện mới như hình vẽ: (hình a).



Ta có: $R_{A1} = r/2$; $R_{12} = r/4$; $R_{26} = r/6$; $R_{64} = r/6$; $R_{45} = r/4$; $R_{5B} = r/2$.

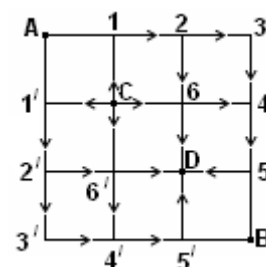
Vậy $R_{AB} = r/2 + r/4 + r/6 + r/6 + r/4 + r/2 = 11r/6$.

b. Tìm điện trở giữa hai điểm C và D.

Giả sử cho dòng điện đi vào mạng từ C, đi ra khỏi D và chiều các dòng điện như hình vẽ.

Do tính chất đối xứng nên ta có: $V_1 = V_{1'}$; $V_2 = V_{2'}$;

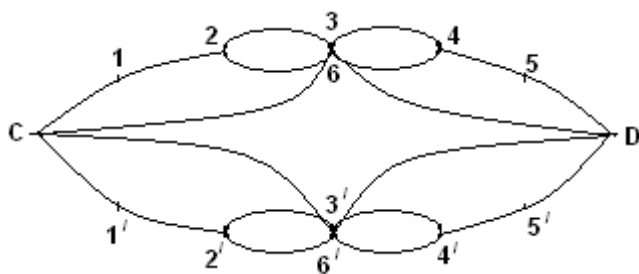
$$V_3 = V_6 = V_{6'} = V_{3'}; V_4 = V_{4'} \text{ và } V_5 = V_{5'}.$$



Ta có sơ đồ mạch điện như hình vẽ:(hình b).

Do $V_1 = V_{1'}$ và $V_5 = V_{5'}$ nên không có dòng điện chạy qua đoạn $1A1'$ và $5B5'$.

Ta có sơ đồ mạch điện như hình vẽ:(hình b).



Ta có: $R_{C2} = 2r$; $R_{23} = r/2 \Rightarrow R_{C23} = 5r/2$.

$$R_{C6} = \frac{\frac{5r}{2} \cdot r}{\frac{5r}{2} + r} = 5r/7.$$

$$\Rightarrow R_{C6D} = 10r/7.$$

$$\Rightarrow R_{CD} = 5r/7.$$

Bài 2.a. Khi khóa K ở chỗ 1, hai nguồn E mắc song song nên $E_b = E = 3 \text{ V}$;

$$r_b = r/2 = 0,5 \Omega.$$

Cường độ dòng điện qua R_1 : $I_1 = E_b / (R_1 + r_b) = 1,2 \text{ A}$.

Hiệu điện thế giữa hai đầu tụ điện $U_C = U_{R1} = I_1 R_1 = 2,4 \text{ V}$.

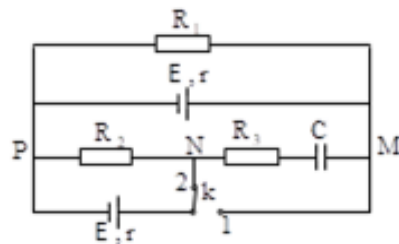
Điện tích của tụ điện $q_1 = C U_C = 24 \mu\text{C}$.

b. Đóng khóa k vào chốt 2 ta có mạch điện như sau

$$U_{C2} = U_{MN} = U_{MP} + U_{PN} = E \frac{R_1}{R_1 + r} - E \frac{R_2}{R_2 + r} = -0,5 \text{ V}$$

Điện tích của tụ điện

$$q_2 = C U_{C2} = 5 \mu\text{C}.$$



Ta thấy lúc khóa K ở chốt 1 bản tụ bên trái tích điện âm với điện tích q_1 ; khi khóa K chuyển sang chốt 2, bản bên trái của tụ điện tích điện dương với điện tích q_2 . Vậy điện lượng đã chuyển qua điện trở R_3 là $\Delta q = q_1 + q_2 = 29 \mu\text{C}$

c. Khi dòng điện qua cuộn dây biến thiên trong cuộn dây xuất hiện suất điện động tự cảm

$$e_{tc} = -L \frac{\Delta i_3}{\Delta t} \quad (1)$$

Áp dụng định luật ôm cho các đoạn mạch

$$I_1 = \frac{U_{MP}}{R_1} \quad (2)$$

$$I_2 = \frac{-U_{MP} + E_b}{r_b} \quad (3)$$

$$I = \frac{U_{MP} + e_{tc}}{R_2 + R_3} \quad (4)$$

$$I_2 = I + I_1 \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{-U_{MP} + E_b}{r_b} = \frac{U_{MP} + e_{tc}}{R_2 + R_3} + \frac{U_{MP}}{R_1} \Rightarrow U_{MP} = \frac{36 - e_{tc}}{16} \quad (6)$$

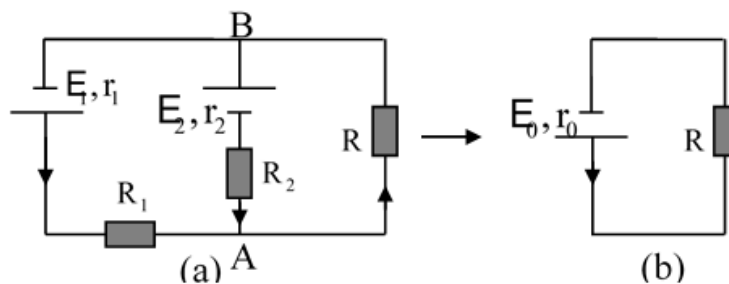
Từ (3) và (5) ta có $I = \frac{36 + 15e_{tc}}{96}$

Khi $I = 0,35 \text{ A}$ ta có $e_{tc} = -0,16 \text{ V}$ thay vào (1) ta tính được độ biến thiên cường độ dòng điện qua cuộn dây $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 3,2 \text{ A/s}$

Bài 3. Giả sử chiều dòng điện chạy qua đoạn mạch trong Hình 2a có chiều như hình vẽ.

Ta có: $I = I_1 + I_2$

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{U}{R} &= \frac{E_1 - U}{R_1 + r_1} - \frac{U + E_2}{R_2 + r_2} \\ U &= \frac{\frac{E_1}{R_1 + r_1} - \frac{E_2}{R_2 + r_2}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1 + r_1} + \frac{1}{R_2 + r_2}} \quad (1) \end{aligned}$$



Mặt khác, theo mạch ở Hình 2b, ta có: $U = IR = \frac{E_0}{R + r_0} \cdot R = \frac{E_0}{1 + \frac{r_0}{R}}$

$$U = \frac{\frac{E_0}{r_0}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r_0}} \quad (2)$$

Đồng nhất (1) và (2) suy ra:

$$\frac{E_0}{r_0} = \frac{E_1}{R_1 + r_1} - \frac{E_2}{R_2 + r_2}$$

$$\text{và } \frac{1}{r_0} = \frac{1}{R_1 + r_1} + \frac{1}{R_2 + r_2}$$

Thay số $E_1 = 15V$; $r_1 = 1\Omega$; $E_2 = 10V$; $r_2 = 1\Omega$; $R_1 = 3\Omega$; $R_2 = 5\Omega$

$$\text{Tính được: } \frac{1}{r_0} = \frac{1}{3+1} + \frac{1}{5+1} \Rightarrow r_0 = 2,4\Omega;$$

$$\frac{E_0}{2,4} = \frac{15}{3+1} - \frac{10}{5+1} \Rightarrow E_0 = 5V.$$

Bài 4.

a. Chứng tỏ vôn kế có điện trở hữu hạn :

- Gọi R_v là điện trở của vôn kế, giả sử $R_v = \infty$, số chỉ của vôn kế thứ nhất phải là $U_1 = \frac{5E}{6} = 20V$ nên R_v không thể vô hạn.

- Tìm số chỉ trên vôn kế thứ hai :

$$I = \frac{U_{BC}}{R} \quad \text{suy ra được } R = R_{AB} \quad (1)$$

$$I = \frac{U_{AB}}{R_{AB}}$$

$$\text{- Tính } R_{PQ} = \frac{R_v \cdot 3R}{R_v + 3R} \quad (2)$$

$$\text{- Tính được } R_{AB} = \frac{R_v(2R + R_{PQ})}{R_v + 2R + R_{PQ}} \quad (3)$$

$$\text{- Thay (1), (2) vào (3) và rút ra được } 2R_v^2 - RR_v - 3R^2 = 0 \quad (4)$$

- Giải (4) thu được $R_v = 1,5R$ (5)

- Tính được $R_{PQ} = R$ (6)

- Gọi I_2 là cường độ dòng điện chạy qua đoạn mạch PQ

$$I_2 \cdot R_{PQ} = U_{PQ} \quad \text{Suy ra được } U_{PQ} = \frac{U_{AB} \cdot R_{PQ}}{R_{PQ} + 2R} = 4V$$

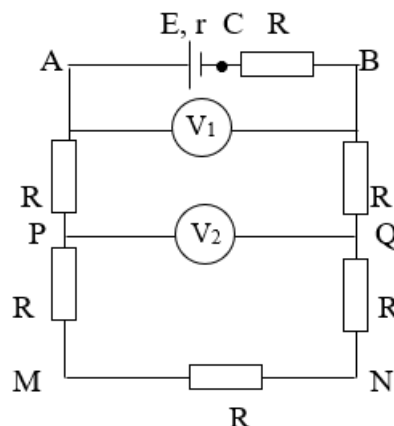
$$I_2 \cdot (R_{PQ} + 2R) = U_{AB}$$

b. Mạch ngoài tiêu thụ công suất cực đại : $R_N = r$

- Tính được $R_N = R + R_{AB} = 2R$

- Số chỉ trên vôn kế thứ nhất : $U'_1 = U_{AB} = \frac{E}{R_{AB} + R + r} R_{AB} = 6V$

- Số chỉ trên vôn kế thứ hai : $U'_2 = U_{PQ} = \frac{U_{AB}}{R_{PQ} + 2R} R_{PQ} = 2V$



Bài 5. Khi K đang ngắt, dòng điện qua nguồn: $I_1 = \frac{E}{2R + r}$.

Hiệu điện thế hai đầu tụ chính là hiệu điện thế mạch ngoài:

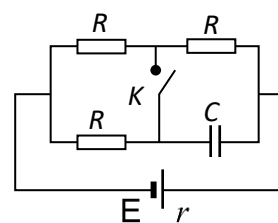
$$U_1 = I_1 \cdot 2R = \frac{2RE}{2R + r}.$$

Khi khóa K đóng, cường độ dòng điện trong mạch chính:

$$I_2 = \frac{E}{R + \frac{R}{2} + r} = \frac{2E}{3R + 2r}.$$

Hiệu điện thế trên hai đầu tụ: $U_2 = I_2 R = \frac{2ER}{3R + 2r}.$

Tỷ số năng lượng của tụ trong hai trường hợp: $\frac{W_1}{W_2} = \frac{U_1^2}{U_2^2} = \frac{(3R + 2r)^2}{(2R + r)^2} = 2,56.$



Bài 6. Gọi E , r là suất điện động và điện trở trong của mỗi ắc quy, R là điện trở mạch ngoài. Khi mắc hai ắc quy nối tiếp với nhau thì dòng điện qua mạch ngoài:

$$I_1 = \frac{2E}{R + 2r}.$$

Công suất giải phóng trên mạch ngoài là: $P_0 = I_1^2 R = \left(\frac{2E}{R+2r} \right)^2 R$.

Khi hai ắc quy mắc song song với nhau, tương tự ta có:

$$I_2 = \frac{E}{R+r/2}; \quad P_0 = \left(\frac{E}{R+r/2} \right)^2 R.$$

Từ hai biểu thức của P_0 ta rút ra: $R = r$.

Thay giá trị này vào biểu thức của P_0 , ta nhận được: $P_0 = \frac{4E^2}{9R}$.

Khi dùng một bình, công suất giải phóng trên mạch ngoài: $P = \frac{E^2}{4R}$.

Kết hợp với biểu thức của P_0 , ta có: $P = \frac{9}{16} P_0 = 45 (W)$.

Bài 7. Điện trở mạch ngoài là: $R = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_2 + R_1 + R_3} = 4\Omega$

I đến A rẽ thành hai nhánh: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_3} = \frac{1}{2} \rightarrow I_1 = \frac{I}{3}$

$$U_{CD} = U_{CA} + U_{AD} = -R_1 I_1 + E_1 - r_1 I = 6 - 3I$$

$$|U_{CD}| = 3V \rightarrow 6 - 3I = \pm 3 \rightarrow I = 1A, I = 3A$$

$$* \text{ Với } I = 1A \rightarrow E_1 + E_2 = (R + r_1 + r_2)I = 8 \rightarrow E_2 = 2V$$

$$* \text{ Với } I = 3A \rightarrow E_1 + E_2 = 8 \cdot 3 = 24 \rightarrow E_2 = 18V$$

Khi đổi chỗ hai cực thì hai nguồn mắc xung đối.

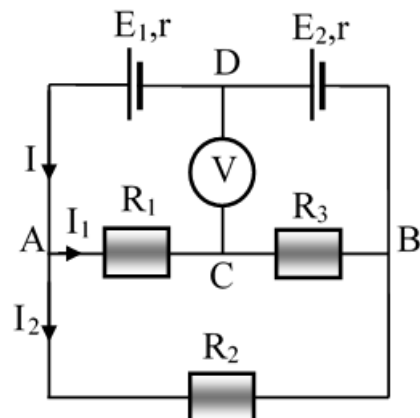
Với $E_2 = 2V < E_1$: E_1 phát, E_2 thu, dòng điện đi ra từ cực dương của E_1

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R + r_1 + r_2} = 0,5A \rightarrow U_{CD} = U_{CA} + U_{AD} = 6 - 3I = 4,5V$$

Với $E_2 = 18V > E_1$: E_2 là nguồn, E_1 là máy thu

$$I = \frac{E_2 - E_1}{R + r_1 + r_2} = 1,5A$$

$$U_{CD} = U_{CA} + U_{AD} = R_1 I_1 + E_1 + r_1 I = 6 + 3I = 10,5V$$



Bài 8.

$$U_{AB} = \xi_1 - I_1(r_1 + R_1) = 6 - 6I_1 \quad (1)$$

$$U_{AB} = \xi_2 - I_2(r_2 + R_2) = 6 - 6I_2 \quad (2)$$

$$U_{AB} = IR \quad (3)$$

$$I = I_1 + I_2 \quad (4)$$

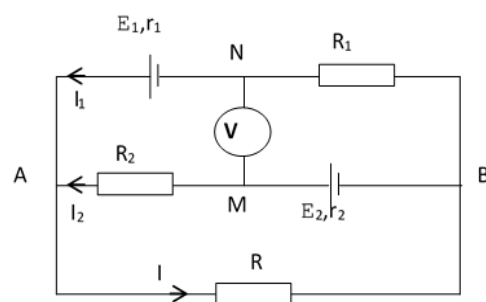
$$U_{MN} = I_2 R_2 - I_1 r_1 + \xi_1$$

$$\Leftrightarrow 7,5 = 4I_2 - I_1 + 6 \quad (5)$$

$$\text{Từ (1);(2);(3);(4);(5)} \Rightarrow I_1 = I_2 = 0,5A; I = 1A$$

$$\Rightarrow U_{AB} = 3V$$

$$\Rightarrow R = \frac{U_{AB}}{I} = 3\Omega$$



Bài 9. a. Xác định chiều và cường độ dòng điện chạy qua mỗi điện trở.

Đặt $V_B = 0$ và giả sử các dòng điện chạy qua mỗi đoạn mạch có chiều và cường độ như hình vẽ.

$$\text{Ta có: } V_M = I_2 \cdot R_2$$

$$\rightarrow I_2 = \frac{V_M}{R_2} = \frac{10V_M}{13} \quad (1)$$

Tương tự: $V_A = I_1 R_1 + I_2 \cdot R_2 = I_1 R_1 + V_M$

$$\Leftrightarrow 4,2 = I_1 + V_M \rightarrow I_1 = 4,2 - V_M \quad (2)$$

$$V_N = I_4 R_4, \text{ do đó: } I_4 = \frac{V_N}{R_4} = \frac{5V_N}{8} \quad (3)$$

$$V_A = I_3 R_3 + I_4 R_4 = I_3 R_3 + V_N$$

$$\Leftrightarrow 4,2 = 2 I_3 + V_N \rightarrow I_3 = \frac{21-5V_N}{10} \quad (4)$$

$$V_M - V_N = I_5 R_5 \rightarrow I_5 = \frac{V_M - V_N}{7} \quad (5)$$

Tại nút M ta có: $I_1 = I_2 + I_5$, từ (1), (2) và (5) ta được:

$$4,2 - V_M = \frac{10V_M}{13} + \frac{V_M - V_N}{7}$$

$$\Leftrightarrow 174 V_M - 13 V_N = 382,2 \quad (6)$$

Tại nút N ta có: $I_4 = I_3 + I_5$, từ (3), (4) và (5) ta được:

$$\frac{5V_N}{8} = \frac{21-5V_N}{10} + \frac{V_M - V_N}{7}$$

$$\Leftrightarrow 355V_N - 40V_M = 588 \quad (7)$$

Từ (6) và (7) ta được:

$$V_N = 1,92 \text{ (V)}; V_M = 2,34 \text{ (V)}. \quad (8)$$

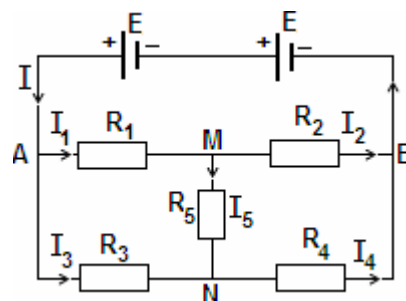
Các cường độ dòng điện:

$$I_1 = 4,2 - V_M = 4,2 - 2,34 = 1,86 \text{ (A)}.$$

$$I_2 = \frac{10V_M}{13} = \frac{10 \cdot 2,34}{13} = 1,8 \text{ (A)}.$$

$$I_3 = \frac{21-5V_N}{10} = \frac{21-5 \cdot 1,92}{10} = 1,14 \text{ (A)}.$$

$$I_4 = \frac{5V_N}{8} = \frac{5 \cdot 1,92}{8} = 1,2 \text{ (A)}.$$



$$I_5 = \frac{V_M - V_N}{7} = \frac{2,34 - 1,92}{7} = 0,06 \text{ (A)}.$$

Các cường độ dòng điện tìm được đều có giá trị dương, nên các dòng điện thực sự tương ứng có chiều đúng như đã chọn ban đầu (như hình vẽ).

b. Tính điện trở tương đương của mạch ngoài.

Áp dụng định luật ohm cho toàn mạch ta có:

$$I = \frac{2E}{R_N} \Rightarrow R_N = \frac{2E}{I_1 + I_3} = \frac{2 \cdot 2,1}{1,86 + 1,14} = 1,4 \text{ (}\Omega\text{)}.$$

c. Chứng tỏ rằng nếu $R_4 = 2,6 \Omega$ thì không có dòng điện chạy qua điện trở R_5 ($U_{MN} = V_M - V_N = 0$ hay $V_M = V_N$ và mạch cầu là cân bằng). Nêu nhận xét về các tỉ số $\frac{R_1}{R_2}$ và $\frac{R_3}{R_4}$ khi đó.

Xét trường hợp $R_4 = 2,6 \text{ (}\Omega\text{)}$. Đặt $V_B = 0$ và gọi $U_{AB} = U$, tương tự như câu (a) ta có:

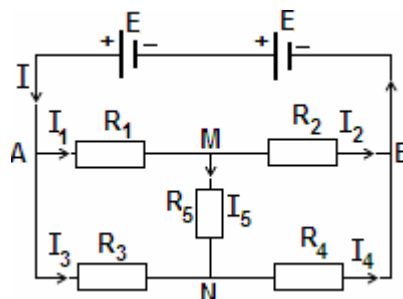
$$I_2 = \frac{10V_M}{13} \quad (1)$$

$$I_1 = U - V_M \quad (2)$$

$$I_4 = \frac{V_N}{R_4} = \frac{5V_N}{13} \quad (3)$$

$$I_3 = \frac{U - V_N}{2} \quad (4)$$

$$I_5 = \frac{V_M - V_N}{7} \quad (5)$$



Từ các phương trình rút: $I_1 = I_2 + I_5$; $I_4 = I_3 + I_5$ và các hệ thức (1), (2), (3), (4) và (5) ta được:

$$U - V_M = \frac{10V_M}{13} + \frac{V_M - V_N}{7}$$

$$\Leftrightarrow 174V_M - 13V_N = 91U \quad (6)$$

$$\frac{5V_N}{13} = \frac{U - V_N}{2} + \frac{V_M - V_N}{7}$$

$$187 V_N - 26 V_M = 91U \quad (7)$$

Giải hệ phương trình (6) và (7) ta được:

$$V_N = V_M = \frac{13U}{23}. \text{ Do đó } U_{MN} = V_M - V_N = 0 \text{ và dòng điện chạy qua điện trở } R_5 \text{ là}$$

$$I_5 = 0 \text{ (mạch cầu cân bằng).}$$

Bài 10. Gọi: U, U_1, U_2, U_3, U_X lần lượt là hiệu điện thế giữa hai đầu mạch điện, giữa hai đầu R_1, R_2, R_3 và X .

$$\text{- Ta có: } \frac{U_2}{R_2} = \frac{U}{R_1 + R_2} \Rightarrow U_2 = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2U}{3}$$

$$\text{- Khi } I_G = 0 \Rightarrow U_X = U_2 = \frac{2U}{3}$$

$$\text{và } U_1 = U_3 = \frac{U \cdot R_1}{R_1 + R_2} = \frac{U}{3}$$

- Cường độ dòng điện chạy qua X :

$$I_X = I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{U \cdot R_1}{(R_1 + R_2) \cdot R_3} = \frac{U}{3a}$$

$$\text{Theo đề: } I_X = \alpha \cdot U_X^3 \Rightarrow \frac{U}{3a} = \alpha \cdot \left(\frac{2U}{3} \right)^3$$

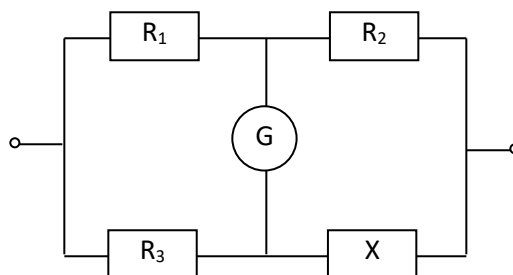
$$\Rightarrow U = \sqrt{\frac{9}{8\alpha a}}$$

$$\text{- Công suất tỏa ra trên } R_X: P_X = I_X \cdot U_X = \alpha \cdot U_X^4 = \frac{1}{4\alpha a^2} \text{ (W)}$$

$$\textbf{Bài 11. 1. Vì } r \approx 0 \Rightarrow U_{NM} = E = 12 \text{ V} \Rightarrow U_{mA1} = 12 - U_V = 3 \text{ V}$$

$$\Rightarrow R_{mA1} = R_{mA2} = R_A = 3/0,06 = 50 \Omega$$

$$\Rightarrow U_{R2} = U_V - I \cdot R_A = 9 - I \cdot R_A; U_{R1} = U_{mA1} + I \cdot R_A = 3 + I \cdot R_A$$



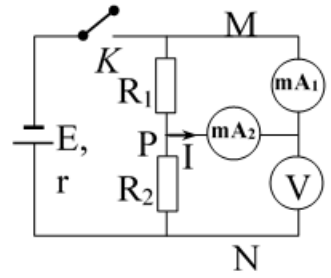
Áp dụng định luật kiếc-sốp tại nút P $\Rightarrow U_{R2}/R_2 = I + U_{R1}/R_1$
 $\Rightarrow (9 - I.R_A)/R_2 = I + (3 + I.R_A)/R_1 \Rightarrow I = 6/200 \text{ (A)} = 30 \text{ mA}$

Cường độ dòng điện qua vôn kế $I_V = I_{mA1} - I = 30 \text{ mA} \Rightarrow R_V = 9/0,03 = 300 \Omega$

Cắt bỏ R_1 , tính chất của mạch còn lại R_{mA1} nt $[(R_{mA2}$ nt $R_2) // R_V]$
 $\Rightarrow R_{td} = 50 + [(100 + 50).300/(100 + 50 + 300)] = 150 \Omega.$

$I_{mA1} = E/R_{td} = 80 \text{ mA}$

$U_V = E - I_{mA1}.R_{mA1} = 8 \text{ V} \Rightarrow I_{mA2} = U_V/(R_{mA2} + R_2) = 53,3 \text{ mA}.$



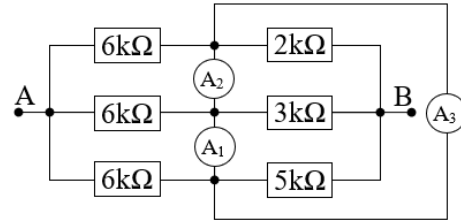
Bài 12. a. Điện trở tương đương toàn mạch: $R_{td} = \frac{6}{3} + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{92}{31} \text{ k}\Omega$

Dòng điện đi qua điện trở $6 \text{ k}\Omega$:

$$I_{6 \text{ k}\Omega} = \frac{1}{3} \cdot \frac{U}{R_{td}} = 1,55 \text{ mA}$$

Dòng điện đi qua điện trở $2 \text{ k}\Omega$:

$$I_{2 \text{ k}\Omega} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}} \cdot 3 \cdot 1,55 = 2,25 \text{ mA}$$



Dòng điện đi qua điện trở $3 \text{ k}\Omega$: $I_{3 \text{ k}\Omega} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}} \cdot 3 \cdot 1,55 = 1,50 \text{ mA}$

Dòng điện đi qua điện trở $5 \text{ k}\Omega$: $I_{5 \text{ k}\Omega} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}} \cdot 3 \cdot 1,55 = 0,90 \text{ mA}$

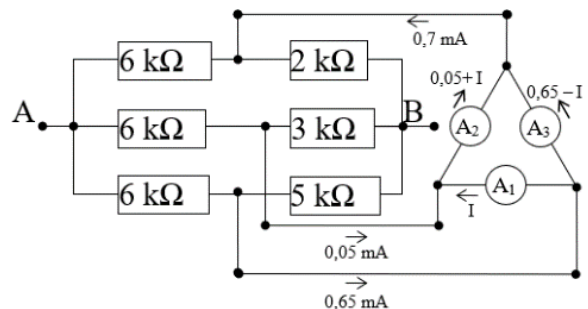
b. Vẽ lại mạch điện. Định luật kiếc-sốp cho các điểm nút được ghi trên hình

Các ampe giống nhau nên cùng điện trở trong (dù rất nhỏ)

$$Ir + (0,05 + I)r = (0,65 - I)r$$

$$\Rightarrow I = 0,20 \text{ mA} = I_{A1}$$

$$\Rightarrow I_{A2} = 0,25 \text{ mA}$$



$$\Rightarrow I_{A3} = 0,45\text{mA}$$

Bài 13. a) $r.I^2 - \varepsilon.I + P = 0$

+ Trường hợp 1: $I_1 = 3\text{A} \Rightarrow R'_{N1} = 8\Omega$
 $I_2 = 12\text{A} \Rightarrow R'_{N2} = 0,5\Omega$

+ Trường hợp 2: $I'_1 = 3\text{A} \Rightarrow R''_{N1} = 8\Omega$
 $I'_2 = 6\text{A} \Rightarrow R''_{N2} = 2\Omega$

+ Do điện trở mạch ngoài không đổi nên $R_N = 8\Omega, I = 3\text{A}$

+ Tính được $R_d = 12\Omega$

+ Đèn Đ₁ $U_{d1} = R_N I = 24\text{V}, P_{d1} = 48\text{W}, I_{d1} = 2\text{A}$

+ Đèn Đ₂ $I_{d2} = \frac{U}{R_d + R_{12} + R_{34}} = 1\text{A}, U_{d2} = I_{d2} R_d = 12\text{V}, P_{d1} = 12\text{W}$

+ Hiệu suất: $H_1 = \frac{U}{\varepsilon_1} = \frac{R_N}{R_N + r_1} = 80\%, H_2 = \frac{U}{\varepsilon_2} = \frac{R_N}{R_N + r_2} = 67\%$

Nguồn ε_1 lợi hơn

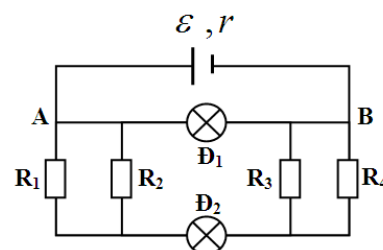
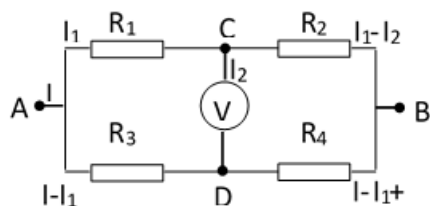
b) $H_3 = \frac{U}{\varepsilon_3} = \frac{R_N}{R_N + r_3} = 50\% \Rightarrow r_3 = R_N = 8\Omega$

+ Hai đèn đều sáng bình thường: $I = I_{d1} + I_{d2} = 3\text{A}$

$$\Rightarrow \varepsilon_3 = (R_N + r_3)I = 48\text{V}$$

Bài 14. Ta có các phương trình:

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CD} + U_{DB} = 2I_1 + 150I_2 + 7(I - I_1 + I_2) = -5I_1 + 157I_2 + 7I = 10 \quad (1)$$



Hình 3

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB} = 2I_1 + 9(I_1 - I_2) = 11I_1 - 9I_2 = 10 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_{AD} + U_{DB} = 3(I - I_1) + 7(I - I_1 + I_2) \\ &= -10I_1 + 7I_2 + 10I = 10 \quad (3) \end{aligned}$$

- Giải hệ: $I_2 \approx 0,0077A$.

- Số chỉ của vôn kế: $U_v = I_2 R_v$.

Bài 15.1, $((R_2 \text{ nt } R_4) // R_5) \text{ nt } R_x // (R_1 \text{ nt } R_3)$

$$(R_{24} = 6\Omega; R_{245} = 2\Omega; R_{245x} = 3\Omega; R_{13} = 6\Omega)$$

$$R_{td} = 2\Omega$$

Do $R_1 = R_3$ và mắc nối tiếp nên $U_1 = U_3 = U/2 = 1,8V$

$$\text{Dòng điện } I_x \text{ qua } R_x: I_x = \frac{U}{R_x + R_{245}} = 1,2A$$

Tính được điện trở trong $r = 1\Omega$

$$U_5 = U - R_x I_x = 2,4V$$

Do $R_2 = R_4$ và mắc nối tiếp nên $U_2 = U_4 = U_5/2 = 1,2V$

$$U_{NM} = U_{NA} + U_{AM} = -U_2 + U_1 = 0,6V > 0$$

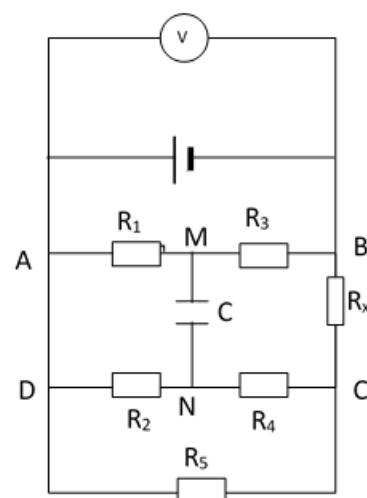
Vậy $V_N > U_M$ do đó bản N là bản tích điện dương.

$$Q = CU_{NM} = 6nC$$

$$2, R_{td} = \frac{6(R_x + 2)}{R_x + 8} : \Rightarrow I = \frac{E}{R_{td} + r} = \frac{5,4(R_x + 8)}{7R_x + 20}$$

$$I_{13}(R_1 + R_3) = I_x(R_x + R_{245}) \rightarrow 6I_{13} = I_x(R_x + 2)$$

$$\frac{I_x}{6} = \frac{I_{13}}{R_x + 2} = \frac{I_x + I_{13}}{R_x + 8} = \frac{I}{R_x + 8} = \frac{5,4(R_x + 8)}{(7R_x + 20)(R_x + 8)} \rightarrow I_x = \frac{32,4}{7R_x + 20}$$



Hình 4

$$\text{Vậy } P_x = R_x I_x^2 = \frac{(32,4)^2 R_x}{(7R_x + 20)^2} = \frac{(32,4)^2}{(7\sqrt{R_x} + \frac{20}{\sqrt{R_x}})^2} \Rightarrow P_x \text{ lớn nhất thì } R_x = \frac{20}{7} \Omega \quad P_{x(\max)} = 1,875W$$

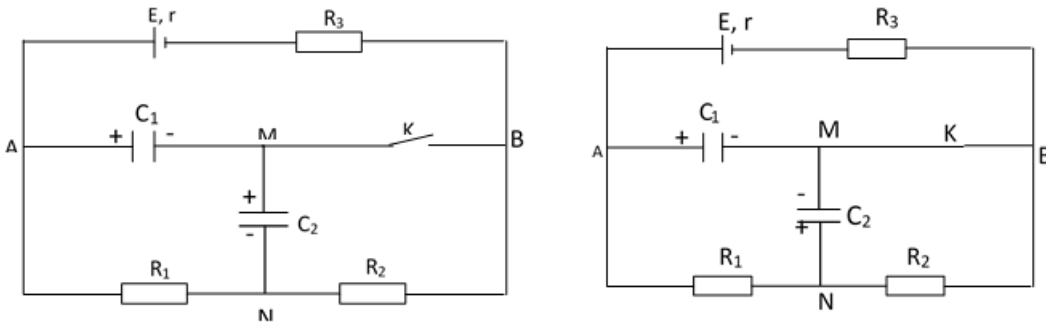
Bài 16.a)

+ Cường độ dòng điện trong mạch chính khi K đóng hay K mở là:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3 + r} = \frac{6}{3 + 2 + 0,5 + 0,5} = 1(A).$$

+ Khi K mở : C_1 nối tiếp với C_2 nên điện tích của hệ các bản tụ nối với M: $q_M = 0$

Dấu điện tích của các bản tụ như hình vẽ.



+ Khi K đóng: dấu điện tích trên các bản tụ như hình

$$q_1 = C_1 U_{AM} = C_1 U_{AB} = C_1 \cdot I \cdot (R_1 + R_2) = 1(\mu C)$$

$$q_2 = C_2 U_{NM} = C_2 U_{NB} = C_2 \cdot I \cdot R_2 = 0,4(\mu C)$$

$$q_M = -q_1 - q_2 = -1,4(\mu C)$$

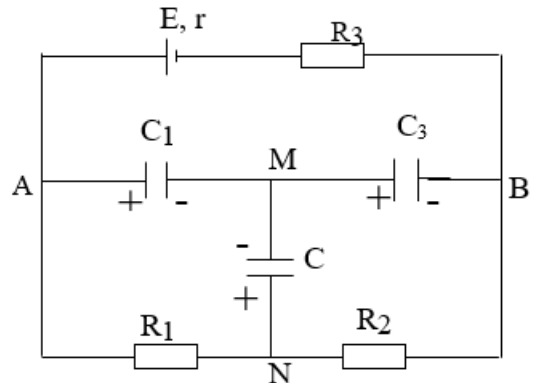
+ Các electron di chuyển từ $B \rightarrow K \rightarrow M$; +Số hạt

$$n_e = \frac{1,4 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 8,75 \cdot 10^{12} \text{ (hạt)}$$

b) Thay tụ C_3 khi K mở, K đóng:

Gọi điện tích của các tụ lúc này là: q_{1M}, q_{2M}, q_{3M} và có dấu như hình vẽ

$$\text{Ta có: } + U_{MN} = -\frac{q_{2M}}{C_2} = -\frac{q_{2M}}{0,2} \quad (1)$$



$$+ U_{MN} = U_{MA} + U_{AN} = -\frac{q_{1M}}{C_1} + I.R_1 = -\frac{q_{1M}}{0,2} + 3 \quad (2)$$

$$+ U_{MN} = U_{MB} + U_{BN} = \frac{q_{3M}}{C_3} - I.R_2 = \frac{q_{3M}}{0,4} - 2 \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta được:

$$-q_{1M} - q_{2M} + q_{3M} = 0,8U_{MN} + 0,2 \quad (4)$$

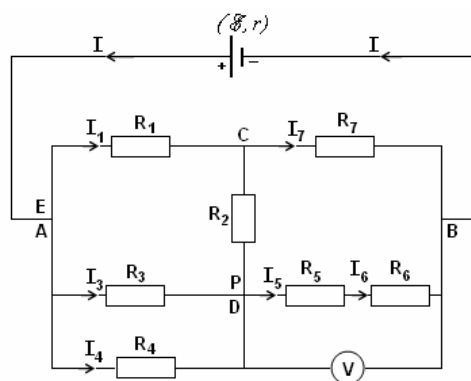
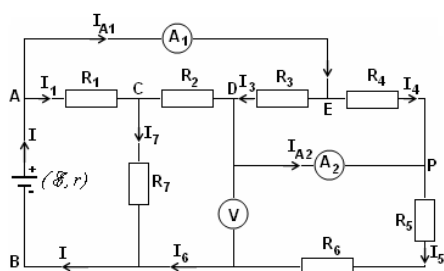
- Khi K mở, thay tụ C_3 thì : $-q_{1M} - q_{2M} + q_{3M} = 0 \Rightarrow U_{MN} = -0,25(V)$

Do đó $q_{3M} = 0,7 \mu C$

- Khi K đóng, thay tụ C_3 thì: $-q_{1M} - q_{2M} + q_{3M} = -1,4 \Rightarrow U_{MN} = -2(V)$

Do đó $U_{MB} = 0 (V)$, $q_{3M} = 0$

Bài 17.a. Điện trở tương đương của mạch ngoài.



$$\text{Ta có : } R_{3,4} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2} = 1 \quad (\Omega)$$

$$R_{5,6} = R_5 + R_6 = 2 \quad (\Omega)$$

Ta nhận thấy rằng :

$$\frac{R_1}{R_{3,4}} = \frac{R_7}{R_{5,6}} = 2 \Rightarrow \text{Đây là mạch cầu cân bằng. ta có } I_2 = 0, U_{CD} = 0 \text{ và có thể}$$

chập hai điểm C, D làm một khi tính điện trở.

$$R_{1,34} = \frac{R_1 \cdot R_{34}}{R_1 + R_{34}} = \frac{2 \cdot 1}{2 + 1} = \frac{2}{3} \quad (\Omega)$$

$$R_{56,7} = \frac{R_{56} \cdot R_7}{R_{56} + R_7} = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4} = \frac{4}{3} (\Omega)$$

$$R_{AB} = R_{1,34} + R_{56,7} = \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2 (\Omega)$$

b. Cường độ dòng điện qua các điện trở .

Áp dụng định luật Ohm cho toàn mạch ta có :

$$I = \frac{\xi}{R_{AB} + r} = \frac{9}{2 + 1} = 3 (A)$$

$$U_{AC} = I \cdot R_{1,34} = 3 \cdot \frac{2}{3} = 2 (V)$$

$$U_{CB} = I \cdot R_{56,7} = 3 \cdot \frac{4}{3} = 4 (V)$$

Cường độ dòng điện qua các điện trở

$$I_1 = \frac{U_{AC}}{R_1} = \frac{2}{2} = 1 (A)$$

$$I_3 = \frac{U_{AC}}{R_3} = \frac{2}{2} = 1 (A)$$

$$I_4 = \frac{U_{AC}}{R_4} = \frac{2}{2} = 1 (A)$$

$$I_5 = I_6 = \frac{U_{CB}}{R_{56}} = \frac{4}{2} = 2 (A)$$

$$I_7 = \frac{U_{CB}}{R_7} = \frac{4}{4} = 1 (A)$$

c. Số chỉ của các ampe kế và vôn kế.

$$\text{Số chỉ của vôn kế : } U_V = U_{CB} = 4 (V)$$

$$\text{Số chỉ của các ampe kế : } I_{A1} = I - I_1 = 3 - 1 = 2 (A)$$

$$\text{Hoặc } I_{A1} = I_3 + I_4 = 1 + 1 = 2 (A)$$

$$I_{A2} = I_3 = 1 \text{ (A)}$$

$$\text{Hoặc } I_{A2} = I_5 - I_4 = 2 - 1 = 1 \text{ (A)}$$

Bài 18. Vì điện trở của các vôn kế rất lớn, nên dòng điện qua các vôn kế không đáng kể; khi khóa K mở có thể coi như mạch hở và số chỉ của các vôn kế V_1, V_2 có thể coi như bằng suất điện động của các nguồn điện tương ứng:

$$E_1 = 1,8 \text{ (V)}.$$

$$E_2 = 1,4 \text{ (V)}.$$

Mặt khác khi khóa K mở ta có $V_A > V_B > V_C$. Vậy chiều lệch của kim các vôn kế về bên phải là chiều tương ứng $V_A - V_B > 0$ và $V_B - V_C > 0$.

Khi khóa K đóng, theo đề bài, kim các vôn kế vẫn lệch về bên phải nên ta có:

$$U'_1 = V'_A - V'_B$$

$$U'_2 = V'_B - V'_C$$

Áp dụng định luật Ohm ta có:

$$U'_1 = E_1 - Ir_1 \quad (1)$$

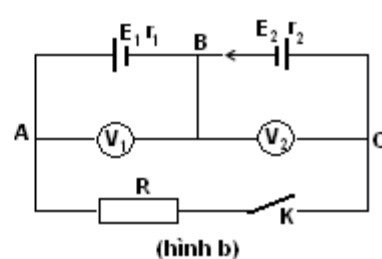
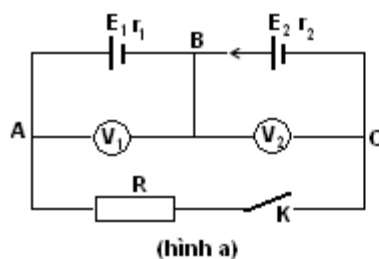
$$U'_2 = E_2 - Ir_2 \quad (2)$$

$$I = \frac{E_1 + E_2}{R + r_1 + r_2} \quad (3)$$

- Xét sơ đồ hình b. Để xác định số chỉ và chiều lệch của kim các vôn kế khi K đóng, ta cần xác định $U''_1 = V''_A - V''_B$ và

$U''_2 = V''_B - V''_C$ và so sánh điện thế tại các điểm A, B, C. Vì $E_1 > E_2$ nên dòng điện trong mạch cũng có chiều như sơ đồ hình a.

Ta có:



$$U''_1 = V''_A - V''_B = E_1 - I' r_1 \quad (4)$$

$$U_{CB} = -U_2'' = V_B'' - V_C'' = E_2 + I' r_2 \quad (5)$$

$$\text{Với } I' = \frac{E_1 - E_2}{R + r_1 + r_2} \quad (6)$$

Các phương trình (1), (2), (3) cho ta:

$$\frac{r_1}{R + r_1 + r_2} = \frac{E_1 - U_1'}{E_1 + E_2} = \frac{U_1 - U_1'}{U_1 + U_2} \quad (7)$$

$$\frac{r_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{E_2 - U_2'}{E_1 + E_2} = \frac{U_2 - U_2'}{U_1 + U_2} \quad (8)$$

Các phương trình (4), (5), (6) cho ta:

$$U_1'' = E_1 - \left(\frac{E_1 - E_2}{R + r_1 + r_2} \right) r_1 = U_1 - \frac{(U_1 + U_2) r_1}{R + r_1 + r_2} \quad (9)$$

$$U_{CB} = E_2 + \left(\frac{E_1 - E_2}{R + r_1 + r_2} \right) r_2 = U_2 + \frac{(U_1 - U_2) r_2}{R + r_1 + r_2} \quad (10)$$

Kết hợp các phương trình (7), (8), (9), (10) ta có:

$$U_1'' = U_1 - \left[\frac{(U_1 + U_2)(U_1 - U_1')}{U_1 + U_2} \right] = 1,4 \text{ (V)}$$

$$U_{CB} = U_2 + \left[\frac{(U_1 - U_2)(U_2 - U_2')}{U_1 + U_2} \right] = 1,5 \text{ (V)}$$

$$\Rightarrow U_2'' = -1,5 \text{ (V)}.$$

Vậy:

- Vôn kế V_1 chỉ 1,4 (V) và có kim lệch về phía bên phải.
- Vôn kế V_2 có kim chỉ lệch về phía bên trái.

Bài 19. Tạm thời bỏ qua các điện trở R_2 ; R_3 ; R_4 .

Ta có:

$$- R_{ACMB} = R_1 + R_{10} + R_9 = 10 + 30 + 20 = 60 \text{ (}\Omega\text{)}.$$

$$- R_{ADNB} = R_5 + R_{11} + R_{12} = 20 + 40 + 60 = 120 \text{ (}\Omega\text{)}.$$

$$- R_{AEB} = R_6 + R_7 + R_8 = 20 + 20 + 20 = 60 (\Omega).$$

$$\text{Và } R_2 = R_3 = R_4.$$

Ta nhận thấy rằng các dòng ở hai bên sẽ lớn gấp đôi dòng ở nhánh giữa. Suy ra các điểm C, D có cùng điện thế, các điểm M, N, E có cùng điện thế. Nghĩa là không có dòng điện chạy trong các điện trở R_2, R_3, R_4 . Nên ta có thể bỏ qua chúng ($R_2; R_3; R_4$).

Điện trở tương đương của đoạn mạch AB là:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{60} + \frac{1}{120} + \frac{1}{60} = \frac{5}{120}$$

$$\Rightarrow R_{AB} = 24 (\Omega).$$

Cường độ dòng điện qua R_1, R_9, R_{10} .

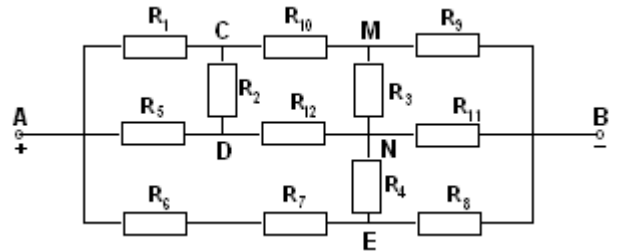
$$I_1 = I_9 = I_{10} = \frac{U_{AB}}{R_{1,9,10}} = \frac{24}{60} = 0,4 (A).$$

Cường độ dòng điện qua các điện trở R_5, R_{11}, R_{12} là:

$$I_5 = I_{11} = I_{12} = \frac{U_{AB}}{R_{5,11,12}} = \frac{24}{120} = 0,2 (A).$$

Cường độ dòng điện qua các điện trở R_6, R_7, R_8 là: $I_6 = I_7 = I_8 = \frac{U_{AB}}{R_{6,7,8}} = \frac{24}{60} = 0,4 (A).$

Cường độ dòng điện qua các điện trở R_2, R_3, R_4 là: $I_2 = I_3 = I_4 = 0$



Bài 20. 1. Gọi x là số nguồn điện; m là số dây của bộ nguồn; n là số nguồn điện trong mỗi dây

$$\text{Ta có: } x = m.n; \xi_b = n\xi; r_b = \frac{nr}{m}$$

Gọi y là số bóng đèn; p là số dây bóng đèn; q là số bóng trên mỗi dây. Ta có: $y = p.q$

Cường độ dòng điện qua mạch chính $I = p.I_{dm}$

$$\text{Ta có: } U = \xi_b - Ir_b = n\xi - \frac{nr}{m}I \Rightarrow U = n\xi - \frac{n^2r}{x}p.I_{dm} \quad \text{Với } \begin{cases} m = \frac{x}{n} \\ I = p.I_{dm} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Mà } U = q \cdot U_{dm} = \frac{y}{p} U_{dm} \quad \text{Với } q = \frac{y}{p} \quad (2)$$

$$\text{So sánh (1) và (2) ta có: } \frac{prI_{dm}}{x} n^2 - \xi n + \frac{y}{p} U_{dm} = 0 \quad (3)$$

$$\text{Phương trình (3) có nghiệm khi: } \Delta = \xi^2 - 4rp_{dm} \frac{y}{x} \geq 0 \quad (4) \Rightarrow \frac{x}{y} \geq \frac{4rp_{dm}}{\xi^2} \Rightarrow \frac{x}{y} \geq \frac{3}{4}$$

* Khi $y = 8$ thì $x \geq 6$ nên số nguồn tối thiểu là 6 nguồn.

$$\text{Thay } y = 8 \text{ và } x = 6 \text{ vào (4)} \Rightarrow \Delta = 0 \text{ nên } n = \frac{12}{p}; \text{ ta lại có } n = \frac{6}{m}; \quad p = \frac{8}{q}$$

Với $m; n; p; q$ là các số nguyên dương nên:

	m	n	p	q
Cách 1	2	3	4	2
Cách 2	1	6	2	4

$$\text{Hiệu suất: } H_1 = \frac{U}{\xi_b} = \frac{qU_{dm}}{n\xi} = 50\% = H_2$$

2. Khi $x = 15$ thì $\frac{x}{y} \geq \frac{3}{4} \Rightarrow y \leq 20$ nên số bóng đèn nhiều nhất có thể mắc được 20 bóng.

$$\text{Thay } x = 15; y = 20 \text{ vào (4)} \Rightarrow \Delta = 0 \text{ nên } n = \frac{30}{p}; \text{ ta lại có } n = \frac{15}{m}; \quad p = \frac{20}{q}$$

Với $m; n; p; q$ là các số nguyên dương nên:

	m	n	p	q
Cách 1	5	3	10	2
Cách 2	1	15	2	10

$$\text{Hiệu suất: } H_1 = \frac{U}{\xi_b} = \frac{qU_{dm}}{n\xi} = 50\% = H_2$$

Bài 21. Hiệu suất truyền tải ban đầu: $H_1 = \frac{P_{i1}}{P_{tp1}} = \frac{P_{tp1} - P_{hp1}}{P_{tp1}}$, Trong đó P_{i1} là công suất nơi tiêu thụ, P_{tp1} là công suất truyền đi, P_{hp1} là công suất hao phí do toả nhiệt trên dây.

- Thay số ta có: $P_{i1} = 0,9P_{tp1}$ và $P_{hp1} = 0,1P_{tp1}$.

- Khi tăng công suất: $P_{i2} = 1,2P_{i1} = 1,08P_{tp1} \Rightarrow P_{hp2} = P_{tp2} - P_{i2} = P_{tp2} - 1,08P_{tp1}$ (1)

- Mặt khác ta có: $P_{hp} = \frac{P_{tp} \cdot R}{U^2}$. Do U và R không đổi nên

$$\frac{P_{hp1}}{P_{hp2}} = \frac{P_{tp1}^2}{P_{tp2}^2} \Rightarrow P_{hp2} = \frac{P_{tp2}^2}{P_{tp1}^2} \cdot P_{hp1} = \frac{0,1P_{tp2}^2}{P_{tp1}} \quad (2)$$

- Từ (1) và (2) ta có: $P_{tp2} - 1,08P_{tp1} = \frac{0,1P_{tp2}^2}{P_{tp1}} \Leftrightarrow \left(\frac{P_{tp2}}{P_{tp1}}\right)^2 - 10\frac{P_{tp2}}{P_{tp1}} + 1,08 = 0$

- Giải pt trên ta được: $\frac{P_{tp2}}{P_{tp1}} \approx 8,77$ Hoặc $\frac{P_{tp2}}{P_{tp1}} \approx 1,23$

- Từ đó tìm được: $H_2 \approx 12,3\%$ (loại do $H \geq 80\%$); Hoặc $H_2 \approx 87,8\%$ (thoả mãn)

Bài 22. Đặt $U, U_1, \Delta U, I_1, \Delta P_1$ là điện áp nguồn, điện áp ở tải tiêu thụ, độ giảm điện áp trên đường dây, dòng điện hiệu dụng và công suất hao phí trên đường dây lúc đầu.

$U', U_2, \Delta U', I_2, \Delta P_2$ là điện áp nguồn, điện áp ở tải tiêu thụ, độ giảm điện áp trên đường dây, dòng điện hiệu dụng và công suất hao phí trên đường dây lúc sau.

$$\text{Ta có: } \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{\Delta U'}{\Delta U} = \frac{1}{10}$$

$$\text{Theo đề ra: } \Delta U = 0,15.U_1 \Rightarrow \Delta U' = \frac{0,15U_1}{10} \quad (1)$$

• Vì u và i cùng pha và công suất nơi tiêu thụ nhận được không đổi nên:

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} = 10 \Rightarrow U_2 = 10U_1 \quad (2)$$

• (1) và (2):

$$\begin{cases} U = U_1 + \Delta U = (0,15 + 1).U_1 \\ U' = U_2 + \Delta U' = 10.U_1 + \frac{0,15.U_1}{10} = (10 + \frac{0,15}{10}).U_1 \end{cases}$$

• Do đó: $\frac{U'}{U} = \frac{10 + \frac{0,15}{10}}{0,15 + 1} = 8,7$

Bài 23. Vì điện trở của nguồn điện và của ampe kế không đáng kể, nên khi đóng khoá K, các tụ điện gần như lập tức được nạp điện đến hiệu điện thế $U = \frac{U_0}{2}$.

Khi khoá K mở, các tụ điện gần như phóng điện hoàn toàn. Dòng điện phóng ở thời điểm đầu tiên mở khoá: $I_0 = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{2R}$

Giả sử dòng này không đổi thì tụ điện sẽ phóng hết điện sau thời gian:

$$t = \frac{q}{I_0} = \frac{CU}{I_0} = RC \left(i = i_0 e^{\frac{t}{RC}} \right)$$

Trong thực tế, dòng phóng điện giảm, nhưng vì thời gian mở khoá $\Delta t_2 = 20.10^{-3}s > \Delta t_1$ nên có thể coi rằng sau thời gian Δt_2 tụ điện phóng hết điện.

Ta hãy tính cường độ dòng điện qua ampe kế.

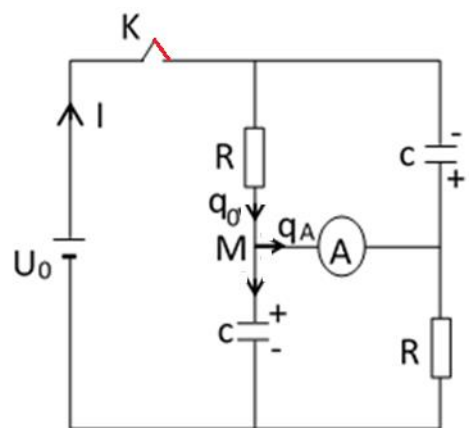
Khi K đóng theo định luật bảo toàn điện tích tại điểm M, ta có:

$$q_0 = q_A + q_C$$

Trong đó: $q_0 = I.\Delta t_1$ là điện tích đi vào M, q_A là điện tích đi qua ampe kế, $q_C = CU$ là điện tích nạp cho tụ điện C
 $\Rightarrow I.\Delta t_1 = q_A + CU$

Với $I = \frac{U_0}{2R}; U = \frac{U_0}{2}$

Suy ra, điện lượng đi qua A trong thời gian Δt_1 là:



$$q'_A = \frac{U_0}{2R} \Delta t_1 - C \frac{U_0}{2}$$

Khi K mở, cả hai tụ điện đều phóng điện qua A, điện lượng phóng qua ampe kế trong thời gian

$$\Delta t_2 \text{ là: } q'_A = 2 \frac{CU_0}{2} = CU_0$$

Cường độ dòng điện trung bình qua ampe kế (là số chỉ của ampe kế):

$$I_A = I_{tb} = \frac{q_A + q'_A}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{-C \frac{U_0}{2} + \frac{U_0}{2R} \Delta t_1 + CU_0}{\Delta t_1 + \Delta t_2}; I_A = \frac{U_0}{2R} \left(\frac{\Delta t_1 + RC}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \right)$$

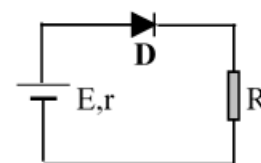
Thay số ta được : $I_A \approx 4,8.10^{-3} A = 4,8mA$

Bài 24. - Ta có : $U + U_R = E$, trong đó $U_R = IR = 0,01U^2.R$

- Thay số vào ta được phương trình : $0,5U^2 + U - 1,5 = 0$.

- Giải phương trình này và lấy nghiệm $U = 1V$, suy ra $U_R = 0,5V$

- Dòng điện trong mạch là: $I = \frac{U_R}{R} = 0,01A$.



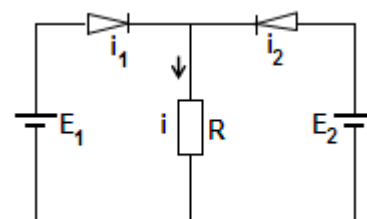
Bài 25. Tìm giá trị của R để công suất tỏa nhiệt trên nó là cực đại:

Giả sử các diôt đều mở. Áp dụng định luật kiếc-sốp ta có phương trình:

$$i_1 r + iR = E_1$$

$$i_2 r + iR = E_2$$

$$i = i_1 + i_2$$



Trong đó $r = 4\Omega$ là điện trở thuận của diôt. Giải hệ phương trình trên ta có:

$$i_1 = \frac{(4-R)}{10(2+R)}.$$

$$i_2 = \frac{(8+R)}{10(2+R)}.$$

$$i = \frac{12}{10(2+R)}.$$

Ta nhận thấy rằng $i_2 > 0$ với mọi R điôt 2 luôn mở. Có 2 trường hợp:

Trường hợp 1: $R \geq 4\Omega \rightarrow i_1 \leq 0$ điôt 1 đóng.

$$P_R = \frac{E_2^2 R}{(R+r)^2} \leq \frac{E_2^2}{4r}$$

Vậy: $P_R \leq 0,16W$.

Trường hợp 2: $R \leq 4\Omega \rightarrow i_1 > 0$ điôt 1 mở:

$$P_R = i^2 R = \left[\frac{12}{10(2+R)} \right]^2 \cdot R = \frac{1,44R}{(2+R)^2} = \frac{1,44}{\left(\sqrt{R} + \frac{2}{\sqrt{R}} \right)^2} \leq \frac{1,44}{(2\sqrt{2})^2}.$$

$P_R = 0,18 W$, dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{R} = \frac{2}{\sqrt{R}} \Rightarrow R = 2 \Omega$.

Vậy để công suất P_R cực đại thì $R = 2 \Omega$, khi đó công suất cực đại $P_{\max} = 0,18 W$.

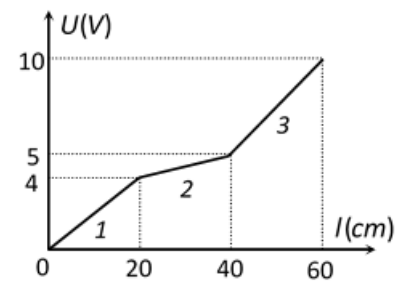
Bài 26. a) Đồ thị phụ thuộc của U vào l có dạng là những đoạn thẳng nên phương trình của chúng phải có dạng:

$U = a + bl$ với a và b là những hằng số.

Khi cho l các giá trị 0cm, 20cm và 40cm thì U nhận các giá trị 0V; 4V và 5V – đây chính là các giá trị của a ở các giá của l tương ứng.

Nhưng theo định luật Ôm cho đoạn mạch điện trở thì có thể viết:

$$U = a + IR = a + I\rho \frac{l}{S} = a + \frac{I\rho}{S}l.$$



Hình 3

Như vậy hệ số b chính là hệ số góc của đồ thị bằng $\frac{I\rho}{S}$, nó thể hiện độ dốc của đồ thị. Đoạn dây ứng với đồ thị càng dốc thì có $\frac{\rho}{S}$ lớn (vì I giống nhau). Nhưng chiều dài l cũng giống nhau nên dây nào có b thì có $R = \frac{\rho}{S}l$ lớn. Đó là dây thứ ba.

b) Khi cho $I=2A$: Nhìn lên hình vẽ ta xác định được hiệu điện thế trên các dây tương ứng là: $U_1=4V$; $U_2=1V$ và $U_3=5V$.

Từ đó tính được các điện trở của chúng: $R_1=2\Omega$; $R_2=0,5\Omega$ và $R_3=2,5\Omega$.

Điện trở trên mỗi đơn vị chiều dài: $r = \frac{R}{l}$.

Nên: $r_1 = 10 \frac{\Omega}{m}$; $r_2 = 2,5 \frac{\Omega}{m}$; $r_3 = 12,5 \frac{\Omega}{m}$.

Bài 27. Do đó tại $t=0$, $u_{AB}=300V$ thì dòng qua đèn đã cực đại và ta có: $u_d = u_{AB} - i_{dmax}R = 200 (V)$

* Bây giờ ta xét trong khoảng thời gian từ $t=0$ đến $t=t_1$: Tính t_1

Cách 1:

$$+ C \frac{du_{AB}}{dt} = -i_d = -i_{dmax} \Rightarrow u_{AB} = -\frac{i_{dmax}}{C}t + A$$

Mà tại $t=0$: $i_{dmax} = 10^{-5} (A)$ và $u_{AB}=300V \Rightarrow A = 300$

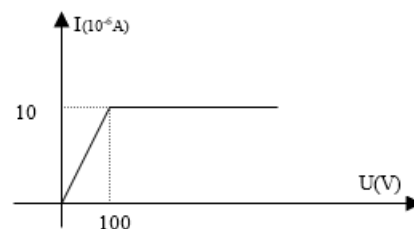
Vậy ta có phương trình: $u_{AB} = 300 - 10^{-2}t$.

+ Khi $u_{AB} = 200V$: $t_1 = 10^4 (s)$.

Cách 2:

+ Độ giảm điện tích trên tụ: $\Delta q = C(300-100)$

+ Thời gian cần thiết: $t_1 = \frac{\Delta q}{I_0} = 10^4 (s)$



Như vậy trong $t_1=10^4$ (s) đầu cường độ dòng qua đèn là không đổi nên nhiệt lượng toả ra trên R là:

$$Q_{1(R)} = i_{d\max}^2 R t_1 = 10 \text{ (J)}$$

Năng lượng tụ giảm một lượng: $Q_{1C} = \frac{1}{2} Cu_{oAB}^2 - \frac{1}{2} Cu_{1AB}^2 = 25 \text{ (J)}$

Nhiệt lượng toả ra trên đèn ống là: $Q_{1đ} = Q_{1C} - Q_{1R} = 15 \text{ (J)}$

* Xét trong khoảng thời gian còn lại:

+ Năng lượng tụ giảm: $Q_{2C} = \frac{1}{2} Cu_{1AB}^2 = 20 \text{ (J)}$

+ Trong khoảng thời gian này dòng qua đèn tỉ lệ với hiệu điện thế nên đèn như một điện trở thuần:

$$R_d = \frac{u_{1AB}}{i_{d\max}} = 10^7 (\Omega) = R$$

Vậy nhiệt lượng toả ra trên đèn và R là như nhau và đều bằng: 10 (J)

* Kết luận:

Tổng nhiệt lượng toả ra trên đèn ống là: $Q = 25 \text{ (J)}$

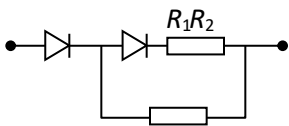
Bài 28.

1. Nhìn lên đồ thị hình 5b, ta thấy khi hiệu điện thế $U_1 = 1V$ thì có dòng điện chạy qua mạch, đã có điốt mở. Nhưng đồ thị đi nghiêng, chứng tỏ dòng điện đã đi qua điện trở (R_1).

Khi hiệu điện thế $U_2 = 2V$, đồ thị dòng điện chạy gấp khúc và dốc hơn, chứng tỏ dòng điện chạy qua cả điện trở thứ hai (R_2) và điện trở toàn mạch giảm.

Vậy hai điện trở trên phải mắc song song với nhau và ở hiệu điện thế U_2 thì điốt thứ hai mở.

Mạch điện này chỉ có thể mắc theo sơ đồ như hình vẽ.



2. Khi hiệu điện thế $U_2=2V$ thì hiệu điện thế trên diốt thứ nhất là $1V$ và hiệu điện thế trên điện trở R_1 là $1V$, dòng điện qua điện trở này là $I_1= 20mA$. Nên điện trở này bằng:

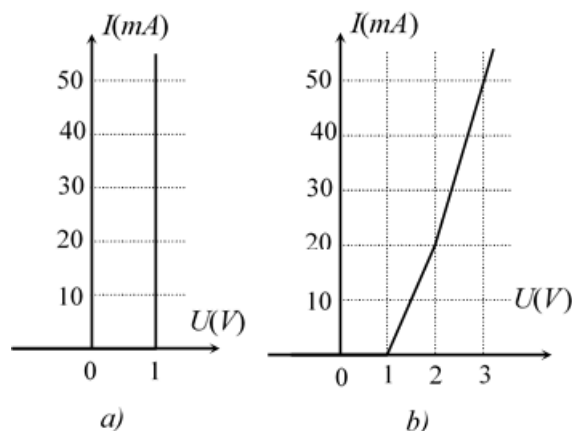
$$R_1 = \frac{U_{R1}}{I_1} = 50 (\Omega).$$

Khi hiệu điện thế trên mạch là $3V$ thì hiệu điện thế trên các diốt đều bằng $1V$, hiệu điện thế trên các điện trở tương ứng là $U_{R1}= 2V$ và $U_{R2}= 1V$. Dòng điện tổng cộng qua mạch là $I = 50(mA)$.

$$\text{Dòng điện qua } R_1 \text{ bằng: } I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} = 40(mA);$$

Dòng điện qua R_2 bằng: $I_2 = I - I_1 = 10(mA)$; Như vậy:

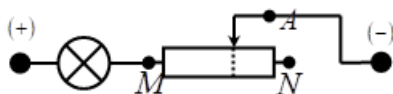
$$R_2 = \frac{U_{R2}}{I_2} = 100 (\Omega).$$



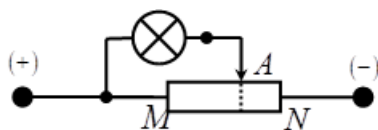
Hình 5

Bài 29. Có thể mắc theo 3 cách như sau:

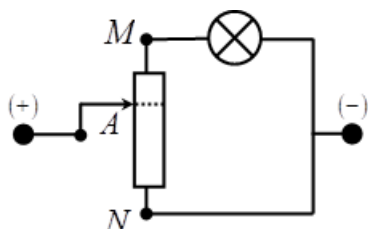
+ Đ nt R_{AM}



+ (Đ // R_{AM}) nt R_{AN}



+ (Đ nt R_{AM}) // R_{AN}



Xét sơ đồ 1, do đèn sáng bình thường nên $U_d = 6V$ và $I = I_{dm} = P_{dm}/U_{dm} = 1A.....[0,25đ]$

$$U_{AN} = E - U_d = 12 - 6 = 6V$$

$$\Rightarrow R_{AM} = \frac{U_{AM}}{I} \Rightarrow \boxed{R_{AM} = 6\Omega}$$

Xét sơ đồ 2, $U_d = U_{AM} = 6V$, $I_d = 1A$

$$U_{AN} = E - U_d = 6V$$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} R_{AM} + R_{AN} = 9\Omega \\ I_{AN} = I_{AM} + I_d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{AM} + R_{AN} = 9 \\ \frac{6}{R_{AN}} = \frac{6}{R_{AM}} + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_{AM}^2 + 3R_{AM} - 54 = 0$$

Giải PT bậc hai và chọn nghiệm $R_{AM} < 9\Omega$ ta được $R_{AM} = 6\Omega$

Xét sơ đồ 3, $U_d = 6V$, $I_d = I_{AM} = 1A$

$$U_{AM} = E - U_d = 12 - 6 = 6V$$

$$\Rightarrow R_{AM} = \frac{U_{AM}}{I} \Rightarrow R_{AM} = 6\Omega$$

Bài 30. 1. Áp dụng định luật Ôm toàn mạch :

$$I = \frac{E}{R + R_0 + R_{mA} + r} = \frac{E}{R + a} \text{ với } a = R_0 + R_{mA} + r \quad (1)$$

$$(1) \Rightarrow E - Ia = IR \Rightarrow E - x = IR, \text{ với } x = Ia \quad (2)$$

(2) là phương trình bậc nhất 2 ẩn, với hai cặp số liệu (I, R) ta có hệ 2 phương trình bậc nhất 2 ẩn $\Rightarrow$ tìm được E. (2)

$$2. \text{ Từ (1) } \Rightarrow \frac{1}{I} = \frac{1}{E} \cdot R + b \text{ với } b = a/E \quad (3)$$

Từ (3) ta thấy, $\frac{1}{I}$ là hàm bậc nhất của R hay có mối quan hệ tuyến tính. Thay đổi bảng số liệu

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R (Ω)	100	90	80	70	60	50	40	30	20
I (mA)	25	27	30	33	37	42	49	59	73
$\frac{1}{I}$ (A^{-1})	40	37	33	30	27	24	20	17	14

Xử lý số liệu

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
R (Ω)	100	90	80	70	60	50	40	30	20	$\Sigma R_i = 540$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP

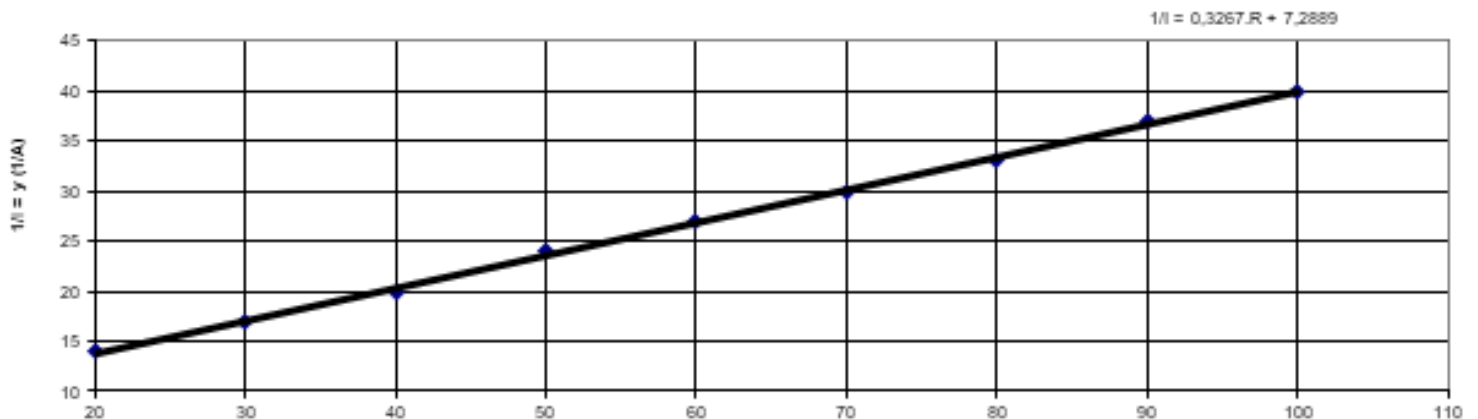
I (mA)	25	27	30	33	37	42	49	59	73	
$\frac{1}{I} \text{ (A}^{-1}\text{)}$	40	37	33	30	27	24	20	17	14	$\Sigma \frac{1}{I_i} = 242$
$R^2 \text{ (A}^2\text{)}$	10000	8100	6400	4900	3600	2500	1600	900	400	$\Sigma R_i^2 = 38400$
$R \cdot \frac{1}{I} \text{ (}\Omega \cdot \text{A}^{-1}\text{)}$	4000	3330	2640	2100	1620	1200	800	510	280	$\Sigma R_i \cdot \frac{1}{I_i} = 16480$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \Sigma \frac{1}{I_i} = \frac{1}{E} \cdot \Sigma R_i + b \cdot N \\ \Sigma \frac{1}{I_i} \cdot R_i = \frac{1}{E} \cdot \Sigma R_i^2 + b \Sigma R_i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 242 = \frac{1}{E} \cdot 540 + b \cdot 9 \\ 16480 = \frac{1}{E} \cdot 38400 + b \cdot 540 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{E} = \frac{49}{150} \\ b = \frac{328}{45} \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng : $\frac{1}{I} = \frac{49}{150} \cdot R + \frac{328}{45}$

Giá trị suất điện động trung bình : $\bar{E} = 150/49 = 3,1V$



Bài 31.

Điện trở các đèn là: $R_1 = \frac{U_{dm1}^2}{P_{dm}} = 24 \Omega$, $R_2 = 18 \Omega$.

Điện trở của cung AB là $R_3 = \frac{72}{2} = 36 \Omega$.

Gọi điện trở của cung AC là $x \rightarrow$ điện trở của cung BC là $(36 - x)$.

Ta vẽ lại mạch điện như sau.

$$\text{Ta có: } R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{18 \cdot 36}{18 + 36} = 12 \Omega.$$

$$R_{\text{tdAC}} = \frac{(R_{23} + R_{BC}) R_{CA}}{R_{23} + R_{BC} + R_{CA}} = \frac{(12 + 36 - x)x}{12 + 36 - x + x} = \frac{(48 - x)x}{48}$$

$$R_{\text{tdmạch}} = R_1 + R_{\text{tdAC}} = 24 + \frac{(48 - x)x}{48} = \frac{1152 + 48x - x^2}{48}$$

Cường độ dòng điện mạch chính:

$$I = \frac{U}{R_{\text{tdmạch}}} = \frac{432}{1152 + 48x - x^2}$$

$$\text{Hiệu điện thế trên đèn } Đ_1 \text{ là: } U_1 = I \cdot R_1 = \frac{10368}{1152 + 48x - x^2}$$

$$U_{CA} = I \cdot R_{\text{tdCA}} = \frac{432}{1152 + 48x - x^2} \cdot \frac{(48 - x)x}{48} = \frac{9x(48 - x)}{1152 + 48x - x^2}$$

$$\text{Cường độ dòng điện: } I_{CB} = \frac{U_{CA}}{R_2 + R_{23}} = \frac{9 \cdot x}{1152 + 48x - x^2}$$

$$\text{Hiệu điện thế trên đèn } Đ_2 \text{ là: } U_2 = I_{BC} \cdot R_{23} = \frac{9 \cdot x \cdot 12}{1152 + 48x - x^2} = \frac{108 \cdot x}{1152 + 48x - x^2}$$

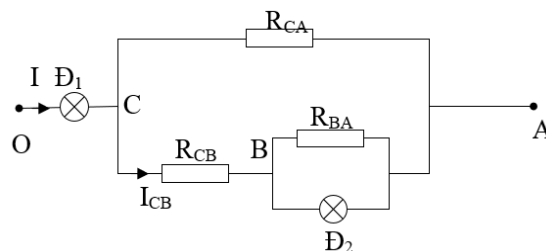
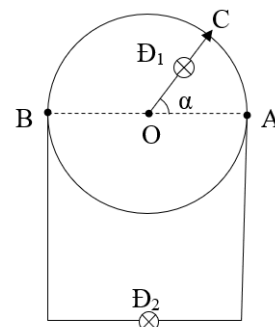
$$\text{a. Điều kiện: } U_1 \leq 8 \text{ V} \rightarrow \frac{10368}{1152 + 48x - x^2} \leq 8$$

$$\Leftrightarrow 1296 \leq 1152 + 48x - x^2.$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 48x + 144 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 3,2 \leq x \leq 44,8 \Omega$$

$$\text{Vì } x \text{ luôn bé hơn } 36 \Omega \rightarrow x \geq 3,2 \Omega \rightarrow \text{góc } \alpha \geq \frac{3,2}{72} 360^\circ = 16^\circ$$



Vậy con chạy C chỉ được phép dịch chuyển trên cung MBM' sao cho góc ở tâm $\angle MOM' = 2\angle BOM = 2(180^\circ - 16^\circ) = 328^\circ$ (M và M' đối xứng với nhau qua AB).

b. Để đèn Đ₁ sáng đúng công suất thì $U_1 = 6 \text{ V}$

$$\rightarrow \frac{10368}{1152 + 48x - x^2} = 6 \rightarrow x = 24 \Omega \rightarrow \text{góc } \alpha = 120^\circ.$$

c. Đèn Đ₂ sáng đúng công suất thì $U_2 = 3 \text{ V} \rightarrow \frac{108.x}{1152 + 48x - x^2} = 3$

$$\rightarrow x^2 - 12x - 1152 = 0 \text{ phương trình có hai nghiệm: } x_1 = -28,5 \Omega \text{ và } x_2 = 40,5 \Omega.$$

Vì $0 \leq x \leq 36 \Omega \rightarrow$ cả hai nghiệm này đều không thỏa mãn. Vậy không tồn tại vị trí của C để đèn Đ₂ sáng đúng công suất.

$$\text{d. Ta có: } U_1 = \frac{10368}{1152 + 48x - x^2} = \frac{10368}{576 - (x - 24)^2}$$

Ta thấy mẫu số là một tam thức bậc hai với hệ số $a = -1$ âm

$\rightarrow$ mẫu có giá trị lớn nhất khi $x = 24 \Omega$.

- Như vậy khi C quay theo chiều kim đồng hồ ở nửa đường tròn trên thì x giảm từ 36Ω đến $3,2 \Omega$ khi đó U_1 sẽ có giá trị cực tiểu tại $x = 24 \Omega$ tức là độ sáng của đèn Đ₁ lúc đầu giảm sau đó tăng.

- Khi C quay theo chiều kim đồng hồ ở nửa đường tròn dưới thì x tăng từ $3,2 \Omega$ đến 36Ω kết quả cũng tương tự độ sáng của đèn lúc đầu giảm sau đó tăng.

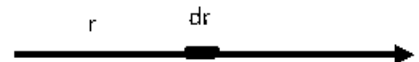
Bài 32. Dạng vi phân của định luật Ôm: $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

+ Khi trạng thái cân bằng được thiết lập, cường độ dòng điện qua mỗi mặt cầu là như nhau

$$* \text{ Xét tại bán kính } r, \text{ cường độ dòng điện ở đó là: } I = J.S = \sigma .4\pi r^2 .E_r \Rightarrow E_r = \frac{I}{\sigma .4\pi r^2} \quad (1)$$

+ Xét hai điểm trên cùng một bán kính và cách nhau khoảng dr , hắt giữa hai điểm đó là:

$$dU = E dr = \frac{I}{\sigma .4\pi r^2} .dr$$



+ Vậy từ bán kính R_1 đến bán kính R_3 ta có:

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \frac{I}{\sigma_1 \cdot 4\pi r^2} dr + \int_{R_2}^{R_3} \frac{I}{\sigma_2 \cdot 4\pi r^2} dr = \frac{I}{\sigma_1 \cdot 4\pi} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{I}{\sigma_2 \cdot 4\pi} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} \right) \Rightarrow I = \frac{24\pi UR}{5\rho} \quad (2)$$

* Xét ở mặt trong và mặt ngoài của một mặt cầu là ranh giới giữa hai môi trường ta có:

$$E_{\text{trong}} = \frac{I}{\sigma_1 \cdot 4\pi r_2^2} \Rightarrow N_{\text{trong}} = 4\pi R_2^2 \cdot E_{\text{trong}} = \frac{I}{\sigma_1} = \rho_1 I$$

$$E_{\text{ngoài}} = \frac{I}{\sigma_2 \cdot 4\pi r_2^2} \Rightarrow N_{\text{ngoài}} = 4\pi R_2^2 \cdot E_{\text{ngoài}} = \frac{I}{\sigma_2} = \rho_2 I$$

+ Gọi điện tích trên mặt cầu ranh giới là Q, theo O-G ta có:

$$N_{\text{ngoài}} - N_{\text{trong}} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (\text{vì } \epsilon_1 = \epsilon_2 = 1) \Rightarrow Q = \rho_2 I - \rho_1 I$$

+ Thay I từ (2) vào ta được: $Q = \frac{\epsilon_0 24\pi UR}{5}$

Bài 33. Chọn trục Ox như hình vẽ

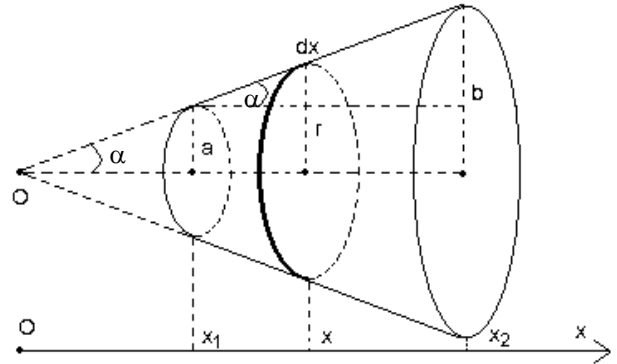
Ta chia khối điện trở thành những khúc điện trở nhỏ vi phân có chiều dài dx có tiết diện tròn bán kính r

Điện trở khúc vi phân có chiều dài dx: dR

$$= \rho \cdot \frac{dx}{S} \quad \rho: \text{ là điện trở suất}$$

Theo hình: $\begin{cases} \tan \alpha = \frac{b-a}{L} \\ \tan \alpha = \frac{r}{x} \end{cases} \Rightarrow r = x \cdot \tan \alpha$

$$S = \pi \cdot r^2$$



$$\text{Thay vào: } dR = \rho \cdot \frac{dx}{\pi \cdot r^2} = \rho \cdot \frac{dx}{\pi \cdot x^2 \cdot \tan^2 \alpha}$$

Điện trở R của khối là điện trở tương đương nhiều khúc vi phân dR mắc nối tiếp nhau.

$$R = \sum_{i=1}^n dR_i = \int dR$$

$$R = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\rho \cdot dx}{\pi \cdot \tan^2 \alpha \cdot x^2} = \frac{\rho}{\pi \cdot \tan^2 \alpha} \cdot \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x^2} = \frac{-\rho}{\pi \cdot \tan^2 \alpha} \cdot \frac{1}{x} \Big|_{x_1}^{x_2}$$

Các cận tích phân: $x_1 = \frac{a}{\tan \alpha}$; $x_2 = \frac{b}{\tan \alpha}$

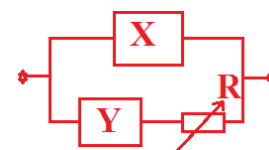
$$\Rightarrow R = -\frac{\rho}{\pi \tan^2 \alpha} \left[\frac{\tan \alpha}{b} - \frac{\tan \alpha}{a} \right] = \frac{\rho(b-a)}{\pi \tan \alpha \cdot ab} = \frac{\rho L}{\pi \cdot a \cdot b}$$

Khi $a=b$ khối điện trở có dạng hình trụ

$$R = \frac{\rho L}{\pi \cdot a^2} = \rho \cdot \frac{L}{S} \quad S: \text{tiết diện đáy hình trụ.}$$

✧ **Nhận xét:** Từ bài toán trên cho học sinh tính điện dung C của tụ điện phẳng có 2 mặt phẳng tạo với nhau một góc α .

Bài 34.a. Ta thấy để các đèn sáng bình thường thì số bóng đèn tối đa trong một dãy là 4 bóng. Từ đó mạng điện có thể mắc thành 2 mạng điện X và Y. Mạng điện X hoàn toàn gồm các bóng đèn mắc đối xứng và mắc trực tiếp vào nguồn. Mạng điện Y gồm các bóng đèn còn lại mắc thành bộ đối xứng, sau đó mắc bộ này nối tiếp với biến trở R .



-Mạng điện X gồm có 4 bóng trên 1 dãy và có số dãy là n , $n \leq 2$.

-Mạng điện Y gồm có x bóng trên 1 dãy và có y dãy.

Gọi $P_{dm} = 6W$, $U_{dm} = 3V$ và $I_{dm} = 0,5A$ lần lượt là công suất định mức, hiệu điện thế định mức và cường độ dòng điện định mức của các bóng đèn.

Dòng điện chạy qua biến trở là I_b :

$$\begin{cases} I_b = I_{dm} \cdot y = 0.5y \\ I_b = \frac{U_b}{R} = \frac{U - xU_{dm}}{R} = \frac{24 - 6x}{R} \end{cases} \Rightarrow 0.5y = \frac{24 - 6x}{R} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } x \cdot y = 10 - 4n \text{ suy ra } y = \frac{10 - 4n}{x} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) khử } y, \text{ suy ra } R = \frac{6x(4 - x)}{5 - 2n} \quad (3)$$

$$\text{Hiệu suất } H = \frac{\sum P_{dm}}{\sum P_{dm} + P_R} = \frac{30}{30 + \frac{1}{4} y^2 R} \quad (4)$$

Từ (3) cho ta $n \leq 2$, $x \leq 4$ và điều kiện $n, x, y \in N$ ta lập bảng sau

n	0		1			2	
x	1	2	1	2	3	1	2
$y = \frac{10-4n}{x}$	10	5	6	3	2	2	1
$R = \frac{6x(4-x)}{5-2n}$	3,6Ω	4,8Ω	6Ω	8Ω	6Ω	18Ω	24Ω
$H = \frac{30}{30 + \frac{1}{4}y^2R}$	33,33 %	50%	35,71 %	62,50 %	83,33 %	62,50 %	83,33 %
Kết quả	Loại	Loại	Chọn	Chọn	Chọn	Chọn	Chọn

b. Hiệu suất lớn nhất $H=83,33\%$ và có 2 cách mắc:

Cách 1: $n=1, x=3, y=2$

Cách 2: $n=2, x=2, y=1$

Bài 35.1. Khi hai khóa đều đóng, mạch điện vẽ lại như hình 6.1.

Giả sử dòng qua các nhánh có chiều như hình vẽ. Ta áp dụng định luật Kiếcxốp II (hoặc áp dụng định luật Ôm) cho mỗi mắt mạng:

+ Mắt mạng $A(R_1)M(R_2)B(E)A$.

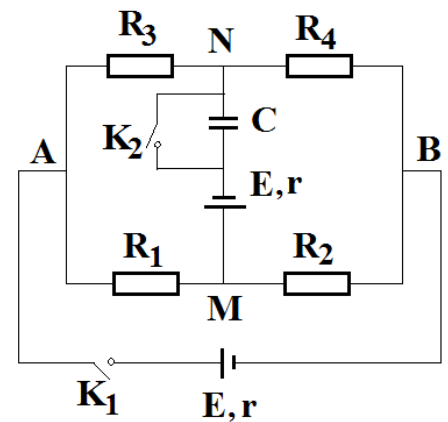
$$E = I_1 R + (I_1 + I_2) 2R + IR$$

$$\Rightarrow \frac{E}{R} = I + 3I_1 + 2I_2$$

(1)

+ Mắt mạng $A(R_3)N(E)M(R_1)A$.

$$E = (I - I_1) 2R + I_2 R + (-I_1 R)$$



Hình 6

$$\Rightarrow \frac{E}{R} = 2I - 3I_1 + I_2 \quad (2)$$

+ Mặt mạng N(E)M(R₂)B(R₄)N.

$$E = I_2 R + (I_2 + I_1)2R - (I - I_1 - I_2)2R$$

$$\Rightarrow \frac{E}{R} = -2I + 4I_1 + 5I_2 \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta tìm được:

$$I_{R_1} = I_1 = 0$$

$$I_2 = \frac{E}{3R} \rightarrow I_{R_2} = I_1 + I_2 = \frac{E}{3R}$$

$$I = \frac{E}{3R} \rightarrow I_{R_3} = I - I_1 = \frac{E}{3R}$$

$$I_{R_4} = I - I_1 - I_2 = 0$$

2a. Khi cả hai khóa K₁, K₂ đều mở, mạch điện vẽ lại như hình 6.2

Khi tụ tích điện ổn định, điện tích tụ:

$$Q = CE$$

b. Công nguồn điện thực hiện tích điện cho tụ:

$$A_N = QE = CE^2$$

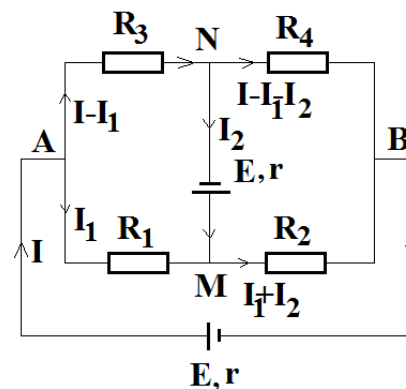
(4)..

Nhiệt tỏa ra trên tổng các điện trở mạch ngoài và trong nguồn là

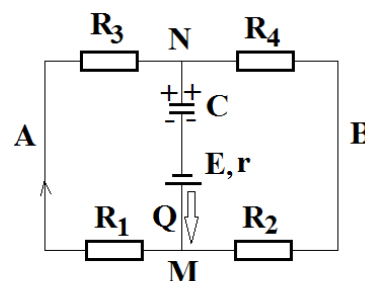
$$W = A_N - \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}CE^2 \quad (5)$$

c. Ta thấy điện trở mạch ngoài

$$R_{1234} = \frac{(R_1 + R_3).(R_2 + R_4)}{(R_1 + R_3) + (R_2 + R_4)} = \frac{12}{7}R \quad (6)$$



Hình 6.1



Hình 6.2

Nhiệt tỏa trong mạch nối tiếp tỉ lệ thuận với điện trở. Do đó nhiệt tỏa ra trên các điện trở mạch ngoài là

$$W_{1234} = \frac{R_{1234}}{R_{1234} + r} W = \frac{12}{19} \cdot \frac{1}{2} CE^2 = \frac{6}{19} CE^2 \quad (7)$$

Tổng nhiệt lượng tỏa ra trên R_1 và R_3 là W_{13} và trên $(R_2 + R_4)$ là W_{24}

$$\frac{W_{13}}{W_{24}} = \frac{\frac{U^2}{R_1 + R_3}}{\frac{U^2}{R_2 + R_4}} = \frac{R_2 + R_4}{R_1 + R_3} = \frac{4}{3} \Rightarrow W_{24} = \frac{3}{4} W_{13} \quad (8)$$

$$\text{Mặt khác } W_{13} + W_{24} = W_{1234} = \frac{6}{19} CE^2 \quad (9)$$

$$\text{Từ (8) và (9) suy ra được } W_{13} = \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{19} CE^2 = \frac{24}{133} CE^2 \quad (10)$$

Tương tự như (7) ta tính được nhiệt lượng tỏa ra trên R_1 là W_1

$$W_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_3} W_{13} = \frac{1}{3} \cdot \frac{24}{133} CE^2 = \frac{8}{133} CE^2 \quad (11)$$

V.2. KHẢO SÁT DÒNG ĐIỆN MỘT CHIỀU

Bài 1. Lập các biểu thức là hàm số theo biến R

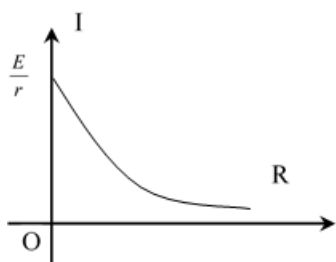
$$\text{a. } I = \frac{\varepsilon}{R+r} \text{ có dạng } f(x) = \frac{a}{x+b} \text{ hình 1}$$

$$\text{b. } U = \frac{\varepsilon R}{R+r} \text{ có dạng } f(x) = \frac{ax}{x+b} \text{ hình 2}$$

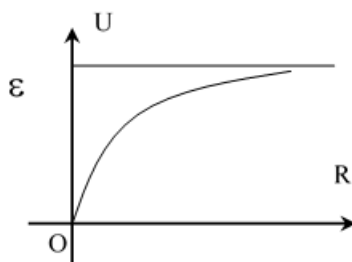
$$\text{c. } P = R \cdot I^2 = \frac{R\varepsilon^2}{(R+r)^2} \text{ có dạng } f(x) = \frac{ax}{(x+b)^2} \text{ hình 3}$$

$$\text{d. } P_\varepsilon = \varepsilon I = \frac{\varepsilon^2}{R+r} \text{ có dạng } f(x) = \frac{a}{x+b} \text{ hình 4}$$

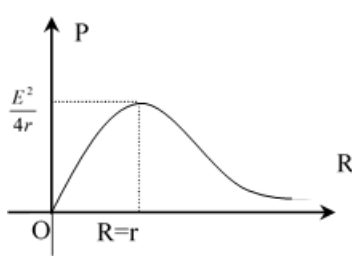
e. $H = \frac{P}{P\varepsilon} = \frac{R}{R+r}$ có dạng $f(x) = \frac{x}{x+b}$ hình 5



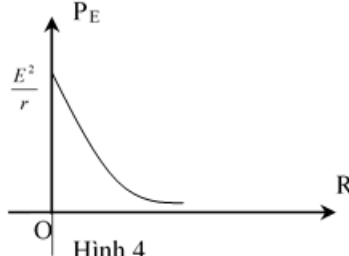
Hình 1



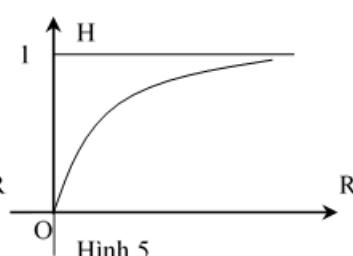
Hình 2



Hình 3



Hình 4



Hình 5

Nhận xét: Để vẽ đồ thị của hàm sơ cấp đơn giản có tính liên tục không bị gián đoạn đối với giá trị dương của biến trở R ta chọn 2 trong 3 giá trị R .

+Chọn $R=0$ cho điểm đầu (tìm giới hạn $R \rightarrow 0$)

+Chọn $R=\infty$ cho điểm cuối (tìm $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$)

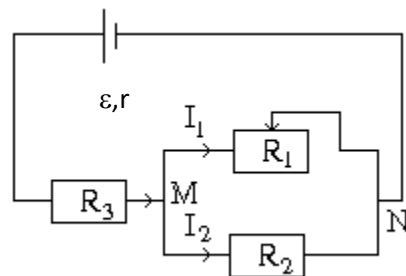
+Nếu hàm có cực trị ta tìm cực trị chọn giá trị R nằm ở phần giữa. Đồ thị hàm số qua giá trị này tăng hoặc giảm. Cụ thể hàm số đang tăng qua giá trị R này đạt cực đại, tiếp tục tăng R thì hàm số không tăng nữa mà giảm. Ngược lại hàm số đang giảm qua giá trị R này đạt cực tiểu, tiếp tục tăng R hàm số không giảm nữa mà tăng lên.

Bài 2. a. Tính R_1 để $P_{\max}$:

Công suất tiêu thụ mạch ngoài.

$$P = R_{td} \cdot I^2 \text{ với } R_{td} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$P = \frac{R_{td} \cdot \varepsilon^2}{(R_{td} + r)^2} = \frac{\varepsilon^2}{(\sqrt{R_{td}} + \frac{r}{\sqrt{R_{td}}})^2}$$



Mẫu số có hai tích số không đổi. Theo bất đẳng thức Côsi tổng nhỏ nhất khi

$$\sqrt{R_{td}} = \frac{r}{\sqrt{R_{td}}} \Rightarrow R_{td} = r \Leftrightarrow R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = r$$

Giải ra $R_1 = 3\Omega$

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} = 16w$$

b. Công suất tiêu thụ trên R_3 cực đại:

$$P_3 = R_3 \cdot I^2 = \frac{R_3 \varepsilon^2}{(R_3 + R_{12} + r)^2}$$

$$P_{3\max} \text{ khi } R_{12} = 0 \Leftrightarrow \frac{6R_1}{R_1 + 6} = 0 \Rightarrow R_1 = 0$$

$$P_{3\max} = \frac{R_3 \varepsilon^2}{(R_3 + r)^2} = 14,2 \text{ w}$$

c. Công suất tiêu thụ trên R_2 cực đại:

$$P_2 = R_2 I_2^2 \text{ mà } I_2 = \frac{U_{MN}}{R_2} \quad P_2 = \frac{U_{MN}^2}{R_2}$$

$$U_{MN} = I \cdot R_{12} = \frac{\varepsilon}{R_3 + R_{12} + r} \cdot R_{12} = \frac{\varepsilon}{\frac{R_3}{R_{12}} + 1 + \frac{r}{R_{12}}} \text{ với } R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$P_2 = \frac{\varepsilon^2}{R_2 \left[\frac{R_3}{R_{12}} + 1 + \frac{r}{R_{12}} \right]^2}$$

$$\text{Để } P_{2\max} \text{ thì } R_{12} = \infty \Rightarrow R_1 = \infty$$

$$P_2 = \frac{\varepsilon^2}{R_2} = 42,6 \text{ w}$$

d. Công suất tiêu thụ trên R_1 cực đại:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = R_1 \frac{U_{MN}^2}{R_1^2} = \frac{U_{MN}^2}{R_1}$$

$$+ I = \frac{\varepsilon}{R_3 + R_{12}} \text{ với } R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6R_1}{R_1 + 6}$$

$$+ I = \frac{16}{2 + \frac{6R_1}{R_1 + 6}} = \frac{16(R_1 + 6)}{8R_1 + 12} = \frac{4(R_1 + 6)}{2R_1 + 3}$$

$$+ U_{MN} = I \cdot R_{12} = \frac{4(R_1 + 6)}{(2R_1 + 3)} \cdot \frac{6R_1}{(R_1 + 6)} = \frac{24R_1}{2R_1 + 3}$$

$$P_1 = \frac{1}{R_1} \cdot \left(\frac{24R_1}{2R_1 + 3} \right)^2 = \frac{24^2 R_1}{(2R_1 + 3)^2} = \frac{24^2}{(2\sqrt{R_1} + \frac{3}{\sqrt{R_1}})^2}$$

Dùng côsi mẫu số: $P_{1\max}$ khi $R_1 = 1,5\Omega$

$$P_{1\max} = \frac{24^2}{4R_1} = \frac{24^2}{6} = 96W$$

Nhận xét: +Ở câu (a) và câu (d) mẫu số là tổng hai số có tích số không đổi nên áp dụng bất đẳng thức côsi được.

+Ở câu (b) và (c) mẫu số là hàm số không có cực trị (tích hai số thay đổi) không dùng bất đẳng thức côsi được.

+Nếu đề bài đòi hỏi khảo sát sự phụ thuộc của một đại lượng vật lý vào một đại lượng khác ta dùng đồ thị diễn tả.

Bài 3. a. Thay toàn bộ cụm U, D_1, D_2 và hai điện trở R bằng một nguồn tương đương có suất điện động và điện trở trong tương ứng E và r với

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R_d} + \frac{1}{2R} \Rightarrow r = \frac{R_d 2R}{R_d + 2R} \quad (1)$$

$$a. \frac{E}{r} = \frac{U}{2R} \Rightarrow E = \frac{UR_d}{R_d + 2R} \cdot (2)$$

Theo đầu bài ta có:
$$\begin{cases} r^2 = R_1 R_2 \\ \frac{E^2}{P} - 2r = R_1 + R_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r = 2\Omega \\ E = 15V \end{cases}$$

- Chia (1) cho (2) $\Rightarrow \frac{E}{r} = \frac{U}{2R}$ (3)

- Công suất đèn 1: $P_1 = \frac{U^2}{R_d}$ (4)

- Chia (4) cho (3) $\Rightarrow \frac{P_1 r}{E} = \frac{U \cdot 2R}{R_d} \Rightarrow \frac{2R}{R_d} = \frac{P_1}{U} \cdot \frac{r}{E}$ (5)

- Thay (5) vào (1) $\Rightarrow U^2 - EU - r P_1 = 0 \Rightarrow U = 25V$.

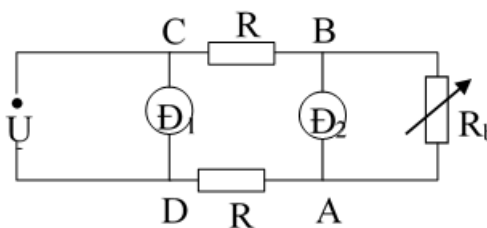
b. Từ (4) $\Rightarrow R_d = 5\Omega$

- Từ (3) $\Rightarrow R = 1,67\Omega$.

c. Để công suất tiêu thụ trên biến trở đạt giá trị cực đại

$$R_b = r = 2\Omega$$

- Công suất cực đại trên biến trở $P = \frac{E^2}{4r} = 28,125W$



Bài 4. Giả sử chiều dòng điện qua R_x có chiều như hình vẽ .

Từ sơ đồ mạch điện ta có:

$$\begin{cases} U_1 + U_2 = U_d + U_3 \\ I_1 = I_2 + I_x \\ I_3 = I_d + I_x \end{cases} \quad (1)$$

$$I_d R_d + (I_d + I_x)R = (I_2 + I_x)R + I_2 R \Rightarrow (k+1)I_d = 2I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{k+1}{2} I_d \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2) ta có:
$$\begin{cases} P_d = I_d^2 kR \\ P_2 = I_2^2 R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_d = k I_d^2 R \\ P_2 = \frac{(k+1)^2}{4} I_d^2 R \end{cases} \Rightarrow P_2 = \frac{(k+1)^2}{4k} P_d = \frac{(k+1)^2}{4k} \cdot 9(W)$$

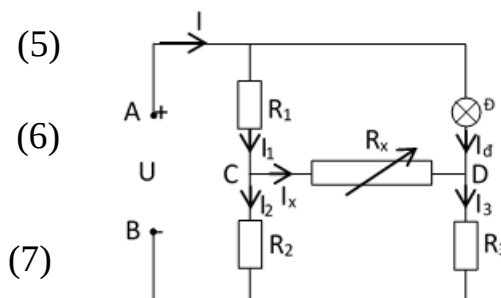
b) Khi $k=3$ theo ý 1 $\Rightarrow I_2 = 2I_d$ (3) không phụ thuộc R_x

Theo sơ đồ mạch điện hình 6 ta có: $U_d + U_3 = U \Rightarrow 4I_d = 2 - I_x$ (4)

$$U_2 = U_x + U_3 \Rightarrow I_2 R = I_x R_x + (I_d + I_x)R$$

từ (3), (5) thay số ta có: $I_d = \frac{I_x(R_x + 8)}{8}$

Từ (4) và (6) suy ra: $I_x = \frac{4}{R_x + 10}$



$$\text{Ta lại có: } P_x = I_x^2 R_x = \frac{16R_x}{(R_x + 10)^2} = 0,4 \Rightarrow R_x^2 - 20R_x + 100 = 0$$

$$\Rightarrow R_x = 10\Omega$$

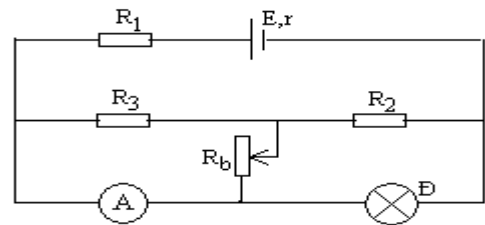
$$\text{Bài 5. } R_{3b} = \frac{R_3 R_b}{R_3 + R_b} = \frac{24R_b}{24 + R_b}$$

$$\rightarrow R_{23b} = R_2 + R_{3b} = \frac{432 + 42R_b}{42 + R_b}.$$

Ghép R_{23b} với (E, r) và R_1 thành nguồn tương đương e_t, r_t với :

$$r_t = \frac{(r + R_1)R_{23b}}{r + R_1 + R_{23b}} = \frac{9(72 + 7R_b)}{72 + 5R_b} \quad (1)$$

$$\text{và } e_t = r_t \frac{E}{r + R_1} \quad (2)$$



Khi đó đèn Đ là mạch ngoài của nguồn (e_t, r_t) .

Để đèn sáng bình thường và đạt công suất tiêu thụ cực đại phải có:

$$I_d = 1(A) \text{ và } R_d = 12(\Omega) = r_t$$

$$(1) \rightarrow R_b = 72(\Omega) \text{ và } (2) \rightarrow e_t = 2E/3.$$

$$\text{Định luật Ôm cho toàn mạch: } I = 1(A) = \frac{e_t}{r_t + R_d} = \frac{e_t}{2r_t} \rightarrow e_t = 24(V)$$

$$\rightarrow E = 36(V).$$

$$\text{Dòng qua } R_2 : I_2 = U_{AB} / R_{23b} \text{ với } R_{23b} = 36(\Omega)$$

$$+ I_2 = 6/18 = 1/3(A).$$

$$+ I_b = I_2 \frac{R_{3b}}{R_b} = 1/12(A)$$

$$+ I_A = I_b + I_d = \frac{13}{12}(A)$$

Bài 6. a. Vẽ lại mạch ta có: Mạch ngoài: $(R_2 // R_3)$ nt R_1 .

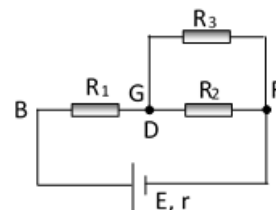
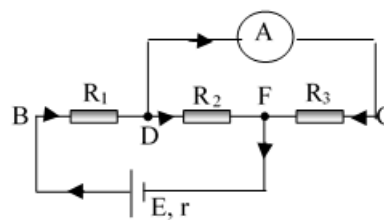
$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 12 \Omega; R_n = R_1 + R_{23} = 24 \Omega$$

* Dòng điện mạch chính:

$$I_c = \frac{E}{R_n + r} = \frac{30}{24 + 3} = \frac{10}{9} \text{ A}$$

$$I_1 = I_c = I_{23} \Rightarrow U_{23} = I_{23} \cdot R_{23} = \frac{10}{9} \cdot 12 = \frac{40}{3} \text{ V} = U_2 = U_3$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{10}{27} \text{ A}; I_3 = I_c - I_2 = \frac{20}{27} \text{ A} = I_A.$$



Vậy Ampe kế chỉ $\frac{20}{27} \text{ A} \approx 0,74 \text{ A}$ và dòng điện có chiều từ D sang G

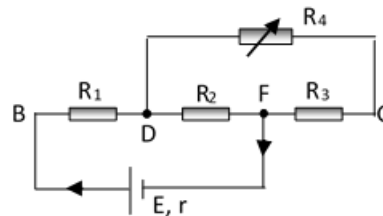
b. Khi thay Ampe kế bằng biến trở R_4 :

Ta có: Mạch ngoài: $[(R_3 \text{ nt } R_4) // R_2] \text{ nt } R_1$.

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 18 + R_4.$$

$$R_{234} = \frac{R_2 R_{34}}{R_2 + R_{34}} = \frac{36(18 + R_4)}{54 + R_4}$$

$$R_n = R_1 + R_{234} = 12 + \frac{36(18 + R_4)}{54 + R_4} = \frac{1296 + 48R_4}{54 + R_4}$$

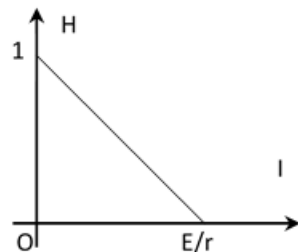
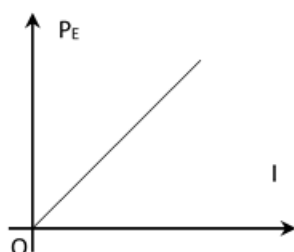
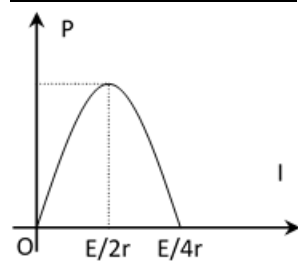
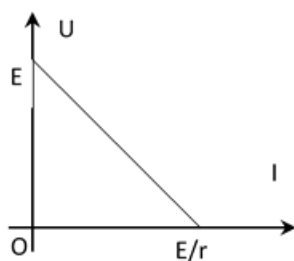


$$* \text{ Dòng điện mạch chính: } I_c = \frac{E}{R_n + r} = \frac{30}{\frac{1296 + 48R_4}{54 + R_4} + 3} = \frac{30(54 + R_4)}{1458 + 51R_4} = \frac{10(54 + R_4)}{486 + 17R_4}$$

$$U_{234} = I_c \cdot R_{234} = \frac{10(54 + R_4)}{486 + 17R_4} \cdot \frac{36(18 + R_4)}{54 + R_4} = \frac{360(18 + R_4)}{486 + 17R_4} = U_{34} = U_2$$

$$I_{34} = \frac{U_{34}}{R_{34}} = \frac{360(18 + R_4)}{(486 + 17R_4)(18 + R_4)} = \frac{360}{486 + 17R_4} = I_3 = I_4$$

Vậy: Để $I_{4\max}$ thì $(486 + 17R_4)_{\min} \Rightarrow R_{4\min} = 2 \Omega$.



Bài 7.1) Số chỉ vôn kế, cách mắc vôn kế (1,50 điểm)

Nếu hai điểm C, D được mắc vôn kế có điện trở rất lớn:

a) Điều chỉnh biến trở để $R_4 = 20\Omega$.

$$\text{Dòng điện qua } R_1 \text{ và } R_3: I_{13} = \frac{U_{AB}}{R_1 + R_3} = \frac{48}{16 + 24} = 1,2A \quad (1)$$

$$U_{AC} = I_{13} \cdot R_1 = 1,2 \cdot 16 = 19,2V \quad (2)$$

$$\text{Dòng điện qua } R_2 \text{ và } R_4: I_{24} = \frac{U_{AB}}{R_2 + R_4} = \frac{48}{24 + 20} \approx 1,09A \quad (3)$$

$$U_{AD} = I_{24} \cdot R_2 = 1,09 \cdot 24 \approx 26,2V.$$

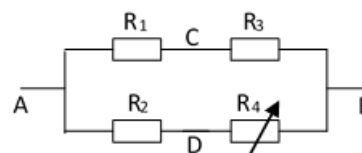
Vôn kế chỉ: $U_{DC} = U_{AD} - U_{AC} = 26,2 - 19,2 = 7V$. Cực dương phải mắc vào điểm D.
 (4)

b) Điều chỉnh biến trở để vôn kế chỉ 0 nên: $U_{DC} = 0$

$$\text{Vậy: } U_{AD} = U_{AC} \Leftrightarrow I_{24} \cdot R_2 = I_{13} \cdot R_1 \quad (5)$$

$$\text{Hay: } \frac{U_{AB}}{R_2 + R_4} R_2 = \frac{U_{AB}}{R_1 + R_3} R_1 \Leftrightarrow \frac{R_4}{R_2} = \frac{R_3}{R_1} \quad (6)$$

$$R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1} = \frac{24 \cdot 24}{16} = 36\Omega \quad (7)$$



(H.5)

2) Điện trở tương đương, số chỉ của ampe kế, giá trị các cường độ dòng điện, chiều dòng điện (2,50 điểm)

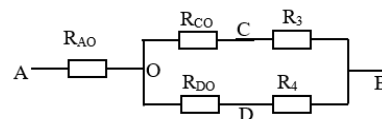
Khi thay vôn kế bởi ampe kế có $R_A = 12\Omega$ và cho $R_4 = 24\Omega$, ta có mạch cầu không cân bằng. Thay mạch trên bằng sơ đồ mạch tương đương khi sử dụng chuyển mạch tam giác R_1, R_2, R_A thành mạch sao

- Điện trở R_{AO}, R_{CO}, R_{DO} lần lượt là:

$$R_{AO} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_A} = \frac{16.24}{16 + 24 + 12} = 7,3846\Omega \quad (8)$$

$$R_{CO} = \frac{R_1 R_A}{R_1 + R_2 + R_A} = \frac{16.12}{16 + 24 + 12} = 3,6923\Omega \quad (9)$$

$$R_{DO} = \frac{R_A R_2}{R_1 + R_2 + R_A} = \frac{12.24}{16 + 24 + 12} = 5,5385\Omega \quad (10)$$



$$\text{Điện trở: } R_{OCB} = R_{CO} + R_3 = 3,6923\Omega + 24\Omega = 27,6923\Omega \quad (11)$$

$$R_{ODB} = R_{DO} + R_4 = 5,5385\Omega + 24\Omega = 29,5385\Omega \quad (12)$$

$$\text{Điện trở đoạn OB là: } R_{OB} = \frac{R_{OCB} \cdot R_{ODB}}{R_{OCB} + R_{ODB}} = \frac{27,6923 \cdot 29,5385}{27,6923 + 29,5385} = 14,2928\Omega \quad (13)$$

$$\text{Vậy điện trở toàn mạch: } R = R_{AO} + R_{OB} = 7,3846\Omega + 14,2928\Omega = 21,6774\Omega. \quad (14)$$

- Cường độ dòng điện qua các điện trở và ampe kế:

$$\text{Dòng qua mạch chính: } I = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{48}{21,6774} \approx 2,214A \quad (15)$$

$$\text{Do đó: } U_{OB} = I \cdot R_{OB} = 2,214 \cdot 14,2928 \approx 31,644V. \quad (16)$$

$$+ \text{ Cường độ dòng điện qua } R_3: I_3 = \frac{U_{OB}}{R_{OCB}} = \frac{31,644}{27,6923} \approx 1,1427A \quad (17)$$

$$+ \text{ Dòng qua } R_4: I_4 = I - I_3 = 2,214 - 1,1427 = 1,0713A. \quad (18)$$

$$\text{Ta lại có: } U_{AO} = I \cdot R_{AO} = 2,214 \cdot 7,3846 = 16,3495V$$

$$U_{OC} = I_3 \cdot R_{CO} = 1,1427 \cdot 3,6923 = 4,2192V$$

$$\text{Vậy: } U_{AC} = U_{AO} + U_{OC} = 16,3495V + 4,2192V = 20,5687V \quad (19)$$

+ Dòng qua R_1 : $I_1 = \frac{U_{AC}}{R_1} = \frac{20,5687}{16} \approx 1,2855A$ (20)

+ Dòng qua R_2 : $I_2 = I - I_1 = 2,214 - 1,2855 = 0,9285A$

+ Dòng qua ampe kế: $I_A = I_1 - I_3 = 1,2855 - 1,1427 = 0,1428A$

và có chiều từ C đến D. (21)

Bài 8. Gọi U là hiệu điện thế ở hai đầu biến trở, khi đó dòng điện qua biến trở bằng hiệu dòng qua hai phần tử phi tuyến: $I = \frac{\sqrt{E-U} - \sqrt{U}}{\sqrt{10}}$ (*)

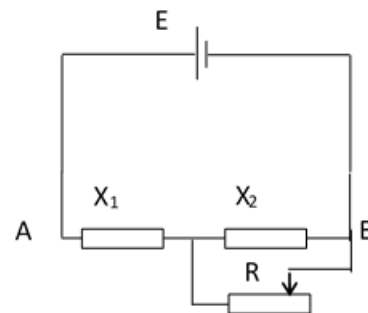
Công suất nhiệt tỏa ra trên biến trở là: $P = UI = U \frac{\sqrt{E-U} - \sqrt{U}}{\sqrt{10}}$

Đạo hàm biểu thức trên theo U rồi cho đạo hàm bằng 0 ta được: $18U^2 - 21EU + 4E^2 = 0$

Giải phương trình trên ta được: $U = \frac{E(21 \pm \sqrt{153})}{36}$ Hay $U_1 \approx 9,3V$ và

$U_2 \approx 2,4V$. Với điều kiện $I > 0 \rightarrow$ lấy nghiệm $U = 2,4V$.

Thay vào (*) ta tìm được $I = 0,38A$, từ đó tính được $R = \frac{U}{I} \approx 6,3\Omega$

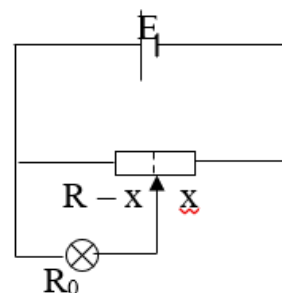


Bài 9. 1. Điện trở toàn phần của biến trở.

Ta có: $\eta = \frac{P_0}{P_{tm}} = \frac{U_0^2}{R_0 EI}$ (1)

$I = \frac{U_0}{R_0} + \frac{U_0}{R-x}$ (2)

$E - U_0 = Ix$ (3)



Từ (1) suy ra : $I = \frac{U_0^2}{R_0 E \eta} = \frac{U_0}{R_0} + \frac{U_0}{R-x}$ (4)

$E - U_0 = \frac{x U_0^2}{R_0 E \eta}$ (5)

$\Rightarrow x = \frac{(E - U_0) R_0 E \eta}{U_0^2}$

Thế vào (4):
$$\frac{U_0 - E\eta}{R_0 E \eta} = \frac{1}{R - \frac{(E - U_0) R_0 E \eta}{U_0^2}}$$

$$\Rightarrow R = \frac{R_0 E \eta}{U_0 - E \eta} + \frac{(E - U_0) R_0 E \eta}{U_0^2}.$$

Lấy đạo hàm: $R'_{(\eta)} = \frac{R_0 E U_0}{(U_0 - E \eta)^2} + \frac{(E - U_0) R_0 E}{U_0^2} > 0 \Rightarrow R$ tăng tỷ lệ với η

Vậy : $R \geq \frac{R_0 E U_0}{(U_0 - E \eta)^2} + \frac{(E - U_0) R_0 E}{U_0^2} \eta_0 = 8,53 \Omega$, suy ra $R_{\min} = 8,53 \Omega$

2. Hiệu suất cực đại và điện trở của biến trở : Từ (1): $\eta = \frac{U_0^2}{R_0 E I}$.

Để $\eta_{\max}$ thì $I_{\min}$, mà $I = \frac{U_0}{R_0} + \frac{U_0}{R - x}$; nên $I_{\min} \Leftrightarrow (R - x) \rightarrow \infty \Rightarrow$ dây nối $(R - x)$ bị cắt

$$I_{\min} = \frac{U_0}{R_0} \Rightarrow \eta_{\max} = \frac{U_0^2}{R_0 E \frac{U_0}{R_0}} = \frac{U_0}{E} = 75\%.$$

Điện trở của biến trở $x = \frac{E - U_0}{I_{\min}} = \frac{E - U_0}{U_0} R_0 = 2/3$

Bài 10. a. Tính x để $P_{\max}$:

Công suất tiêu thụ mạch ngoài $P = (R + x) I^2$.

Mà $I = \frac{\mathcal{E}}{R + x + r}$

$$P = \frac{(R + x) \cdot \mathcal{E}^2}{(R + x + r)^2} \quad (1)$$

Chia tử và mẫu cho $R + x$: $P = \frac{\mathcal{E}^2}{\left(\sqrt{R + x} + \frac{r}{\sqrt{R + x}}\right)^2}$

Vì tử số của P là hằng số, $P_{\max}$ khi mẫu cực tiểu. Theo bất đẳng thức Côsi:

$$\sqrt{R + x} + \frac{r}{\sqrt{R + x}} \geq r$$

$$\left(\sqrt{R+x} + \frac{r}{\sqrt{R+x}} \right)_{\min} = r \Rightarrow \sqrt{R+x} = \frac{r}{\sqrt{R+x}}$$

$$\Leftrightarrow R+x=r \Rightarrow x=r-R$$

Thay x vào (1): $P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$

b. Tính x để $P_{x\max}$:

Công suất tiêu thụ trên x: $P_x = x.I^2 = \frac{x.\varepsilon^2}{(R+x+r)^2}$

$$P_x = \frac{\varepsilon^2}{\left(\sqrt{x} + \frac{R+r}{\sqrt{x}}\right)^2} \quad (2)$$

Lý luận tương tự: $P_{x\max}$ khi $\sqrt{x} = \frac{R+r}{\sqrt{x}}$

$$x = R + r$$

Thay vào (2): $P_{x\max} = \frac{\varepsilon^2}{4(R+r)}$

Bài 11. 1. Đặt $R_{AC} = x$. Công suất tỏa nhiệt trên R_1 và R_2 :

$$P = \frac{U_{AM}^2}{R_1} + \frac{U_{NB}^2}{R_2} \quad (1)$$

.Trong đó : $U_{AM} = U_{AC} - e \quad (2)$

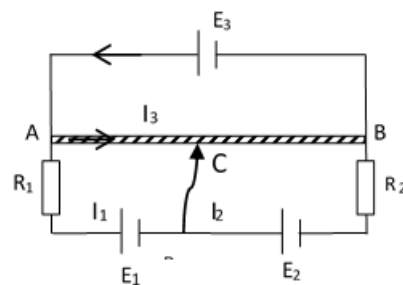
. $U_{BN} = -4e + U_{AM} + e + 2e \rightarrow U_{BN} = U_{AC} - 2e \quad (3)$

.Thay (1), (2) vào (3) ta đọc: $P = \frac{(U_{AC} - e)^2}{R} + \frac{(U_{AC} - 2e)^2}{2R}$

.Lấy đạo hàm hai vế của P theo U_{AC} ta đọc : $P' = 0 \rightarrow U_{AC} = \frac{4e}{3}$

.Lập bảng biến thiên biểu diễn sự phụ thuộc của P theo U_{AC} ta thấy U_{AC} đạt cực tiểu khi

$$U_{AC} = \frac{4e}{3}, \text{ lúc đó } P_{\min} = \frac{e^2}{3R}.$$



.Thay U_{AC} vào (2) và (3) ta được: $U_{AC} = \frac{e}{3}$ và $U_{NB} = \frac{2e}{3}$

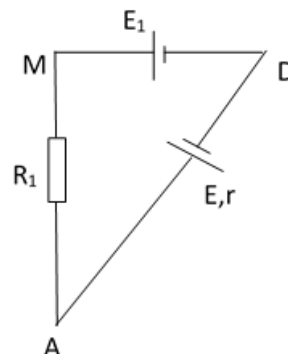
.Từ đó tìm được: $I_1 = \frac{U_{AM}}{R_1} = \frac{e}{3R}$ $I_2 = \frac{U_{NB}}{2R} = \frac{e}{3R} \rightarrow I_{CD} = 0$

$$I_3 = \frac{U_{AB}}{R_3} = \frac{4e}{3R} \rightarrow x = \frac{U_{AC}}{I_3} = R$$

.Biện luận: -Khi $x = 0$ thì $U_{AC} = 0$ và $P = \frac{3e^2}{R}$.

-Khi $x = R$ thì $U_{AC} = \frac{4e}{3}$ và $P_{\min} = \frac{e^2}{3R}$.

-Khi $x = 3R$ thì $U_{AC} = 4e$ và $P_{\max} = \frac{11e^2}{R}$.



2.Coi phần mạch điện giữa A và D tương ứng với nguồn điện có suất điện động E và điện trở trong r , mạch được vẽ lại như hình bên.

.Khi nối Ampe kế vào A và D thì:

$$I_1 = \frac{4e}{R} = \frac{e}{R} + \frac{e}{r} \rightarrow \frac{E}{r} = \frac{3e}{R} \quad (1)$$

.Nối Ampe kế vào A và M thì R_1 bị nối tắt:

$$I_2 = \frac{3e}{2R} = \frac{E - e}{r} \quad (2)$$

.Giải hệ (1) và (2) ta được: $E = 2e$, $r = \frac{2R}{3}$

.Khi không có Ampe kế thì cường độ dòng điện qua R_1 là:

$$I_{R1} = \frac{E - e}{R_1 + r} = \frac{3e}{5R} = 0,6 \frac{e}{R} \text{ (A)}$$

Bài 12.

1. Chiều dòng điện như trên hình vẽ.

Tại nút A: $I = I_1 + I_2$ ($I_1 = 0,4 \text{ A}$)

Sử dụng định luật Ôm cho các đoạn mạch ta có:

$$U_{AC} = I_2 \cdot x = 6I_2$$

$$U_{AC} = E - I(r + R_{CB}) = 12 - 3,6I$$

$$U_{AC} = 3e_0 + 3r_0I_1 = 3e_0 + 0,6$$

Giải hệ bốn phương trình trên ta được:

$$I_2 = 1,1A; I = 1,5A; e_0 = 2V$$

Từ đó:

$$P = P_{AC} + P_{CB} = R_{AC}I_2^2 + R_{CB}I^2 = 14,01(W)$$

3. Giả sử các đi ốt đều mở khi đó dòng điện có chiều như hình vẽ.

Xét các vòng mạch ABDA, DCBD và nút B ta có hệ phương trình.

$$\begin{cases} -2 + 4,5i_1 + iR = 0(1) \\ -4 + 5i_2 + iR = 0(2) \\ i_1 + i_2 = i(3) \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được:

$$i_1 = \frac{20 - 4R}{45 + 19R}; \quad i_2 = \frac{36 + 4R}{45 + 19R}; \quad i = \frac{56}{45 + 19R}$$

Do $i_2 > 0$ với mọi R đi ốt D_2 luôn mở

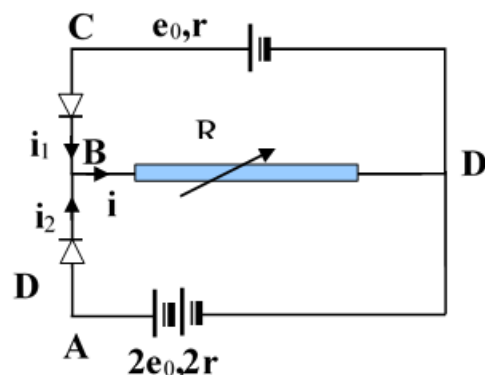
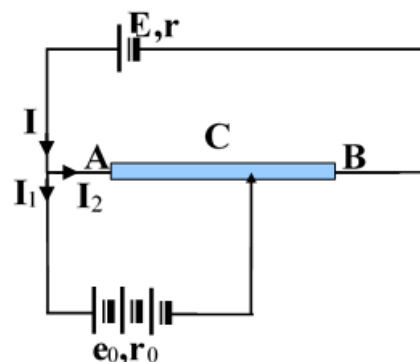
Ta thấy khi $R \geq 5\Omega \Rightarrow i_1 \leq 0$ đi ốt D_1 đóng.

$$\text{Công suất trên điện trở } R \text{ là } P_R = \frac{4e_0^2 R}{(R + r_D + 2r_0)^2} = \frac{4e_0^2}{\left(\sqrt{R} + \frac{r_D + 2r_0}{\sqrt{R}}\right)^2} \leq \frac{4e_0^2}{4(r_D + 2r_0)} = 0,16(W)$$

Khi $R < 5\Omega \Rightarrow i_1 > 0$ đi ốt D_1 mở.

$$\text{Công suất trên điện trở } R \text{ là } P_R = i^2 R = \left(\frac{56}{45 + 19R}\right)^2 R = \left(\frac{56}{\frac{45}{\sqrt{R}} + 19\sqrt{R}}\right)^2$$

$$P_{R\max} \approx 0,917 (W)$$



Bài 13. a, Gọi R là điện trở toàn phần, x là điện trở phần AC.

Khi K mở, ta vẽ lại mạch điện

- Điện trở toàn mạch là:

$$R_{tm} = R - x + \frac{3(x+3)}{x+6} + r = \frac{-x^2 + (R-1)x + 21 + 6R}{x+6}$$

$$\Rightarrow I = \frac{E}{R_{tm}} = \frac{8(x+6)}{-x^2 + (R-1)x + 21 + 6R} ;$$

- H.đ.t giữa hai điểm C và D:

$$U_{CD} = E - I(R+r-x) = \frac{24(x+3)}{-x^2 + (R-1)x + 21 + 6R} ;$$

$$\text{- Cường độ dòng điện qua đèn là: } I_1 = \frac{U_{CD}}{R_1 + x} = \frac{24}{-x^2 + (R-1)x + 21 + 6R} ;$$

- Khi đèn tối nhất tức I_1 đạt min, và khi đó mẫu số đạt cực đại.

$$\text{- Xét tam thức bậc 2 ở mẫu số, ta có: } x = -\frac{b}{2a} = \frac{R-1}{2} = 1 ;$$

- Suy ra $R = 3 (\Omega)$.

b, Khi K đóng, ta chập các điểm A và B

lại với nhau như hình vẽ. Gọi R' là giá trị biến trở toàn phần mới.

$$\text{- Điện trở toàn mạch lúc này: } R_{tm} = \frac{17R'-60}{4(R'-3)}$$

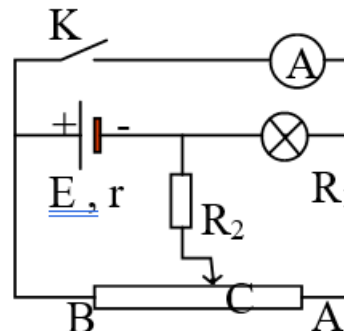
$$\text{- Ta có: } I = I_A + I_{BC} \text{ hay } I_A = I - I_{BC} .$$

- Từ sơ đồ ta tính được cường độ dòng điện mạch chính và cường độ qua BC:

$$I = \frac{32(R'-3)}{17R'-60} ; \quad I_{BC} = \frac{48}{17R'-60} ;$$

$$\text{- Theo giả thiết } I_A = \frac{5}{3} \text{ A, ta có: } \frac{32(R'-3)}{17R'-60} - \frac{48}{17R'-60} = \frac{5}{3} ;$$

- Từ đó tính được : $R' = 12 (\Omega)$



Bài 14.

1. Mạch có dạng: $((R_2 \text{ nt } R_4) // R_5) \text{ nt } R_x // (R_1 \text{ nt } R_3)$

Ta có điện trở mạch ngoài:

$$R_{24} = 6\Omega; R_{245} = 2\Omega; R_{245x} = 3\Omega;$$

$$R_{13} = 6\Omega; R_N = 2\Omega.$$

+ Định luật ôm cho đoạn mạch ngoài:

$$I = \frac{U_N}{R_N} = \frac{3,6}{2} = 1,8 \text{ (A)} \quad (1)$$

+ Định luật ôm cho toàn mạch :

$$U_N = IR_N = \xi - Ir \quad (2)$$

+ Thay (1) vào (2) ta được điện trở trong của nguồn:

$$r = (5,4 - 3,6) / 1,8 = 1\Omega.$$

+ Do $R_1 = R_3$ và mắc nối tiếp nên:

$$U_1 = U_3 = U/2 = 1,8V$$

$$I_1 = U_1/R_1 = 0,6 \text{ (A)} \Rightarrow I_x = I - I_1 = 1,2A \Rightarrow U_{24} = I_x \cdot R_{245} = 1,2 \cdot 2 = 2,4(V)$$

$$\Rightarrow I_2 = U_{24}/R_{24} = 2,4/6 = 0,4A$$

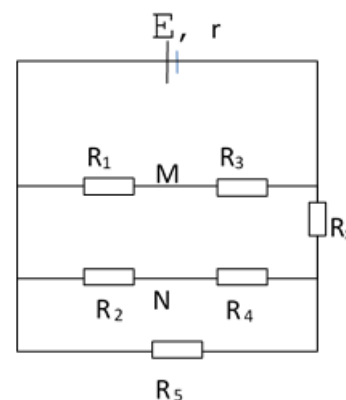
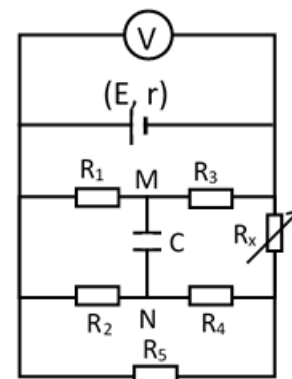
$$\Rightarrow U_{NM} = U_{NA} + U_{AM} = -U_2 + U_1 = -0,4 \cdot 3 + 0,6 \cdot 3 = 0,6V.$$

+ Điện tích của tụ điện là: $Q = CU_{NM} = 6nC$. (Bản N tích điện dương).

2. Mạch điện trên tương đương với mạch sau:

+ Áp dụng công thức bộ nguồn tương đương,

ta có:
$$\frac{1}{r_b} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r_{13}}$$



$$\frac{\xi_b}{r_b} = \frac{1}{r} + \frac{0}{r_{13}}$$

+ Thay số tính được:

$$r_b = 6/7 \, \Omega$$

$$\xi_b = 162/35 \, V$$

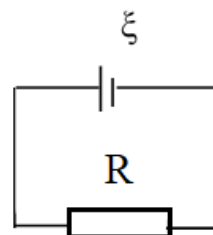
+ Công suất tiêu thụ trên R_x là:

$$P_x = RI^2 = R \left(\frac{\xi_b}{r_b + r_x + r_{234}} \right)^2$$

+ Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có $P_{x\max}$ khi

$$R_x = R_{245} + r_b = 20/7 \, \Omega$$

+ Công suất cực đại khi đó là: $P_{x\max} = \xi_b^2 / 4(r_b + R_{245}) = 1,875 \, W$



Bài 15. a. Quy ước chiều dòng điện như hình vẽ

Áp dụng định luật Ôm cho các đoạn mạch MN

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{MN}}{r_1} = 10 - U_{MN}$$

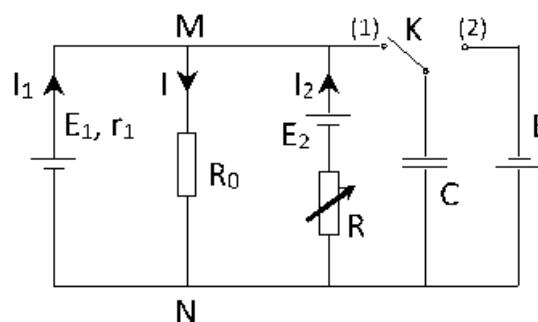
$$I_2 = \frac{E_2 - U_{MN}}{R} = 4 - \frac{U_{MN}}{2}$$

$$I = \frac{U_{MN}}{R_0} = \frac{U_{MN}}{6}$$

Với $I = I_1 + I_2$ ta suy ra $U_{MN} = 8,4 \, V$

Thay trở lại các phương trình ta tính được

$$I_1 = 1,6 \, A, I_2 = -0,2 \, A, I = 1,4 \, A$$



- Khi K ở (1), bản trên của tụ tích điện dương

$$+q = CU_{MN} = 0,1.8,4 = 0,84 \, \mu C$$

Khi chuyển K sang (2), bản trên của tụ tích điện âm

$$-q' = -CE = -0,1.6 = -0,6 \mu\text{C}$$

Điện lượng chuyển qua nguồn E có độ lớn $\Delta q = |(-q') - (q)| = 1,44 \mu\text{C}$

- Sau khi chuyển khóa K, điện lượng chuyển qua nguồn $\Delta q = 1,44 \mu\text{C}$ từ cực âm đến cực dương, nguồn thực hiện công

$$A = \Delta q \cdot E$$

Công này làm biến đổi năng lượng tụ điện và một phần tỏa nhiệt trên nguồn

$$A = W' - W + Q \Rightarrow Q = A + W - W' = \Delta q \cdot E + \frac{1}{2} C U_{MN}^2 - \frac{1}{2} C E^2$$

$$\text{Thay số ta được } Q = (1,44.6 + 0,5.0,1.8,4^2 - 0,5.0,1.6^2).10^{-6} = 1,0368.10^{-5} \text{ J}$$

b. Để thay đổi giá trị R mà cường độ dòng điện qua E_1 không đổi thì $I_2 = 0$

Khi đó $I_1 = I$

$$10 - U_{MN} = \frac{U_{MN}}{6} \Rightarrow U_{MN} = \frac{60}{7} \text{ V}$$

$$E_2 = U_{MN} = \frac{60}{7} \text{ V}$$

Bài 16. a. Tìm công suất tỏa nhiệt trên điện trở R_4 khi đó.

Chọn chiều dòng điện qua các điện trở trong mạch như hình vẽ.

$$* \text{ Xét tại nút A ta có: } I = I_1 + I_2 \quad (1)$$

Với vòng kín ACDA ta có:

$$I_1 \cdot R_1 - I_x \cdot R_x - I_2 \cdot R_2 = 0 \quad (2)$$

Thế (1) vào (2) ta được biểu thức I_1 :

$$I_1 \cdot R_1 - I_x \cdot R_x - (I - I_1) \cdot R_2 = 0$$

$$I_1 \cdot R_1 - I_x \cdot R_x - I \cdot R_2 + I_1 \cdot R_2 = 0$$

$$I_1(R_1 + R_2) = I_X.R_X + I.R_2$$

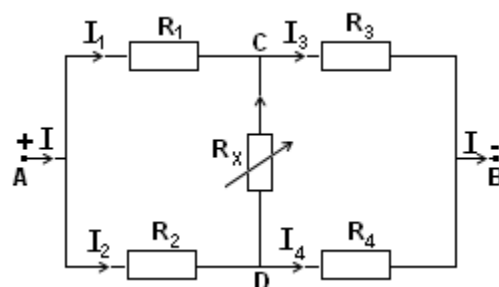
$$\Rightarrow I_1 = \frac{I_X.R_X + I.R_2}{R_1 + R_2} = \frac{I_X.R_X + I.R}{4.R} \quad (3)$$

$$* \text{ Xét tại nút B ta có : } I_3 = I - I_4 \quad (4)$$

Với vòng kín BCDB ta có:

$$- I_3.R_3 - I_X.R_X + I_4.R_4 = 0$$

$$- I_3.R - I_X.R_X + I_4.R = 0 \quad (5)$$



Thế (4) vào (5) ta có biểu thức I_4 :

$$- (I - I_4).R - I_X.R_X + I_4.R = 0$$

$$-I.R + I_4.R - I_X.R_X + I_4.R = 0$$

$$\Rightarrow I_4 = \frac{I.R + I_X.R_X}{2.R} \quad (6)$$

Từ (3) và (6) ta có : $\frac{I_4}{I_1} = 2$

$$\Rightarrow \frac{P_4}{P_1} = \frac{I_4^2.R}{I_1^2.3R} = \frac{4}{3}$$

Vậy công suất tỏa nhiệt trên R_4 khi đó $P_4 = \frac{4}{3}.P_1 = 12 \text{ (W)}$

b. Tìm R_X theo R để công suất tỏa nhiệt trên R_X cực đại.

Từ (4) và (5) ta có biểu thức I_3 :

$$- I_3.R - I_X.R_X + (I - I_3).R = 0$$

$$- I_3.R - I_X.R_X + I.R - I_3.R = 0$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{I.R - I_X.R_X}{2.R} \quad (7)$$

Ta có: $U = U_{AB} = U_{AC} + U_{CB} = I_1.R_1 + I_3.R_3$

$$U = I_1.3R + I_3.R \quad (8)$$

Thế (3) và (7) vào (8) ta được:

$$U = \left(\frac{I_x \cdot R_x + I \cdot R}{4 \cdot R} \right) \cdot 3R + \left(\frac{I \cdot R - I_x \cdot R_x}{2 \cdot R} \right) \cdot R$$

$$4U = 3 \cdot I_x \cdot R_x + 3 \cdot I \cdot R + 2I \cdot R - 2I_x \cdot R_x$$

$$4U = 5 \cdot I \cdot R + I_x \cdot R_x \quad (9)$$

Tính I:

$$\text{Ta có: } I = I_1 + I_2 = I_1 + I_4 + I_x = 3I_1 + I_x$$

$$I = 3 \left(\frac{I_x \cdot R_x + I \cdot R}{4 \cdot R} \right) + I_x$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot I \cdot R = 3I_x R_x + 3IR + 4I_x R$$

$$\Leftrightarrow IR = 3I_x R_x + 4I_x R \text{ thay vào (9) ta được:}$$

$$4U = 5 \cdot (3I_x R_x + 4I_x R) + I_x \cdot R_x$$

$$4U = 15 \cdot I_x R_x + 20 \cdot I_x R + I_x \cdot R_x$$

$$4U = 16 \cdot I_x R_x + 20 \cdot I_x R$$

$$\Rightarrow I_x = \frac{U}{4R_x + 5R}$$

$$\text{Ta có: } P_x = R_x \cdot I_x^2 = R_x \cdot \left(\frac{U}{4R_x + 5R} \right)^2$$

$$P_x = \frac{U^2}{\left(4\sqrt{R_x} + \frac{5R}{\sqrt{R_x}} \right)^2} \quad (10)$$

Hai số dương $4\sqrt{R_x}$ và $\frac{5R}{\sqrt{R_x}}$ có tích $4\sqrt{R_x} \cdot \frac{5R}{\sqrt{R_x}} = 20R = \text{không đổi}$ thì theo bất đẳng thức

Co6si, tổng của hai số đó nhỏ nhất khi hai số đó bằng nhau nghĩa là khi $4\sqrt{R_x} = \frac{5R}{\sqrt{R_x}}$

$\Rightarrow R_x = 1,25 \cdot R$; mẫu số ở vế phải của biểu thức (10) nhỏ nhất nghĩa là P_x cực đại.

Vậy P_x cực đại khi $R_x = 1,25 \cdot R$.

V.3. DÒNG ĐIỆN TRONG KHÔNG GIAN.

Bài 1. a. Tại $t=0$, điện trường bên trong giữa hai mặt cầu ($a < r < b$):

$$E = \frac{kq}{\epsilon r^2}$$

Tại thời điểm $t > 0$, điện tích mặt cầu trong là $q(t)$, nên điện trường giữa hai mặt cầu là:

$$E = \frac{kq(t)}{\epsilon r^2}$$

Mặt khác theo định luật Ohm: $I = \frac{U}{R} \rightarrow j = \sigma E$

Xét mặt cầu đồng tâm có bán kính r bao quanh mặt cầu bên trong, theo định luật bảo toàn điện

$$\text{tích: } I = j.S \rightarrow \frac{-dq(t)}{dt} = J(t).4\pi r^2$$

$$\frac{-dq(t)}{dt} = \sigma E(t).4\pi r^2 = \sigma \frac{kq(t)}{\epsilon r^2}.4\pi r^2 = \sigma \frac{q(t)}{\epsilon \epsilon_0}$$

$$\text{Suy ra } q(t) = qe^{-\frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} t}$$

$$\text{Khi đó } E(r,t) = \frac{q}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r^2} e^{-\frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} t} \rightarrow J = \sigma E(r,t) = \frac{\sigma q}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r^2} e^{-\frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} t}$$

$$\text{Nên } I = JS = \sigma E(r,t).S = \frac{\sigma q}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r^2} e^{-\frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} t}.4\pi r^2 = \frac{\sigma q}{\epsilon \epsilon_0} e^{-\frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} t}$$

b. Công suất tỏa nhiệt trên sợi dây tiết diện đều điện trở R : $P = i^2 R = \dots = JE$

Công suất tỏa nhiệt trên đới cầu

$$dP = i^2 dR = (\sigma E)^2 dR = \left(\frac{\sigma q}{\epsilon \epsilon_0} e^{-\frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} t} \right)^2 \frac{\rho dr}{4\pi r^2} = \frac{\sigma q^2}{4\pi \epsilon_0^2 \epsilon^2 r^2} e^{-\frac{2\sigma}{\epsilon \epsilon_0} t} dr$$

$$\text{Công suất tỏa nhiệt trên toàn quả cầu } P = \int_a^b dP = \int_a^b \frac{\sigma q^2}{4\pi \epsilon^2 r^6} e^{-\frac{2\sigma}{\epsilon} t} dr$$

$$\text{Nhiệt tỏa } Q = \int P dt = \int_0^\infty \left(\int_a^b \frac{\sigma q^2}{4\pi\epsilon_0^2 \epsilon^2 r^2} e^{-\frac{2\sigma t}{\epsilon\epsilon_0}} dr \right) = \dots = \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$\text{Năng lượng tĩnh điện khi phóng điện } W = \int_0^V \omega_E dV = \int_a^b \frac{1}{2} \epsilon\epsilon_0 E^2 (4\pi r^2) dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

Vậy $Q=W$ (ĐFCM)

Bài 2-. Cường độ dòng điện qua mặt cầu bán kính r:

$$I = jS = \sigma E.S = KE^2 4\pi r^2 \rightarrow E = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{I}{4\pi K}}$$

$$\text{Mặt khác ta có } dV = -E dr, \text{ nên } V = -\int_a^b E dr = -\int_a^b \sqrt{\frac{I}{4\pi K}} \frac{1}{r} dr$$

$$\text{Vì dòng điện như nhau dọc theo } r, \text{ do đó } V = -\sqrt{\frac{I}{4\pi K}} \int_a^b \frac{1}{r} dr = -\sqrt{\frac{I}{4\pi K}} \ln \frac{b}{a}$$

$$\text{Hay } I = 4\pi K \left(\frac{V}{\ln(b/a)} \right)^2$$

Bài 3. Vì vật dẫn trên là đồng chất, nên coi điện tích Q trên bề mặt quả cầu phân bố đều. Áp dụng định lý O-G ta tính được điện trường tại vị trí trong phân đặc, cách tâm O một khoảng r:

$$\overrightarrow{E(r)} = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \overrightarrow{e_r}$$

$$\text{Mật độ dòng điện qua mặt cầu tâm O bán kính r là: } \vec{j}(r) = \sigma \overrightarrow{E(r)} = \frac{\sigma Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \overrightarrow{e_r}$$

Cường độ dòng điện toàn phần qua mặt cầu tâm O bán kính r:

$$I = \oint \vec{j}(r) dS = \int_0^{4\pi r^2} \frac{\sigma Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} ds = \frac{\sigma Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \int_0^{4\pi r^2} dS = \frac{\sigma Q}{\epsilon\epsilon_0}$$

Hiệu điện thế giữa hai mặt cầu(lưu ý $dU = -dV = Edr$) và xét trên đới cầu bán kính r và $r+dr$:

$$I = \frac{E}{dR} = \frac{E}{\rho \frac{dl}{S}} = \frac{\frac{1}{\rho} SE}{\frac{dr}{S}} = \frac{\sigma \cdot 4\pi r^2 E}{dr}$$

$$\text{Suy ra } E = \frac{Idr}{\sigma \cdot 4\pi r^2}$$

$$\text{Do đó } V = \int_0^V dU = \int_a^b Edr = \int_a^b \frac{I}{4\pi\sigma r^2} dr = \frac{I}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$\text{Vậy điện trở } R = \frac{V}{I} = \frac{1}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

Cách 2. Tính trực tiếp

Bài 4. Gọi U là hiệu điện thế giữa mặt trong và mặt ngoài; Q là điện tích mặt trụ trong. Áp dụng

$$\text{định lý O\_G Ta có : } E(r) \cdot 2\pi r = \frac{Q}{\epsilon\epsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{Q}{2\pi r \epsilon\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác ta lại có } dU = Edr = \frac{Q}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{dr}{r} \rightarrow U = \frac{Q}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{b}{a} \quad (2)$$

$$\text{Thay (2) vào (1) ta được cường độ điện trường giữa hai vật dẫn: } \overrightarrow{E(r)} = \frac{U}{r \ln \frac{b}{a}} \overrightarrow{e_r}$$

$$\text{Theo định luật Ohm: } \vec{j} = \sigma \vec{E}$$

$$\text{Nên dòng điện chạy giữa hai vật dẫn } I = Sj = 2\pi r l j = \frac{2\pi\sigma l U}{\ln \frac{b}{a}}$$

$$\text{Do đó điện trở vật dẫn } R = \frac{U}{I} = \frac{\ln \frac{b}{a}}{2\pi l \sigma}$$

$$\text{Từ (1),(2) suy ra } C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln \frac{b}{a}}$$

Hoặc cách khác: vì điện trường bên trong phần đặc bằng 0, do đó áp dụng tính chất gián đoạn điện trường trên phương pháp tuyến, ta tính được mật độ điện tích mặt trong $\sigma' : E(a) = \frac{\sigma'}{\epsilon\epsilon_0}$

$$\frac{U}{r \ln \frac{b}{a}} = \frac{\sigma'}{\epsilon\epsilon_0} \rightarrow \sigma' = \frac{\epsilon\epsilon_0 U}{a \ln \frac{b}{a}}$$

Do vậy điện tích mặt trụ đặc: $Q = \sigma' 2\pi a l = \frac{2\pi l \epsilon\epsilon_0 U}{\ln \frac{b}{a}}$

Do đó điện dung giữa hai mặt trụ $C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi \epsilon\epsilon_0 l}{\ln \frac{b}{a}}$

Bài 5. Giả thiết hai vận dẫn chứa các điện tích tự do Q và -Q.

Ta xét một mặt kín bao quanh vật dẫn có điện tích Q (nhưng không bao quanh vật dẫn kia)

Sử dụng định luật Ohm và định lý O-G ta có

$$I = \oint j dS = \oint \sigma E dS = \sigma \oint E dS = \sigma \frac{\sum q_i}{\epsilon\epsilon_0} = \sigma \frac{Q}{\epsilon\epsilon_0}$$

Nếu hiệu điện thế giữa hai vật dẫn là U, ta có $U = IR$

$$U = \sigma \frac{Q}{\epsilon\epsilon_0} R$$

Do đó điện dung tụ $C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon\epsilon_0}{\sigma R}$

Theo cách hiểu chúng ta thì $\epsilon = 80$; $\epsilon_0 = \frac{1}{4k\pi} = \frac{1}{4.9.10^9.\pi} = 8,85.10^{-12} (SI)$

Do đó thay số ta được $C = \frac{80.8,85.10^{-12}}{10^{-4}.10^{-5}} = 7,08.10^{-11} F$

Bài 6. a. Quả cầu có điện thế V, tích điện Q: $V = \frac{kQ}{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ (1)

$$\text{Kính đó tạo ra điện trường } E = -\frac{dV}{dr} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (2)$$

Do đó dòng điện toàn phần chạy từ quả cầu ra xa vô hạn chính là dòng điện chạy qua một mặt cầu:

$$I = \oint j dS = \oint \sigma E dS = \sigma E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\sigma Q}{\epsilon_0} \quad (3)$$

$$\text{Thay (1) vào (3) ta được } I = 4\pi\sigma V r \quad (4)$$

Từ (4) cho thấy dòng điện thay đổi theo không gian r.

b. Vì $d \gg r$, nên có thể coi mỗi quả cầu là một điện tích điểm.

Giả sử quả cầu có điện thế V, mang điện tích Q, và quả cầu có điện thế bằng 0 mang điện tích

-Q. Vì trục Ox đi qua hai quả cầu và gốc tọa độ O nằm trung điểm hai quả cầu, nên điện thế tại 1 điểm trên trục Ox là

$$V(x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{d-x} - \frac{1}{d+x} \right) \quad (5)$$

Với $d \gg r$, ta có thể lấy gần đúng. Nên hiệu điện thế giữa hai quả cầu là :

$$V(x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{d-x} - \frac{1}{d+x} \right) \Big|_{x=-d+r} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{d-x} - \frac{1}{d+x} \right) \Big|_{x=d+r}$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{4(d-r)}{r(2d-r)} \approx \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (6)$$

$$\text{Hay điện tích } Q = 2\pi\epsilon_0 r V \quad (7)$$

CÁCH 2 TÌM Q. Theo giả thiết, hiệu điện thế hai tâm của hai quả cầu bằng V: $V_{O_1} - V_{O_2} = V$

$$\left(\frac{kQ}{r} + \frac{k(-Q)}{2d} \right) - \left(\frac{kQ}{2d} + \frac{k(-Q)}{r} \right) = V \rightarrow 2 \left(\frac{kQ}{r} - \frac{kQ}{2d} \right) = V$$

$$Q = \frac{2drV}{2k(2d-r)} = \frac{drV}{k(2d-r)} = \frac{4\pi\epsilon_0 drV}{(2d-r)} \approx 2\pi\epsilon_0 r V \quad (d \gg r) \quad (7)$$

Trên mặt phẳng yz các điểm cùng khoảng cách tính từ hai quả cầu sẽ tạo thành vòng tròn tâm O ở gốc tọa độ. Do tính chất đối xứng, nên điwvwn trường và điện thế tại mọi điểm trên đường tròn này có cùng giá trị, như vật ta chỉ cần tính cho điểm M giao nhau giữa đường tròn và trục z

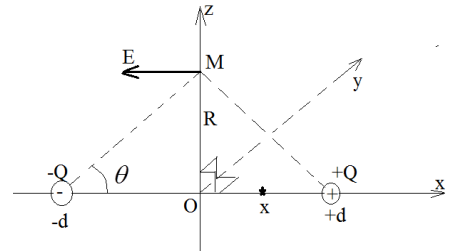
Gọi R là bán kính vòng tròn nói trên, $\vec{E}_1, \vec{E}_2$ là cường độ điện trường do Q và -Q gây ra tại M

Tổng hợp điện trường này theo hướng -x:

$$\vec{E} = -\frac{2Q}{4\pi\epsilon_0(R^2 + d^2)} \cos\theta \vec{e}_x = -\frac{Qd}{2\pi\epsilon_0(R^2 + d^2)^{3/2}} \vec{e}_x \quad (8)$$

Khi đó mật độ dòng điện tại vị trí này là

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = -\frac{\sigma Qd}{2\pi\epsilon_0(R^2 + d^2)^{3/2}} \vec{e}_x \quad (9)$$



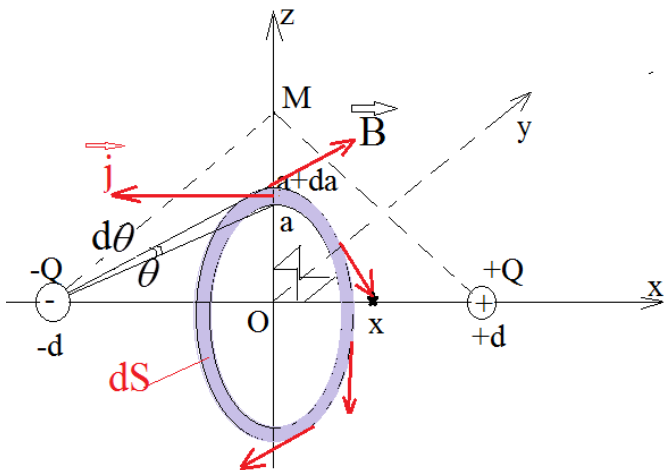
Thay Q từ (7) vào (9) ta được $\vec{j} = -\frac{2\sigma r Vd}{(R^2 + d^2)^{3/2}} \vec{e}_x \quad (10)$

c. Lấy đường tròn tâm O bán kính R làm đường chu tuyến. Theo định lý ampe về lưu số

$$\oint_{(C)} Bdl = \sum_{S=\pi R^2} \mu_0 i = \mu_0 \oint_S j dS \quad (11)$$

Với $dS = 2\pi a da = 2\pi d^2 \sin\theta \cos\theta d\theta \quad (12)$

Thay (10) và (12) vào (11) ta được:



$$B \cdot 2\pi R = \mu_0 \oint_S \frac{\sigma r Vd}{(a^2 + d^2)^{3/2}} 2\pi d^2 \sin\theta \cos\theta d\theta$$

$$\Leftrightarrow B.2\pi R = \mu_0 \oint_S \frac{\sigma r V d}{((d \sin \theta)^2 + d^2)^{3/2}} 2\pi d^2 \sin \theta \cos \theta d\theta$$

$$\Leftrightarrow B.2\pi R = \mu_0 2\pi \sigma r V \int_0^{2\pi} \frac{\sin \theta \cos \theta d\theta}{(1 + \sin^2 \theta)^{3/2}} = \mu_0 2\pi \sigma r V d \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + d^2}} \right)$$

Vì $R \gg d$, nên lấy gần đúng, bỏ số hạng thứ 2 trong ngoặc đơn

$$BR = \mu_0 \sigma r V d \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{R} \left(1 - \frac{d^2}{2R^2} \right) \right) \approx \mu_0 \sigma r V d \left(\frac{1}{d} - 0 \right) = \mu_0 \sigma r V$$

$$B = \frac{\mu_0 \sigma V r}{R}$$

Lưu ý: $\vec{B}$ tiếp tuyến với đường tròn tâm O bán kính R; $\vec{B}$ và $\vec{j}$ tuân theo quy tắc đinh ốc.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP
CHƯƠNG VI.
TỪ TRƯỜNG
VI.1. TỪ TRƯỜNG- LỰC TỪ.

Bài 1.

Dễ dàng thấy rằng giới hạn E_{dt} của cường độ điện trường cho phép có vai trò quyết định giá trị cực đại của mật độ điện tích mặt $\sigma_{\max}$ trên màng. Dùng mối liên hệ giữa cường độ điện trường ở gần một tấm tích điện đều và mật độ điện tích mặt của tấm đó, ta có thể viết:

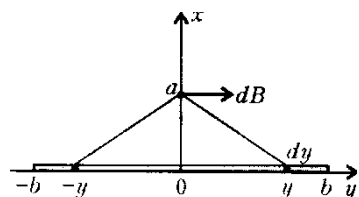
$$E_{dt} = \frac{\sigma_{\max}}{2\varepsilon_0}$$

Từ đó suy ra mật độ điện tích mặt tối đa trên màng bằng:

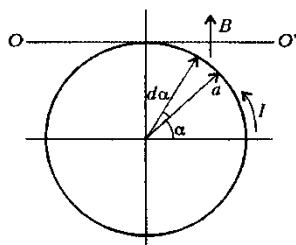
$$\sigma_{\max} = 2\varepsilon_0 E_{dt}$$

Vì các điện tích xuất hiện chuyển động cùng với màng với vận tốc v , nên có thể coi như có một dòng điện mặt với mật độ:

$$j_{\max} = v\sigma_{\max} = 2\varepsilon_0 E_{dt} v.$$



Hình 2.



Hình 3.

Để xác định cảm ứng từ ở gần bề mặt của màng, ta hãy khảo sát hình 2, trong đó dòng bề mặt chạy theo mặt phẳng nằm ngang vuông góc với mặt phẳng hình vẽ, còn màng (có bề rộng bằng $2b$) đặt trong mặt phẳng $x = 0$ và chuyển động theo phương z với chiều đi vào trong phía trang giấy. Ta sẽ tìm cảm ứng từ tại điểm cách màng một khoảng bằng a ($a \ll b$). Muốn vậy, ta xét một phần tử nhỏ của màng, có bề rộng dy đặt đối xứng. Mỗi một dải có bề rộng như vậy sẽ tương ứng với một dòng điện:

$$dI = j_{\max} \cdot dy = 2\varepsilon_0 E_{dt} v dy.$$

Cảm ứng từ dB do hai dải đối xứng như vậy tạo ra hướng theo trục y và có độ lớn bằng:

$$dB = \frac{\mu_0 a dI}{\pi(a^2 + y^2)} = \frac{2\mu_0 \varepsilon_0 a v E_{dt} dy}{\pi(a^2 + y^2)}$$

Để tìm cảm ứng từ tạo bởi tất cả các dòng bề mặt của màng, ta cần tích phân biểu thức trên theo y từ 0 đến b :

$$B = \frac{2\mu_0 \varepsilon_0 a v E_{dt}}{\pi} \int_0^b \frac{dy}{a^2 + y^2} = \frac{2\mu_0 \varepsilon_0 a v E_{dt}}{\pi} \cdot \arctg \frac{y}{a} \Big|_0^b$$

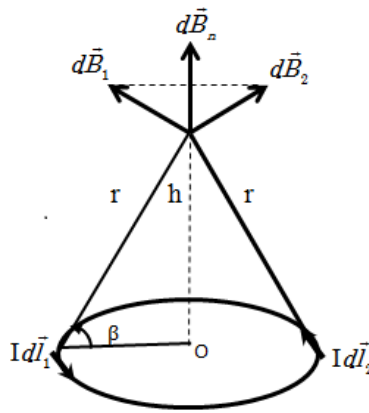
Do chúng ta chỉ quan tâm cảm ứng từ ở gần bề mặt của màng, tức $b \gg a$. Trong trường hợp đó có thể coi $b/a = \infty$ và ta có:

$$B = \mu_0 \epsilon_0 v E_{dt} = 5.10^{-10} (T).$$

Bài 2. Chia dòng điện thành các phần tử $I d\vec{l}$, mỗi phần tử này gây ra tại M một vec tơ cảm

ứng từ $d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{[Id\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$, trong đó $\mu = 1$ vì đặt dòng điện trong không khí.

- Độ lớn của cảm ứng từ là $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \cdot r}{r^3} \sin \theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{r^2}$, ở đây $\sin \theta = 1$ vì $d\vec{l} \perp \vec{r}$.



- Xét 2 phần tử dòng điện $I d\vec{l}_1$ và $I d\vec{l}_2$, có cùng độ lớn và đối xứng nhau qua tâm O; ta thấy các vec tơ cảm ứng từ $d\vec{B}_1$ và $d\vec{B}_2$ do chúng gây ra tại M có cùng độ lớn và đối xứng với nhau qua trục OM, do đó vec tơ cảm ứng từ tổng hợp $d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2$ có phương OM.

Từ đó suy ra, vec tơ cảm ứng từ do dòng điện tròn gây ra tại M có phương OM, điều đó cũng có nghĩa là chỉ có thành phần dB_n của $d\vec{B}$ trên phương OM là có đóng góp với vec tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ của cả dòng điện.

Như vậy ta có : $B = \sum_L dB_n$

Với $B_n = dB \cdot \cos \beta$ (với β là góc giữa OM và $d\vec{B}_1$)

Do đó $B = \frac{\mu_0 I \cos \beta}{4\pi r^2} \sum_L dl = \frac{\mu_0 I \cos \beta}{4\pi r^2} \cdot 2\pi R$, mà $\cos \beta = \frac{R}{r}$, $r = \sqrt{R^2 + h^2}$ nên

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi} \cdot \frac{\pi R^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{\mu_o IS}{2\pi(R^2 + h^2)^{3/2}}. \text{ Với } S = \pi R^2 \text{ là diện tích của dòng điện tròn.}$$

- Nhận xét:

+ Nếu xét tại tâm của dòng điện tròn thì $h = 0$ nên $B = \mu_o \cdot \frac{I}{2R}$.

+ Nếu $h \gg R$ thì $h \rightarrow \infty$, công thức trên trở thành $B = \frac{\mu_o I}{2} \cdot \frac{R^2}{z^3}$.

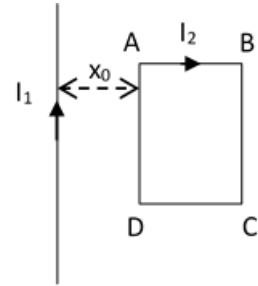
Bài 3.

a. Lực từ tác dụng lên khung dây:

$$F = F_{AD} - F_{BC} = 2.10^{-7} \frac{I_1 I_2 b}{x_0} - 2.10^{-7} \frac{I_1 I_2 b}{x_0 + a} = 2.10^{-7} I_1 I_2 b \cdot \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_0 + a} \right)$$

b. Xét một dịch chuyển nhỏ dx của khung để hợp lực từ coi như không đổi:

$$dA = F \cdot dx = F_t dx = 2.10^{-7} I_1 I_2 b \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x + a} \right) dx$$



Lấy tích phân hai vế.

$$A = \int_{x_0}^{x_0+a} F \cdot dx = 2.10^{-7} I_1 I_2 b \ln \frac{(x_0 + a)^2}{x_0(x_0 + 2a)}$$

Bài 4. Dễ dàng tìm được tâm quay tức thời K của thanh ở thời điểm này, K có tọa độ

$$\begin{cases} x_K = \ell_0 \cos \varphi \\ y_K = \ell_0 \sin \varphi \end{cases}$$

Xét một phần tử E bất kì thuộc thanh, E cách A đoạn ℓ & E có tọa độ $\begin{cases} x = \ell \cos \varphi \\ y = (\ell_0 - \ell) \sin \varphi \end{cases}$

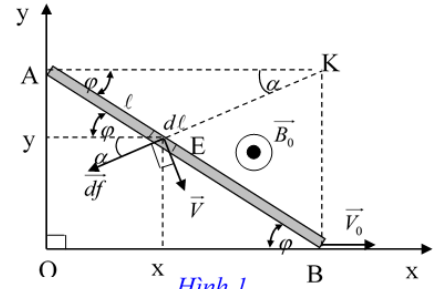
$$\Rightarrow \overline{KE} = r = \sqrt{(\ell - \ell_0)^2 \cos^2 \varphi + \ell^2 \sin^2 \varphi} \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \overline{V_E} \perp \overline{KE}, \text{ độ lớn } V_E = V = \omega \cdot r = \frac{V_0}{\ell_0 \sin \varphi} r \quad (2)$$

$$(1)(2) \Rightarrow V = \frac{V_0}{\ell_0 \sin \varphi} \sqrt{(\ell - \ell_0)^2 \cos^2 \varphi + \ell^2 \sin^2 \varphi} \quad (3)$$

2. Chia thanh thành nhiều phần tử nhỏ có chiều dài $d\ell$, mang điện tích $dq = \lambda d\ell$.

Xét một phần tử nhỏ dq bất kì thuộc thanh cách đầu A của thanh đoạn ℓ , phần tử này có tọa độ $\begin{cases} x = \ell \cos \varphi \\ y = (\ell_0 - \ell) \sin \varphi \end{cases}$



Ở thời điểm này vận tốc của phần tử bất kì thuộc thanh tính theo công thức (3), lực Lorenxo tác dụng lên phần tử này có độ lớn $df = V \cdot B_0 \cdot dq = \omega \cdot r \cdot B_0 \cdot \lambda \cdot d\ell$ (4)

Phân tích $\vec{df} = \vec{df}_x + \vec{df}_y$ với độ lớn của từng thành phần này là: $\begin{cases} |df_x| = df \cdot \cos \alpha \\ |df_y| = df \cdot \sin \alpha \end{cases}$ (5)

Áp dụng định lí hàm số sin trong $\triangle EAK$ có: $\frac{\ell}{\sin \alpha} = \frac{r}{\sin \varphi} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{\ell \sin \varphi}{r} \\ \cos \alpha = \frac{\sqrt{r^2 - \ell^2 \sin^2 \varphi}}{r} \end{cases}$ (6)

$$\text{Từ (4)(5)(6)(1)} \Rightarrow \begin{cases} |df_x| = \omega \cdot B_0 \cdot \lambda \cdot \sqrt{r^2 - \ell^2 \sin^2 \varphi} \cdot d\ell = \omega \cdot B_0 \cdot \lambda \cos \varphi (\ell_0 - \ell) d\ell \\ |df_y| = \omega \cdot B_0 \cdot \lambda \cdot \sin \varphi \cdot \ell \cdot d\ell \end{cases} \quad (7)$$

* Trường hợp 1: $\lambda = \text{const}$

$\Rightarrow$ độ lớn của lực từ tác dụng lên thanh theo các phương Ox & Oy lần lượt là:

$$\begin{cases} F_x = \omega \cdot B_0 \cdot \lambda \cos \varphi \int_0^{\ell_0} (\ell_0 - \ell) d\ell = \frac{\omega \cdot B_0 \cdot \lambda \cdot \ell_0^2 \cdot \cos \varphi}{2} \\ F_y = \omega \cdot B_0 \cdot \lambda \sin \varphi \int_0^{\ell_0} \ell d\ell = \frac{\omega \cdot B_0 \cdot \lambda \cdot \ell_0^2 \cdot \sin \varphi}{2} \end{cases} \Rightarrow F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \frac{\omega \cdot B_0 \cdot \lambda \cdot \ell_0^2}{2}$$

Chú ý: với $\omega = \frac{V_0}{\ell_0 \sin \varphi}$

* Trường hợp 2: $\lambda = k \cdot \ell$

$\Rightarrow$ độ lớn của lực từ tác dụng lên thanh theo các phương Ox & Oy lần lượt là:

$$\begin{cases} F_x = \omega \cdot B_0 \cdot k \cdot \cos \varphi \int_0^{\ell_0} \ell (\ell_0 - \ell) d\ell = \frac{\omega \cdot B_0 \cdot k \cdot \ell_0^3 \cdot \cos \varphi}{6} \\ F_y = \omega \cdot B_0 \cdot k \cdot \sin \varphi \int_0^{\ell_0} \ell^2 d\ell = \frac{\omega \cdot B_0 \cdot k \cdot \ell_0^3 \cdot \sin \varphi}{3} \end{cases} \Rightarrow F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \frac{\omega \cdot B_0 \cdot k \cdot \ell_0^3}{6} \sqrt{\cos^2 \varphi + 4 \sin^2 \varphi}$$

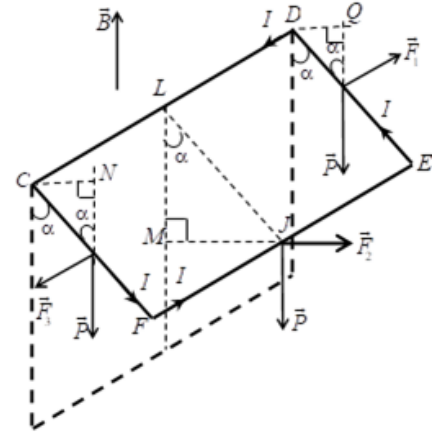
Bài 5. - Các cạnh DE , EF , FC đều chịu tác dụng của trọng lực và lực từ (riêng cạnh CD cố định nên không cần xét lực).- Các lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_3$ có cùng giá, cùng độ lớn nhưng ngược chiều nên chúng triệt tiêu.- Lực $\vec{F}_2$ vuông góc với cạnh EF , có phương nằm ngang tạo ra momen đối với trục quay CD : $M_{F_2} = F_2 d_{F_2} = B I a (a \cos \alpha)$

- Trọng lực 3 cạnh DE , EF , FC có phương thẳng đứng, có chiều hướng xuống, làm cho khung quay ngược chiều với chiều quay do $\vec{F}_2$ gây ra. Mômen của các trọng lực là:

$$M_p = P \cdot CN + P \cdot MJ + P \cdot DQ = P \left(\frac{a}{2} \sin \alpha + a \sin \alpha + \frac{a}{2} \sin \alpha \right) = 2P \cdot a \sin \alpha$$

Áp dụng điều kiện cân bằng của khung quay:

$$M_{F_2} = M_p \Leftrightarrow B I a^2 \cos \alpha = 2P \sin \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{B I a}{2mg} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$



Bài 6. Xét tại M cách trung điểm O một khoảng x: cảm ứng từ tổng hợp

$$\vec{B}_M = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \Rightarrow B = B_1 + B_2$$

$$B_M = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot a^2}{2} \left\{ \frac{1}{\left[a^2 + \left(\frac{L}{2} - x \right)^2 \right]^{3/2}} + \frac{1}{\left[a^2 + \left(\frac{L}{2} + x \right)^2 \right]^{3/2}} \right\}$$

+ Ta có:

$$\frac{1}{\left[a^2 + \left(\frac{L}{2} - x \right)^2 \right]^{3/2}} = \frac{1}{\left[a^2 + \frac{L^2}{4} + x^2 - Lx \right]^{3/2}} = \frac{1}{\left(a^2 + \frac{L^2}{4} \right)^{3/2} \cdot \left[1 + \frac{x^2 - Lx}{a^2 + \frac{L^2}{4}} \right]^{3/2}}$$

$$\approx \frac{1}{\left(a^2 + \frac{L^2}{4}\right)^{3/2}} \cdot \left[1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{x^2 - Lx}{\left(a^2 + \frac{L^2}{4}\right)} + \frac{15(x^2 - Lx)^2}{8\left(a^2 + \frac{L^2}{4}\right)^2} \right]$$

Tương tự: $\frac{1}{\left[a^2 + \left(\frac{L}{2} + x\right)^2\right]^{3/2}} \approx \frac{1}{\left(a^2 + \frac{L^2}{4}\right)^{3/2}} \cdot \left[1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{x^2 + Lx}{\left(a^2 + \frac{L^2}{4}\right)} + \frac{15(x^2 + Lx)^2}{8\left(a^2 + \frac{L^2}{4}\right)^2} \right]$

$$\Rightarrow B_M = \frac{\mu_0 I a^2}{2\left(a^2 + \frac{L^2}{4}\right)^{3/2}} \cdot \left[2 - \frac{3x^2}{a^2 + \frac{L^2}{4}} + \frac{15L^2 x^2}{\left(a^2 + \frac{L^2}{4}\right)^2} \right]$$

+ Để B_M không phụ thuộc x : $\frac{15L^2 x^2}{4\left(a^2 + \frac{L^2}{4}\right)^2} = \frac{3x^2}{a^2 + \frac{L^2}{4}} \Rightarrow L = a$

Khi đó $\Rightarrow B_M = \frac{8\mu_0 I}{5\sqrt{5}a}$.

Bài 7. Chia vòng dây thành nhiều phần tử nhỏ Δl_i và $\Delta l_i'$ đối xứng nhau qua trục đối xứng của vòng dây. Lực từ tác dụng lên mỗi phần tử nhỏ đó là

$$F_i = B I \Delta l_i; F_i' = B I \Delta l_i'$$

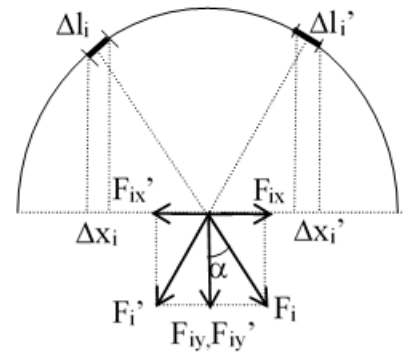
$$F_{ix} = B I \Delta l_i \sin \alpha; F_{ix}' = B I \Delta l_i' \sin \alpha$$

$$F_{iy} = B I \Delta l_i \cos \alpha = B I \Delta x_i$$

$$F_i' = B I \Delta l_i' \cos \alpha = B I \Delta x_i'$$

Lực từ tác dụng lên vòng dây:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \sum \vec{F}_i + \sum \vec{F}_i' \\ &= \sum \vec{F}_{ix} + \sum \vec{F}_{iy} + \sum \vec{F}_{ix}' + \sum \vec{F}_{iy}' \\ &= \sum \vec{F}_{iy} + \sum \vec{F}_{iy}' \quad (\text{Do } \sum \vec{F}_{ix} + \sum \vec{F}_{ix}' = 0) \end{aligned}$$



$$\text{Độ lớn: } F = \sum F_{iy} + \sum F'_{iy} = \sum BI\Delta x_i + \sum BI\Delta x'_i = BI.2R = 0,8N$$

Bài 8. Trong mẫu nguyên tử cổ điển của hiđrô, electron có điện tích $(-e)$ với $e = 1,6.10^{-19}C$ và khối lượng $m_e = 9,1.10^{-31}kg$ quay xung quanh một proton theo quỹ đạo tròn có bán kính r_B (ứng với trạng thái cơ bản của electron trong nguyên tử hiđrô). Giả sử v là vận tốc của electron trên quỹ đạo nói trên, khi đó phương trình chuyển động của electron theo quỹ đạo tròn có dạng:

$$\frac{m_e v^2}{r_B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_B^2}$$

Từ phương trình đó ta tìm được vận tốc của electron:

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m_e r_B}} = 2,19.10^6 m/s.$$

Thực ra, để trả lời cho câu hỏi của bài toán, không cần phải tính vận tốc của electron. Nhưng giá trị của vận tốc này cũng rất đáng quan tâm trên phương diện nhận thức: vận tốc của electron nhỏ hơn vận tốc của ánh sáng tới 2 bậc. Cơ học lượng tử cho phép chứng minh được rằng tỷ số v/c được biểu diễn qua những hằng số vũ trụ, do đó tỷ số này cũng là một hằng số. Tỷ số này trong vật lý nguyên tử được gọi là hằng số cấu trúc tế vi. Người ta ký hiệu hằng số đó là α và nó có giá trị bằng $1/137$.

Chuyển động của electron theo quỹ đạo tròn, nên chúng ta có thể coi như một dòng điện tròn. Dễ dàng thấy rằng cường độ của dòng điện này bằng tỷ số điện tích của electron và chu kỳ quay của nó:

$$I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r_B}.$$

Thay biểu thức của vận tốc ở trên vào, ta được:

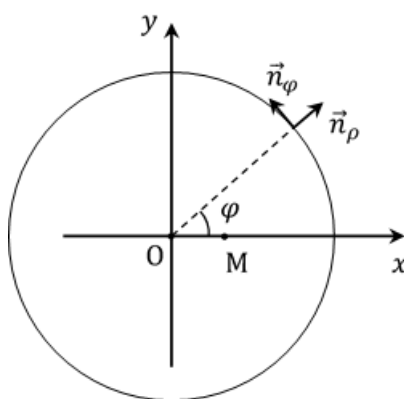
$$I = \frac{e^2}{4(\pi r_B)^{3/2} (\epsilon_0 m_e)^{1/2}}$$

Dùng biểu thức cảm ứng từ ở tâm của dòng điện tròn cho trong đề bài, ta được:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r_B} = \frac{\mu_0 e^2}{8\pi^{3/2} r_B^{5/2} (\epsilon_0 m_e)^{1/2}} = 12,48(T).$$

Bài 9. 1. Theo định luật Bio – Xava – Laplace, ta có:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IRd\varphi \vec{n}_\varphi \times (a\vec{i} - R\vec{n}_\rho)}{(a^2 + R^2 - 2Ra \cos \varphi)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \frac{1 - \frac{a}{R} \cos \varphi}{\left(1 + \frac{a^2}{R^2} - 2\frac{a}{R} \cos \varphi\right)^{3/2}} \vec{k} d\varphi$$



$$d\vec{B} \approx \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \vec{k} \left(1 + \frac{a}{R} 2 \cos \varphi + \frac{a^2}{R^2} \left(-\frac{3}{2} + \frac{9}{2} \cos^2 \varphi \right) \right) d\varphi$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \left(1 + \frac{3a^2}{2R^2} \right) \vec{k}$$

$\vec{k}$ là vector đơn vị trên trục Oz .

2. Ở khoảng cách đủ xa, dòng điện tròn có thể coi như là một lưỡng cực từ có

$$\vec{p} = \pi R^2 I \vec{k}$$

$$\vec{B}_N = -\frac{\mu_0 \vec{p}}{4\pi r^3} + 3 \frac{\mu_0 (\vec{r} \cdot \vec{p}) \vec{r}}{4\pi r^5} = -\frac{\mu_0 I R^2}{4r^3} \vec{k}$$

Vì các đường cảm ứng từ là các đường cong kín nên

$$\int_0^a \frac{\mu_0 I}{2R} \left(1 + \frac{3r^2}{2R^2} \right) 2\pi r dr = \int_r^\infty \frac{\mu_0 I R^2}{4r^3} 2\pi r dr$$

$$= \frac{\pi \mu_0 I}{R} \left(\frac{a^2}{2} + \frac{3a^4}{8R^2} \right) = \frac{\pi \mu_0 I R^2}{2r}$$

$$\Rightarrow r = \frac{1}{1 + \frac{3a^2}{4R^2}} \frac{R^3}{a^2} \approx \frac{R^3}{a^2} - \frac{3}{4} R \approx \frac{R^3}{a^2}$$

Bài 10. $\vec{B}$ có hướng như hình vẽ, dòng điện I đi qua vòng kim loại ngược chiều kim đồng hồ.

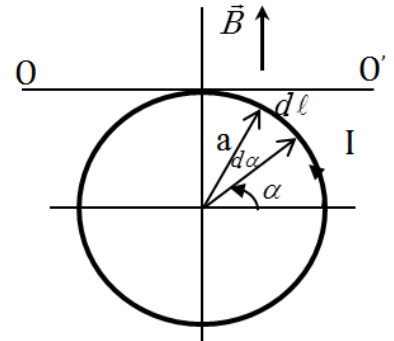
- Xét 1 phần tử vô cùng bé dl nằm kẹp giữa 2 vec tơ bán kính được dựng dưới góc α và $\alpha + d\alpha$, với $d\alpha$ là vô cùng bé, $dl = a.d\alpha$

- Ta có lực từ do từ trường $\vec{B}$ tác dụng lên phần tử dòng điện $I d\vec{l}$ có biểu thức sau:

$$d\vec{F} = [I d\vec{l}, d\vec{B}]$$

+ Về mặt độ lớn $dF = Idl.B.\sin \alpha = I.a.d\alpha.B.\sin \alpha = IBa.\sin \alpha.d\alpha$

+ Hướng của $d\vec{F}$ vuông góc với mặt phẳng hình vẽ và đi vào phía sau trang giấy.



- Nhìn tổng quát cả hình vẽ, tại các góc $0 < \alpha < \pi$: lực từ hướng vào phía trong trang giấy, và tại các góc $\pi < \alpha < 2\pi$: lực từ hướng vào phía ngoài trang giấy. Do vậy trên vòng kim loại có 1 momen lực nâng đối với trục OO' và momen của trọng lực.

- Ta cũng thấy rằng khi tăng cường độ dòng điện I thì momen của lực từ tăng và tại một giá trị giới hạn I_{gh} của dòng điện thì momen lực này sẽ so sánh được với momen trọng lực và vòng kim loại sẽ bắt đầu được nâng lên, bằng cách quay xung quanh trục OO' .

- Momen của lực từ tác dụng lên phần tử dl đối với trục OO' là:

$$dM = - dF (a - a \sin \alpha) = IBa^2 (\sin \alpha - 1) \sin \alpha . d\alpha$$

$$\Rightarrow M = IBa^2 \int_0^{2\pi} (\sin \alpha)^2 d\alpha - IBa^2 \int_0^{2\pi} \sin \alpha d\alpha = IBa^2 \pi + 0 = \pi IBa^2.$$

- Momen trọng lực tác dụng lên vòng kim loại đối với trục OO' : $M\vec{P} = Mg a$

- Vòng bắt đầu được nâng lên khi momen tổng cộng $M - M_p \geq 0$:

$$\pi I_{gh} Ba^2 - Mga \geq 0 \Rightarrow I_{gh} \geq \frac{Mg}{\pi Ba}.$$

Bài 11. 1a. Gọi $\vec{v}_i$ là vận tốc của phần tử thứ i trên quả cầu so với đất; $\vec{v}_{iC}$ là vận tốc phần tử thứ i so với tâm C (vận tốc dài) và $\vec{v}_{Cd} = \vec{v}_C$ là vận tốc tâm C của quả cầu; q_i là điện tích điểm phần tử thứ i

Hợp lực từ tác dụng lên quả cầu tại thời điểm C có vận tốc $\vec{v}_C$:

$$\vec{F}_B = \sum_{i=1}^{\infty} q_i [\vec{v}_i \wedge \vec{B}] = \sum_{i=1}^{\infty} [q_i (\vec{v}_{iC} + \vec{v}_C) \wedge \vec{B}] = \sum_{i=1}^{\infty} [q_i (\vec{v}_{iC} \wedge \vec{B}) + q_i (\vec{v}_C \wedge \vec{B})]$$

$$\Leftrightarrow \vec{F}_B = \sum_{i=1}^{\infty} [q_i (\vec{v}_{iC} \wedge \vec{B})] + \sum_{i=1}^{\infty} [q_i (\vec{v}_C \wedge \vec{B})] = \sum_{i=1}^{\infty} [q_i (\vec{v}_C \wedge \vec{B})] = (\vec{v}_C \wedge \vec{B}) \sum_{i=1}^{\infty} q_i = Q(\vec{v}_C \wedge \vec{B})$$

$$\vec{F}_B = Q(\vec{v}_C \wedge \vec{B})$$

$$\text{Lưu ý } \sum_{i=1}^{\infty} [q_i (\vec{v}_{iC} \wedge \vec{B})] = \left[\left(\sum_{i=1}^{\infty} q_i \vec{v}_{iC} \right) \wedge \vec{B} \right] = [\vec{0} \wedge \vec{B}] = 0$$

Khi đó $\vec{F}_B$ có phương vuông góc mặt phẳng nghiêng và hướng lên, đồng thời có giá đi qua C, có độ lớn:

$$F_B = Qv_C B \quad (2.1)$$

Do vậy lực từ không có tác dụng làm quay quả cầu quanh C.

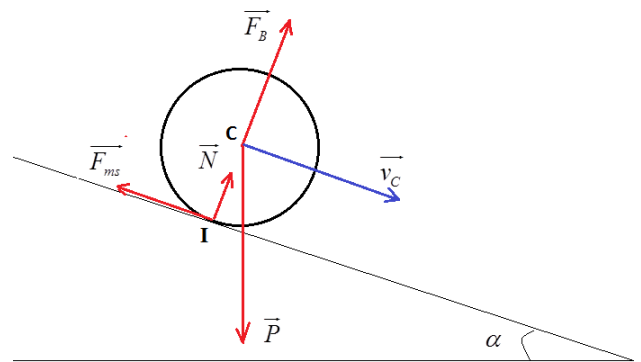
1b. Theo định luật II Newton cho chuyển động quay quanh tâm quay tức thời I:

$$\gamma_I = \frac{PR \sin \alpha}{\frac{2}{5}mR^2 + mR^2} \Leftrightarrow \frac{a_C}{R} = \frac{mgR \sin \alpha}{\frac{7}{5}mR^2}$$

$$\Rightarrow a_C = x'' = \frac{5g \sin \alpha}{7} \text{ tâm C chuyển động thẳng biến đổi đều) } \quad (2.2)$$

1c. Biểu thức vận tốc tâm C quả cầu:

$$v_C = a_C t = \frac{5g \sin \alpha}{7} t$$



1d. Khi quả cầu nâng lên khỏi mặt phẳng nghiêng: $F_B = P \cos \alpha \Leftrightarrow Q\left(\frac{5g \sin \alpha}{7} t\right)B = mg \cos \alpha$

$$\text{Hay } t_1 = \frac{7m}{5QgB} \cot g\alpha \quad (2.3)$$

2. Xét trong hệ quy chiếu gắn khối tâm C.

2a. Vì lăn không trượt, nên vận tốc góc quả cầu quay quanh C là

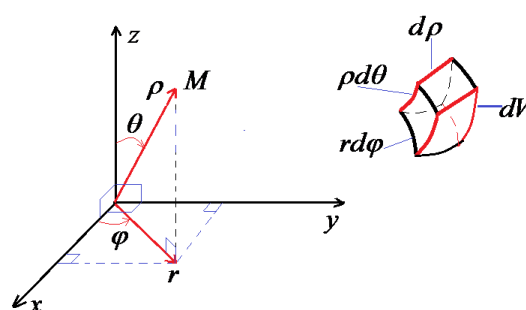
$$\omega = \frac{v_{\text{đai}}}{R} = \frac{v_C}{R} = \frac{5g \sin \alpha}{7R} t \quad (2.4)$$

2b. TA KHÔNG NÊN TÍNH CƯỜNG ĐỘ DÒNG ĐIỆN THEO CÁCH TRÊN VÌ GẶP KHÓ KHĂN VỀ MẶT TOÁN HỌC.

*Vi Phân trong hệ trục tọa độ cầu:

- Liên hệ giữa hệ trục tọa độ đề các (x,y,z) và hệ trục tọa độ cầu (ρ, θ, φ): trong đó
$$\begin{cases} 0 \leq \rho \rightarrow \infty \\ 0 \leq \theta \leq \pi \\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi = \rho \sin \theta \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi = \rho \sin \theta \sin \varphi \\ z = \rho \cos \theta \end{cases}$$



Do vậy dV ta tính theo kiểu khác:

$$dV = dx dy dz = (r d\varphi)(\rho d\theta) d\rho = \rho^2 \sin \theta d\theta d\varphi d\rho$$

$$dI_T = \frac{dQ}{dt} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{dV}{dt} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{\rho^2 \sin \theta d\theta d\varphi d\rho}{dt} \text{ với}$$

$$\text{Do đó: } dI_T = \frac{dQ}{dt} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{dV}{dt} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \omega \rho^2 \sin \theta d\theta d\rho \quad (2.7)$$

Lấy tích phân hai lớp ta được:

$$I_T = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \omega \int_0^\pi \left(\int_0^R \rho^2 d\rho \right) \sin \theta d\theta = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \omega \int_0^\pi \left(\frac{R^3}{3} \right) \sin \theta d\theta = \frac{Q}{4\pi} \omega \int_0^\pi \sin \theta d\theta = \frac{Q}{4\pi} \omega (-\cos \theta) \Big|_0^\pi$$

$$\text{Hay } I_T = \frac{Q}{2\pi} \omega \quad (2.8)$$

$$\text{Thay (2.4) vào (2.7) ta được } I_T = \frac{Q}{2\pi} \frac{5g \sin \alpha}{7R} t = \frac{5Qg \sin \alpha}{14\pi R} t \quad (2.9)$$

CÁCH 2: Ta có thể tính cường độ dòng điện theo cách đơn giản hơn: ta coi tại thời điểm t , quả cầu quay đều, do đó I không đổi bắt đầu tại thời điểm đó với ω là xác định nên: $I_T = \frac{Q}{T} = \frac{Q}{2\pi} \omega$ với T là chu kỳ tức thời tại thời điểm t

$$\text{CÁCH 3: } \begin{cases} F_B = Qv_c B \\ F_B = B \left(\sum \vec{I} \Delta \vec{l} \right) \sin \frac{\pi}{2}; \quad \sum \vec{I} \Delta \vec{l} = \sum I \Delta l \cos \alpha = I \sum \Delta l = I \cdot 2\pi R \end{cases}$$

$$\text{Hay } B I \cdot 2\pi R = Qv_c B \Rightarrow I = Q \frac{v_c}{2\pi R} = \frac{Q}{T} = \frac{Q}{2\pi} \omega = \frac{5Qg \sin \alpha}{14\pi R} t$$

2c. Hãy xác định mật độ dòng điện tại điểm M theo r và thời gian.

Ta xét vành khuyên có bán kính r và $r+dr$; bề dày dz , thể tích dV mang điện tích dQ và tâm của nó cách C một đoạn z , tạo ra dòng điện phân tử dI_K :

-Dòng điện phân tử tạo ra bởi hình trụ rỗng chiều cao $2z$ (trên mặt trụ này các phân tử có cùng vận tốc dài), bán kính r và $r+dr$.

$$dI_T = \frac{dQ}{dt} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{dV}{dt} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{2zdr(rd\varphi)}{dt} = \frac{Q}{\frac{2}{3}\pi R^3} \omega z r dr \quad (2.5)$$

$d\varphi$ là góc quay trong thời gian dt

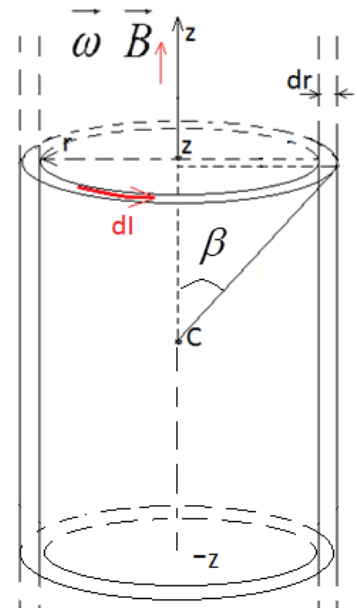
Mật độ dòng điện $J(r,t)$ phụ thuộc vào bán kính r được tính từ trục z và t :

$$J(r,t) = \frac{dI_T}{dS} = \frac{\frac{Q}{\frac{2}{3}\pi R^3} \omega z r dr}{2zdr} = \frac{3Q}{4\pi R^3} \omega r \quad (dS = 2z \cdot dr)$$

Thay $\omega = \frac{5g \sin \alpha}{7R} t$ vào ta được biểu thức tường minh của $J(r,t)$

phụ thuộc vào r và thời gian

$$J(r,t) = \frac{3Q}{4\pi R^3} \omega r = \frac{3Q}{4\pi R^3} \frac{5g \sin \alpha}{7R} t \cdot r = \frac{15Qg \sin \alpha}{28\pi R^4} r t \quad (2.6)$$



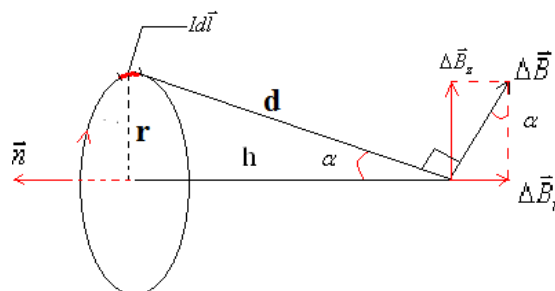
CÁCH 2

$$J(r,t) = \frac{dI}{dS} = \frac{dQ}{dtdS} = \rho \frac{dV}{dtdS} = \rho \frac{dSdr}{dtdS} = \rho \frac{dr}{dt} = \rho v = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \omega r = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \omega r = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{5g \sin \alpha}{7R} t \cdot r = \frac{15Qg \sin \alpha r}{28\pi R^4} t$$

$$J(r,t) = \frac{15Qg \sin \alpha r}{28\pi R^4} t$$

2d. TA BIẾT Một khung dây tròn bán kính r mang dòng điện I gây ra từ trường B tại một điểm trên trục đối xứng cách tâm một đoạn h là $B = \frac{\mu_0 SI}{2\pi(r^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \pi r^2 I}{2\pi(r^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 r^2 I}{2(r^2 + h^2)^{3/2}}$ (2d.1)

Một vành khuyên tâm O bán kính r(đặt OC=x) có dòng điện



$$dI_K = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{2\pi r dr \cdot dx}{T} \quad (2d.2)$$

T là chu kì quay tức thời

-Theo (2d.1) dB_K tại vị trí N trên trục Cz cách C một đoạn 2R là :

$$dB_K = \frac{\mu_0 r^2 dI_K}{2[r^2 + h^2]^{3/2}} = \frac{\mu_0 r^2 dI_K}{2[r^2 + (2R - x)^2]^{3/2}}$$

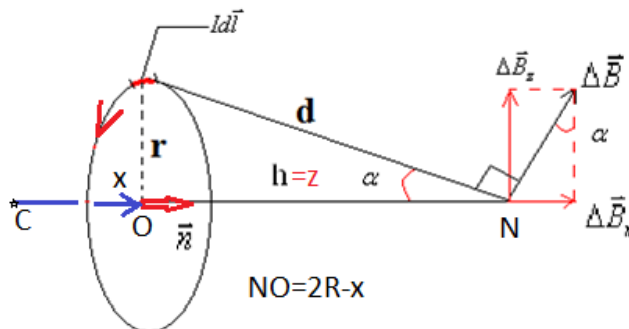
$$\Leftrightarrow dB_K = \frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} \frac{r^3 dr dx}{[r^2 + (2R - x)^2]^{3/2}} \quad (2d.3)$$

Nếu ta xét trên toàn một cái đĩa chứa hình vành khăn tâm O bán kính r₁ với r₁² + x² = R² → r₁ = √(R² - x²) thì khi lấy tích phân coi như x, dx không đổi)

$$\Leftrightarrow dB_D = \oint_{\text{toàn đĩa}} dB_K = \left[\frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} dx \right] \int_0^{r_1} \frac{r^3 dr}{[r^2 + (2R - x)^2]^{3/2}}$$

$$dB_D = \left[\frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} dx \right] \int_0^{r_1} \frac{r^3 dr}{[r^2 + (2R - x)^2]^{3/2}} = \left[\frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} dx \right] \int_0^{r_1} r^2 d\left(\frac{-1}{\sqrt{r^2 + (2R - x)^2}}\right) \quad (2d.4)$$

Lấy tích phân từ phần ta được:



$$dB_D = \left[\frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} dx \right] \int_0^{r_1} r^2 d \left(\frac{-1}{\sqrt{r^2 + (2R-x)^2}} \right) = \left[\frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} dx \right] \left[\frac{-r^2}{\sqrt{r^2 + (2R-x)^2}} \right]_0^{r_1} + \int_0^{r_1} \frac{2rdr}{\sqrt{r^2 + (2R-x)^2}}$$

$$dB_D = \left[\frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} dx \right] \left[\frac{-r_1^2}{\sqrt{r_1^2 + (2R-x)^2}} + 2\sqrt{r_1^2 + (2R-x)^2} \right]_0^{r_1}$$

$$= \left[\frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} dx \right] \left[\frac{-r_1^2}{\sqrt{r_1^2 + (2R-x)^2}} + 2\sqrt{r_1^2 + (2R-x)^2} - (2R-x) \right]$$

$$dB_D = \left(\frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} \right) \left[\frac{-(R^2 - x^2)}{\sqrt{(R^2 - x^2) + (2R-x)^2}} + 2\sqrt{(R^2 - x^2) + (2R-x)^2} - (2R-x) \right] dx$$

$$\text{Với } \sqrt{(R^2 - x^2) + (2R-x)^2} = \sqrt{R^2 - x^2 + 4R^2 + x^2 - 4Rx} = \sqrt{5R^2 - 4Rx}$$

$$\text{Nên } dB_D = \left(\frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} \right) \left[\frac{-(R^2 - x^2)}{\sqrt{5R^2 - 4Rx}} + 2\sqrt{5R^2 - 4Rx} - (2R-x) \right] dx \quad (2d.5)$$

Nếu lấy tích phân trên toàn quả cầu thì x phải chạy từ -R đến +R

$$B_1 = \oint_{\text{toàn quả cầu}} dB_D = \left(\frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} \right) \int_{-R}^R \left[\frac{-(R^2 - x^2)}{\sqrt{5R^2 - 4Rx}} + 2\sqrt{5R^2 - 4Rx} - (2R-x) \right] dx$$

$$\Leftrightarrow B_1 = \left(\frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} \right) \int_{-R}^R \left[\frac{-R^2}{\sqrt{5R^2 - 4Rx}} + \frac{x^2}{\sqrt{5R^2 - 4Rx}} + 2\sqrt{5R^2 - 4Rx} - (2R-x) \right] dx$$

$$B_1 = \left(\frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} \right) (I_1 + I_2 + I_3 + I_4) \quad (2d.7)$$

Trong đó:

$$+ I_1 = \int_{-R}^R \left[\frac{-R^2}{\sqrt{5R^2 - 4Rx}} \right] dx = -R^2 \frac{\sqrt{5R^2 - 4Rx}}{-4R} \Bigg|_{-R}^R = \frac{-R^2}{2}$$

$$I_2 = \int_{-R}^R \frac{x^2}{\sqrt{5R^2 - 4Rx}} dx = \frac{1}{-4R} \int_{-R}^R x^2 d(\sqrt{5R^2 - 4Rx})$$

$$= \frac{1}{-4R} \left[x^2 (\sqrt{5R^2 - 4Rx}) \Bigg|_{-R}^R - \int_{-R}^R 2x \sqrt{5R^2 - 4Rx} dx \right]$$

$$I_2 = \frac{1}{-4R} \left[-2R^3 - \int_{-R}^R 2x \sqrt{5R^2 - 4Rx} dx \right]$$

Ta đặt $u = \sqrt{5R^2 - 4Rx} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 3R \\ u_2 = R \\ du = \frac{-4R}{2\sqrt{5R^2 - 4Rx}} dx \\ x = \frac{5R^2 - u^2}{-4R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 3R \\ u_2 = R \\ u \frac{5R^2 - u^2}{8R^2} du = x dx \\ x = \frac{5R^2 - u^2}{-4R} \end{cases}$

Do đó $\int_{-R}^R 2x \sqrt{5R^2 - 4Rx} dx = \int_{3R}^R u^2 \frac{5R^2 - u^2}{4R^2} du = \frac{-446}{10} R^3$

$$I_2 = \frac{1}{-4R} \left[-2R^3 + \frac{446}{10} R^3 \right] = \frac{213}{2} R^2$$

$$I_3 = \int_{-R}^R \left[2\sqrt{5R^2 - 4Rx} \right] dx = 2 \frac{(5R^2 - 4Rx)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}(-4R)} \Bigg|_{-R}^R = -\frac{1}{3R} \left((R^2)^{\frac{3}{2}} - (9R^2)^{\frac{3}{2}} \right) = \frac{2}{3} R^2$$

$$I_4 = \int_{-R}^R \left[-(2R - x) \right] dx = -\frac{(2R - x)^2}{2(-1)} \Bigg|_{-R}^R = \frac{1}{2} [R^2 - 9R^2] = -4R^2$$

Thay (2d.7) ta được

$$B_1 = \left(\frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} \right) \left(\frac{-R^2}{2} + \frac{213}{2} R^2 + \frac{2}{3} R^2 + (-4R^2) \right) = \left(\frac{3\mu_0 Q}{4TR^3} \right) \left(\frac{308R^2}{3} \right) = 77 \frac{\mu_0 Q}{TR}$$

$$\text{Hay } B_1 = 77 \frac{\mu_0 Q}{TR} = \frac{77}{2\pi} \mu_0 Q \frac{\omega}{R} \quad (2d.8)$$

$$\text{Thay } \omega = \frac{5g \sin \alpha}{7R} t \text{ vào ta được}$$

$$B_1 = \frac{25}{\pi} \frac{\mu_0 Q \cdot g \sin \alpha}{R^2} t \quad (\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7})$$

$$2e. \text{ Khi quả cầu nâng lên thì: } t_1 = \frac{7mg}{5QgB} \cot g\alpha$$

$$\text{Nên } B_1 = \frac{25}{\pi} \frac{\mu_0 Q \cdot g \sin \alpha}{R^2} t_1 = \frac{25}{\pi} \frac{\mu_0 Q \cdot g \sin \alpha}{R^2} \cdot \frac{7m}{5QB} \cot g\alpha = \frac{35}{\pi} \frac{\mu_0 mg \cos \alpha}{BR^2}$$

Bài 12. - Mômen động lượng của quả cầu là: $L = I\omega = \frac{2}{5} mR^2 \omega$

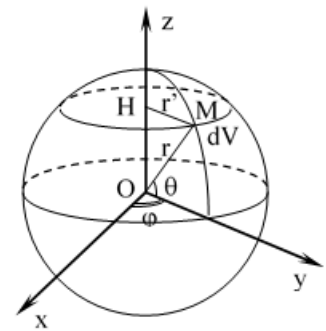
- Một phần tử điện tích dq quay xung quanh một trục với tần số

v sẽ tương đương với một dòng điện cường độ $I = v \cdot dq \cdot p$

Dòng điện này có mômen từ: $dp_m = IS$

với S là diện tích của vòng tròn quỹ đạo của phần tử điện tích.

- Dùng hệ toạ độ cầu như hình vẽ:



$$dp_m = v \cdot dq \cdot S = \frac{\omega}{2\pi} \cdot \rho \cdot dV \cdot S$$

trong đó: $\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ là mật độ điện tích của quả cầu

$$+ dV = r^2 \cos \theta \cdot dr \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

$$+ S = \pi r'^2 = \pi r^2 \cos^2 \theta$$

- Do các vectơ mômen từ của các phần tử khác nhau đều nằm trên trục quay nên mômen từ của toàn bộ quả cầu bằng:

$$P_m = \int dp_m = \int \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \pi r^2 \cos^2 \theta \cdot dV = \frac{3\omega q}{8\pi R^3} \cdot \int_0^R r^4 dr \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^3 \theta \cdot d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$= \frac{3\omega q}{8\pi R^3} \cdot \int_0^R r^4 dr \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1 - \sin^2 \theta) d(\sin \theta) \int_0^{2\pi} d\varphi$$

VI.2. ĐIỆN TÍCH CHUYỂN ĐỘNG TRONG TỪ TRƯỜNG

Bài 1. Hạt chịu tác dụng của lực Lorent $\vec{F}_L$, lực này có độ lớn

không đổi $F_L = qvB$ và có hướng luôn vuông góc với $\vec{v}$ (hình vẽ).

Gia tốc của hạt là $\vec{a} = \frac{\vec{F}_L}{m}$ cũng có độ lớn không đổi tại mọi thời

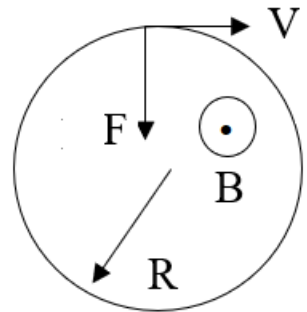
điểm của chuyển động, luôn vuông góc với vận tốc. Như vậy, hạt trong bài toán đang xét chuyển động tròn và lực Lorentz truyền cho nó một gia tốc hướng tâm

$$\frac{mv^2}{R} = qvB$$

Nghĩa là bán kính quỹ đạo tròn bằng $R = \frac{mv}{qB}$

Và chu kỳ quay của hạt là: $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$.

Chú ý: chu kỳ quay của hạt không phụ thuộc vào vận tốc của hạt.



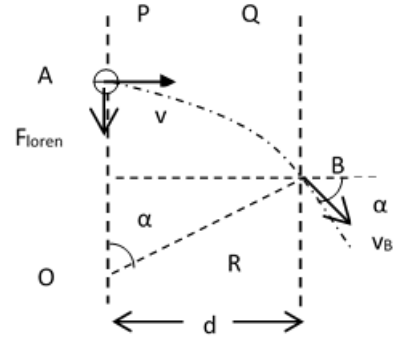
Bài 2. $|e|U = \frac{1}{2}mv^2$; $F_{\text{loren}} = F_{\text{hướng tâm}}$ $|e|vB = \frac{mv^2}{R}$ nên $R = \frac{m}{|e|B} \sqrt{\frac{2|e|U}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{|e|}}$

1. Khi $U = 3,52kV = 3,52 \cdot 10^3 (V) \Rightarrow R = 1(cm)$.

Do $R < d$ nên quỹ đạo chuyển động của electron là nửa đường tròn, bán kính $R = 1(\text{cm})$ và ra khỏi từ trường tại điểm A', ngược với điểm vào từ trường. Thời gian electron bay trong từ trường là $t = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi R}{v} = \frac{\pi R}{v} = 9.10^{-10}(\text{s})$.

2. $U = 18,88\text{kV} = 18,88.10^3\text{V} \Rightarrow R = 2,3\text{cm} > d = 2\text{cm}$ Nên electron ra khỏi từ trường tại 1 điểm trên mặt phẳng Q theo phương lệch góc α xác định $\sin \alpha = \frac{d}{R} = \frac{2}{2,3} = 0,86 \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

Do đó cung AB có độ dài bằng 1/6 chu vi đường tròn nên thời gian $t = \frac{1}{6} \cdot \frac{2\pi R}{v} = \frac{\pi m}{3|e|B} = 3.10^{-10}(\text{s})$.



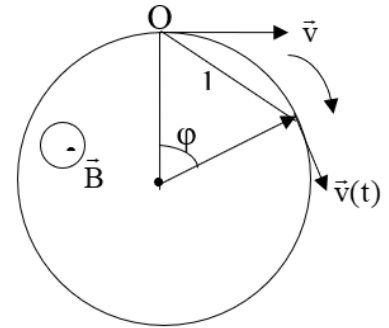
Bài . Giả sử tại thời điểm ban đầu vật ở vị trí O, có vận tốc $\vec{v}$ vuông góc với $\vec{B}$

Chọn $\varphi_0 = 0$, ta có: $\varphi = \omega t$ trong đó $\omega = \frac{v}{R}$

với R là bán kính quỹ đạo của electron

(theo bài toán 1). R được xác định theo công thức

$$R = \frac{mv}{eB} \quad \text{do đó: } \varphi = \frac{eB}{m}t$$



Khoảng cách l từ vị trí electron ở vị trí O đến thời điểm t là:

$$l = 2R \sin \frac{\varphi}{2} = 2 \frac{mv}{eB} \sin \frac{eB}{2m}t$$

Bài 3. a) Xét một mặt Gau-xơ hình trụ bán kính r, chiều dài l bao quanh trục giữa. Từ định luật Gau-xơ ta có: $E = 2\pi r l = -\frac{1}{\epsilon_0} ne(pr^2 l) \rightarrow E_r = \frac{-ner}{2\epsilon_0}$.

b) Từ định luật Ampe, ta có: $B = -\frac{\mu_0 nerV}{2}$.

c) Lực tổng hợp là: $\vec{F} = \left(\frac{ne^2 r}{2\epsilon_0} - \frac{\mu_0 ne^2 r V^2}{2} \right) \vec{r} = \frac{ne^2 r}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{V^2}{C^2} \right) \cdot \vec{r}$

$$\text{với } C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}.$$

d) $F_r \rightarrow 0$ khi $V \rightarrow C$, điều đó có nghĩa là lực điện và lực từ triệt tiêu nhau.

e) Các hạt plasma dừng có $V = 0$, do đó $F_r = + eE_r$.

$$\text{Trong đó } E_r = -\frac{neR^2}{2\epsilon_0 r'} + \frac{n_0 e r'}{2\epsilon_0}.$$

$$\text{Đối với Ion dương: } E_r = -\frac{ne^2 R^2}{2\epsilon_0 r'} + \frac{n_0 e^2 r'}{2\epsilon_0}$$

$$\text{Đối với electron: } F_r = \frac{ne^2 R^2}{2\epsilon_0 r'} - \frac{n_0 e^2 r'}{2\epsilon_0} \text{ và không có sự triệt tiêu bởi lực từ.}$$

Kết quả là các electron của plasma sẽ bị bắn ra ngoài, còn các Ion bị kéo vào trong.

f) Lực tổng hợp tác dụng lên chùm electron trong môi trường plasma được cho bởi biểu thức: $\vec{F} = \frac{ne^2 r}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{V^2}{C^2}\right) \cdot \vec{r} - \frac{n_0 e^2 r}{2\epsilon_0} \cdot \vec{r}.$

$$\text{Khi } V \rightarrow c, \vec{F} \approx -\frac{n_0 e^2 r}{2\epsilon_0} \cdot \vec{r}.$$

Bài 4. Thế năng êlectrôn nhận được khi đi qua hiệu điện thế tăng tốc chuyển thành động năng của êlectrôn

$$e\Delta\varphi = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2e\Delta\varphi}{m}} = \sqrt{2\Delta\varphi\gamma}$$

Khi êlectrôn chuyển động vào vùng từ trường đều với vận tốc $\vec{v}$ vuông góc với $\vec{B}$ thì quỹ đạo chuyển động của êlectrôn là đường tròn bán kính R được xác định theo công thức:

$$R = \frac{mv}{eB}$$

Để êlectrôn không thể bay xuyên qua vùng từ trường đó thì bán kính quỹ đạo là



$$R_{\max} = h = \frac{mv}{eB_{\min}} \Rightarrow B_{\min} = \frac{mv}{eh} = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{2\Delta\phi}{\gamma}} = 2,1 \cdot 10^{-4} (\text{T})$$

Bài 5. a, Khi electron chuyển động theo phương của các đường sức, lực Lorentz tác dụng lên nó bằng 0. Điện tích chỉ có thành phần gia tốc tiếp tuyến do lực điện gây ra:

$$a_n = 0; \quad a = a_t = \frac{eE}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000}{9,1 \cdot 10^{-31}} \approx 1,76 \cdot 10^{14} (\text{m/s}^2)$$

b, Khi electron chuyển động theo phương vuông góc với các đường sức, cả lực điện và lực từ đều hướng theo phương vuông góc với phương chuyển động (và vuông góc với nhau) nên electron chỉ có thành phần gia tốc pháp tuyến:

$$a_t = 0;$$

$$a = a_n = \sqrt{a_c^2 + a_L^2} = \sqrt{\left(\frac{eE}{m}\right)^2 + \left(\frac{evB}{m}\right)^2}$$

$$a = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \sqrt{1000^2 + (10^5 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8 \cdot 10^3)^2} \approx 2,5 \cdot 10^{14} (\text{m/s}^2)$$

Bài 6. Khi chỉ chuyển động trong từ trường electron chuyển động theo quỹ đạo tròn với gia tốc hướng tâm là:

$$V_0 = \frac{qBR}{m}$$

Khi có thêm điện trường thì electron được tăng tốc với gia tốc là:

$$a = \frac{qE}{m}$$

Vận tốc của electron tại thời điểm t bất kì sau khi electron được gia tốc là:

$$V_t = V_0 + at = \frac{qBR}{m} + \frac{qE}{m}t$$

Thời gian để vận tốc của electron khi có điện trường tăng lên gấp đôi là:

$$\text{ta có: } v_t = 2v_0$$

$$\Leftrightarrow \frac{qBR}{m} + \frac{qE}{m}t = \frac{2qBR}{m} \Rightarrow t = \frac{BR}{E} = \frac{1,0,1}{100} = 10^{-3} \text{s}$$

Bài 7. Xét trường hợp $\alpha = 0$

Khi đó lực lorentz bằng không, do đó hạt chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ không đổi tức là nó chuyển động theo quán tính.

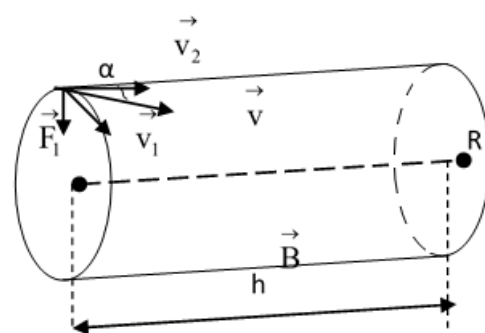
Ta thấy trong trường hợp α tùy ý khác không chuyển động của hạt sẽ là tổ hợp của hai trường hợp riêng $\alpha_1 = 90^\circ$ và $\alpha_2 = 0$.

Ta phân tích $\vec{v}$ thành 2 thành phần $\vec{v}_1 \perp \vec{B}$ và $\vec{v}_2 // \vec{B}$, $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$

khi đó hạt sẽ thực hiện một chuyển động quay với vận tốc v_1 theo một mặt trụ và chuyển động thẳng đều với vận tốc v_2 dọc theo đường sinh của mặt trụ đó.

Bán kính của mặt trụ được xác định bởi phương trình:

$$\frac{mv_1^2}{R} = qv_1B$$



(Lực lorentz chỉ tác dụng lên thành phần vận tốc $\vec{v}_1$)

$$\text{Do đó } R = \frac{mv_1}{qB} = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$$

$$\text{Chu kì quay của hạt: } T = \frac{2\pi R}{v_1} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Chu kì này không những không phụ thuộc vào độ lớn của vận tốc mà còn không phụ thuộc cả hướng của nó, tức là không phụ thuộc góc α .

Lúc này quỹ đạo của hạt là một đường xoắn ốc, quấn quanh mặt trụ. Bước của đường xoắn ốc này, tức quãng đường hạt đi được dọc theo một đường sinh trong thời gian bằng một vòng

$$\text{quay là: } h = v_2 T = \frac{2\pi v \cos \alpha}{qB}$$

Bài 8. Năng lượng của electron khi chuyển động trong từ trường tồn tại dưới dạng động năng,

$$\text{vận tốc của electron được xác định từ phương trình: } W = \frac{mv^2}{2}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,64 \cdot 10^{-16}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,9 \cdot 10^7 \text{ (m/s)}$$

Bán kính của vòng xoắn ốc là:

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{eB} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,9 \cdot 10^7 \cdot \sin 60^\circ}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 1,9 \cdot 10^{-2} (\text{m})$$

Chu kì quay của êlectrôn là:

$$T = \frac{2\pi m}{eB} = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 7,1 \cdot 10^{-9} (\text{s})$$

Bước của đường đing ốc là:

$$h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{eB} = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,9 \cdot 10^7 \cos 60^\circ}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} \approx 6,8 \cdot 10^{-2} (\text{m})$$

Bài 9. a. Trường hợp 1: $\vec{B}$ có phương vuông góc với mặt phẳng hình vẽ.

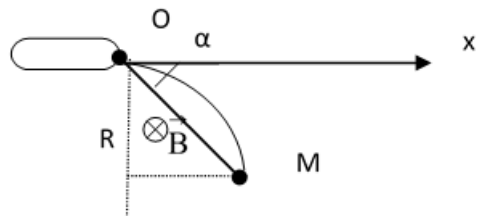
Vận tốc của êlectrôn khi ra khỏi ống phát xạ là: $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

Vận tốc của êlectrôn có phương vuông góc với từ trường nên quỹ đạo chuyển động của êlectrôn là đường tròn bán kính R sao cho:

$$eBv = \frac{mv^2}{R}$$

$$\text{Với } R \sin \alpha = \frac{d}{2}$$

$$\text{suy ra: } B = \frac{2 \sin \alpha}{d} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

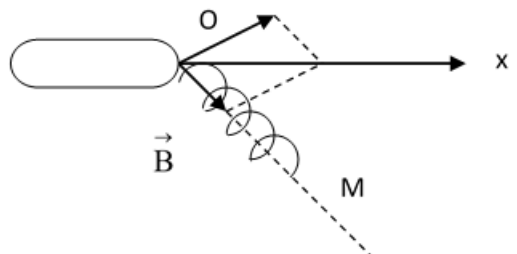


b. Trường hợp 2: $\vec{B}$ có phương song song với OM.

Vận tốc của êlectrôn tại O được phân ra thành hai thành phần

- Thành phần trên OM có độ lớn $v \cos \alpha$, thành phần này gây ra chuyển động thẳng đều trên OM.
- Thành phần vuông góc với OM có độ lớn $v \sin \alpha$, thành phần này gây ra chuyển động tròn đều quay quanh trục OM.

Phối hợp hai chuyển động thành phần, ta được một quỹ đạo hình xoắn ốc của electron quanh OM.



Thời gian để êlectrôn tới được M là: $t = \frac{d}{v \cos \alpha}$

Trong thời gian trên electron đã quay được một số vòng quanh OM với chu kì:

$$T = \frac{2\pi m}{eB}$$

ta có: $t = kT$ (k : số nguyên dương 1, 2, 3...)

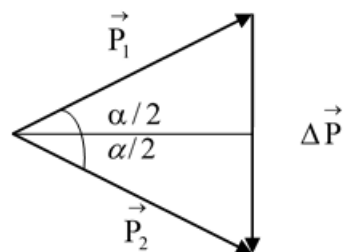
$$\frac{d}{v \cos \alpha} = k \frac{2\pi m}{eB} \Rightarrow B = k \frac{2\pi \cos \alpha}{d} \sqrt{\frac{2Um}{e}}$$

Bài 10. Thành phần động lượng của electron song song với cảm ứng từ $\vec{B}$ không thay đổi nên độ biến thiên động lượng cần tìm bằng hiệu các thành phần động lượng của electron vuông góc với $\vec{B}$ (Hình bên), ta có

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 \quad \text{với } P_1 = P_2 = mv \sin \varphi$$

Từ tính chất của tam giác cân suy ra ngay:

$$\Delta P = 2P_1(\sin \alpha/2)$$



với α là góc quay của thành phần vuông góc của động lượng.

Về mặt vật lý, ta có tỷ lệ thức $\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{1}{h}$ với $h = \frac{2\pi m v \cos \varphi}{qB}$ là bước xoắn của quỹ đạo xoắn ốc của electron, vì mỗi khi đi qua một bước xoắn thì electron quay được một vòng, còn khi đi qua một phần của bước thì nó cũng quay được một phần của vòng ấy.

Từ đó ta nhận được:

$$\alpha = \frac{qBl}{mv \cos \varphi} \quad \text{trong đó } m \text{ và } q \text{ là khối lượng và điện tích của electron.}$$

$$\text{Do đó ta thu được kết quả } \Delta P = 2mv \sin \varphi \sin \left(\frac{qBl}{2mv \cos \varphi} \right).$$

Bài 11. Ta phân tích véc tơ vận tốc v thành hai thành phần và chuyển động của electron coi như là tổng hợp của hai chuyển động thẳng đều và chuyển động tròn:

- Véc tơ v_1 hướng dọc theo phương từ trường và electron chuyển động thẳng đều theo phương này.
- Véc tơ v_2 hướng theo phương vuông góc với từ trường và electron chuyển động theo quỹ đạo tròn với bán kính R .

Bán kính đường đing ốc chỉ phụ thuộc vào giá trị của v_2

$$R = \frac{mv_2}{eB} \Rightarrow v_2 = \frac{eBR}{m}$$

Bước xoắn phụ thuộc vào giá trị của v_1 :

$$h = v_1 T = \frac{2\pi m v_1}{eB} \Rightarrow v_1 = \frac{eBh}{2\pi m}$$

Vận tốc của electron trên quỹ đạo xoắn ốc là:

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \frac{eB}{m} \sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}$$

$$\Rightarrow v = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \sqrt{0,02^2 + \left(\frac{0,05}{2\pi}\right)^2} \approx 7,6 \cdot 10^6 (m/s)$$

Bài 12.

a. Tại vị trí vật rời bán trụ bán kính nổi O với vật hợp với phương thẳng đứng góc α

Gọi v là vận tốc của vật tại vị trí rời bán trụ

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng $\frac{1}{2}mv^2 + mgR\cos\alpha = mgR$

$$\Rightarrow v^2 = 2gR(1 - \cos\alpha) \quad (1)$$

Phản lực của bán trụ tác dụng lên vật

$$N = mg\cos\alpha - mv^2/R$$

Vật bắt đầu rời bán trụ khi $N = 0$

$$\Rightarrow \cos\alpha = v^2/(gR) \quad (2)$$

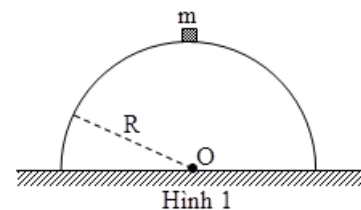
$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow v^2 = 2gR/3 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2gR}{3}} = 2 \text{ m/s}$$

b. Áp dụng định lý biến thiên cơ năng

$$mgR - (\frac{1}{2}mv^2 + mgR\cos\alpha) = qER(1 - \cos\alpha)$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = 1 - \frac{mv^2}{2R(mg - qE)} \quad (3)$$

Áp dụng định luật II Niu tơn và chiếu lên phương bán kính ta suy ra



$$N = mv^2/R - (mg - qE)\cos\alpha$$

Vật bắt đầu rời bán trụ khi $N = 0 \Rightarrow mv^2/R = (mg - qE)\cos\alpha$ (4)

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow v^2 = \frac{2R(mg - qE)}{3m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2R(mg - qE)}{3m}} = 1\text{m/s}$$

c. Khi chuyển động trong từ trường vật chịu thêm tác dụng của lực Lo-ren-xơ, lực này vuông góc với quỹ đạo chuyển động của vật nên nó không sinh công. Vận tốc của vật ở vị trí góc lệch α là $v^2 = 2gR(1 - \cos\alpha)$

Ta thấy $v_1 > v_2$ nên lực hướng tâm khi chuyển động về bên phải lớn hơn khi chuyển động về bên trái. Từ đó suy ra lực Lo-ren-xơ hướng vào tâm O khi chuyển động sang phải và hướng ra xa khi vật chuyển động về bên trái. Như vậy vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng từ trong ra.

Khi vật chuyển động về bên phải

$$v_1^2 = 2gR(1 - \cos\alpha_1) \quad (5)$$

Phản lực N_1 của bán trụ tác dụng lên vật

$$N_1 = mg\cos\alpha_1 + qv_1B - \frac{mv_1^2}{R}$$

$$\text{Vật rời bán trụ khi } N_1 = 0 \Rightarrow mg\cos\alpha_1 + qv_1B = \frac{mv_1^2}{R} \quad (6)$$

Khi vật chuyển động về bên trái

$$v_2^2 = 2gR(1 - \cos\alpha_2) \quad (7)$$

Phản lực N_2 của bán trụ tác dụng lên vật

$$N_2 = mg\cos\alpha_2 - qv_2B - \frac{mv_2^2}{R}$$

$$\text{Vật rời bán trụ khi } N_2 = 0 \Rightarrow mg\cos\alpha_2 - qv_2B = \frac{mv_2^2}{R} \quad (8)$$

Từ (5)-(7) thay vào (6) – (8) ta được

$$-mg\frac{v_1^2 - v_2^2}{2gR} + qB(v_1 + v_2) = \frac{m}{R}(v_1^2 - v_2^2)$$

$$\Rightarrow B = \frac{3m(v_1 - v_2)}{2qR} = 0,6 \text{ T}$$

Bài 13. 1. Sử dụng quy tắc bàn tay trái ta tìm được chiều của lực Lorenxơ $\vec{F}_L$ tác dụng lên electron hướng thẳng đứng từ trên xuống.

- Để electron chuyển động thẳng đều thì lực điện trường ($\vec{E}$) phải cân bằng với $\vec{F}_L$, tức là $\vec{E}$ hướng lên. Suy ra $\vec{E}$ phải hướng thẳng đứng xuống dưới.

- Độ lớn E thỏa mãn: $Ee = ev_0B$ (e là độ lớn điện tích electron)

$$\Rightarrow E = Bv_0 = 0,005 \cdot 6 \cdot 10^7 = 3 \cdot 10^5 \text{ V/m}.$$

2a. Khi không có điện trường, trong miền từ trường, lực Lorenxơ $\vec{F}_L$ đóng vai trò là lực hướng tâm nên: $F_L = ma_{ht}$

$$ev_0B = \frac{mv_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{eB}$$

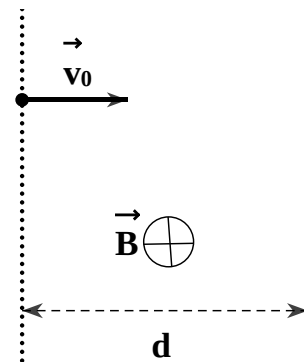
$$R = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 6 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,005} = 0,06825 \text{ m} = 6,825 \text{ cm}$$

2b. Vì $R > d$ nên electron sẽ ra khỏi từ trường tại một điểm trên đường giới hạn theo phương lệch với phương ban đầu một góc φ xác định bởi:

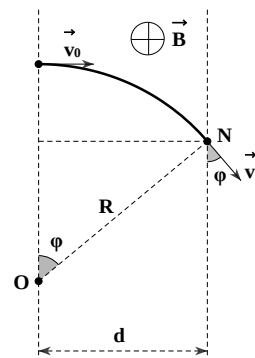
$$\sin \varphi = \frac{d}{R} = \frac{5,91}{6,825} \approx 0,866 \text{ hay } \varphi \approx 60^\circ.$$

Như vậy cung tròn mà electron chuyển động trong từ trường chỉ chiếm 1/6 đường tròn nên thời gian electron chuyển động trong từ trường là:

$$t = \frac{1}{6} \cdot \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2\pi \cdot 0,06825}{6 \cdot 10^7} \approx 1,191 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$



Hình 1



Bài 14. Theo định luật bảo toàn động lượng : $m_1v_1 = m_2v_2$ (1) và sau khi va hai hạt chuyển động ngược chiều nhau

Nếu hướng chuyển động của một mảnh nào đó hợp với véc tơ cảm ứng từ góc $\alpha \neq 90^\circ$ khi đó quỹ đạo của hai mảnh là các đường xoắn ốc hướng ra xa nhau nên hai mảnh không gặp nhau.

Khi $\alpha = 90^\circ$ thì hai mảnh chuyển động theo quỹ đạo tròn với tốc độ không đổi dưới tác dụng của lực Lorenxơ.

$$\text{Bán kính lần lượt là : } R_1 = \frac{m_1 v_1}{qB} \text{ và } R_2 = \frac{m_2 v_2}{qB}. (2)$$

kết hợp (1) và (2) ta được $R_1 = R_2 = R$.

Do hai điện tích trái dấu nhau nên hai mảnh cùng chuyển động đều trên một đường tròn về hai phía ngược nhau và đi đến gặp nhau .

$$\text{Khoảng thời gian từ khi vỡ đến khi gặp nhau là : } t = \frac{2\pi R}{v_1 + v_2} = \frac{2\pi m_1 m_2}{qB(m_1 + m_2)}.$$

Bài 15. Giả sử hạt mang điện tích dương và tại thời điểm t vận tốc hạt là v .

+ Theo bài hạt bay vào từ trường theo hướng vuông góc với từ trường nên trong từ trường hạt chịu tác dụng của các lực:

$$\text{Lực cản: } \vec{F}_C = -k\vec{v} \text{ ; Lực Lorentz: } \vec{f} = [q\vec{v} \wedge \vec{B}]$$

Từ hình vẽ ta có:

$$(ma)^2 = (kv)^2 + (qvB)^2 \Rightarrow (m \cdot \frac{dv}{dt})^2 = (k^2 + q^2 B^2) \cdot v^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{k^2 + q^2 B^2} \cdot v dt = -mdv \Rightarrow \sqrt{k^2 + q^2 B^2} \cdot ds = -mdv$$

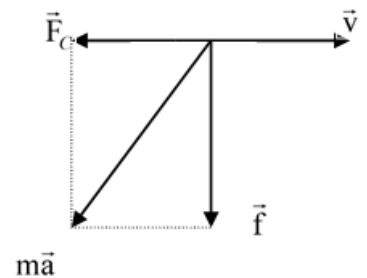
$$\Rightarrow \sqrt{k^2 + q^2 B^2} \int_0^s ds = -m \cdot \int_{v_0}^0 dv$$

$$\Rightarrow s^2 = \frac{m^2 v_0^2}{k^2 + q^2 B^2}$$

$$\text{Khi } B = 0: \quad s^2 = L^2 = \frac{m^2 v_0^2}{k^2}$$

$$\text{Khi } B = B_1: \quad l_1^2 = \frac{m^2 v_0^2}{k^2 + q^2 B_1^2}$$

$$\text{Khi } B = B_2: \quad l_2^2 = \frac{4m^2 v_0^2}{4k^2 + q^2 B_2^2}$$



$$\frac{L^2}{I_1^2} = \frac{k^2 + q^2 B_1^2}{k^2} = 1 + \frac{q^2 B_1^2}{k^2} = 4 \Rightarrow \frac{q^2 B_1^2}{k^2} = 3$$

$$\frac{L^2}{I_2^2} = \frac{k^2 + q^2 B_2^2}{k^2} = 1 + \frac{q^2 B_2^2}{k^2} = 25 \Rightarrow \frac{q^2 B_2^2}{k^2} = 24$$

$$\Rightarrow \frac{B_2^2}{B_1^2} = 8 \rightarrow \frac{B_2}{B_1} = 2\sqrt{2}$$

Bài 16. Do tính chất đối xứng nên tại mặt ngoài cường độ điện trường $\vec{E}$ vuông góc với mặt bên của hình trụ (Bỏ qua tác dụng của 2 đáy do hình trụ dài) như vậy cường độ điện trường E có độ lớn như nhau ở mọi điểm của mặt ngoài. Ký hiệu n_0 là mật độ ion (trong một đơn vị thể tích) ta có mật độ dòng điện

$$i = n_0 q v = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi R^2} \Rightarrow n_0 = \frac{I}{\pi R^2 q v} \quad (1).$$

Áp dụng định lý Gau-xơ: $E 2\pi R l = \frac{Q}{\epsilon_0}$. Với $Q = n_0 \pi R^2 l \Rightarrow E = \frac{n_0 R}{2} \quad (2)$

Từ (1)&(2) suy ra $E = \frac{I}{2\pi R v}$ và $\vec{E}$ hướng ra ngoài. Lực điện trường tác dụng lên ion ở mặt

ngoài: $F_E = qE = \frac{qI}{2\pi\epsilon_0 R v}$

Từ trường tại bề mặt của chùm: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ nên

Lực Loren tác dụng lên điện tích q là: $F_L = qvB = \frac{qI\mu_0 v}{2\pi R}$

Hợp lực tác dụng lên điện tích q hướng ra ngoài chùm và có độ lớn:

$$F = F_E - F_L = \frac{Iq}{2\pi\epsilon_0 R v} (1 - \mu_0 \epsilon_0 v^2) = \frac{Iq}{2\pi\epsilon_0 R v} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right); \quad (\text{Vì } c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0})$$

Bài 17. Các lực tác dụng lên quả cầu bao gồm: Trọng lực $m\vec{g}$, sức căng của dây treo $\vec{T}$ và lực Lorenxơ hướng ra ngoài (theo quy tắc bàn tay trái), có độ lớn $F_t = qvB$.

Vì quả cầu quay đều nên hợp các lực tác dụng lên nó phải đóng vai trò là lực hướng tâm:

$$\vec{F} = \vec{T} + \vec{F}_t + m\vec{g}.$$

Chiếu phương trình này lên phương bán kính quỹ đạo:

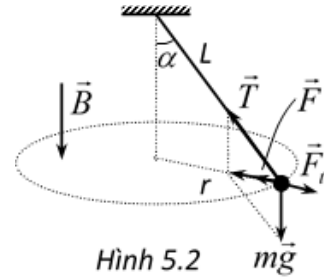
$$F = mg \tan \alpha - qvB = \frac{mv^2}{r}.$$

Trong đó bán kính quỹ đạo $r = L \sin \alpha$; $v = \omega r$. Thay các giá trị đã cho vào, ta nhận được phương trình bậc hai:

$$\omega^2 + \omega - 20 = 0.$$

Giải phương trình này nhận được 2 nghiệm: $\begin{cases} \omega_1 = -5 \text{ rad/s}, \\ \omega_2 = 4 \text{ rad/s}. \end{cases}$

Ta lấy 2 nghiệm ứng với 2 chiều quay ngược nhau của quả cầu.



Hình 5.2

Bài 18. Giả sử hạt mang điện tích dương và tại thời điểm t vận tốc hạt là v.

+ Theo bài hạt bay vào từ trường theo hướng vuông góc với từ trường nên trong từ trường hạt chịu tác dụng của các lực:

Lực cản: $\vec{F}_c = -k\vec{v}$; Lực Loren: $\vec{F} = [q\vec{v} \times \vec{B}]$

Từ hình vẽ ta có: $(ma)^2 = (kv)^2 + (qvB)^2 \Rightarrow$

$$(m \cdot \frac{dv}{dt})^2 = (k^2 + q^2 B^2) \cdot v^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{k^2 + q^2 B^2} \cdot v dt = -mdv \quad (\text{Vì } v \text{ giảm dần})$$

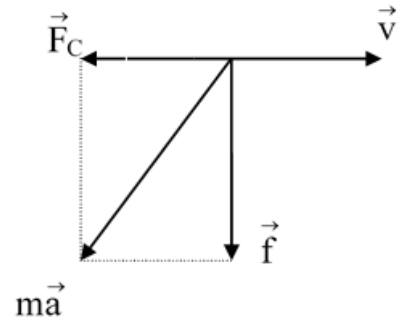
$$\Rightarrow \sqrt{k^2 + q^2 B^2} \cdot ds = -mdv$$

$$\Rightarrow \sqrt{k^2 + q^2 B^2} \int_0^s ds = -m \cdot \int_{v_0}^0 dv$$

$$\Rightarrow \Rightarrow s^2 = \frac{m^2 v_0^2}{k^2 + q^2 B^2}.$$

$$\text{Khi } B = 0: s^2 = L^2 = \frac{m^2 v_0^2}{k^2}; \quad \text{Khi } B = B_0: s^2 = l_1^2 = \frac{m^2 v_0^2}{k^2 + q^2 B_0^2}$$

$$\text{Khi } B = B_0/2: s^2 = l_2^2 = \frac{4m^2 v_0^2}{4k^2 + q^2 B_0^2}$$



+ Từ trên suy ra: $\frac{1}{l_2^2} = \frac{4k^2 + q^2 B_o^2}{4m^2 v_o^2} = \frac{3k^2}{4m^2 v_o^2} + \frac{k^2 + q^2 B_o^2}{4m^2 v_o^2} = \frac{3}{4L^2} + \frac{1}{4l_1^2}$

$$\Rightarrow l_2 = \frac{2Ll_1}{\sqrt{3l_1^2 + L^2}} \approx 8,3\text{cm}.$$

Bài 19. 1. + Sử dụng quy tắc bàn tay trái ta tìm được chiều của lực LoRenxơ $\vec{F}_{LR}$ tác dụng lên e hướng từ trên xuống

+ Để e chuyển động thẳng đều thì lực điện $\vec{F}_D$ phải cân bằng với $\vec{F}_{LR}$, tức là $\vec{F}_D$ hướng lên. Suy ra $\vec{E}$ phải hướng thẳng đứng xuống dưới

+ Độ lớn E thỏa mãn: $Ee = ev_0.B$ Hay $E = v_0.B = 1,63.10^6 \text{ V/m}$.

2.

a. + Trong vùng từ trường thì $\vec{F}_{LR}$ đóng vai trò là lực hướng tâm nên:

$$\frac{mv_0^2}{R} = ev_0 B \Rightarrow R = \frac{mv_0}{eB} \approx 2,31.10^{-2} \text{ m} = 2,31\text{cm}$$

+ Vì $R > d$ nên electron sẽ ra khỏi từ trường tại một điểm trên đường giới hạn theo phương lệch với phương ban đầu một góc φ xác định bởi:

$$\sin \varphi = \frac{d}{R} = \frac{2}{2,31} \approx 0,86 \text{ hay } \varphi \approx 60^\circ.$$

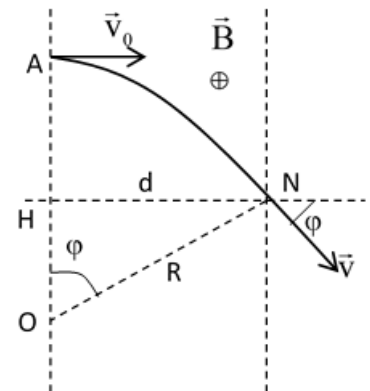
+ Như vậy cung tròn mà electron chuyển động trong từ trường chỉ chiếm 1/6 đường tròn nên thời gian electron chuyển động trong từ trường là:

$$t = \frac{1}{6} \cdot \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2,31.10^{-2} \cdot 2\pi}{8,15.10^7} \approx 2,96.10^{-9} \text{ s}$$

b. + Tại thời điểm t, ta có: $a = \frac{F}{m} = \frac{-kv}{m} \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-kv}{m}$ (Δt rất bé)

$$\Rightarrow \Delta s = v\Delta t = -\frac{m\Delta v}{k}$$

+ Tổng quãng đường electron đã chuyển động được:



Hình 1

$$S = \sum \Delta S = -\frac{m}{k} \sum \Delta v = -\frac{m(0 - v_0)}{k} = \frac{mv_0}{k}$$

$$S = \frac{9,10 \cdot 10^{-31} \cdot 8,13 \cdot 10^7}{18,5 \cdot 10^{-22}} \approx 4,00 \cdot 10^{-2} (\text{m}) = 4 \text{cm}$$

Bài 20. Các ion chuyển động tròn đều

$$+ R = \frac{mv}{qB} \quad (1)$$

$$+ \frac{mv^2}{2} = qU \quad (2)$$

$$+ \text{Từ (1) và (2), ta có: } R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}$$

+ Để thu được các quỹ đạo riêng biệt cho các ion kali với 2 loại đồng vị có khối lượng m_1, m_2 thì $(U_0 + \Delta U) \cdot m_1 < (U_0 - \Delta U) \cdot m_2$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U}{U_0} < \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = \frac{A_2 - A_1}{A_2 + A_1} = 2,5\%$$



Bài 21. Khi dòng điện chạy qua khối kim loại, dưới tác dụng của lực Loren-xơ, các electron tự do bị kéo sang mặt phẳng NN_1P_1P (theo qui tắc bàn tay trái). Do đó là xuất hiện điện trường $\vec{E}$ hướng từ M sang N.

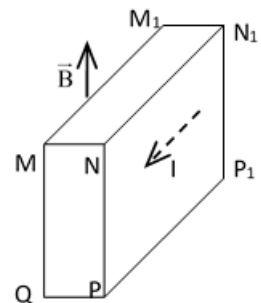
Điện trường này gây ra lực điện ngược chiều với lực Loren-xơ lên các electron và do đó cản trở sự tập trung của electron tại mặt phẳng NN_1P_1P . Khi hai lực này cân bằng thì điện trường $\vec{E}$ đạt giá trị ổn định, khi đó giữa M và N có hiệu điện thế ổn định

$$U_{MN} = E \cdot a. \quad (1)$$

Khi lực điện và lực Loren-xơ bằng nhau: $|e|E = |e|Bv \Rightarrow E = Bv \quad (2)$. Trong đó v là vận tốc chuyển động có hướng của electron.

Xét điện lượng chuyển qua tiết diện $MNPQ$ trong khoảng thời gian Δt : $\Delta q = n|e|abv \cdot \Delta t \quad (3)$

$$\text{Theo định nghĩa: } I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = n|e|abv \Rightarrow v = \frac{I}{n|e|ab} \quad (4).$$



Thay (4) và (2) vào (1) ta được: $U_{MN} = \frac{BI}{n|e|b}$

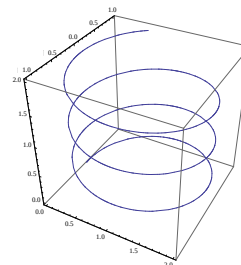
Bài 22. Theo định luật II: $m\vec{a} = \vec{F}_L = (qBv_y, -qBv_x, 0)$

$$\omega_B = \frac{qB}{m}$$

$$\begin{cases} ma_x = qBv_y \\ ma_y = -qBv_x \\ ma_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = \omega_B \dot{y} \\ \ddot{y} = -\omega_B \dot{x} \\ \ddot{z} = 0 \end{cases} \quad \text{Đặt} \quad \begin{cases} v_x = a \sin \omega_B t \\ v_y = a \cos \omega_B t \\ v_z = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{a}{\omega_B} \cos \omega_B t + \frac{a}{\omega_B} \\ y = \frac{a}{\omega_B} \sin \omega_B t \\ z = bt \end{cases}$$

Quỹ đạo của hạt là đường xoắn ốc:

$$\begin{cases} \left(x - \frac{a}{\omega_B}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{a}{\omega_B}\right)^2 \\ z = bt \end{cases}$$



Với bước nhảy $h = \frac{2\pi v_0}{\omega_B} = \frac{2\pi m v_0}{qB}$

Bài 23. Áp dụng định luật II Newton

$$\vec{F}_t + \vec{F}_d = m\vec{a}$$

+ Phương Ox:

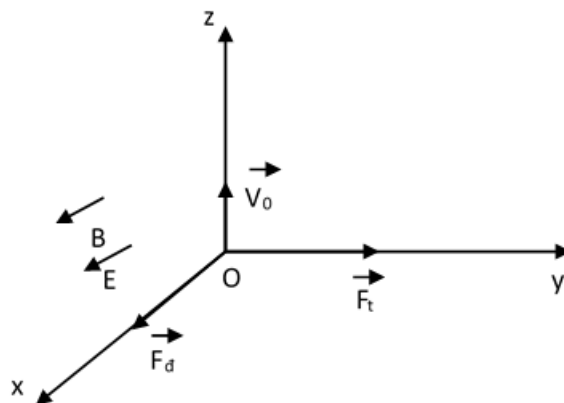
$$F_d = m\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow qE_o \cos \omega t = m\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{qE_o}{m\omega^2} \cos \omega t + C$$

Tại $t = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow C = \frac{qE_o}{m\omega^2}$

$$\Rightarrow x = \frac{qE_o}{m\omega^2} (1 - \cos \omega t) = \frac{mE_o}{qB_o^2} (1 - \cos \omega t)$$



+ Phương Oy và Oz.

Trong mặt phẳng Oyz, hạt chuyển động tròn đều dưới tác dụng của $\vec{F}_t$

$$R = \frac{mv_o}{qB}$$

$$\text{Tốc độ góc: } \frac{qB}{m} = \omega$$

Xét trong (Oyz), độ dời của hạt

$$s = 2R \sin \frac{\alpha}{2} = 2R \sin \frac{\omega t}{2} = 2 \cdot \frac{mv_o}{qB} \sin \frac{\omega t}{2} = \frac{mv_o}{qB} (1 - \cos \omega t)$$

$\Rightarrow$ Trong không gian, độ dời của hạt:

$$d^2 = x^2 + s^2 = \left(\frac{m^2 E_o^2}{q^2 B^4} + \frac{m^2 v_o^2}{q^2 B^2} \right) (1 - \cos \omega t)^2$$

$$d_{\max} \Leftrightarrow (1 - \cos \omega t)_{\max} = 2 \Leftrightarrow \cos \omega t = -1$$

$$\rightarrow \omega t = \pi + k2\pi$$

$$\Rightarrow d_{\max} = \frac{2m}{qB} \sqrt{\frac{E_o^2}{B^2} + v_o^2}$$

Bài 24. Các lực tác dụng lên khung:

$$\vec{F} + \vec{P} = m\vec{a}$$

Chiều lên các trục tọa độ:

$$\text{Ox: } B_z \cdot i \cdot OC - B_z \cdot i \cdot AB = ma_x \Rightarrow a_x = 0$$

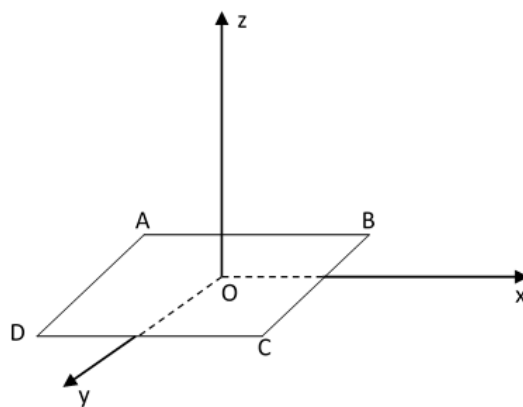
$$\text{Oy: } B_z \cdot i \cdot BC - B_z \cdot i \cdot AD = ma_y \Rightarrow a_y = 0$$

$$\text{Oz: } B_x \cdot i \cdot AB = mg = ma_z \Rightarrow mz'' = -mg + B_x \cdot i \cdot AB(1)$$

Do khung dây siêu dẫn nên từ thông được bảo toàn

$$\Rightarrow \phi = d^2 B_o + kd^2 z + Li$$

$$= d^2 B_o$$



$$\text{Do tại tác dụng ban đầu } t = 0, z = 0, i = 0 \Rightarrow i = -\frac{kd^2 z}{L} \quad (2)$$

Từ (1)(2) ta có:

$$z'' = -g - \frac{k^2 d^4}{mL} z \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k^2 d^4}{mL}} = \frac{kd^2}{\sqrt{mL}}$$

Phương trình dao động khung: $z = z_o + A \cos(\omega t + \varphi)$

Xét tại $t = 0, z = 0$

$$\Rightarrow z = \frac{mgL}{k^2 d^4} \left(\cos\left(\frac{kd^2 t}{\sqrt{mL}}\right) - 1 \right)$$

$$\Rightarrow i = -\frac{kd^2}{L} \cdot z = -\frac{mg}{kd^2} \left(\cos\left(\frac{kd^2 t}{\sqrt{mL}}\right) - 1 \right)$$

Bài 25. a. Xét một sợi dây bất kì tại vị trí O như hình vẽ khi đĩa quay trong từ trường. Gọi cường độ dòng điện qua nó là i:

$$\text{Lực từ} \quad \begin{cases} F_x = B_y i d \\ F_y = B_x i d \\ F_z = 0 \end{cases}$$

Do tính chất đối xứng nên tổng dòng qua các dây bằng 0

$$I = \frac{\sum e_c - U}{R}$$

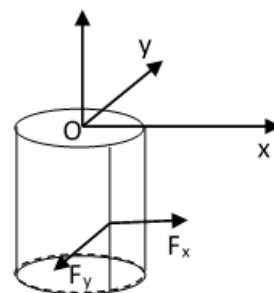
$$U = \sum e_c$$

Công nguyên tô lực từ $dA = \vec{F} d\vec{s}$

$$\text{Mà } P = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$P = F_x \cdot v_x + F_y \cdot v_y = B_y \cdot i \cdot d \cdot \omega \cdot a \sin \theta + B_x \cdot i \cdot d \cdot \omega \cdot a \cos \theta$$

Suất điện động xuất hiện trên dây



$$e_c = \frac{P}{t} = B.d.\omega.(\sin \alpha.\sin \theta + \cos \theta.\cos \alpha) = B\omega ad \cos(\theta - \varphi)$$

$$\rightarrow U = \sum e_c = 0$$

b. Từ (1) $\rightarrow$ dòng cảm ứng trên dây: $I = \frac{e_c}{R} = \frac{B\omega ad \cos(\theta - \varphi)}{R}$

Momen lực $\vec{M} = \vec{a} \wedge \vec{F} \Rightarrow M = \frac{B^2 \omega a^2 d^2 \cos^2(\theta - \varphi)}{R} \rightarrow \sum M = \frac{NB^2 a^2 d^2 \omega}{2R}$

Phương trình momen $M = -\tau\gamma \rightarrow \omega = \omega_0.e^{\frac{-t}{\tau}}$ với $\tau = \frac{2R\tau}{NB^2 a^2 d^2}$

Bài 26. a) Véc tơ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng hình vẽ.

Năng lượng của electron $\frac{mv_0^2}{2} = eU \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

* Khi ra khỏi ống electron chịu tác dụng của lực Lorenxơ $F = Bev_0$ có phương vuông góc với mặt phẳng $(\vec{B}; \vec{v}_0)$ và đóng vai trò lực hướng tâm:

$$F_{ht} = \frac{mv_0^2}{R} \rightarrow Bev_0 = \frac{mv_0^2}{R} \rightarrow B = \frac{mv_0}{eR}$$

* Để e đến được M thì $R = \frac{TM}{2\sin \alpha} = \frac{d}{2\sin \alpha}$

$$\rightarrow B = \frac{mv_0}{e} \cdot \frac{2\sin \alpha}{d} \text{ với } v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

$$\text{Ta có } B = \frac{2\sin \alpha}{d} \cdot \sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

b) Tính B khi $\vec{B} // TM$

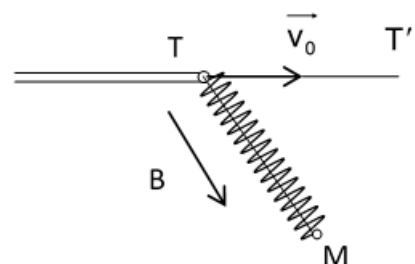
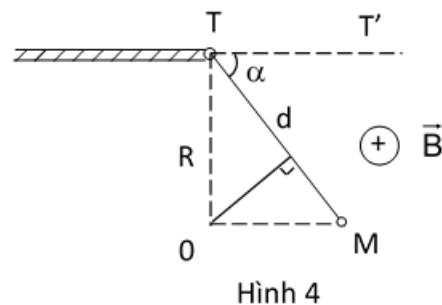
* Khi ra khỏi ống e chịu tác dụng của lực Lorenxơ

$$F = e[\vec{B} \wedge \vec{v}_0] \rightarrow F = Bev_0 \sin \alpha$$

Lực Lorenxơ đóng vai trò của lực hướng tâm

$$F_{ht} = \frac{m(v_0 \sin \alpha)^2}{R}$$

$$\text{nên } Bev_0 \sin \alpha = \frac{m(v_0 \sin \alpha)^2}{R} \rightarrow R = \frac{mv_0 \sin \alpha}{eB}$$



$$\rightarrow \text{chu kỳ xoắn là: } T = \frac{2pR}{v_0 \sin \alpha} = \frac{2pm}{eB}$$

* Theo phương TM hạt chuyển động với vận tốc $v_{TM} = v_0 \cos \alpha$

$$\text{- Bước xoắn } h = v_{TM} \cdot T = \frac{2pmv_0 \cos \alpha}{eB}$$

$$\text{- Để hạt đến được M thì TM} = N \cdot h = d \rightarrow B = N \cdot \sqrt{\frac{2Um}{e}} \cdot \frac{2p \cos \alpha}{d}$$

$$\text{Do } B < 0,03T \text{ ® } N \cdot \sqrt{\frac{2Um}{e}} \cdot \frac{2p \cos \alpha}{d} < 0,03.$$

Vậy $B = N \cdot 6,7 \cdot 10^3 T$ với $N = 1; 2; 3; 4$

Bài 27. chỉ chuyển động trong mặt phẳng xy.

Gọi $\vec{v}_t$ là vận tốc của hạt tại thời điểm t. Do tác dụng của lực Lorenxơ $\vec{F}_t = q\vec{B} \times \vec{v}_t$ vuông góc với $\vec{v}_t$ nên công của $F_L = 0$, động năng của hạt được bảo toàn.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 \text{ ® } v_y \leq v = v_t.$$

* Theo định luật Niuton II có $qBv_x = ma_y$

$$\text{® Thay } B = ax; v_x = \frac{dx}{dt} \text{ ® } qaxdx = mdv_y$$

$$\text{® } qa \int_0^x xdx = m \int_0^{v_y} dv_y \text{ ® } \frac{qax^2}{2} = mv_y \text{ ® } x = \sqrt{\frac{2mv_y}{qa}} \leq \sqrt{\frac{2mv}{qa}}$$

$$\text{Vậy } x_{\max} = \sqrt{\frac{2mv}{qa}}$$

Bài 28. a) Mật độ dòng điện chạy trong dây $i = env$.

$$i = \frac{I}{ah} \text{ ® } v = \frac{I}{aen} \text{ thay số có } v = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ m/s.}$$

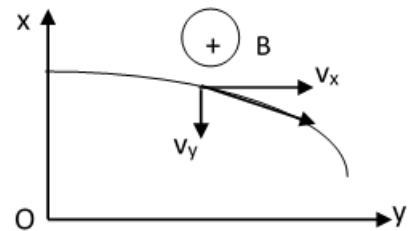
b) Lực tác dụng lên electron chính là lực Lorenxơ. Áp dụng quy tắc bàn tay trái ta thấy lực này hướng xuống dưới.

Vì electron chuyển động vuông góc với $\vec{B}$ nên lực tác dụng lên electron là:

$$F = evB = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,4 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \gg 4,5 \cdot 10^{-23} \text{ N}$$

c) Muốn cân bằng lực từ phải đặt vào một điện trường đều hướng xuống dưới sao cho:

$$eE = evB \text{ ® } E = v \cdot B = 1,4 \cdot 10^{-4} \cdot 2 = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ V/m}$$



Hình 6

d) Hiệu điện thế phải đặt vào cạnh trên và dưới của dây dẫn, cạnh trên có điện thế cao hơn cạnh dưới. Vì điện trường E đều nên:

$$U = Eh = 2,8 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ ® } U = 5,6 \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

e) Nếu ta không đặt điện trường ngoài thì dưới tác dụng của lực Lorentz electron sẽ bị lệch xuống phía dưới. Do đó cạnh dưới của dây thừa điện tích âm. Trong dây xuất hiện điện trường E_1 hướng từ trên xuống dưới. Điện trường này có độ lớn tăng dần, chống lại tác dụng của lực Lorentz, sau một thời gian ngắn trạng thái cân bằng được thiết lập. Tác dụng của lực Lorentz hoàn toàn bị cân bằng bởi tác dụng của điện trường E_1 . Giữa cạnh trên và cạnh dưới của dây có hiệu điện thế $U_1 = E_1 h$. Phương chiều và độ lớn của điện trường E_1 này hoàn toàn giống điện trường E ở mục c.

*** Chú ý:** Trong mọi trường hợp khi mà một dây dẫn (hay vật dẫn nói chung) có dòng điện chạy qua được đặt trong từ trường thì trong dây dẫn đều xuất hiện điện trường phụ E_1 và do đó ở hai cạnh bên của dây dẫn xuất hiện một hiệu điện thế U_1 . Hiện tượng này gọi là hiện tượng Hall.

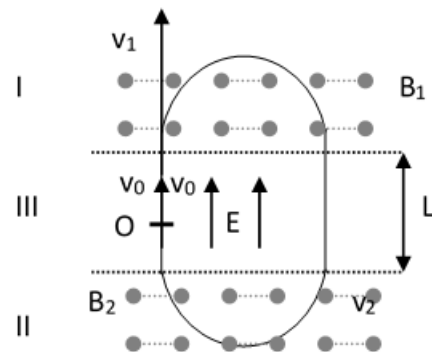
Bài 29. a) Gọi v_1 và v_2 lần lượt là vận tốc của hạt mang điện khi đi vào các vùng (I) và (II). Áp dụng lí động năng, ta có:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = qE \cdot \frac{L}{2} \text{ ® } v_1 = \sqrt{v_0^2 + \frac{qEL}{m}}$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -qE \cdot \frac{L}{2} \text{ ® } v_2 = \sqrt{v_0^2 - \frac{qEL}{m}}$$

Mặt khác: $R = \frac{mv}{qB}$ và $R_1 = R_2$ nên ta có:

$$\frac{mv_1}{qB_1} = \frac{mv_2}{qB_2} \text{ ® } \frac{B_1}{B_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{mv_0^2 + qEL}}{\sqrt{mv_0^2 - qEL}}$$



Hình 9

b) Để cho hạt mang điện có thể đi vào vùng (II) thì động năng của hạt tại O phải lớn hơn độ tăng thế năng tĩnh điện khi hạt dịch chuyển từ O tới S_2 :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 > qE \cdot \frac{L}{2} \text{ ® } E < \frac{mv_0^2}{qL}$$

Bài 30. a) Trong từ trường đều, hạt mang điện có quỹ đạo là đường tròn, bán kính

$$r_1 = \frac{mv}{qB_1}$$

- Theo định luật bảo toàn năng lượng: $\frac{mv^2}{2} = qV_0$

$$\text{Từ đó: } r_1 = \sqrt{\frac{2m \frac{v_0^2}{2}}{q^2 B_1^2}} = \sqrt{\frac{2m V_0}{q B_1^2}}$$

- Để proton đi qua được vùng thứ nhất thì $r_1 > d$, do đó:

$$V_0 > \frac{q B_1^2 d^2}{2m} = 3,1 \text{ kV}$$

b) Sau khi qua vùng 1, proton vẫn giữ nguyên giá trị vận tốc, nhưng có phương thay đổi (Lực Lorenxơ không làm thay đổi độ lớn vận tốc của hạt mang điện).

Véc tơ vận tốc lệch đi một góc α sao cho $\sin \alpha = \frac{d}{r_1}$.

$$\text{Do } B_2 = 2B_1 \text{ nên: } r_2 = \sqrt{\frac{2m V_0}{q B_2^2}} = \frac{1}{2} r_1$$

- Để proton đi qua được vùng 2 thì: $\overline{O_2 H} > (r_2 \sin \alpha + d)$

$$\rightarrow r_1 > 3d$$

$$\text{Vậy: } V_0 > 9 \frac{q B_1^2 d^2}{2m} = 28 \text{ kV}$$

$$\text{c) Góc lệch toàn bộ: } \delta = \alpha + \gamma, \quad \delta = \alpha + \frac{\pi}{2} - \beta = \frac{\pi}{2} - \beta$$

- Theo điều kiện của bài toán $\delta = \frac{\pi}{3}$, do đó:

$$\sin \frac{\pi}{2} - \beta = \cos \beta = \sin d = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vì } \cos \beta = \frac{(r_2 \sin \alpha + d)}{r_2} = \frac{3d}{r_1} \text{ nên } V_0 = 12 \frac{q B_1^2 d^2}{2m} = 36,8 \text{ kV.}$$

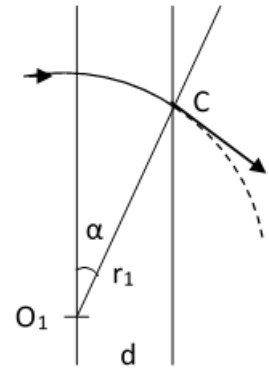
Bài 31. a) Trong miền D quỹ đạo của electron là một cung tròn tâm C

$$(x_C = 0 \text{ và } y_C = R = \frac{mv_0}{eB})$$

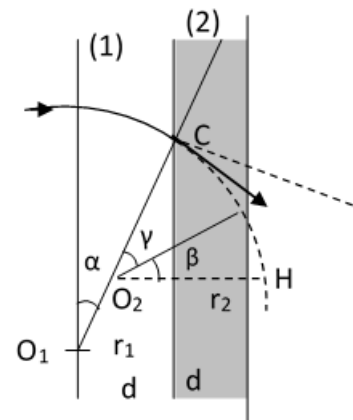
Tại điểm P electron ra khỏi từ trường.

$$\text{Ta có: } y_P = R(1 - \cos \alpha)$$

$$X_P = R \sin \alpha \text{ (vì } \alpha \text{ nhỏ)}$$



Hình 11



Hình 12

$$\text{P } \sin a = \frac{L}{R}$$

$$\text{P } y_p = L \cdot \frac{1 - \cos a}{\sin a} = \frac{La}{z}$$

$$\text{Với } \sin a \gg a = \frac{L}{R} = \frac{eBL}{mv_0}$$

$$\text{P } y_p = \frac{eBL^2}{2mv_0}$$

$$\text{Áp dụng số: } v_0 = \frac{\sqrt{2eV}}{m} = 59,3 \cdot 10^6 (m/s)$$

$$\alpha = \frac{eBL}{mv_0} = 89 \cdot 10^{-3} rad = 5,11^\circ$$

$$R = 11,2 cm; \frac{L}{R} = 0,09 \quad \text{P } y_p = 0,445 mm$$

b) Điểm chạm I có tung độ:

$$y_x = y_p + \frac{D-L}{2} \tan \alpha = Da = \frac{eBL}{mv_0}$$

$$\text{P } y_I = 1,78 (cm)$$

$$\text{c) } OQ = R \sin \frac{\alpha}{2} = R \frac{\alpha}{2} = \frac{L}{2} \quad \text{P } \text{Đường thẳng PI đi qua}$$

điểm O ở giữa OT.

Bài 32. Vật chịu tác dụng của lực từ và lực ma sát:

Phương trình chuyển động của hạt:

$$m \frac{dv}{dt} = F_t + F_{ms} \quad \text{P } \frac{dv}{dt} = q \frac{v \times B}{m} - \frac{k}{m} v \cdot v$$

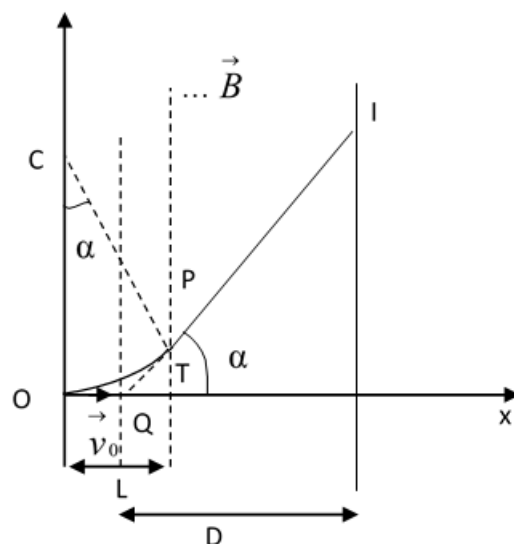
Chiếu lên phương chuyển động:

$$\text{P } \frac{dv}{dt} = - \frac{k}{m} v^2 \quad \text{P } \frac{dv}{v^2} = - \frac{k}{m} dt$$

$$\text{Tích phân: } \text{P } \frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} = \frac{k}{m} t \quad \text{P } v = \frac{v_0}{1 + v_0 \frac{k}{m} t}$$

P Vận tốc hạt giảm theo thời gian.

Bài 33. Ta sẽ khảo sát các điện áp trên diốt sao cho các electron khi rời catốt sẽ quay trở lại mà không tới được anốt. Trên hình biểu diễn đoạn đầu của quỹ đạo vovish ương của cảm ứng từ đã



Hình 13

cho. Giả sử electron tại một điểm nào đó trên quỹ đạo và có hai thành phần vận tốc v_x và v_y , còn giữa hai bản cực của điôt có một điện trường đều $\vec{E}$. Khi đó electron chịu tác dụng lực của cả từ trường lẫn điện trường và ta có phương trình chuyển động của electron theo các phương x và y

như sau: $m_e \frac{dv_x}{dt} = ev_y B$ và $m_e \frac{dv_y}{dt} = eE - ev_x B$

Hai phương trình trên có thể viết lại dưới dạng sau: $v'_x = \omega_c v_y$ và $v'_y = \frac{e}{m_e} E - \omega_c v_x$

Trong đó hệ số $\omega_c = \frac{eB}{m_e}$ được gọi là tần số cyclotron. Đây là tần số quay của electron hay của bất kỳ một hạt tích điện nào khác có cùng điện tích riêng (tức là có cùng tỉ số điện tích và khối lượng của nó) theo một quỹ đạo tròn trong một từ trường đều có cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo của hạt đó. Vì phân phương trình thứ hai theo thời gian và tính đến phương trình thứ nhất, ta được:

$$v''_y + \omega_c v_y = 0$$

Đây là phương trình mô tả dao động điều hoà quen thuộc. Nghiệm tổng quát của nó có dạng:

$$v_y(t) = A \sin \omega_c t + C \cos \omega_c t$$

trong đó A và C là các hằng số được xác định từ điều kiện ban đầu. Theo đề bài, tại $t = 0$, $v_0(0) = 0$ và $v'_y(0) = \frac{eE}{m_e}$. Từ đó suy ra $C = 0$ và $A = \frac{eE}{m_e \omega_c}$. Cuối cùng, biểu thức của $v_y(t)$ có dạng:

$$v_y(t) = \frac{eE}{m_e \omega_c} \sin \omega_c t.$$

Bây giờ ta có thể tìm được độ dịch chuyển của electron theo trục y :

$$y(t) = \int_0^t v_y(t) dt = \int_0^t \frac{eE}{m_e \omega_c} \sin \omega_c t dt = \frac{eE}{m_e \omega_c^2} (1 - \cos \omega_c t)$$

Từ phương trình của $v_y(t)$ ta dễ dàng tìm được thời điểm t_N khi electron ở xa catôt nhất, đó chính là thời điểm $v_y(t) = 0$, hay

$$\omega_c t_N = (2N + 1)\pi \text{ với } N = 0, 1, 2, \dots$$

(Bạn thử giải thích xem tại sao lại không lấy nghiệm $\omega_c t_N = 2N\pi$). Tại những thời điểm đó độ dịch chuyển theo phương y của êlectron bằng:

$$y_N = \frac{2eE}{m_e \omega_c^2} = \frac{2m_e E}{eB^2}$$

Khi quỹ đạo của êlectron có đỉnh chạm vào anôt, thì độ dịch chuyển y_N của nó bằng khoảng cách d và anôt, khi đó điện áp trên điôt sẽ bằng điện áp cực tiểu $U_{\min}$ cần tìm: $d = \frac{2m_e U_{\min}}{eB^2}$

Từ đây ta tìm được: $U_{\min} = \frac{ed^2 B^2}{2m_e}$

Bài 34. 1) Vì hạt chuyển động đều nên lực Lorenxơ $\vec{F}$ tác dụng lên hạt phải cân bằng với hợp lực của lực điện trường ($\vec{F}_d = q\vec{E}$) và trọng lực ($\vec{P} = m\vec{g}$). Nghĩa là $\vec{F}_L$ hướng thẳng đứng lên trên và có độ lớn:

$$F_L = qE + mg = qv_0 B$$

$$\textcircled{R} \quad B = \frac{qE + mg}{qv_0} \quad (1)$$

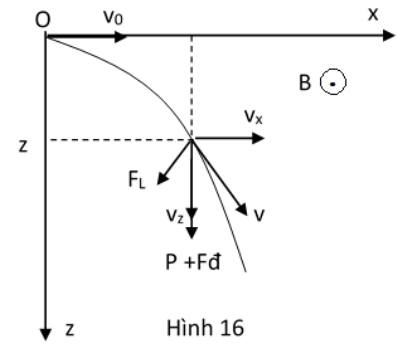
Véc tơ $\vec{B}$ hướng theo trục Oy, vào phía trong mặt phẳng hình vẽ.

2) Bây giờ véc tơ $\vec{B}$ và $\vec{F}_L$ có chiều như trên hình vẽ. dụng định luật II Newton:

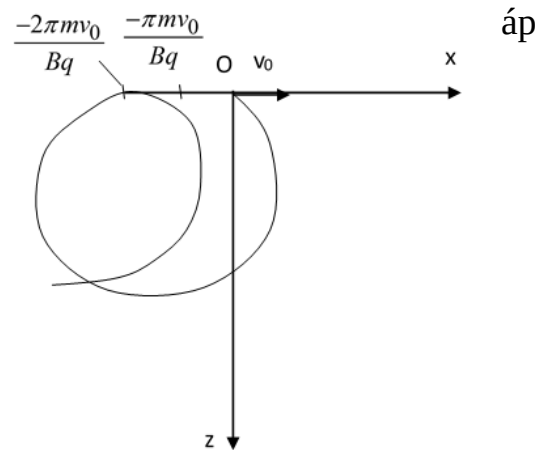
$$m\vec{a} = \vec{F}_d + \vec{P} + \vec{F}_L \quad (2)$$

Chiếu (2) lên Ox và Oz (chú ý đến (1)):

$$\frac{dv_x}{dt} = - \frac{Bq}{m} v_z \quad (3)$$



Hình 16



Hình 17

$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{Bq}{m}v_x + qE + mg = \frac{Bq}{m}(v_x + v_0) \quad (4)$$

Từ (3) và (4): $v_x'' = -\frac{Bq}{m}v_z' = -\frac{B^2q^2}{m^2}(v_x + v_0)$ (5)

$$\textcircled{R} \quad v_x + v_0 = A \sin(\omega t + f), \text{ với } \omega = \frac{Bq}{m} \quad (5')$$

$$\textcircled{R} \quad v_x = A \sin(\omega t + f) - v_0 \quad (6)$$

Từ (6) và (3): $v_z = -A \cos(\omega t + f)$ (7)

Lúc $t = 0$, ta có: $v_x = v_0$ và $v_y = 0$;

suy ra: $A = 2v_0$, $f = \frac{p}{2}$

$$\textcircled{R} \quad v_x = 2v_0 \sin(\omega t + \frac{p}{2}) - v_0 ; \quad (8)$$

và $v_y = -2v_0 \cos(\omega t + \frac{p}{2})$ (9)

Từ (8): $x = -\frac{2v_0}{\omega} \cos(\omega t + \frac{p}{2}) - v_0 t + x_0$

Lúc $t = 0$, $x = 0$, suy ra $x_0 = 0$

và biết $\omega = \frac{Bq}{m}$

Vậy: $x = -\frac{2mv_0}{Bq} \cos(\frac{Bq}{m}t + \frac{p}{2}) - v_0 t$ (10)

Tương tự, từ (9) và biết lúc $t = 0$, $z = 0$, ta có:

$$z = \frac{2mv_0}{Bq} \sin(\frac{Bq}{m}t + \frac{p}{2}) - v_0 t \quad (11)$$

Phác họa quỹ đạo của hạt như trên hình 17.

+ Khi $\frac{Bq}{m}t = p$ thì $z = \frac{4mv_0}{Bq}$, $x = -\frac{pmv_0}{Bq}$.

+ Khi $\frac{Bq}{m}t = 2p$ thì $z = 0$, $x = -\frac{2pmv_0}{Bq}$

3) Khi hạt bắt đầu lại gặp trục Ox, thì $z = 0$ $\textcircled{R} \quad \sin(\frac{Bq}{m}t + \frac{p}{2}) = 1$

$$\textcircled{R} \quad \frac{Bq}{m}t = 2p \text{ hay } t = \frac{2pm}{Bq}$$

Khi đó $x = -v_0 t = -\frac{2pmv_0}{Bq}$, và từ (8) và (9) tìm được:

$$v_x = +2v_0 - v_0 = v_0; \quad v_z = 0$$

Vận tốc $\vec{v}$ của hạt hướng theo chiều dương của trục Ox và có độ lớn bằng v_0 .

Bài 35.

1. Do từ trường, các ion có khối lượng M chuyển động theo đường tròn với bán kính: $R =$

$$\frac{Mv}{eB} = \frac{\sqrt{2MT}}{eB}$$

$$AN = 2R = 2 \frac{\sqrt{2MT}}{eB} \quad (1)$$

+ Với ^{39}K : $AN_1 = 5,75\text{cm}$; ^{42}K : $AN_2 = 5,90\text{cm}$
 $N_1N_2 = 1,45\text{mm}$

2. a) Các hạt có phương vuông góc với mặt AM sẽ chuyển động theo nửa vòng tròn bán kính R và đập vào tấm kính tại N_1 .

- Các ion có hướng hợp với pháp tuyến của AM góc α vạch nên cung tròn $AN_1'N_1''$.

Từ hình vẽ, ta có: $N_1N_1'' = AN_1 - AN_1'' = 2R - 2R(1 - \cos\alpha) = 4R\sin^2\frac{\alpha}{2} \gg Ra^2$

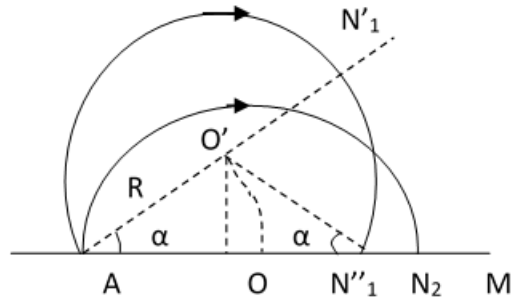
- Các ion ở mép kia của chùm tia (hướng $-\alpha$) cũng rơi vào điểm N_1'' .

$$\Delta x_1 = R\alpha^2 = 0,08\text{mm} \quad (2)$$

b) Thay $T = T_0 + \delta T$ trong (1) ta có: $d = 2 \frac{\sqrt{MT_0}}{eB} \left(1 + \frac{dT}{T_0} \right) \gg 2R \left(1 + \frac{1}{2} \frac{dT}{T_0} \right)$

$$\Delta x_2 = d_{\max} - d_{\min} = 2R \frac{DT}{T_0} = 0,58\text{mm} \quad (3)$$

3. $N_1N_2 = 2\Delta x$. Các vạch tách rời nhau, vì vậy có thể dựng khối phổ kế để phát hiện ^{39}K và ^{41}K .



Hình 19

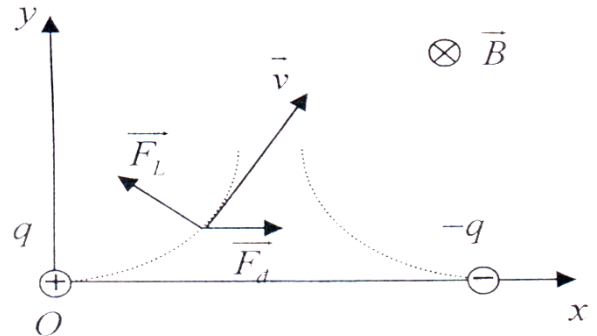
Bài 36. Chọn gốc tọa độ tại trung điểm của đoạn thẳng nối vị trí của hai điện tích tại thời điểm ban đầu, trục Ox trùng với đường thẳng nối hai vị trí này và có chiều dương hướng về phía điện tích dương, trục Oz có hướng trùng với hướng của vector cảm ứng từ $\vec{B}$, trục Oy có chiều

dương hướng xuống dưới theo chiều chuyển động của hai điện tích dưới tác dụng của lực từ $F_B = |q.v \vec{B}| = q.v.B$, khi chúng bị đẩy chuyển động với vận tốc v dưới tác dụng của lực hút

tĩnh điện $F_E = -kq^2 \times \frac{1}{(2x)^2}$ giữa hai điện tích.

Vì chuyển động của hai điện tích là tương đương nhau, nên chuyển động của chúng là hoàn toàn đối xứng và luôn nằm trên cùng một đường thẳng song song với Ox. Do đó ở đây ta chỉ xét chuyển động của điện tích dương:

- Ban đầu điện tích dương được đặt tại vị trí $x_i = L/2, y_i = 0$. Sau đó lực điện hút chúng lại gần nhau nên tọa độ x giảm dần (vì $v_x < 0$), khi các điện tích chuyển động trong từ trường vuông góc sẽ chịu tác dụng của lực Lorentz hướng theo Oy nên tọa độ y tăng dần (vì $v_y > 0$).



Khi đó, theo định luật II Newton, ta có: $\vec{F}_E + \vec{F}_B = m \vec{a}$

$$\begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = -\frac{kq^2}{4x^2} + q.v_y.B \\ m \frac{dv_y}{dt} = -q.v_x.B \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

Ta có: $v_x = \frac{dx}{dt}$. Thay vào (2) và lấy tích phân hai vế của phương trình (2) theo t từ thời điểm $t_i = 0$ đến thời điểm t bất kỳ, ta được:

$$v_y = \frac{q.B}{m} \left(\frac{L}{2} - x \right) \quad (3)$$

Với điều kiện ban đầu: $t_i = 0$ thì $x_i = +L/2; v_y = 0$.

Nhận xét: Thành phần vận tốc của điện tích dương theo phương Oy là một hàm của tọa độ x .

Vì $\vec{F}_B \perp \vec{v}$ nên lực từ không sinh công, nên theo định lý biến thiên động năng ta có:

$$\int_{L/2}^x F_E dx = DK \int_{L/2}^x -\frac{kq^2}{4x^2} dx = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{kq^2}{2m} \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{L} \right)} \quad (4)$$

Là tốc độ chuyển động của điện tích dương khi ở vị trí có tọa độ x .

- Để các điện tích không dính vào nhau thì phải có một vị trí tại đó các hạt chỉ chuyển động theo phương Oy, nghĩa là $v = v_y$, giả sử vị trí đó có tọa độ $x = x_f$. Bình phương hai vế của (3) và (4) ta có:

$$z(1-z) = 4c \quad (5)$$

Với tỷ số khoảng cách

$$z = \frac{x_f}{L} = \frac{2x_f}{L}; c = \frac{m.k}{B^2.L^3}$$

Đáng chú ý là phương trình (5) không phụ thuộc vào điện tích q, vì cả lực điện và lực từ đều tỷ lệ với điện tích q.

Bây giờ ta sẽ xét điều kiện để L đạt giá trị nhỏ nhất có thể.

Giá trị của L nhỏ thì giá trị của c sẽ lớn (phụ thuộc vào các giá trị của m, k và B đó cho). Do đó, chúng ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(z) = z(1-z)$. Hàm $f(z)$ đạt giá trị lớn nhất khi $z = 1/2$, khi đó theo phương trình (5) ta có:

$$c = 1/16. \text{ Ta thu được: } L = (16m.k/B^2)^{1/3}.$$

- Xét chuyển động của các điện tích tại vị trí x_f . Thay $x_f = L/4$ vào phương trình (1) ta có:

$$m.a_{x_f} = \frac{4kq^2}{L^2} \frac{z}{16.m.k} - \frac{1}{L} \frac{v_y^2}{L} = 0 \quad (6)$$

Điều này cho thấy v_{x_f} có giá trị không đổi và có giá trị cuối cùng bằng không. Mặt khác, tại đó lực điện và lực từ cân bằng nhau và các hạt chuyển động dọc theo phương Oy với khoảng cách bằng nửa khoảng cách ban đầu L. Hơn nữa, hai điện tích đối xứng nhau qua trục Ox, điều này không cho phép xác định hàm $x(t)$, cho phép ta xác định chính xác thời điểm điện tích có vị trí x_f .

- Cuối cùng, vấn đề đặt ra là điều gì sẽ xảy ra nếu L có giá trị khác với kết quả thu được ở trên?

Nếu $L < \sqrt[3]{\frac{16m.k}{B^2}}$ thì $4c > z.(1-z)$, khi đó: $v > v_y$, $v_x \neq 0$. Do đó cuối cùng hai điện tích sẽ

dính vào nhau. Đó là do hai điện tích quá gần nhau khiến tốc độ các điện tích thu được do lực hút tích điện lớn, khiến cho một phần quỹ đạo của hai điện tích sẽ chồng lên nhau.

Nếu $L > \sqrt[3]{\frac{16m.k}{B^2}}$, theo (5) thì $z > \frac{1}{2}$, điều này dẫn đến:

$$F_{Bf} = q.v_f.B > F_{Ef} = k.q^2/(2x_f)^2$$

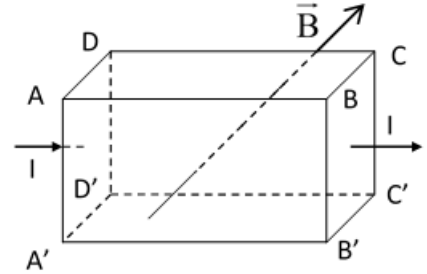
do đó quỹ đạo chuyển động quay trở lại của các điện tích sẽ làm tăng tọa độ x cho tới khi khoảng cách giữa chúng lại là L, khi đó các điện tích lại ở trạng thái nghỉ và sau đó chuyển động của các điện tích sẽ lặp lại như cũ, khi đó quỹ đạo chuyển động của các điện tích sẽ có dạng như hình vẽ. Các hạt sẽ không thể tiến tới khoảng cách L/2; trong thực tế khoảng cách này sẽ đạt giá trị xấp xỉ L nếu L có giá trị rất lớn.

Bài 37. 1. Lực Lorentz $\vec{F}_L$ hướng về mặt ABCD: $F_L = evB$, làm cho mặt ABCD tích điện âm, còn mặt A'B'C'D' tích điện dương, dẫn đến xuất hiện hiệu điện thế giữa 2 mặt đáy. Do đó electron còn chịu tác dụng của lực điện trường $F_E = eE$ (hình vẽ).

Trong trạng thái dừng, lực $\vec{F}_E$ cân bằng với lực $\vec{F}_L$: $F_E = F_L$ suy ra $eE = evB \rightarrow E = vB \rightarrow U/l = vB \rightarrow U = lvB$ ($l = AA'$).

Mật khác $I = enSv = en(dl)v \rightarrow lv = \frac{I}{end}$.

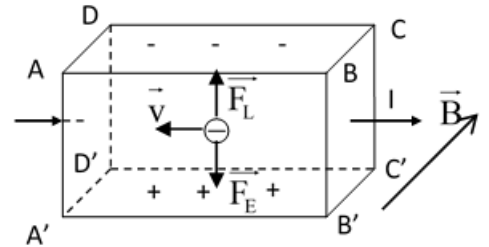
$$\text{Từ đó } U = lvB = \frac{1}{ne} \frac{IB}{d} = h \frac{IB}{d}$$



$$2. B = \frac{Ud}{AIB} = \frac{17 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 10^{-6}}{8,9 \cdot 10^{-11} \cdot 10} \approx 0,23T.$$

3. a. Vẽ các đồ thị $U(I)$ lần lượt ứng với $B = 10mT$, $B = 20mT$ và $B = 30mT$. Đồ thị là các đoạn thẳng qua gốc tọa độ. Như vậy với một giá trị B xác định ta có U tỉ lệ với I .

Vẽ đồ thị $U(B)$ với $I = 20mA$: đồ thị là đoạn thẳng qua gốc tọa độ $\rightarrow U$ tỉ lệ với B .



Như vậy U tỉ lệ với tích IB (với bề dày d không đổi).

b. Kết hợp với thí nghiệm chứng tỏ U tỉ lệ nghịch với d , suy ra U tỉ lệ với IB/d . Đối chiếu với (1) có thể viết:

$$U = h_{Ge} \frac{IB}{d}$$

Với h_{Ge} là hằng số Hall đối với Ge. Theo kết quả thí nghiệm trên với $d = 1mm$, $B = 30mT$, $I = 40mA$ thì $U = 17,5mV$. Từ đó:

$$A_{Ge} = \frac{Ud}{IB} = \frac{17,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \cdot 10^{-3}} \approx 0,0146m^3/(A.s)$$

Bài 38. 1. Do bài toán này có đối xứng tròn có tâm tròn trên mặt phẳng xOy , nên có thể đặt vận tốc của hạt tích điện dương thành $(0, v \sin \theta, v \cos \theta)$.

Các hạt bị ràng buộc bởi điện trường và từ trường sẽ tạo ra chuyển động xoắn ốc theo hướng z trong vùng hình trụ với bề mặt vật liệu là đáy (nghĩa là chuyển động tròn đều trong mặt phẳng xOy và chuyển động thẳng biến đổi đều theo hướng z).

Bán kính của chuyển động tròn đều của hình chiếu của hạt trong mặt phẳng xOy là:

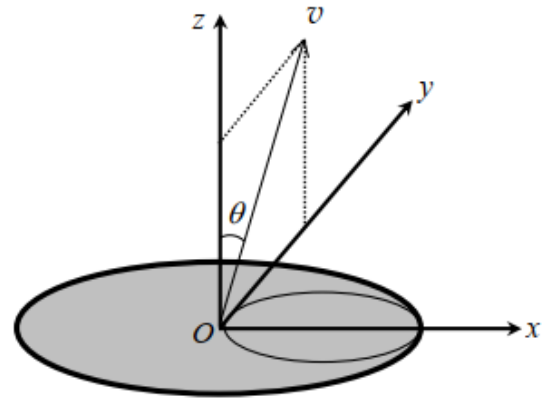
$$r(\theta) = \frac{mv \sin \theta}{qB} \quad (1)$$

Nếu hạt có thể bị ràng buộc bởi điện trường và từ trường trong một vùng hình trụ thì:

$$r(\theta) < \frac{R_0}{2} \quad (2).$$

Coi rằng hướng phát ra của các hạt bị ràng buộc bởi điện trường và từ trường được phân bố đều trong góc khối với trục z là trục đối xứng $\Delta\Omega: 0 \leq \theta \leq \Theta, 0 \leq \phi \leq 2\pi$, Bán kính tương ứng với góc khối này là diện tích của một hình cầu có đơn vị chiều dài (giá trị của góc khối $\Delta\Omega$) là:

$$\Delta\Omega = -2\pi \int_0^\Theta d \cos \theta = 2\pi(1 - \cos\Theta) \quad (3)$$



Góc khối của các hạt tích điện dương phát ra đồng đều từ gốc O đến mặt phẳng xOy là 2π . Theo đó các hạt bị ràng buộc bởi điện trường và từ trường chiếm tỷ lệ η phần trăm của tổng số hạt phát ra.

$$\eta = \frac{\Delta\Omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} = 50\% \quad (4)$$

Từ (3), (4) suy ra: $\theta \leq \Theta = \frac{\pi}{3}$ (5)

Thấy rằng các góc θ phải thỏa mãn điều kiện (5). Từ (1)(2)(3)(4)(5) ta có: $R = \frac{\sqrt{3}mv}{qB}$ (6).

2. a. Các hạt tích điện dương tạo ra chuyển động xoắn ốc trong từ trường và vùng điện trường. Thời gian để hạt tạo ra chuyển động tròn trong mặt phẳng chiếu xOy là:

$$T = \frac{2\pi r}{v \sin \theta} = \frac{2\pi m}{qB} \quad (7)$$

Hạt theo hướng z và chọn thời điểm phát ra của hạt làm mốc không thời gian. Thời điểm trước khi hạt va chạm với bề mặt vật liệu lần đầu tiên là thời gian $t_1(\theta)$ được xác định bởi công thức động học:

$$v \cos \theta - a \frac{t_1(\theta)}{2} = 0 \quad (8)$$

Trong đó: $a = \frac{qE}{m}$ (9). Từ (8)(9) ta có: $t_1(\theta) = \frac{2mv \cos \theta}{qE}$ (10)

Đường đi của hạt trong mặt phẳng xOy để tạo thành chuyển động tròn với độ dài là:

$$d(\theta) = 2\pi r(\theta) = \frac{2\pi mv \sin \theta}{qB} \quad (11)$$

Quãng đường đi của hạt trên hình chiếu xOy tại thời điểm $t_1(\theta)$ là:

$$s_{z=0}(\theta) = \frac{t_1(\theta)}{T} d(\theta) = \frac{mv^2}{qE} \sin 2\theta \quad (12)$$

Tại $\theta = \frac{\pi}{4}$ (13) thì quãng đường đi đạt giá trị lớn nhất: $s_{z=0, \max} \left(\theta = \frac{\pi}{4} \right) = \frac{mv^2}{qE}$ (14)

b. Nếu tổng quãng đường di chuyển của hình chiếu của hạt trên mặt phẳng xOy chỉ đạt giá trị cực đại của nó, thì giá trị của θ được thể hiện trong công thức 13. Các hạt được giảm tốc đều theo hướng z và chuyển động tròn đều được thực hiện trên mặt phẳng xOy. Chọn thời điểm phát xạ của hạt là mốc thời gian thì vận tốc kết hợp của các hạt tại thời điểm t sau khi phát xạ là:

$$v_h = \sqrt{\left(v \sin \frac{\pi}{4} \right)^2 + \left(v \cos \frac{\pi}{4} - at \right)^2} \quad (15)$$

Quãng đường hạt di chuyển cho đến khi va chạm với tấm vật liệu lần thứ 1 là:

$$s_1 = 2 \int_0^{t_1(\theta=\frac{\pi}{4})/2} v_h dt = \frac{mv^2}{qE} \int_0^1 \sqrt{1+u^2} du \quad (16)$$

Áp dụng tích phân thu được: $s_1 = \frac{\sqrt{2} + \ln(1+\sqrt{2})}{qE} \frac{1}{2} mv^2$ (17)

Từ đây có thể thấy, quãng đường đi được phụ thuộc vào động năng sau mỗi lần va chạm. Do đó quãng đường di chuyển được của hạt sau lần va chạm thứ n là: $s_n = s_1 \cdot k^{n-1}$ (18)

Tổng quãng đường đi chuyển được là:

$$S_t = s_1 + s_2 + \dots + s_n + \dots = s_1 (1 + k + \dots + k^{n-1} + \dots) \Big|_{n \rightarrow \infty} = s_1 \frac{1}{1-k} = 10s_1 \quad (19)$$

Từ (17)(19) ta có tổng quãng đường đi được là: $S_t = \left[\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2}) \right] \frac{5mv^2}{qE} \quad (20)$

Bài 39. 1. Viết phương trình vi phân trong hệ tọa độ trụ (r, θ, z) mô tả chuyển động của electron trong khoảng không gian giữa Catốt và Anốt.

- Êlectron M từ catốt phát ra, trong hệ tọa độ trụ, có tọa độ là $\overline{OM}(r, \theta, z)$ và cảm ứng từ $\vec{B}$ có các thành phần $(0, 0, B)$. Lực tác dụng lên M là:

$$\vec{F} = -e \left[\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \right]$$

- Các thành phần của lực tác dụng trong hệ tọa độ trụ là:

$$F_r = -e(-E + v_\theta B_z - v_z B_\theta) = -e(-E + r\theta'B)$$

$$F_\theta = -e(0 + v_z B_r - v_r B_z) = e(r'B)$$

$$F_z = -e(0 + v_r B_\theta - v_\theta B_r) = 0$$

- Theo định luật II Newton $\vec{F} = m\vec{a}$, viết trong tọa độ trụ, ta có:

$$a_r = (r'' - r\theta'^2) = \frac{F_r}{m} = -\frac{e}{m}(-E + Br\theta')$$

$$a_\theta = \frac{1}{r} \frac{d}{dt}(r^2\theta') = \frac{F_\theta}{m} = \frac{e}{m}(Br')$$

$$a_z = z'' = \frac{F_z}{m} = 0$$

Vậy ta có hệ phương trình sau:

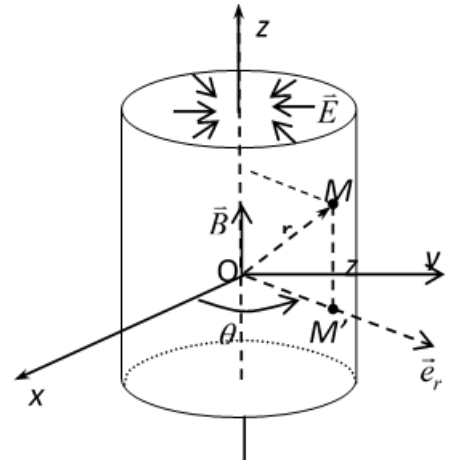
$$(r'' - r\theta'^2) = -\frac{e}{m}(-E + Br\theta') \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt}(r^2\theta') = \frac{e}{m}(Br') \quad (2)$$

$$z'' = 0 \quad (3)$$

2. Hãy lập phương trình quỹ đạo của electron.

- Tích phân phương trình (3) ta được $\dot{z} = v_z = \text{const}$. Nhưng vì vận tốc đầu tiên của êlectron bằng 0, tức $v_z = 0$, suy ra $z = \text{const}$. Điều này có nghĩa là mỗi êlectron do catốt phát ra tại một điểm trên trục z sẽ vẽ nên một quỹ đạo phẳng trong mặt phẳng tiết diện thẳng của vỏ trụ đi qua điểm đó. Tức là song song với mặt phẳng xOy.



- Tích phân phương trình (2), ta được:

$$r^2 \theta' = \frac{e}{m} B \frac{r^2}{2} + C$$

Vì tại $t = 0$, $r = 0$ và do đó $r \theta' = 0$, suy ra $C = 0$. Suy ra

$$\theta' = \frac{eB}{2m} \quad (4)$$

Suy ra:

$$\theta = \frac{eB}{2m} t \quad (5)$$

(Chú ý không cần quan tâm tới hằng số tích phân, vì ta có thể chọn vị trí các trục Ox và Oy để hằng số này bằng 0).

- Thay (4) vào phương trình (1) ta có:

$$r'' - \frac{e^2 B^2}{4m^2} r = \frac{e}{m} \left(E - \frac{eB^2}{2m} r \right)$$

Hay:
$$r'' + \frac{e^2 B^2}{4m^2} r = \frac{eE}{m}$$

Nghiệm tổng quát của phương trình này là tổng của

+ Nghiệm riêng của phương trình có vế phải:
$$r = \frac{4mE}{eB^2}$$

+ Nghiệm tổng quát của phương trình không vế phải: $r = a \cos(\omega t + \varphi)$

với $\omega = \frac{eB}{2m}$ tức là:
$$r(t) = \frac{4mE}{eB^2} + a \cos(\omega t + \varphi)$$

Để xác định các hằng số a và φ ta dùng điều kiện ban đầu: tại $t = 0$, $r = 0$ và $\dot{r} = 0$. Dễ dàng tìm

được $\varphi = \pi$ và $a = \frac{4mE}{eB^2}$. Do đó:
$$r(t) = \frac{4mE}{eB^2} \left[1 - \cos\left(\frac{eB}{2m} t\right) \right] \quad (6)$$

Từ (5) và (6) suy ra
$$r(t) = \frac{4mE}{eB^2} [1 - \cos\theta] \quad (7)$$

Hay
$$r(t) = \frac{8mE}{eB^2} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Đây chính là phương trình quỹ đạo của các electron trong toạ độ cực.

3. Tìm vận tốc dài của electron tại thời điểm t bất kỳ.

Từ (4) và (7) suy ra hai thành phần của $\vec{v}$ trong toạ độ cực là:

$$r' = \frac{4mE}{eB^2} \sin\theta \cdot \theta' = \frac{2E}{B} \sin\theta \quad \text{và} \quad r\theta' = \frac{2E}{B} (1 - \cos\theta)$$

Vận độ lớn của vận tốc là

$$v = \sqrt{r'^2 + r^2 \theta'^2} = \frac{4E}{B} \left| \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right|$$

Hay: $v = \frac{4E}{B} \left| \sin\left(\frac{eB}{4m} t\right) \right|$

Bài 40. 1. Vận tốc của proton: $\frac{mv_o^2}{2} = qU \Rightarrow v_o = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$

Bán kính quỹ đạo proton

$$Bqv_o = \frac{mv_o^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv_o}{qB} \Rightarrow R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}$$

Theo đề bài, trong vùng III ta có:

$$R_1 \frac{\sqrt{3}}{2} = d_1 \quad (1) \quad \frac{1}{B_1} \sqrt{\frac{3mU}{2q}} = d_1 \quad (2)$$

$$\Rightarrow U = \frac{2qB_1^2 d_1^2}{3m} \gg 25,50kV$$

2. Trong vùng III: $\frac{R_2}{2} = d_2 \quad (3) \quad \frac{1}{B_2} \sqrt{\frac{mU}{2q}} = d_2 \quad (4)$

Từ (4) và (2) có: $B_2 = \frac{d_1 B_1}{d_2 \sqrt{3}} = \frac{B_1}{2\sqrt{3}} \gg 0,29T$

3. Tại vùng III và IV:

$$a = \frac{F_c}{m} = \frac{-kv}{m} \Rightarrow \frac{Dv}{Dt} = -\frac{kv}{m} \Rightarrow Dv = -\frac{kvDt}{m} = -\frac{k}{m} Ds \quad (5)$$

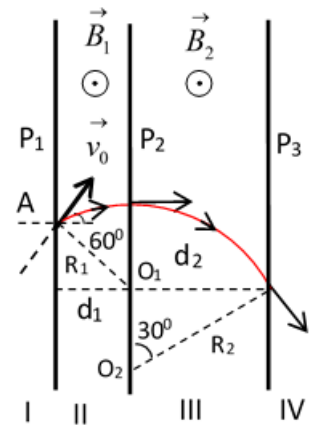
Tại vùng III, từ $R_2 = \frac{mv_o}{qB_2}$ ta có $\frac{DR}{R_2} = \frac{Dv}{v_o} = -a \quad (6)$

với $a = 5\% = 0,05 \Rightarrow DR = R'_2 - R_2 = -aR_2$.

Mặt khác $Ds \gg \frac{pR}{6}$. Với $R = \frac{R_2 + R'_2}{2} = R_2(1 - \frac{a}{2})$ (bán kính trung bình)

Từ (5) và (6) có $-av_o = -\frac{k}{m} \frac{pR_2(1 - \frac{a}{2})}{6} \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{pR_2(1 - a/2)}{6av_o} \quad (7)$

Tại vùng IV:



Hình 24

$$Ds = l, \quad Dv = 0 - v = -v_o(1 - a)$$

Từ (5): $-v_o(1 - a) = -\frac{k}{m}l$

Chú ý đến (7), suy ra:

$$l = \frac{m}{k}v_o(1 - a) = \frac{pR_2(1 - a/2)}{6av_o}v_o(1 - a).$$

Chú ý đến (3): $l \gg \frac{pd_2(1 - 3a/2)}{3a} \gg 77,5 \text{ cm}$

Bài 41.

1. Hạt chuyển động trong mặt phẳng chứa trục đối xứng:

Tại điểm cách trục một khoảng r cường độ điện trường là E. Áp dụng định lí OG :

$$E.2\pi Lr = \rho.\pi r^2 L/\epsilon_0. \quad \text{Suy ra: } E = \frac{rr}{2e_0}$$

- Theo phương Or vuông góc với trục x'x, hạt chịu tác dụng của lực

$$F = qE = \frac{qrr}{2e_0}, \text{ do đó hạt có gia tốc } \ddot{r} :$$

Có $-F = m\ddot{r} \quad \text{®} \quad -\frac{qrr}{2e_0} = m\ddot{r} \quad \text{®} \quad \ddot{r} + \frac{qr}{2me_0}r = 0.$

- Hạt dao động điều hoà theo phương Or với chu kì : $T = 2\pi\sqrt{\frac{2e_0m}{qr}}.$

- Thời gian hạt đi từ M tới N theo phương x'x của trục là $t = \frac{L}{v_0}.$

- Mặt khác theo phương vuông góc với trục:

$$a \cos(2\pi \frac{t}{T}) = \frac{a}{2} \quad \text{®} \quad t = (k \pm \frac{1}{6})T$$

suy ra $t = \frac{T}{6}$ và $t = (k \pm \frac{1}{6})T$ với k nhận giá trị nguyên dương.

Vậy $v_0 = \frac{L}{\frac{T}{6}} = \frac{3L}{p} \sqrt{\frac{qr}{2me_0}}$ và $v_0 = \frac{L}{T(k \pm \frac{1}{6})} = \frac{L}{2p(k \pm \frac{1}{6})} \sqrt{\frac{qr}{2me_0}}$ với $k = 1, 2, 3, \dots$

2. Hạt chuyển động trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng.

Tại điểm cách trục r ($r > R$) cường độ điện trường là E. Theo định lí O- G:

$$E.2\pi Lr = \rho.\pi R^2 L/\epsilon_0 \rightarrow E = \frac{rR^2}{2e_0 r}.$$

Tại P: Từ điểm cắt O của mặt phẳng quỹ đạo điện tích và trục xx' làm tâm, ta vẽ qua P một vòng tròn bán kính b.

Ứng với khoảng cách b, hạt có vận tốc v, lực điện tác dụng:

$$F = F_{ht} \rightarrow qE = \frac{rqR^2}{2e_0 b} = m \frac{v^2}{b} \rightarrow v = R \sqrt{\frac{qr}{2me_0}}.$$

Xét chuyển động của hạt trong hệ quy chiếu quay cùng vận tốc góc ω' với hạt (ω' là vận tốc góc tại thời điểm $t > 0$).

$$\text{Ta có vận tốc góc của hạt tại thời điểm } t = 0 : \quad \omega = \frac{v}{b} = \frac{R}{b} \sqrt{\frac{qr}{2me_0}}.$$

a) Tại thời điểm t, vận tốc của điện tích là $v_t \approx \omega' \cdot (b+y)$ vì $v_{//} = v_t$

Theo định luật bảo toàn mô men động lượng:

$$m \omega' (b+y)^2 = m \omega b^2 \rightarrow \omega' = \omega \frac{b^2}{b^2 + y^2} = \omega \left(1 + \frac{y^2}{b^2}\right)^{-1} \approx \omega \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)$$

$$\text{Lực điện tác dụng lên hạt } F = \frac{qrR^2}{2e_0(b+y)} \approx \frac{qrR^2}{2e_0 b} \left(1 - \frac{y}{b}\right) = m \omega^2 b \left(1 - \frac{y}{b}\right) \quad (\text{vì } x \ll b) \quad \text{Lực quán}$$

tính trong hệ quy chiếu quay:

$$F_{qt} = m a_{ht} = m \omega'^2 (b+y) \approx m \omega^2 \left(1 - \frac{2y}{b}\right)^2 b \left(1 + \frac{y}{b}\right) \approx m \omega^2 b \left(1 - \frac{3y}{b}\right)$$

Ta có:

$$m \ddot{y} = -F + F_{qt} = -m \omega^2 b \left(1 - \frac{y}{b}\right) + m \omega^2 b \left(1 - \frac{3y}{b}\right) = -2m \omega^2 y \quad \text{hay} \quad \ddot{y} + 2\omega^2 y = 0$$

Phương trình này chứng tỏ theo phương bán kính, hạt chuyển động tuần hoàn với tần số góc $\omega\sqrt{2}$ và chu kỳ T.

$$\text{b) } T = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{2}} = \frac{2\pi b}{R\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2me_0}{qr}} = \frac{2\pi b}{R} \sqrt{\frac{me_0}{qr}}.$$

c) Sau thời gian $\frac{T}{2}$, bán kính véc tơ quay được góc

$$a = \omega \frac{T}{2} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}.$$

Sau $t = n \frac{T}{2}$ thì hạt quay được góc $\frac{np}{\sqrt{2}}$.

Khoảng cách cần tìm là $l = 2b \left| \sin \frac{np\sqrt{2}}{4} \right|$ (n nguyên, dương)

Bài 42.

1. Động lượng p và tần số xyclotron ω_C của hạt điện tích q khi đi qua từ trường B vuông góc với

phương chuyển động là: $P = qBr$; $\omega_C = \frac{qBc^2}{E} = \frac{qBc^2}{\sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}}$

- Vì vận tốc góc phụ thuộc thời gian $\omega_C = \omega(t)$ nên: $\omega(t) = \frac{c}{r} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m_0c^2}{q^2r^2B(t)^2} \frac{d^2}{dt^2}}}$

2. a) Tần số của điện áp xoay chiều: $f = \frac{1}{T}$

- Với T là thời gian của một vòng quay: $T = \frac{L}{f} = \frac{L}{\frac{qpc^2}{E} \frac{d^2}{dt^2}}$

$$f = \frac{pc^2}{EL} = \frac{c^2 \sqrt{E^2 - E_0^2}}{ELc} = \frac{c}{L} \sqrt{1 - \frac{E_0^2}{E^2} \frac{d^2}{dt^2}} \quad (1)$$

(bỏ qua độ tăng năng lượng E trong một vòng quay).

$f_0 = 0,2\text{MHz}$; $f_C = 1,44\text{MHz}$

b) Trên phần quỹ đạo cong: $\omega = \frac{qBc^2}{E} \quad (2)$

$$p = qBr \quad (3)$$

Từ (3) ta có: $p - p_0 = qr(B - B_0) \rightarrow \frac{p - p_0}{qr} = \Delta B \quad (4)$

Mặt khác: $\Delta B = \frac{dB}{dt} \Delta t$: Δt là tổng thời gian tăng tốc, ΔB là độ tăng của B trong thời gian

Δt .

p_0, p là động lượng ban đầu và cuối. $\rightarrow \Delta t = \frac{p - p_0}{qr \frac{dB}{dt}} = 3,2\text{s}$

$$c) \Delta E = \overline{F} L \quad (5)$$

$\overline{F}$ là lực trung bình có phương tiếp tuyến với quỹ đạo. Lực $\overline{F}$ chỉ làm thay đổi giá trị của động lượng: $\overline{F} = \frac{dB}{dt}$

$$- \text{Từ điều kiện } r = \text{const, ta có từ } (3) \text{ ® } \frac{dp}{dt} = qr \frac{dB}{dt} \quad (6)$$

$$- \text{Từ (5) và (6) ta được: } \Delta E = qrL \frac{dB}{dt} = 2,33 \text{eV.}$$

d) $N\Delta E = E - E_0$, trong đó: N là số vòng quay; $(E - E_0)$ độ tăng năng lượng trong quá trình gia tốc.

$$N = \frac{E - E_0}{\Delta E} = 4,3 \cdot 10^6 \text{ vòng quay; } S = NL = 9 \cdot 10^5 \text{km}$$

Bài 43. 1. Trong lòng D chỉ có từ trường tác dụng, lực Lorenxơ lên hạt $\vec{F} = 2e\vec{v} \times \vec{B}$, $e > 0$ là điện tích nguyên tố.

$$- \text{Lực Lorenxơ } \vec{F} \perp \vec{v} \text{ nên là lực hướng tâm } \frac{m_a v^2}{R} = 2evB$$

$$\text{Suy ra quỹ đạo của hạt } \alpha \text{ là nửa vòng tròn, bán kính } R = \frac{m_a v}{2eB} \quad (1)$$

$\vec{B}$ hướng từ phía trước ra phía sau (đi vào) mặt phẳng hình vẽ.

2. Hạt α đi được một vòng thì U phải đổi chiều 2 lần, tức là chu kì chuyển động của hạt α và chu kì đổi chiều của U phải bằng nhau

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{pm_a}{eB} \text{ ® } f = \frac{1}{T} = \frac{eB}{pm_a}, \quad \omega_a = 2\pi f = \frac{2eB}{m_a} \quad (2)$$

$$f = \frac{eB}{pm_a} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1}{3,14 \cdot 6,64 \cdot 10^{-27}} \gg 7,67 \text{MHz}$$

- Cứ mỗi một lần đi qua khe, hạt α lại thu thêm được một động năng bằng $2eU$. Như vậy nếu hạt α qua khe lần thứ n và đi trên nửa vòng tròn n , động năng của hạt α tăng thêm một lượng $2neU$.

$$- \text{Động năng ban đầu của hạt là } K_0 = \frac{1}{2} m_a v_0^2.$$

Như vậy động năng của hạt α khi đi trên nửa vòng tròn n là

$$K = K_0 + 2neU = \frac{1}{2} m_a v_0^2 + 2neU = \frac{1}{2} m_a v_n^2.$$

- Vận tốc của hạt α khi đi trên nửa vòng tròn n là
$$v_n = \sqrt{v_0^2 + \frac{4neU}{m_a}} \quad (3)$$

- Theo (1) bán kính của nửa vòng tròn n là

$$R_n = \frac{m_a v_n}{2eB} = \frac{m_a \sqrt{v_0^2 + \frac{4neU}{m_a}}}{2eB} \quad (4)$$

Từ (4) suy ra

$$n = \frac{m_a}{4eU} \left(\frac{2eBR_n}{m_a} \right)^2 - \frac{v_0^2}{\frac{4eU}{m_a}} = \frac{6,64 \cdot 10^{-27}}{4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^5} \left(\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 0,5}{6,64 \cdot 10^{-27}} \right)^2 - 10^{14} \gg 24 \text{ lượt}$$

Số vòng mà hạt α đã chuyển động là ≈ 12 .

- Từ (3) suy ra sau 12 vòng, vận tốc của hạt α là $v \gg 2,4 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

3. a) Khi vận tốc của hạt tăng, do hiệu ứng tương đối tính khối lượng của hạt α tăng theo

hệ thức Einstein $m = \frac{m_a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, nên tốc độ góc của nó theo (2) giảm. Thành thử nếu tần số

f của U giữ không đổi thì hạt α đến khe chậm hơn trước, đáng lẽ vào lúc tăng tốc thì lại đi ngược chiều điện trường và sẽ bị hãm.

$$\text{b) } w_a = \frac{2eB}{m} = \frac{2eB}{m_a} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 2\pi f \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\text{c) } R_{\max} = \frac{mv}{2eB} = \frac{m_a v}{2eB \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{6,64 \cdot 10^{-27} \cdot 10^8}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot \sqrt{1 - \frac{10^8^2}{3 \cdot 10^8^2}}} \gg 2,2 \text{ m}$$

Bài 44. 1.a. Gia tốc của electron được biểu diễn dưới dạng dao động điều hoà:

$$a = -\omega^2 A \cos \omega t$$

Để tính toán giá trị của công suất phát bức xạ điện từ, ta lấy độ lớn trung bình của bình phương gia tốc trong một chu kì:

$$\langle a^2 \rangle = \frac{1}{2} (\omega^2 A)^2$$

$$\text{Mặt khác: } E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{m}{\omega^2} \langle a^2 \rangle \Rightarrow \langle a^2 \rangle = \frac{E \omega^2}{m}$$

Vì electron mất mát năng lượng theo thời gian, kết hợp với công thức đã cho ở đề bài, ta có phương trình vi phân của năng lượng electron:

$$P = -\frac{dE}{dt} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \frac{E\omega^2}{m}.$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{E} = -\frac{e^2 \omega^2}{6\pi\epsilon_0 m c^3} dt \Rightarrow \ln \frac{E}{E_0} = -\frac{e^2 \omega^2}{6\pi\epsilon_0 m c^3} t$$

Vậy thời gian để năng lượng của electron giảm đi một lượng $\eta = 10$ lần là:

$$t = \frac{6\pi\epsilon_0 m c^3}{e^2 \omega^2} \ln \eta \approx 15ns.$$

b. Tương tự câu a nhưng ta thay bằng gia tốc hướng tâm.

Ta đã biết máy cyclotron có đặt một từ trường có phương vuông góc với mặt phẳng chuyển động của các hạt tích điện nên lực Lorentz mà từ trường tác dụng lên hạt chính là lực hướng tâm làm hạt chuyển động tròn:

$$ma = m \frac{v^2}{R} = qvB$$

Như vậy độ lớn của cảm ứng từ sẽ là: $B = \frac{\sqrt{2mE_0}}{eR}$

Như vậy tốc độ phát bức xạ của proton là:

$$P = \frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} a^2 = \frac{q^4 B^2 E}{3\pi\epsilon_0 m^3 c^3}$$

Vì lực Lorentz luôn vuông góc với vận tốc của hạt nên không sinh công, do đó năng lượng mà proton bức xạ chính là năng lượng mất đi trong một đơn vị thời gian:

$$P = -\frac{dE}{dt} = \frac{q^4 B^2 E}{3\pi\epsilon_0 m^3 c^3}$$

Vậy thời gian để proton mất đi $\kappa = 10\%$ năng lượng ban đầu của nó là:

$$\tau = -\frac{3\pi\epsilon_0 m^3 c^3}{q^4 B^2} \ln(1-\kappa) = -\frac{3\pi\epsilon_0 m^2 c^3 R^2}{2q^2 E_0} \ln(1-\kappa) \approx 8.10^{10} s$$

2. Vì mất mát năng lượng do bức xạ của positron nhỏ hơn nhiều so với động năng của nó, nên bức xạ có thể coi như một nhiễu loạn nhỏ. Khi đó, đầu tiên ta bỏ qua hiệu ứng của bức xạ. Do có

bảo toàn năng lượng, khi khoảng cách giữa positron và hạt nhân cố định là r và tốc độ của nó là v .

Ta có:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

Khi $v=0$, r đạt đến cực tiểu của nó là r_0 . Như vậy: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_0} = \frac{1}{2}mv_0^2$. Hay: $r_0 = \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 mv_0^2}$

Từ đó suy ra: $v^2 = v_0^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)$

Đạo hàm hai vế phương trình trên ta được: $2 \frac{dr}{dt} \frac{d^2r}{dt^2} = v_0^2 \frac{r_0}{r^2} \frac{dr}{dt}$

Hay:

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{v_0^2 r_0}{2r^2}$$

Như vậy tốc độ phát bức xạ được cho bởi:

$$P = -\frac{dE}{dt} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} a^2 = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \left(\frac{d^2r}{dt^2}\right)^2.$$

Do đó:

$$dE = \frac{e^2 v_0^3 r_0^2}{6c^3 r^4} \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{r_0}{r}}}$$

Như vậy, năng lượng mất mát tổng cộng của positron trong toàn bộ quá trình chuyển động của nó do bức xạ điện từ là:

$$\Delta E = 2 \int_{r_0}^{\infty} dE = \frac{e^2 v_0^3 r_0^2}{3c^3} \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r^3 \sqrt{r(r-r_0)}}.$$

Bằng cách đổi biến, đặt $r = \frac{r_0}{\sin^2 \alpha}$, tính tích phân trên và nhận được: $\Delta E = -\frac{8}{45} \frac{mv_0^5}{Zc^3}$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng:

$$\frac{1}{2}mv_{\infty}^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \Delta E$$

Từ đó:

$$v_{\infty}^2 = v_0^2 \left(1 - \frac{16}{45} \frac{v_0^3}{Zc^3}\right)$$

Bài 45. 1. Phương trình chuyển động: $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ (1)

Điều này có nghĩa là $\vec{F}$ luôn vuông góc với $\vec{v}$, tức $\vec{F} \cdot \vec{v} = 0$ hay $m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = 0$ hay

$$\frac{dv^2}{dt} = 0 \rightarrow v^2 = \text{const} = v_0^2 \text{ tức là } v = v_0.$$

2.a, Lấy đạo hàm của tích $\vec{r} \cdot \vec{v}$ ta được: $\frac{d}{dt}(\vec{r} \cdot \vec{v}) = v^2 + \vec{r} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$

Theo (1) và theo biểu thức của cảm ứng từ $\vec{B}$, ta có

$$\vec{r} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m} \vec{r} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{B}) = \frac{kq}{mr^3} \vec{r} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{r})$$

Vì $\vec{r} \perp (\vec{v} \wedge \vec{r})$ nên suy ra $\vec{r} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{r}) = 0$.

Theo câu 1, $v = v_0$, nên cuối cùng ta có $\frac{d}{dt}(\vec{r} \cdot \vec{v}) = v_0^2$. Lấy tích phân này ta được:

$\vec{r} \cdot \vec{v} = v_0^2 t + C_1$ với C_1 là một hằng số. Dùng điều kiện ban đầu, tại $t = 0$, $\vec{r} \cdot \vec{v} = 0$ (vì $\vec{r}_0 \perp \vec{v}_0$) suy ra $C_1 = 0$.

Kết quả ta được: $\vec{r} \cdot \vec{v} = v_0^2 t$ (2)

* Để xác định $r(t)$, ta viết phương trình (2) dưới dạng: $2\vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = 2v_0^2 t$ hay $\frac{dr^2}{dt} = 2v_0^2 t$

Lấy tích phân ta được: $r^2 = v_0^2 t^2 + C_2$.

Vì tại $t = 0$, $r = r_0$, suy ra $r^2 = v_0^2 t^2 + r_0^2$ (3)

Vậy r^2 là hàm bậc nhất của bình phương thời gian.

* Hệ thức (2) có thể viết lại dưới dạng $r v_0 \cos \theta = v_0^2 t$ hay $\cos \theta = \frac{v_0 t}{r}$. Suy ra

$$\tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} - 1 = \frac{r^2}{v_0^2 t^2} - 1$$

Theo (3), cuối cùng ta được $\tan^2 \theta = \frac{v_0^2 t^2 + r_0^2}{v_0^2 t^2} - 1 = \frac{r_0^2}{v_0^2 t^2} \Rightarrow \cot \theta = \frac{v_0}{r_0} t$ (4)

Như vậy, $\cot \theta$ là hàm tuyến tính của thời gian, tăng từ 0 đến ∞ trong suốt quá trình chuyển động, tức là góc θ giảm từ $\pi/2$ tới 0; do đó, vận tốc ban đầu vuông góc với vector bán kính rồi dần dần định hướng theo hướng của $\vec{r}$.

b) $r = \sqrt{2}r_0$ tại thời điểm t sao cho, theo (3), $v_0 t = r_0$. Thay vào (4), ta được $\cot \theta = 1$, suy ra $\theta = 45^\circ$.

3. Tính đến (1) và chú ý rằng $\frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{v} = \vec{v} \wedge \vec{v} = 0$, ta có:

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{v} + \vec{r} \wedge \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \wedge \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \wedge \frac{q}{m}(\vec{v} \wedge \vec{B}) = \frac{kq}{mr^3} \vec{r} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{r})$$

Theo hệ thức gợi ý trong đề bài $\vec{r} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{r}) = \vec{v} \cdot r^2 - \vec{r} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{r})$, ta có:

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = \frac{kq}{m} \left(\frac{\vec{v}}{r} - \frac{\vec{r}}{r^2} \left(\vec{v} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \right) \right) = \frac{kq}{m} \left[\frac{1}{r} \frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{\vec{r}}{r^2} \frac{dr}{dt} \right]$$

vì $\vec{v} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = \frac{dr}{dt}$ - đây chính là thành phần của vận tốc theo phương bán kính vector.

Lưu ý rằng $\left[\frac{1}{r} \frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{\vec{r}}{r^2} \frac{dr}{dt} \right] = \frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right)$, suy ra: $\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = \frac{kq}{m} \left[\frac{1}{r} \frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{\vec{r}}{r^2} \frac{dr}{dt} \right] = \frac{kq}{m} \frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right)$

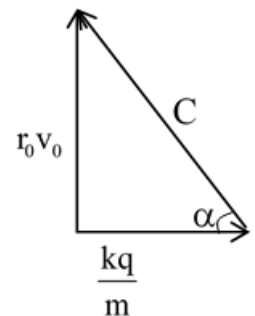
Lấy tích phân hai vế, ta được: $\vec{r} \wedge \vec{v} = \frac{kq}{m} \frac{\vec{r}}{r} + \vec{C}$ (5)

Trong đó $\vec{C}$ là một vector không đổi, có độ lớn tính được từ hình bên (dùng (5) và điều kiện ban đầu tại $t = 0$, $r = r_0$ và $v = v_0$).

Theo định lý Pitago: $C = \sqrt{(r_0 v_0)^2 + \left(\frac{kq}{m} \right)^2}$ (6)

Theo tính chất của tích hữu hướng và (5):

$$\vec{r}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = 0 = \frac{kq}{m} \vec{r} + \vec{C} \cdot \vec{r} = r \left(\frac{kq}{m} + C \cos \varphi \right)$$



Hình 5

Với φ là góc tạo bởi vector $\vec{C}$ và vector $\vec{r}$. Từ phương trình trên suy ra: $\cos \varphi = -\frac{kq}{mC} = \text{const}$
(7)

Như vậy trong suốt quá trình hạt chuyển động góc φ luôn không đổi, điều này có nghĩa là quỹ đạo của hạt nằm trên một mặt nón đỉnh O, có trục song song với vector $\vec{C}$ và nửa góc ở đỉnh $\alpha = \pi - \varphi$.

Theo (6) và (7), ta có $\cos \alpha = -\cos \varphi = \frac{kq}{mC} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{mr_0 v_0}{kq}\right)^2}} \rightarrow \tan \alpha = \frac{mr_0 v_0}{kq}$

Bài 46. 1. Nếu $\vec{u}_0$ là vận tốc ban đầu thì cần có một lực lái hướng tâm. Từ trường lái $\vec{B}_1$ phải vuông góc với mặt phẳng hình xuyên và hướng ra phía trước hình vẽ.

- Lực lái là lực Lorentz: $\vec{F} = -e[\vec{u}_0, \vec{B}_1]$

- Ta có $F = eu_0 B_1 = m \frac{u_0^2}{R}$ (1)

Mặt khác: $eV_0 = m \frac{u_0^2}{2}$ hay $\frac{2eV_0}{m} = u_0^2$ (2)

và (2) cho ta :

$$B_1 = \frac{1}{R} \frac{m}{e} V_0 = \frac{1}{5.10^{-2}} \frac{3.10^3}{1,76.10^{11}} = 0,37.10^{-2} \text{ Tesla}$$
 (3)

Thay số vào ta được $B_1 = 0,37.10^{-2} \text{ Tesla}$

2. Hạt tích điện có vận tốc ban đầu gần song song với từ trường $\vec{B}$ sẽ chuyển động xoắn ốc quanh đường sức. Hình chiếu của quỹ đạo xuống mặt phẳng vuông góc với các đường sức là đường tròn mà bán kính r phụ thuộc vào thành phần v_n của u_0 vuông góc với các đường sức.

Ta có $m \frac{v_n^2}{r} = ev_n B$ Suy ra $r = \frac{mv_n}{eB}$

Chu kỳ quay là : $T = \frac{2\pi r}{v_n} = \frac{2\pi m}{eB} = \frac{2\pi}{\omega_c}$ (4)

Thành phần v_t của u_0 song song với các đường sức không đổi và hầu như bằng nhau cho mọi electron vì $a_0 \ll 1$ nên $v_t = u_0 \cos \alpha \approx u_0$

Khoảng cách giữa hai điểm hội tụ là $d = v_t T = u_0 \frac{2pm}{eB}$ (5)

Mặt khác $d = \frac{2pR}{4}$ (6)

theo đầu bài ra (5) và (6) cho ta $B = \frac{4mu_0}{eR}$ hoặc nếu dùng (2) thì ta có

$$B = \frac{4}{R} \frac{m}{e} V_0^{\frac{1}{2}} = 4B_1 \quad (7)$$

$$B = 1,48.10^{-2} T$$

3. Bài toán có tính đối xứng quay quanh trục z vuông góc với mặt phẳng hình xuyên nên trong mặt phẳng này ta dùng các tọa độ cực r và ϕ . Các đại lượng véctor (vận tốc, lực Lorentz, từ trường) cũng sẽ phân tích thành các thành phần tương ứng. Vì α_0 rất nhỏ ta chỉ cần xét một electron được bắn vào hình xuyên ở bán kính R với vận tốc u_0 gần tiếp tuyến.

Trong từ trường tính, động năng của electron được bảo toàn:

$$K = \frac{m}{2} (v_r^2 + v_f^2 + v_z^2) = \frac{m}{2} u_0^2 \quad (8)$$

Những điểm đảo của quỹ đạo của electron (ở đó bán kính r đi qua cực trị) được xác định bởi:

$$v_r = 0 \text{ ở đó, theo (8) ta có } u_0^2 = v_f^2 + v_z^2 \quad (9)$$

Hiển nhiên một điểm đảo là :

$$r = R (v_f = u_0, v_r = 0, v_z = 0)$$

Để tìm độ lệch cực đại theo bán kính ta tìm điểm đảo khác.

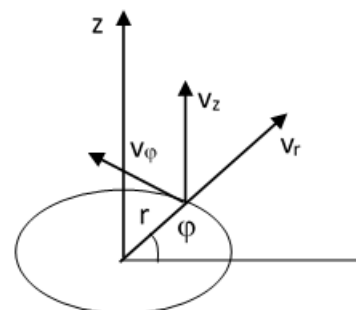
Ta phải viết v_ϕ và v_z trong (9) theo bán kính r .

Lực Lorentz do từ trường B sinh ra hiển nhiên không có thành phần theo phương ϕ song song với nó nên momen động lượng của electron đối với trục z được bảo toàn :

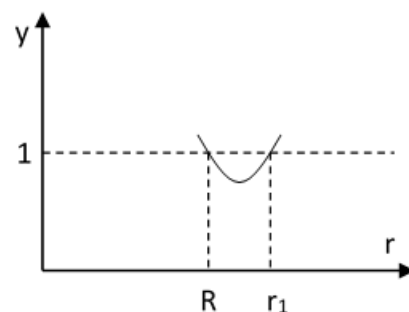
$$mv_f r = mu_0 R \quad \text{Suy ra } v_f = u_0 R / r \quad (10)$$

Nhưng lực Lorentz có thể có thành phần theo phương z : $F_z = -eBv_r$

Thành phần này gây ra gia tốc : $a_z = -\frac{e}{m} Bv_r$



Hình 22



Hình 23

Điều này có nghĩa là (với B không đổi) một biến thiên của v_z liên hệ với một biến thiên của r

theo hệ thức: $Dv_z = -\frac{e}{m}BDr$

Vì $Dr = r - R$ và $Dv_z = v_z$ nên ta có:

$$v_z = -\frac{e}{m}B(r - R) \quad (11)$$

Thay trong (9) v_f và v_z bằng (10) và (11) ta có: $u_0^2 = u_0^2 + \frac{e}{m}B(r - R)v_z$ hay

$$1 = \frac{e}{m}B(r - R) + A^2 \frac{r - R}{R} \quad (12)$$

Với $A = \frac{e}{m} \frac{BR}{u_0}$ (12) là phương trình để tìm điểm đảo.

Coi vế phải của (12) là hàm số của r : $y = f(r) = \frac{e}{m}B(r - R) + A^2 \frac{r - R}{R}$

Đồ thị của hàm này có dạng như trong hình vẽ, chúng ta ngoài nghiệm $r = R$, (12) còn một nghiệm $r = r_1$ lớn hơn R nhưng hữu hạn.

Vậy độ lệch $(r - R)$ là hữu hạn. Vì $R \leq r \leq r_1$, (11) chứng tỏ rằng $v_z < 0$, vận tốc trôi có chiều âm của trục z .

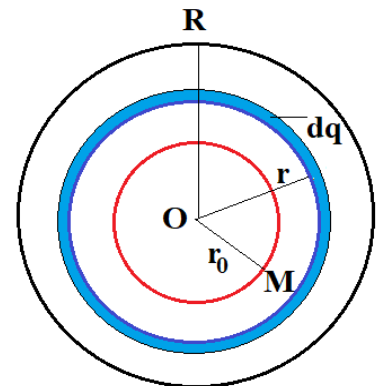
Bài 47. a. $dq = \rho dV = \rho 4\pi r^2 dr = \rho_0 \frac{r}{R} 4\pi r^2 dr \Rightarrow Q = \pi \rho_0 R^3$

b. Áp dụng định lý O-G ta suy ra được $E.4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\int_0^r \rho dV}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\int_0^r (\rho_0 \frac{r}{R}) 4\pi r^2 dr}{\epsilon \epsilon_0}$

$$E.4\pi r^2 = \frac{\rho_0 4\pi}{R \epsilon \epsilon_0} \int_0^r r^3 dr = \frac{\rho_0 4\pi}{R \epsilon \epsilon_0} \frac{r^4}{4}$$

$$\rightarrow E = \frac{\rho_0}{4R \epsilon \epsilon_0} r^2$$

c. Đặt $OM = r_0$. Ở đây ta thấy có hai phần quả cầu: phần 1 có bán kính $0 \leq r \leq r_0$, phần 2 có $r_0 < r \leq R$ gây ra điện thế trên mặt cầu bán kính r_0 .



-Điện thế do phần 2 gây ra là V_2 :

Áp dụng tích chất điện thế ở tâm: một vỏ cầu bán kính r , mang điện tích dq gây ra điện thế tại mặt cầu đồng tâm, bán kính r_0 ($r_0 < r$) cũng bằng điện thế do dq gây ra tại tâm O.

$$V_2 = \int_{r_0}^R \frac{k dq}{\epsilon r} = \int_{r_0}^R \frac{k \rho dV}{\epsilon r} = \int_{r_0}^R \frac{k \rho_0 \frac{r}{R} 4\pi r^2 dr}{\epsilon r} = \frac{4\pi k \rho_0}{\epsilon R} \int_{r_0}^R r^2 dr = \frac{4\pi k \rho_0}{3\epsilon R} (R^3 - r_0^3)$$

$$\text{Hay } V_2 = \frac{\rho_0}{3\epsilon \epsilon_0 R} (R^3 - r_0^3).$$

-Điện thế do phần 1 gây ra là V_1 : Vỏ cầu điện tích dq bán kính $r < r_0$ gây ra trên tại M một điện

$$\text{thế } dV_1 = \frac{k dq}{\epsilon r_0}$$

$$\text{Nên } V_1 = \frac{k \sum_i dq}{\epsilon r_0} = \frac{k \int_0^{r_0} \frac{\rho_0 r}{R} dV}{\epsilon r_0} = \frac{k \int_0^{r_0} \frac{\rho_0 r}{R} 4\pi r^2 dr}{\epsilon r_0} = \frac{4\pi k \frac{\rho_0}{R} \int_0^{r_0} r^3 dr}{\epsilon r_0} = 4\pi k \frac{\rho_0}{R \epsilon r_0} \frac{r_0^4}{4}$$

$$V_1 = \frac{\rho_0 r_0^3}{4\epsilon \epsilon_0 R}$$

Điện thế chồng chập tại M là

$$V_M = V_1 + V_2 = \frac{\rho_0 r_0^3}{4\epsilon_0 \epsilon R} + \frac{\rho_0}{3\epsilon \epsilon_0 R} (R^3 - r_0^3) = \frac{\rho_0}{4\epsilon \epsilon_0} \left[\frac{r_0^3}{R} + \frac{4}{3R} (R^3 - r_0^3) \right]$$

$$V_M = \frac{\rho_0}{12\epsilon \epsilon_0 R} (4R^3 - r_0^3)$$

$$\text{Cách 2: } -dV = E dr \rightarrow \int_{V(r)}^{V(R)} dV = - \int_r^R E dr$$

$$V(r) - V(R) = \int_r^R \frac{\rho_0}{4R\epsilon \epsilon_0} r^2 dr \quad \text{với } V(R) = \frac{kQ}{\epsilon R} = \frac{\pi \rho_0 R^3}{4\pi \epsilon \epsilon_0 R} = \frac{\rho_0 R^2}{4\epsilon \epsilon_0}$$

$$\text{Do đó } V(r) = \frac{\rho_0 R^2}{4\epsilon\epsilon_0} + \frac{\rho_0}{4R\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{R^3}{3} - \frac{r^3}{3} \right) = \frac{\rho_0}{12\epsilon\epsilon_0 R} (4R^3 - r^3)$$

$$\text{HỌC SINH HỎI: TẠI SAO KHÔNG LẤY } V(R) = \frac{kQ}{R} = \frac{\pi\rho_0 R^3}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\rho_0 R^2}{4\epsilon_0}$$

TRẢ LỜI: Vì điện trường tại $r=R$ ở đó không liên tục, nên không thể lấy đạo hàm hoặc tích phân tại $r=R$. Do vậy tại $r=R$ bên trong là $V(R) = \frac{kQ}{\epsilon R} = \frac{\pi\rho_0 R^3}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} = \frac{\rho_0 R^2}{4\epsilon\epsilon_0}$, và bên ngoài là

$$V(R) = \frac{kQ}{R} = \frac{\pi\rho_0 R^3}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\rho_0 R^2}{4\epsilon_0}$$

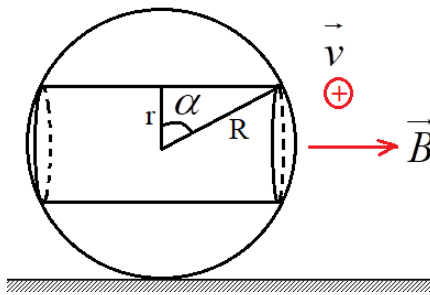
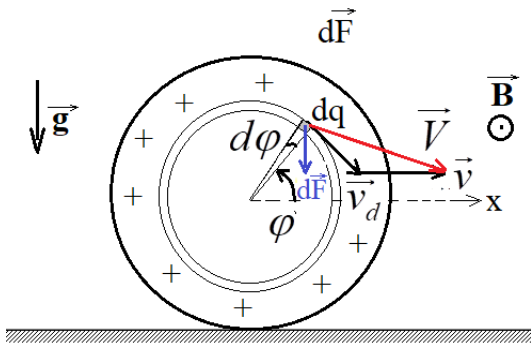
d. Xét mặt trụ bán kính r đến $r+dr$ mang điện tích dq chịu tác dụng lực từ $\vec{F}(r)$

$$\vec{F}(r) = \sum_{Tru(r)} d\vec{F} = \sum_{Tru(r)} dq [\vec{V} \wedge \vec{B}] = \sum_{Tru(r)} dq [(\vec{v}_d + \vec{v}) \wedge \vec{B}] = \sum_{Tru(r)} dq [\vec{v}_d \wedge \vec{B}] + \sum_{Tru(r)} dq [\vec{v} \wedge \vec{B}]$$

Trong đó $\vec{v}_d$ là vận tốc dài tại 1 điểm trên trên mặt trụ(r)

$$\vec{F}(r) = \sum_{Tru(r)} dq [\vec{v} \wedge \vec{B}] \quad \text{với } \left(\sum_{Tru(r)} dq [\vec{v}_d \wedge \vec{B}] = 0 \right)$$

$$\vec{F}(r) = [\vec{v} \wedge \vec{B}] \sum_{Tru(r)} dq = [\vec{v} \wedge \vec{B}] q_r \text{ ---}$$



$$\text{Nếu xét toàn quả cầu } \vec{F} = \sum_{\text{Toàn quả cầu}} \vec{F}(r) = \sum_{\text{Toàn quả cầu}} [\vec{v} \wedge \vec{B}] q_r = [\vec{v} \wedge \vec{B}] \sum_{\text{Toàn quả cầu}} q_r = [\vec{v} \wedge \vec{B}] Q$$

$$\vec{F} = [\vec{v} \wedge \vec{B}] \pi\rho_0 R^3 \rightarrow F = \pi\rho_0 R^3 vB$$

Áp lực quả cầu đè lên mặt phẳng ngang $N = F + P = \pi\rho_0 R^3 vB + mg$

CHƯƠNG VII. CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ. VII.1. CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ.

Bài 1. Diện tích tiết diện dây là: $S = \frac{mD}{L} \Rightarrow$ điện trở dây: $R = \rho \frac{L}{S} = \rho \frac{DL^2}{M}$

Gọi diện tích vòng dây là S_V thì suất điện động xuất hiện trong khung là lớn nhất khi khung được đặt vuông góc với các đường sức từ và có độ lớn là: $\mathcal{E} = S_V \cdot \frac{dB}{dt} = -S_V \cdot \omega B_0 \sin(\omega t)$

Dòng điện trong khung có giá trị cực đại: $I_0 = \frac{E_0}{R} = \frac{S_V \omega B_0}{R}$

Vậy I_0 sẽ có giá trị lớn nhất có thể nếu khung được uốn thành vòng tròn để $S_{V\max} = \pi \cdot \frac{L^2}{4\pi^2}$

$$\rightarrow I_{0\max} = \frac{\omega B_0 M}{4\pi \rho D}$$

Bài 2. Theo định luật Faraday có: $|\xi_c| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(BS)}{\Delta t} = \frac{S\Delta(Bt)}{\Delta t} = KS$

Trong đó $S = \pi R^2$

Theo định nghĩa sức điện động thì, sức điện động cảm ứng bằng công của điện trường xoáy (tức là trường lực lạ) thực hiện khi di chuyển một đơn vị điện tích dương dọc theo mạch kín của vòng dây (vì trường lực lạ tồn tại trên cả mạch kín) nghĩa là:

$$\xi_c = \frac{F}{q} 2\pi R = E 2\pi R \quad (\text{vì } E = \frac{F}{q})$$

Trong đó F là lực điện trường xoáy tác dụng lên điện tích q

$$\text{Rút ra: } E = \frac{\xi_c}{2\pi R} = \frac{K\pi R^2}{2\pi R} = \frac{1}{2}KR$$

Nhận xét: Điện trường ở đây là điện trường xoáy. Công của điện trường này dọc theo một đường khép kín khác 0, điện trường này gắn liền với một từ trường biến thiên. Điện trường tĩnh điện gắn liền với các điện tích, công của nó làm dịch chuyển điện tích theo đường khép kín và bằng không.

Bài 3. Trên đoạn bất kỳ của vòng dây đồng chất, sức điện động cảm ứng tỉ lệ với độ dài của đoạn mạch, nghĩa là tỉ lệ với điện trở của đoạn mạch đó. Nếu ta xét đoạn mạch ACB

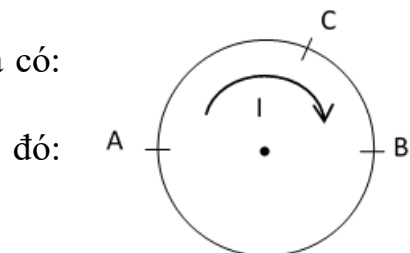
thì: $\xi_{ACB} = \frac{\xi R_{ACB}}{R}$ như hình vẽ chiều ACB

áp dụng định luật cho đoạn mạch có sức điện động ta có:

$$\varphi_A - \varphi_B + \xi_{ACB} = IR_{ACB}$$

Trong

$$I = \frac{\xi}{R} \Rightarrow \varphi_A - \varphi_B = IR_{ACB} - \xi_{ACB} = \frac{\xi}{R} R_{ACB} - \frac{\xi R_{ACB}}{R} = 0$$



Bài 4. Xét tại thời điểm t, từ thông qua vòng xuyên: $\Phi = \pi r^2 \cdot \sin \alpha \cdot B_0 \cos \omega t$

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong vòng xuyên là: $e = -\Phi' = \pi r^2 B_0 \omega \cdot \sin \alpha \cdot \sin \omega t$

Ta có thể coi như trong vòng xuyên có một nguồn có sđđ bằng e, điện trở trong bằng 0 đang cung cấp điện cho một mạch ngoài gồm điện trở thuần R nối tiếp với cuộn thuần cảm L

Cường độ dòng điện cực đại qua mạch là: $I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{\pi r^2 B_0 \omega \cdot \sin \alpha}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$

Độ lệch pha của i với e là φ_{eli} : $\sin \varphi_{eli} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$

Biểu thức dòng qua vòng xuyên là: $i = \frac{\pi r^2 B_0 \omega \cdot \sin \alpha}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \sin(\omega t - \varphi_{eli})$

Momen ngẫu lực từ trung bình tác dụng lên vòng xuyên trong một chu kì là:

$$\begin{aligned} M_{TB} &= \frac{1}{T} \int_0^T i B \pi r^2 \cos \alpha \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\pi r^2 B_0 \omega}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot B_0 \pi r^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\omega t - \varphi) \cdot \cos \omega t \cdot dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\pi^2 r^4 B_0^2 \omega}{2\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi dt + \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\pi^2 r^4 B_0^2 \omega}{2\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \sin(2\omega t - \varphi) dt \\ &= \frac{B_0^2 \pi^2 r^4 \omega^2 L \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2(R^2 + \omega^2 L^2)} \end{aligned}$$

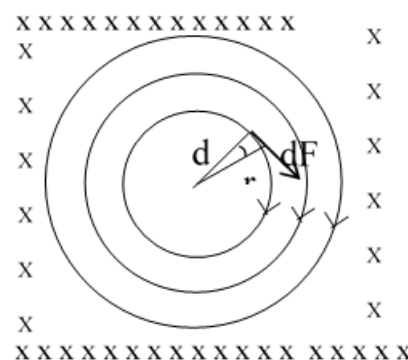
Bài 5. Cách 1:

* Gọi r là bán kính vòng. Sự giảm của B_0 tới 0 xảy ra sau khi ngắt ở thời điểm nào đó là $B_{(t)}$. Từ trường thay đổi theo thời gian sinh ra điện trường xoáy mà các

đường sức của nó ở trên hình vẽ được biểu diễn bởi

các đường tròn, một trong các đường sức dọc theo vòng. Giả sử tại thời điểm ta xét độ lớn của cường độ điện trường xoáy trên đường sức từ là $E_{(t)}$.

* Công do điện trường xoáy thực hiện để dịch chuyển một đơn vị điện tích dọc theo vòng tròn bằng SĐĐ cảm ứng



$$e_{\text{cư}} = 2\pi r E_{(t)} - \frac{d\phi}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB_{(t)}}{dt} \Rightarrow E_{(t)} = -\frac{r}{2} \cdot \frac{dB_{(t)}}{dt}$$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

* Trên mỗi một yếu tố chiều dài của vòng tích điện chịu tác dụng của một lực có hướng tiếp xúc với đường tròn có bán kính r và bằng

$$dF_j = E_{x(t)} \cdot \frac{Q}{2\pi r} r d\varphi = -\frac{Q}{4\pi} \cdot \frac{dB}{dt} r d\varphi_j; \text{ Lực tổng hợp tác dụng lên vòng ở thời điểm đã cho}$$

$$\text{bằng: } F = \sum_{j=1}^N dF_j = -\frac{Qr}{4\pi} \cdot \frac{dB_{(t)}}{dt} \cdot \sum_{j=1}^N d\varphi_j = -\frac{Qr}{2} \cdot \frac{dB_{(t)}}{dt}$$

Sau thời gian Δt nhỏ, xung lượng của lực tác dụng lên vòng dọc theo đường tròn gây ra sự thay đổi xung lượng của vòng.

$$F \cdot \Delta t = m \Delta V. \text{ Từ đó thu được } \Delta V = \frac{F}{m} \Delta t = -\frac{Qr}{2m} \Delta B \quad (\text{do } B'_{(t)} \cdot \Delta t = \Delta B)$$

$$\Delta \omega = \frac{\Delta V}{r} = -\frac{Q}{2m} \cdot \Delta B \quad ; \quad \Delta \omega = \omega - 0 \Rightarrow \Delta B = 0 - B_0 = -B_0; \text{ Ta có: } \omega = \frac{QB_0}{2m}$$

Cách 2:

Khi từ trường biến đổi sẽ sinh ra điện trường. Cường độ điện trường này hướng vào vòng trên từng điểm của vòng:

$$E = \frac{|e_c|}{2\pi R} = \frac{1}{2\pi R} \cdot \left| \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right|$$

Ta chia vòng có chu vi L thành từng đoạn ΔL_i với điện tích phân bố trên ΔL_i là:

$$\Delta Q_i = \frac{Q}{2\pi R} \cdot \Delta L_i \text{ và có khối lượng } \Delta m_i = \frac{m}{2\pi R} \cdot \Delta L_i$$

Lực điện trường tác dụng vào ΔL_i là:

$$F_i = \Delta Q_i \cdot E = \frac{Q \cdot \Delta L_i}{2\pi R} \cdot \frac{1}{2\pi R} \cdot \left| \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right| \rightarrow a = \frac{F_i}{\Delta m_i} = \frac{Q}{2\pi R m} \cdot \left| \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right|$$

Phương trình này chỉ ra rằng độ lớn của gia tốc không phụ thuộc vào ΔL_i

Trong thời gian Δt vận tốc của các đoạn nhỏ ΔL_i sẽ biến thiên một lượng:

$$\Delta V = a_i \Delta t = \frac{Q}{2\pi R m} \cdot \left| \Delta \phi \right| = \frac{QS}{2\pi R m} \cdot \left| \Delta B \right| = \frac{QR}{2m} \cdot \left| \Delta B \right|$$

Cho đến thời điểm mà cảm ứng từ biến thiên đến B_0 thì vận tốc của ΔL_i đạt đến:

$$V = \sum \Delta V = \frac{QRB_0}{2m} \quad ; \quad \omega = \frac{V}{R} = \frac{QB_0}{2m}$$

Bài 6. 1. Vì điện trở của vòng dây siêu dẫn bằng không nên tổng sức điện động trong vòng dây phải bằng không.

$$\xi_{tc} + \xi_{c-} = 0 \Rightarrow \pi R^2 B_0 = LI$$

$$\Rightarrow I = \frac{\pi R^2 B_0}{L} = 31,4(A)$$

2. a, Lực căng $\vec{F}$ đặt lên vòng dây tương ứng với lực từ tác dụng lên một phần tư vòng dây (đoạn AB) lực từ $\vec{Q}$ tác dụng lên AB có phương $\vec{on}$.

Xét một đoạn $d\ell$ trên AB có $dQ = IBd\ell$ hướng theo OM hợp với $\vec{on}$ một góc θ

$$Q = \int dQ \cos \theta = \int IBd\ell \cos \theta \quad \text{bi } \vec{O\ell} = R\theta \Rightarrow d\ell = R d\theta$$

$$Q = \int_0^{\frac{\pi}{2}} IBRCos\theta \cdot d\theta = IBR \sin \theta = IBR = 0,2N$$

$$F = \frac{Q}{\sqrt{2}} = \frac{0,2}{\sqrt{2}}(N) \Rightarrow T = F \sin 45^\circ = \frac{Q}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{0,2}{2} = 0,1N$$

b) Lực tác dụng lên nửa vòng dây $Q = \sqrt{2}IBR$

Lực này phân bố đều trên hai tiết diện thẳng ở hai đầu A, C của nửa vòng dây.

Gọi F_b và B_b là lực từ kéo và cảm ứng từ khi dây bắt đầu đứt, s là tiết diện dây, ta có:

$$F_b = \sigma \times 2s = \sigma \cdot 2 \frac{\pi d^2}{4} = \sqrt{2}IB_b R \Rightarrow B_b = \sigma \frac{\pi d^2}{2\sqrt{2}IR} \approx 2,56T$$

Bài 7. 1. Mặt phẳng của vòng dây là 1 mặt phẳng đối xứng B(M) vuông góc mặt phẳng này.

2. Cảm ứng từ do phần tử dòng điện tại P gây ra tại M là

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \cdot \sin \alpha}{PM^2}; \quad dl = Rd\theta; \quad \frac{\sin \alpha}{\cos \theta} = \frac{\frac{R}{\cos \theta} - OM}{PM}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{R - r \cos \theta}{PM}$$

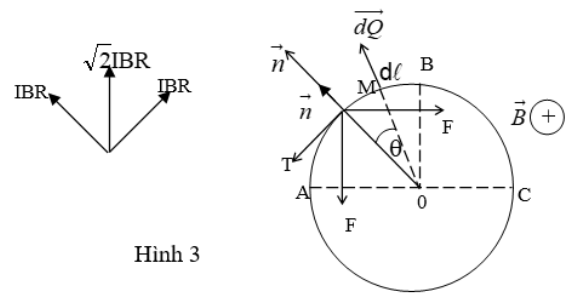
$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{Rd\theta(R - r \cos \theta)}{(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \theta)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0}{4\pi R} \frac{1 - \mu \cos \theta}{(1 - 2\omega \cos \theta + \mu^2)^{\frac{3}{2}}} dQ$$

$$\text{với } \omega = \frac{r}{R} \frac{1 - \omega \cos \theta}{(1 - 2\omega \cos \theta + \mu^2)^{\frac{3}{2}}} \approx (1 - \omega \cos \theta) \left(1 + 3\omega \cos \theta - \frac{3u^2}{2} + \frac{15}{2}u^2 \omega^2 \cos \theta \right)$$

$$\approx 1 + 3u \cos \theta + \frac{3u^2}{2} (3\cos^2 \theta - 1) \int_0^{2\pi} \cos \theta d\theta = 0$$

$$\int_0^{2\pi} \cos \theta d\theta = \pi \Rightarrow B_M = \frac{\mu_0 I}{2R} \left(1 + \frac{3r^2}{4R^2} \right)$$

Bài 8. Giả sử cảm ứng từ $\vec{B}$ có hướng như trên hình vẽ, còn dòng điện I đi qua vòng kim loại ngược chiều kim đồng hồ. Xét một phần tử vô cùng bé dl kẹp giữa hai vectơ bán kính được dựng dưới các góc α và $\alpha + d\alpha$, trong đó $d\alpha$ là góc vô cùng nhỏ. Chiều dài của phần tử này bằng $dl = ad\alpha$. Lực Ampe tác dụng lên phần tử này khi có dòng điện I chạy qua có hướng vuông góc với mặt phẳng hình vẽ (cũng được coi là mặt phẳng nằm ngang) và đi vào phía sau trang giấy. Độ lớn của lực này bằng:



Hình 3

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

$$dF = Idl \sin \alpha = IB \sin \alpha da$$

Như thấy rõ từ hình vẽ, tại các góc $0 < \alpha < \pi$ lực Ampe hướng vào phía trong trang giấy, còn tại các góc $\pi < \alpha < 2\pi$ lực này lại đi ra phía ngoài trang giấy. Do đó, trên vòng kim loại tác dụng một mômen lực nâng đối với trục OO' và mômen cản của trọng lực. Dễ dàng thấy rằng khi tăng cường độ dòng điện I thì mômen của lực Ampe tăng và tại một giá trị giới hạn I_{gh} của dòng điện thì mômen lực này sẽ so được với mômen trọng lực và vòng kim loại sẽ bắt đầu được nâng lên, bằng cách quay xung quanh trục OO' .

Bây giờ ta sẽ tính mômen lực Ampe tác dụng lên phần tử dl đối với trục OO' :

$$dM_A = -dF(a - a \sin \alpha) = IBa^2 (\sin \alpha - 1) \sin \alpha da.$$

Suy ra mômen lực Ampe toàn phần tác dụng lên toàn vòng kim loại bằng:

$$M_A = IBa^2 \int_0^{2\pi} (\sin \alpha)^2 d\alpha - IBa^2 \int_0^{2\pi} \sin \alpha da$$

Tích phân thứ nhất bằng π , còn tích phân thứ hai bằng 0. Bởi vậy: $M_A = \pi IBa^2$

Mômen trọng lực tác dụng lên vòng kim loại đối với trục OO' : $M_T = -Mga$

Vòng bắt đầu được nâng lên khi mômen lực tổng cộng bằng 0: $\pi I_{gh} Ba^2 - Mga = 0$

Từ đó suy ra cường độ dòng điện phải đi qua để vòng kim loại bắt đầu nâng lên bằng:

$$I_{gh} = \frac{Mg}{\pi Ba}.$$

Bài 9.

1. Tại một điểm của cuộn dây ta có: $\vec{A} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^2} \sin \theta$

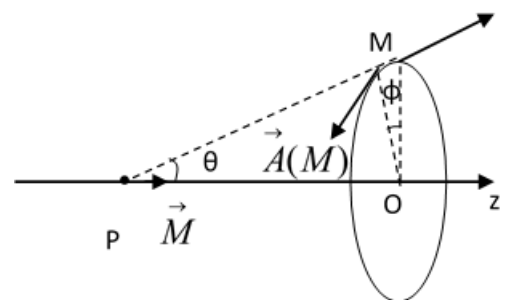
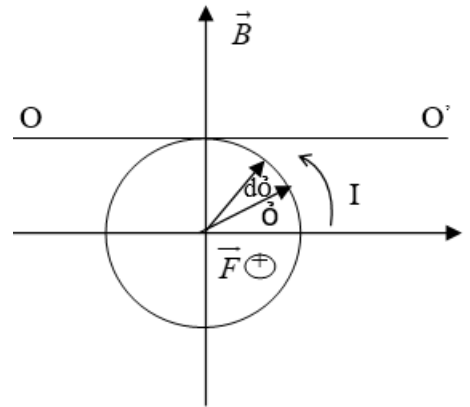
Suất điện động cảm ứng: $e = - \frac{d\phi}{dt}$

$$\text{với } \phi = \oint_{\text{cuộn dây}} \vec{A} d\vec{l} = N \frac{\mu_0 M a \sin \theta}{er^2} = \mu_0 N \frac{M}{2a} \sin^3 \theta$$

$$\Rightarrow i = \frac{e}{R} = - \frac{3\mu_0 NM}{2aR} \sin^2 \theta \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \quad \text{với } \frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{a} \sin^2 \theta$$

Lực tác dụng lên vòng dây có chiều hướng theo trục (Oz) .

Thừa nhận từ trường $\vec{B}$ do nam châm tạo ra tại điểm M có hai thành phần.



Hình 14

Thành phần B theo (phương $\perp$) PM có độ lớn: $B_1 = \frac{\mu_0 M \sin^3 \theta}{4\pi a^2} \sin \theta$

Thành phần B theo phương PM là $B_2 = \frac{\mu_0 M \sin^3 \theta}{4\pi a^3} 2 \cos \theta$

Xét phần tử dl thành phần song song trục Oz của lực laplace là:

$$dF_z = B_{\perp} idl = (B_1 \cos \theta + B_2 \sin \theta) idl = \frac{\mu_0 M \sin^3 \theta}{4\pi a^3} idl 3 \sin \theta \cos \theta$$

$$\Rightarrow F = \frac{3\mu_0 NM}{2a^2} di \sin^4 \theta \cos \theta = \left(\frac{3\mu_0 NM}{2} \right)^2 \frac{1}{Ra^3} (\sin^6 \theta \cos^2 \theta) \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow F = \left(\frac{3\mu_0 NM}{2} \right)^2 \frac{V}{Ra^4} (\sin^8 \theta \cos^2 \theta)$$

Lực cực đại khi $\cos^2 \theta = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \tan \theta = 2$ và $d_0 = \frac{a}{\tan \theta} = \frac{a}{2}$

Bài 10. Khi ngắt từ trường ngoài thì cảm ứng từ giảm dần từ B_0 về 0, làm xuất hiện điện trường xoáy, và điện trường này gây ra sự dịch chuyển các điện tích tự do, tạo thành dòng điện.

Xét một mạch kín AfCbA trùng với vòng bên trái. Dòng sẽ có chiều trùng với chiều kim đồng hồ, theo hai nhánh: AfC có $i_1(t)$, và theo nhánh CbA có $i_2(t)$.

Suất điện động cảm ứng bằng tổng các độ giảm thế.

$$\xi_c = -\pi R^2 \frac{\Delta B(t)}{\Delta t} = i_1 \cdot \frac{r}{2\pi R} l_1 + i_2 \cdot \frac{r}{2\pi R} l_2.$$

Với $l_1 = \frac{\pi}{3} R$, $l_2 = \frac{5\pi}{3} R$ là độ dài các cung (AfC) và cung (CbA) tương ứng.

$$\Rightarrow i_1 + 5i_2 = -\frac{6\pi R^2}{r} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}. \quad (1)$$

-Tương tự, viết định luật Ôm cho vòng kín AfCdA thì có:

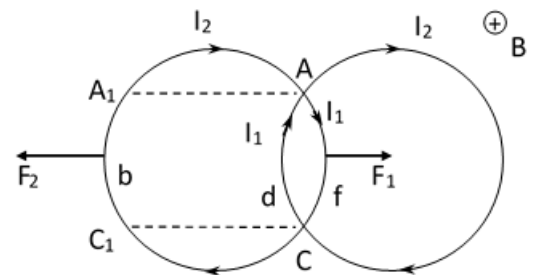
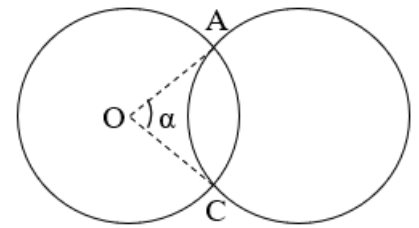
+ Diện tích mạch AfCdA là

$$S = 2 \left(\frac{1}{2} R^2 \cdot \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} R \cdot R \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{(2\pi - 3\sqrt{3})R^2}{6}$$

+ Suất điện động cảm ứng:

$$\xi'_c = -\frac{(2\pi - 3\sqrt{3})R^2}{6} \frac{\Delta B(t)}{\Delta t} = i_1 \cdot \frac{r}{2\pi R} \cdot 2l_1 = i_1 \cdot \frac{2\pi}{3} \cdot R \cdot \frac{r}{2\pi R} = \frac{i_1 r}{3}$$

$$\Rightarrow i_1(t) = -\frac{(2\pi - 3\sqrt{3})R^2}{2r} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \quad (2)$$



Hình 3

Thay (2) vào (1) ta được: $i_2(t) = -\frac{(10\pi + 3\sqrt{3})R^2}{10r} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$.

-Theo định luật Ampe, mỗi đoạn dây Δl với dòng $i(t)$ chịu tác dụng của một lực từ $\Delta F = i \cdot \Delta l \cdot B(t)$ hướng dọc theo bán kính. Do tính đối xứng mà các cung AA_1 và CC_1 sẽ chịu tác dụng của các lực cân bằng và triệt tiêu nhau. Phần bất đối xứng (đối với vòng dây bên trái) chỉ là các cung AfC và A_1bC_1 , do $i_1 \neq i_2$ 0,5đ

-Tổng hợp các lực tác dụng lên cung AfC sẽ hướng theo O_1x :

$$F_1 = \int_{-\pi/6}^{\pi/6} i_1 B(t) \cdot \cos \varphi \cdot R \cdot d\varphi = i_1 B(t) \cdot R \sin \varphi \Big|_{-\pi/6}^{\pi/6} = i_1 B(t) \cdot R$$

-Tổng hợp lực tác dụng lên mỗi vòng:

$$F = F_2 - F_1 = (i_2 - i_1) \cdot B(t) \cdot R = -\frac{9\sqrt{3}R^3}{5r} B(t) \cdot \frac{dB}{dt}$$

-Lực này gây nên biến đổi xung:

$$m \cdot dv = F \cdot dt = -\frac{9\sqrt{3}R^3}{10r} d(B^2(t)) \Rightarrow v = \frac{9\sqrt{3}R^3}{10mr} B_0^2$$

Bài 11- Khi hai vòng dây tiếp xúc điện với nhau có ba mạch điện kín. Vì hai vòng dây chuyển động tương đối với nhau thì sự biến đổi điện tích ở ba mạch là như nhau. Do đó, suất điện động cảm ứng trong ba mạch bằng nhau.

- Mặt khác, coi suất điện động cảm ứng trong mỗi mạch kín gồm hai suất điện động ở hai phần dây nối với nhau ở hai điểm tiếp xúc, ta có:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{cu} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_4 \\ \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_4 = \frac{\mathcal{E}_{cu}}{2}$$

- Từ thông biến thiên qua mỗi mạch:

$$\Phi = B \cdot S_{A_2B_3A} = B \cdot 2(S_{quatOAB} - S_{\Delta OAB}) = 2B \left(\frac{\alpha}{2\pi} \cdot \pi R^2 - \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot R \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \right)$$

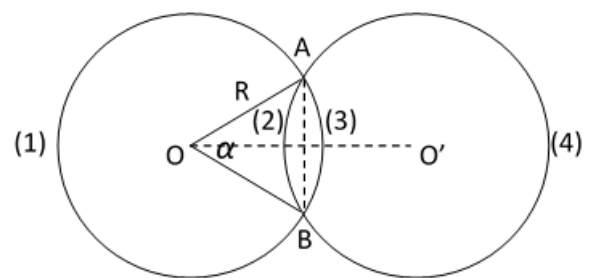
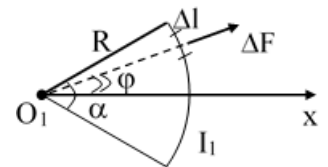
$$\Phi = BR^2 \left(\alpha - 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \right) = BR^2 (\alpha - \sin \alpha) \quad (1)$$

Gọi:

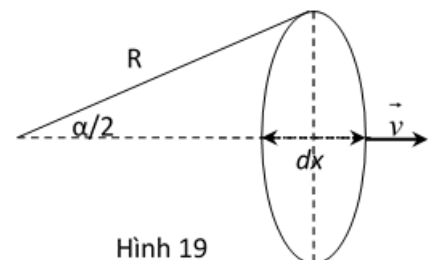
$$dx = 2 \left(R - R \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \right) = 2R \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2v = 2R \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = R \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{d\alpha}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d\alpha}{dt} = \frac{2v}{R \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \quad (2)$$



Hình 18



Hình 19

+ Suất điện động cảm ứng: $\varepsilon_{cu} = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right| = BR^2(1 - \cos\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{dt}$. Thay vào (2) ta được:

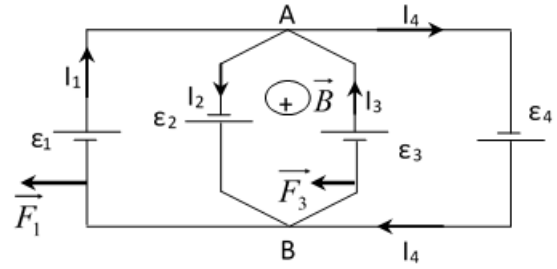
$$\varepsilon_{cu} = BR^2 \cdot 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{2v}{R \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} = 4BvR \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 2BvR \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

Ta có mạch điện tương đương:

+ Điện trở các đoạn mạch 1, 2, 3 và 4 là:

$$\begin{cases} r_1 = r_4 = r \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi} \right) \\ r_2 = r_3 = r \cdot \frac{\alpha}{2\pi} \end{cases}$$



Hình 20

Do tính đối xứng của dòng điện: $\begin{cases} I_1 = I_4 \\ I_2 = I_3 \end{cases}$, nên tách nút A, B:

$$\begin{cases} I_2 = I_3 = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}{r_2 + r_3} = \frac{2BvR \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{r \cdot \frac{\alpha}{2\pi}} = \frac{4\pi BvR \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{r \cdot \alpha} \\ I_1 = I_4 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_4}{r_1 + r_4} = \frac{2BvR \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{r \cdot \frac{(2\pi - \alpha)}{2\pi}} = \frac{4\pi BvR \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{r(2\pi - \alpha)} \end{cases}$$

* Tính lực tác dụng lên cung AB:

Xét phần tử dòng điện $I \cdot d\vec{l}$ chịu tác dụng của lực từ:

$$d\vec{F} = d\vec{F}_x + d\vec{F}_y$$

Lực tác dụng lên đoạn dây là cung AB:

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int d\vec{F}_x + \int d\vec{F}_y = \int d\vec{F}_y$$

$$\Rightarrow F = \int dF_y$$

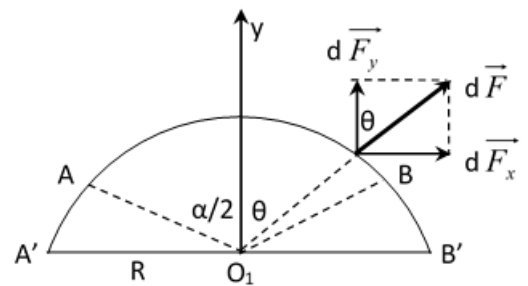
$$\text{Mà: } dF_y = dF \cdot \cos\theta = BI \cdot dl \cdot \cos\theta \Rightarrow dF_y = B \cdot I_3 \cdot R \cdot \cos\theta \cdot d\theta$$

$$\Rightarrow F_{AB} = 2 \int_0^{\alpha/2} B \cdot I_3 \cdot R \cdot \cos\theta \cdot d\theta = 2B \cdot I_3 \cdot R \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow F_{AB} = 2B \cdot \frac{4\pi BvR \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{r \cdot \alpha} \cdot R \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{8\pi B^2 \cdot v \cdot R^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{r \cdot \alpha}$$

$$\text{Tương tự: } F_{AIB} = 2B \cdot I_1 \cdot R_1 \cdot \sin \frac{2\pi - \alpha}{2} = 2B \cdot I_1 \cdot R \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow F_{AIB} = 2B \cdot \frac{4\pi B \cdot v \cdot R \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{r \cdot (2\pi - \alpha)} \cdot R \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{8\pi \cdot B^2 \cdot v \cdot R^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{r \cdot (2\pi - \alpha)}$$



Vậy lực tác dụng lên vòng dây bên trái:

$$F = F_{A1B} + F_{A3B} = \frac{8\pi B^2 v R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{r} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{2\pi - \alpha} \right) \Rightarrow F = \frac{16\pi^2 B^2 v R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\alpha (2\pi - \alpha) r}$$

Thay số, ta được: $F = \frac{36}{5} B^2 v \frac{R^2}{r}$

Bài 12. 1) Nếu cảm ứng từ tăng theo trục z thì mật độ đường sức càng mau hơn khi từ trường mạnh. Khi đó ngoài thành phần cảm ứng từ theo trục z còn thành phần cảm ứng từ xuyên tâm B_r (như hình vẽ)

Ta đi chứng minh $B_r = \frac{r}{2} \frac{dB_z}{dz}$

Xét mặt trụ có bán kính tiết diện là r, chiều cao Δz

(Xem hình 6)

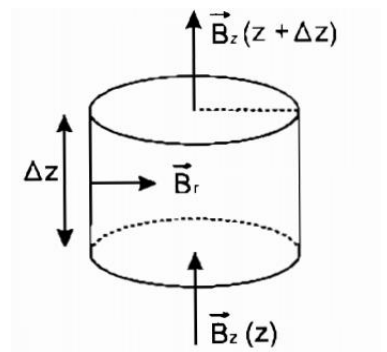
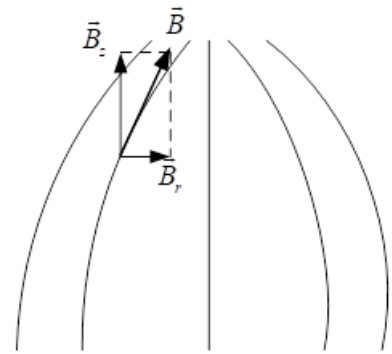
Từ thông qua hai đáy bằng

$$\Phi_1 = \pi r^2 [B(z + \Delta z) - B(z)] = \pi r^2 dB_z$$

Từ thông qua mặt bên là: $\Phi_2 = -2\pi r \Delta z B_r$

Theo định lí Gau-xơ từ thông qua mặt kín bất kì bằng không do vậy ta có:

$$\Phi_1 + \Phi_2 = 0 \text{ hay } \pi r^2 dB_z = 2\pi r \Delta z B_r \text{ Vậy } B_r = \frac{r}{2} \frac{dB_z}{dz}$$



2) Xét vòng dây tại một thời điểm t, khi đó nó đang có vận tốc là v. Chọn chiều dương hướng lên

$$\text{Suất điện động gây ra bởi vòng dây là: } e_c = -\frac{d\Phi}{dt} = -S \frac{dB_z}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB_z}{dz} \cdot \frac{dz}{dt}$$

Chú ý rằng: $v = \frac{dz}{dt} < 0$, khi đi theo chiều âm trục z thì cảm ứng từ giảm. Do vậy

$$e_c > 0$$

Ta viết lại biểu thức của suất điện động: $e_c = -\pi r^2 v \frac{dB_z}{dz}$

Cường độ dòng điện trong vòng dây là: $I = \frac{e_c}{R} = \frac{-\pi r^2 v}{R} \frac{dB_z}{dt} > 0$

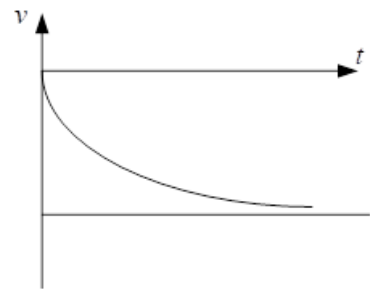
Phương trình động lực học cho chuyển động của khung

$mg - B_r I \cdot 2\pi r = m \frac{dv}{dt}$ thay biểu thức của I từ trên xuống ta thu được:

$$\frac{dv}{dt} = g + \frac{\pi^2 r^4}{mR} \left(\frac{dB_z}{dt} \right)^2 v$$

Các pt trên cho thấy ban đầu tốc độ của vòng dây (độ lớn vận tốc) sẽ tăng dần. Cho đến khi lực từ tác dụng cân bằng với trọng lực thì tốc độ của vật sẽ đạt giá trị lớn nhất. Ta tìm được

$$|v_{\max}| = \frac{mgR}{\pi^2 r^4 \left(\frac{dB_z}{dt} \right)^2}$$



Đồ thị $v(t)$ được biểu diễn như hình vẽ 7:

Bài 13. 1. Ký hiệu B là độ lớn cảm ứng từ của từ trường tại điểm cách trục đối xứng của từ trường một khoảng r. Tại mỗi điểm của vành kim loại, cảm ứng từ đều có trị số bằng B. Xét một phần tử chiều dài Δl của vành. Tại thời điểm t mà vận tốc của vành là v thì suất điện động xuất hiện ở Δl có độ lớn bằng $\Delta E = Bv\Delta l$.

Suy ra suất điện động xuất hiện trong toàn bộ vành là $E = \sum \Delta E = Bv \sum \Delta l = Bv \cdot 2\pi r$

Dòng điện cảm ứng xuất hiện trong vành $I = \frac{E}{R} = \frac{2\pi r Bv}{R}$ với $R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{2\pi r}{S}$

Từ đó ta tìm được $I = \frac{BSv}{\rho}$

2. Do có dòng điện I chạy qua, phần tử Δl của vành chịu tác dụng của lực điện từ ΔF , lực này vuông góc với mặt phẳng vành có độ lớn $\Delta F = BI\Delta l$

Lực điện từ tổng hợp $\vec{F}$ tác dụng lên vành có hướng vuông góc với mặt phẳng của

vành có độ lớn: $F = \sum \Delta F = BI \sum \Delta l = \frac{2\pi r SB^2}{\rho}$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Theo định luật Len-xơ, lực $\vec{F}$ chống lại sự rơi xuống của vành, nghĩa là $\vec{F}$ có hướng ngược với trọng lực $\vec{P}$ của vành. Áp dụng định luật II Niu-ơn, ta có:

$$mg - F = ma \rightarrow a = g - \frac{F}{m} \text{ với } m = 2\pi r S d$$

$$\text{Suy ra } a = g - \frac{B^2 v}{\rho d}$$

$$\text{Ta lại có: } a = \frac{dv}{dt}, \text{ do đó (2) trở thành } \frac{dv}{dt} + \frac{B^2}{\rho d} v = g$$

Giải phương trình này, với chú ý khi $t = 0, v = 0$, ta được:

$$v = \frac{\rho g d}{B^2} \left(1 - e^{-\frac{B^2}{\rho d} t} \right)$$

Nhận xét rằng a giảm dần và v tăng dần khi vành rơi xuống và sau một thời gian đủ lớn kể từ khi bắt đầu rơi thì $a = 0$ và kể từ đó vành rơi đều với vận tốc $v_0 = \frac{\rho g d}{B^2}$

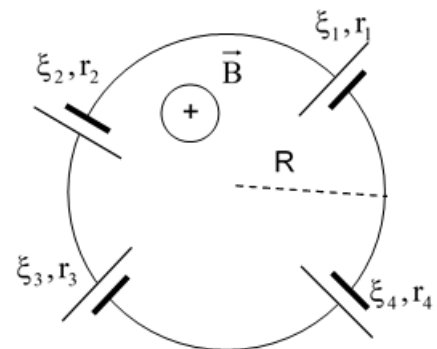
Bài 14. ϕ qua mạch là $\phi = B.S = Kt\pi R^2$; Từ thông này biến thiên theo thời gian nên $\rightarrow \xi' = -\phi'_t = \pi R^2 K$; ξ' sinh ra dòng sinh ra từ trường B' ngược với B

$\rightarrow$ từ cực âm đến cực dương của ξ' (dd cảm ứng đi ra cực dương của ξ') ngược với chiều kim đồng hồ.

Ta lấy chiều I cùng chiều ξ' làm chiều dương $\rightarrow$

$$I(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) - \xi_1 - \xi_2 + \xi_3 - \xi' + \xi_4 = 0 \rightarrow I = \frac{\xi_1 + \xi_2 - \xi_3 + \xi' - \xi_4}{r_1 + r_2 + r_3 + r_4}$$

Thay số $\rightarrow I = 0,7 \text{ (A)}$.



Bài 15. $\vec{B}$ là một véc tơ có thông lượng bảo toàn.

$\Rightarrow$ Từ thông Φ_1 qua vòng tròn đường kính AA' phải bằng từ thông Φ_2 qua diện tích mặt phẳng vòng dây trừ đi vòng tròn đường kính BB'.

Ta có:

$$\begin{aligned} + \Phi_1 &= \int_0^{r_1} B(r) 2\pi r dr = \int_0^{r_1} \frac{\mu_0 I}{2R} \left[1 + \frac{3r^2}{4R^2} \right] 2\pi r dr \\ &= \frac{\mu_0 M}{2R} \left\{ \frac{r_1^2}{R^2} + \frac{3}{8} \frac{r_1^4}{R^4} \right\} \text{ với } M = I\pi R^2 \end{aligned}$$

$$+ \Phi_2 = \int_{r_1}^{\infty} B(r) 2\pi r dr$$

Vì $r > r_2 \approx 6R$ nên ta dùng biểu thức từ trường tạo bởi lưỡng cực từ: $M = I\pi R^2$

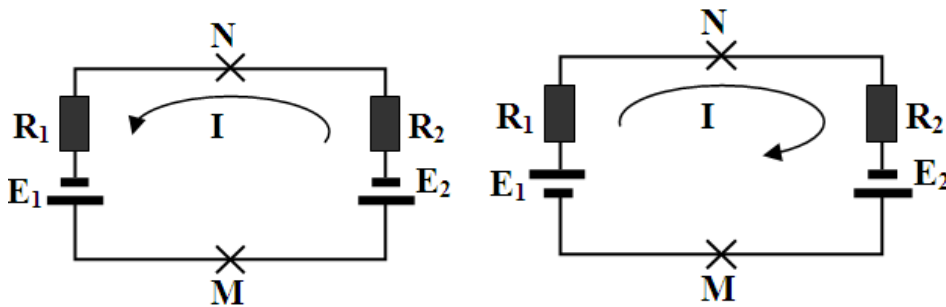
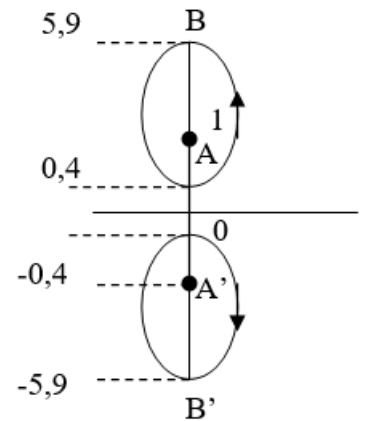
$$B(r) = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3}$$

$$\Rightarrow \Phi_2 = \int_{r_1}^{\infty} \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} \cdot 2\pi r dr = \frac{\mu_0 M}{2r_2}$$

$$\text{Bảo toàn từ thông: } \Phi_1 = \Phi_2 \Rightarrow \frac{R}{r_2} = \frac{r_1^2}{R^2} + \frac{3r_1^4}{8R^4}$$

$\Rightarrow$ Với $r_1 = 0,4 R$ thay vào $\Rightarrow r_2 = 5,90 R$

$\Rightarrow$ điều phải chứng minh.



Bài 16. .

- Điện trở của vòng 1 là $R_1 = 2\pi r_1 \rho$, điện trở của vòng 2 là $R_2 = 2\pi r_2 \rho$
- Suất điện động của vòng 1 và 2 là: $\varepsilon_1 = B_0 \pi r_1^2$; $\varepsilon_2 = B_0 \pi r_2^2$.
- Dựa trên hình vẽ, khi 2 vòng ở ngoài nhau thì dòng điện trong mạch là:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + R_2} = \frac{B_0 \pi (r_1^2 - r_2^2)}{2\pi \rho (r_1 + r_2)} = \frac{B_0 (r_1 - r_2)}{2\rho}$$

- Tácó: $U_{MN} = I \cdot R_2 + \varepsilon_2 = \frac{B_0 (r_1 - r_2)}{2\rho} \cdot 2\pi r_2 \rho + B_0 \pi r_2^2 = B_0 \pi r_1 r_2$

- Khi 2 vòng lồng vào nhau thì biểu thức dòng điện là:

$$I' = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_1 + R_2} = \frac{B_0 \pi (r_1^2 + r_2^2)}{2\pi \rho (r_1 + r_2)} = \frac{B_0 (r_1^2 + r_2^2)}{2\rho (r_1 + r_2)}$$

$$\text{Ta có } U'_{MN} = I' \cdot R_2 - \varepsilon_2 = \frac{B_0(r_1^2 + r_2^2)}{2\rho(r_1 + r_2)} \cdot 2\pi r_2 \rho - B_0 \pi r_2^2 = B_0 \pi r_1 r_2 \cdot \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2}$$

$$\text{Vậy } \frac{U'_{MN}}{U_{MN}} = \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2}$$

VII.2. THANH KIM LOẠI CHUYỂN ĐỘNG TRONG TỪ TRƯỜNG

Bài 1. Xét một phần tử cách trục quay một khoảng x và có chiều dài dx

Trong khoảng thời gian rất ngắn dt ta coi phần tử này chuyển động tịnh tiến với vận tốc $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{x}$ ($\vec{v}$ vuông góc với thanh).

$$de = B_x \cdot v \cdot dx = (B_0 x) \cdot \omega \cdot x \cdot dx$$

Độ lớn suất điện động trên cả thanh là:

$$e = \int de = \int_0^{\ell} B_x \cdot v \cdot dx = \int_0^{\ell} (B_0 x) \cdot \omega \cdot x \cdot dx = \frac{B_0 \omega \ell^3}{3}$$

Bài 2. Theo bài toán 1 thì trên thanh PM có suất điện động $e_1 = \frac{B\omega \ell_1^2}{2}$

Trên thanh PN có suất điện động $e_2 = \frac{B\omega \ell_2^2}{2}$

Dễ thấy e_1, e_2 mắc xung đối nên trên thanh MN có suất điện động $e = |e_1 - e_2|$

$$e = \frac{B\omega}{2} |\ell_1^2 - \ell_2^2|$$

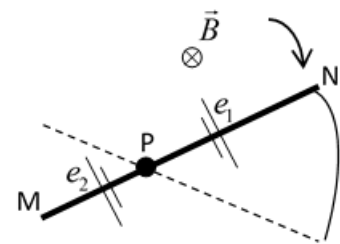
Xét trong khoảng thời gian Δt thanh quét được diện tích

$$\Delta S = \frac{\pi \ell^2}{2\pi} (\omega \cdot \Delta t) = \frac{\ell^2 \omega \cdot \Delta t}{2}$$

Biểu thức độ lớn suất điện động cảm ứng trên thanh:

$$e = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \frac{B \cdot \Delta S}{\Delta t} = \frac{B}{\Delta t} \frac{\ell^2 \omega \cdot \Delta t}{2}$$

$$\Rightarrow e = \frac{B\omega \ell^2}{2}$$



Bài 3. a. Độ dài của cung PQ là: $PQ = r\theta$. Trong đó θ tính bằng rad

Độ dài của mạch kín OPQO là:

$$l = OP + OQ + PQ = r + r + r\theta = (2 + \theta)r.$$

Vậy điện trở của mạch kín OPQO là:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{(2 + \theta)r}{S}$$

Thay số ta được $R = 3,4 \cdot 10^{-3}(2 + \theta) (\Omega) = 3,4 \cdot (2 + \theta) \text{ m}\Omega$.

b. Từ thông qua mạch kín OPQO là:

$$\Phi = BS = B \frac{r^2 \theta}{2} = 0,15 \frac{(0,24)^2}{2} \theta = 4,32 \cdot 10^{-3} \cdot \theta (\text{Wb}) = 4,32 \cdot \theta \text{ mW}$$

c. Suất điện động cảm ứng trên mạch kín

$$\xi = -\frac{d\Phi}{dt} = -4,32 \cdot 10^{-3} \frac{d\theta}{dt} = -4,32 \cdot 10^{-3} \omega = -4,32 \cdot 10^{-3} \gamma t$$

Trong đó ω , γ tương ứng là vận tốc góc và gia tốc góc của thanh OP.

Dòng điện cảm ứng i_c trong khung là:

$$i_c = \frac{|\xi|}{R} = \frac{4,32 \cdot 10^{-3} \gamma t}{3,4 \cdot 10^{-3} (2 + \theta)} = \frac{1,271 \gamma t}{2 + \theta}$$

Với $\theta = \frac{1}{2} \gamma t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\theta}{\gamma}}$

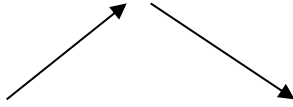
Thay vào biểu thức của i_c ta được

$$i_c = 1,271 \cdot \sqrt{2\gamma} \frac{\sqrt{\theta}}{2 + \theta}$$

Để tìm giá trị cực đại $i_{c\max}$ của i_c ta phải tính $\frac{di_c}{d\theta}$

Ta có
$$\frac{di_c}{d\theta} = \frac{-\theta + 2}{2(\theta + 2)^2 \sqrt{\theta}}$$

Khảo sát i_c theo θ ta có bảng biến thiên

θ	0	2	2π
$\frac{di_c}{d\theta}$	+	0	-
i			

Vậy khi $\theta = 2 \text{ rad}$ thì i_c đạt giá trị cực đại.

d. Cường độ dòng điện cảm ứng cực đại trong mạch

Thay $\theta = 2 \text{ rad}$ vào biểu thức của dòng điện cảm ứng ta được

$$i_{c\max} = 1,271 \cdot \sqrt{2\gamma} \frac{\sqrt{\theta}}{2 + \theta} = \frac{1,271 \sqrt{2 \cdot 12 \cdot 2}}{(2 + 2)} = 2,2 \text{ A}$$

Bài 4.

a) Khi thanh OB quay cắt các đường cảm ứng từ, trong thanh OB xuất hiện một suất điện động cảm ứng:

$$e_c = -\frac{BdS}{dt} = \frac{B\omega d^2}{8}$$

Khi đó thanh OB tương đương với một nguồn điện có điện trở trong $r = r_0 d$

- Mạch ngoài gồm hai nhánh mắc song song có:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{r_0^2 \omega t \frac{d}{2} (\pi d - \omega t \frac{d}{2})}{r_0 \pi d} = \frac{r_0 \omega t d}{2\pi} (\pi - \frac{\omega t}{2})$$

- Khi đó dòng điện chạy trong mạch chính:

$$I = \frac{e_c}{R + r} = \frac{\frac{B\omega d^2}{8}}{\frac{r_0 \omega t d}{2\pi} (\pi - \frac{\omega t}{2}) + r_0 d}$$

Và dòng điện chạy qua mỗi nhánh của vòng dây:

$$I_1 = \frac{I \cdot R_2}{R_1 + R_2} = I (1 - \frac{\omega t}{2\pi})$$

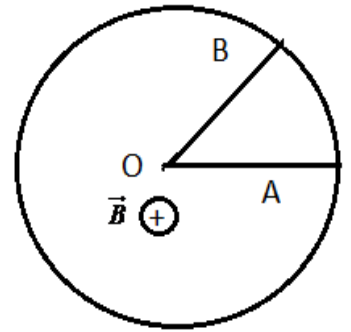
$$I_2 = I - I_1 = \frac{\omega t}{2\pi} I$$

b) Khi cả hai thanh đều quay, trên cả hai thanh đều xuất hiện suất điện động cảm ứng, mỗi thanh tương đương với một nguồn điện.

* Khi hai thanh quay cùng chiều: hai nguồn mắc xung đối. Cường độ dòng điện trong mạch chính: $I = \frac{e_{c1} - e_{c2}}{R + r} = \frac{BR^2(\omega_1 - \omega_2)}{2(R + r)}$

* Khi hai thanh quay ngược chiều, hai nguồn mắc nối tiếp:

$$I = \frac{e_{c1} + e_{c2}}{R + r} = \frac{BR^2(\omega_1 + \omega_2)}{2(R + r)}$$



Bài 5. Suất điện động trên thanh kim loại quay: $e_c = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = B \frac{\Delta S}{\Delta t}$

Với ΔS là diện tích mà thanh quét được sau thời gian Δt với góc quét $\Delta\phi \Rightarrow$

$$\Delta S = \frac{\pi l^2}{2\pi} \Delta\phi = \frac{l^2 \omega \Delta t}{2}$$

$$\Rightarrow e_c = B \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{Bl^2 \omega}{2}$$

1. Giả sử thanh OA đứng yên, OB quay với tốc độ góc ω

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên thanh OB:

$$e_c = \frac{BR^2 \omega}{2} = \frac{Bd^2 \omega}{8} \quad (\text{với } R = OB = d/2)$$

Hai đoạn mạch BCA và BDA song song với nhau:

$$BCA = l_1 \text{ và } BDA = l_2 \text{ và } l_1 + l_2 = 2\pi R$$

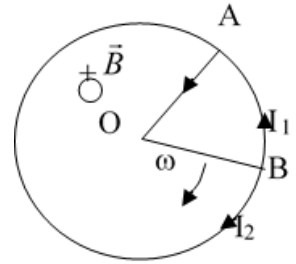
$$\text{Ta có } U_{AB} = I_1 \cdot l_1 \cdot r = I_2 \cdot l_2 \cdot r$$

$$U_{AB} = e_c - I \cdot 2Rr; \quad I = I_1 + I_2$$

Với $l_1 = R\omega t$; $l_2 = 2\pi R - R\omega t$ ta tìm được

$$U_{AB} = \frac{e_c \left(\omega t - \frac{\omega^2 t^2}{2\pi} \right)}{2 + \omega t - \frac{\omega^2 t^2}{2\pi}};$$

$$\Rightarrow I = \frac{B\omega d}{4 \left(2 + \omega t - \frac{\omega^2 t^2}{2\pi} \right) r}; I_1 = \left(1 - \frac{\omega t}{2\pi} \right) I; I_2 = \frac{\omega t}{2\pi} I;$$



2a. Ở hai thanh xuất hiện hai suất điện động cảm ứng:

$$e_{c1} = \frac{BR^2\omega_1}{2}; e_{c2} = \frac{BR^2\omega_2}{2}$$

a) Hai nguồn điện mắc xung đối. Suất điện động của bộ nguồn

$$e_b = e_{c1} - e_{c2} = \frac{BR^2\omega_1}{2} - \frac{BR^2\omega_2}{2} = \frac{Bd^2}{8}(\omega_1 - \omega_2) = \frac{Bd^2\omega_0}{8}$$

$$\text{Lập luận tương tự câu 1 ta có: } I = \frac{B\omega_0 d}{4 \left(2 + \omega_0 t - \frac{\omega_0^2 t^2}{2\pi} \right) r}; I_1 = \left(1 - \frac{\omega_0 t}{2\pi} \right) I; I_2 = \frac{\omega_0 t}{2\pi} I;$$

Hiệu điện thế hai đầu mỗi thanh là:

$$U_1 = e_{c1} - I \left(\frac{dr}{2} \right); U_2 = e_{c2} - I \left(\frac{dr}{2} \right)$$

b. Khi hai thanh quay ngược chiều: Kết quả tương tự câu a với $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$

Bài 6. Chia khung thành **2 mạch kín hình chữ nhật**. Gọi suất điện động cảm ứng trong

hình chữ nhật là e_1, e_2 và dòng điện trên 2 cạnh của hình đối diện của hình vuông là i_1, i_2

như hình vẽ:

$$e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{a^2}{4} \cdot \frac{dB}{dt};$$

$$e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{3a^2}{4} \cdot \frac{dB}{dt}$$

Theo định luật Ôm:

$$i_1 = \frac{e_1 + u_{AB}}{1,5a\rho}$$

$$i_2 = \frac{e_2 - u_{AB}}{2,5a\rho}$$

$$i_2 = i_1 + i_3$$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

$$u_{AB} = i_3 a \rho$$

Giải hệ phương trình trên ta tìm được: $e_2 - \frac{5}{3}e_1 = \frac{31}{6}i_3 a \rho$

$$\frac{a^2}{3} \frac{dB}{dt} = \frac{31}{6} i_3 a \rho \Rightarrow i_3 = \frac{2a}{31\rho} \frac{dB}{dt}$$

Lực từ tác dụng lên thanh:

$$F = i_3 B a = \frac{2a^2}{31\rho} \frac{B dB}{dt}$$

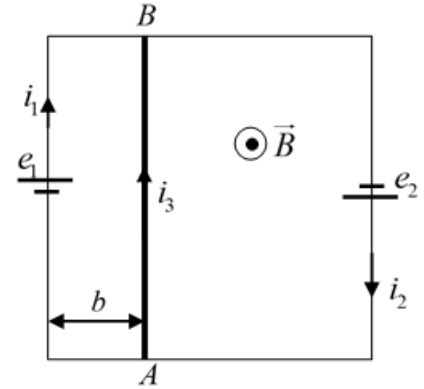
Theo định lý biến thiên xung lượng:

$$F \cdot dt = \frac{2a^2}{31\rho} \frac{B dB}{dt} = m \cdot dv$$

Lấy tích phân 2 vế:

$$\int_0^{B_0} \frac{2a^2}{31\rho} \frac{B dB}{dt} = m \int_0^v dv$$

$$\Rightarrow v = \frac{a^2 B_0^2}{31\rho m}$$



Bài 7.

1. Suất điện động cảm ứng: $E = Blv$

a) Cường độ dòng điện: $I = \frac{Blv}{R+r}$

Hiệu điện thế hai đầu thanh: $U = I \cdot R = \frac{BlvR}{R+r}$

b. Lực từ cản trở chuyển động: $F_t = B \cdot I \cdot l = \frac{B^2 l^2 v}{R+r}$

Lực kéo: $F = F_t + F_{ms} = \frac{B^2 l^2 v}{R+r} + \mu mg$

2. Khi thanh chuyển động ổn định thì gia tốc của nó bằng 0

→ cường độ dòng điện trong mạch bằng 0

→ hiệu điện thế trên tụ bằng suất điện động cảm ứng: $U = E = Blv_{gh}$

Bảo toàn năng lượng:

$$\frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} C U^2 + \frac{1}{2} m v_{gh}^2 \quad \text{hay} \quad \frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} C B^2 l^2 v_{gh}^2 + \frac{1}{2} m v_{gh}^2$$

$$v_{gh} = U_0 \sqrt{\frac{C}{C B^2 l^2 + m}}$$

Bài 8. a) Khi thanh MN trượt xuống dưới do tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ từ thông qua diện tích MRN biến thiên, làm xuất hiện suất điện động cảm ở thanh MN

$$\varepsilon = \left| -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = Bvl, \text{ với } v \text{ là vận tốc trượt của thanh MN; theo định luật Lenxơ, dòng}$$

cảm ứng sinh ra có chiều từ N đến M (để có từ trường ngược chiều với $\vec{B}$, hình vẽ). Trong mặt phẳng nghiêng góc α , các lực tác dụng lên thanh là:

+ Thành phần $\vec{Q}$ của trọng lực $\vec{P}$, $Q = mg \sin \alpha$

+ Lực từ $\vec{F}$ có độ lớn $F = BIl$ (tác dụng lên đoạn dây dẫn MN có dòng điện I chạy qua trong từ trường $\vec{B}$)

Hai lực $\vec{Q}$ và $\vec{F}$ ngược chiều nhau.

Lúc đầu, vận tốc trượt của thanh còn nhỏ, nên dòng điện $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Bvl}{R}$ và lực từ $F = BIl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$ đều

nhỏ, độ lớn $F < Q$; hợp lực $\vec{Q} - \vec{F}$ làm thanh chuyển động có gia tốc và vận tốc v của thanh tăng. Khi v đạt giá trị $v_{\max}$ thì $F = Q$, thanh chuyển động đều, khi đó:

$$\frac{B^2 l^2 v_{\max}}{R} = mg \sin \alpha \Rightarrow v_{\max} = \frac{Rmg \sin \alpha}{B^2 l^2}$$

b) Thay R bằng tụ điện C thì dòng điện cảm ứng (suất điện động cảm ứng) nạp điện cho tụ. Kí hiệu q là điện tích tức thời của tụ điện, ta có: $q = \varepsilon C$. Lực cản lên thanh (lực từ)

$$F = BIl = Bl \frac{dq}{dt} = B^2 l^2 C \frac{dv}{dt}$$

Nhưng $\frac{dv}{dt} = a$ là gia tốc của thanh, lực cản lên thanh là: $F = B^2 l^2 Ca$ tỷ lệ với a . Để tính

a ta viết phương trình chuyển động của thanh:

$$Q - F = ma \rightarrow mg \sin \alpha - B^2 l^2 Ca = ma$$

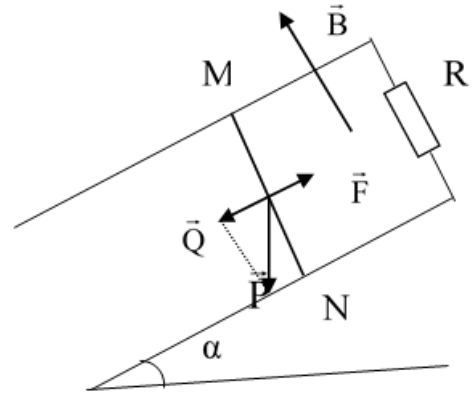
$$\rightarrow a = \frac{g \sin \alpha}{1 + \frac{B^2 l^2 C}{m}} < g \sin \alpha$$

Ta thấy gia tốc a nhỏ hơn gia tốc trượt của thanh MN khi không có từ trường và phụ thuộc vào khối lượng m của thanh.

Bài 9. a. Hiện tượng: Ban đầu, do tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, thanh AB sẽ trượt xuống. Lúc đó, từ thông qua mạch kín giới hạn bởi điện trở R và thanh AB sẽ tăng, xuất hiện suất điện động cảm ứng và dòng điện cảm ứng.

- Thanh AB có dòng điện chạy qua đặt trong từ trường sẽ chịu tác dụng của lực từ $\vec{F}_t$. Để chống lại sự biến thiên của từ thông qua mạch thì lực từ sẽ có chiều hướng lên.

- Khi thanh AB rơi, vận tốc thanh tăng dần, do đó E_c, I_c, F_t có độ lớn tăng dần. Đến một lúc nào đó, lực từ cân bằng với trọng lực, khi đó thanh AB sẽ rơi đều.



- Dùng quy tắc bàn tay phải, xác định được chiều dòng cảm ứng từ B đến A.

$$I_C = \frac{E_C}{R} = \frac{Bvl}{R}$$

$$\text{Khi AB chuyển động đều: } F_t = P \Rightarrow I_C Bl = mg \Leftrightarrow \frac{B^2 l^2 v}{R} = mg \Rightarrow \begin{cases} v_{\max} = \frac{mgR}{B^2 l^2} \\ I_C = \frac{mg}{Bl} \end{cases}$$

b. Trong trường hợp thanh hợp với mặt phẳng ngang góc α : hiện tượng xảy ra tương tự, chỉ khác hướng vận tốc thanh có phương song song với hai thanh ray, hợp với phương véc tơ cảm ứng từ góc α .

$$\text{Khi đó dòng điện cảm ứng } I_C = \frac{E_C}{R} = \frac{Blv \sin \alpha}{R} \Rightarrow \begin{cases} v_{\max} = \frac{mgR}{B^2 l^2 \sin \alpha} \\ I_C = \frac{mg}{Bl} \end{cases}$$

NX: như vậy, trong cả 2 trường hợp trên thì dòng điện cảm ứng có độ lớn không đổi.

c. Xét tại thời điểm t, thanh AB đang chuyển động xuống dưới dưới tác dụng của trọng lực và lực từ với vận tốc v, gia tốc chuyển động là a.

- Suất điện động cảm ứng trên thanh AB: $e_C = Blv$

- Hiệu điện thế hai đầu tụ điện: $u = e_C = Blv$, khi đó tụ được tích điện: $q = u.C$

Suy ra cường độ dòng điện chạy trong mạch: $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} = CBl \frac{dv}{dt} = CBla$

- Lực từ tác dụng lên thanh AB là: $F = iBl = CB^2 l^2 a$.

Chiều của cường độ dòng điện cảm ứng được xác định theo quy tắc bàn tay phải, chiều của lực từ $\vec{F}_t$ được xác định theo quy tắc bàn tay trái.

$\Rightarrow$ phương trình chuyển động của thanh AB:

$$P - F = ma \Leftrightarrow mg - CB^2 l^2 a = ma \Rightarrow a = \frac{mg}{m + CB^2 l^2} = \text{const}$$

Vậy, thanh rơi xuống nhanh dần đều. Khi thanh đi xuống, thế năng trọng lực của thanh AB biến thành động năng của thanh AB và năng lượng điện trường tích lũy trong tụ điện.

Bài 10. Xét thời điểm t:

$$\xi_C = Bvl.$$

$$i = \frac{\xi_C}{R} = \frac{Bvl}{R}$$

$$F = iBl$$

$$mg - iBl = m \frac{dv}{dt}$$

$$mg - \frac{B^2 l^2}{R} v = m \frac{dv}{dt}$$

$$-\frac{B^2 l^2}{R} \left(v - \frac{mgR}{B^2 l^2} \right) = m \frac{dv}{dt}$$

Đặt

$$Z = \left(v - \frac{mgR}{B^2 l^2} \right) \rightarrow Z'_t = v'_t$$

$$-\frac{B^2 l^2}{R} Z = m \frac{dZ}{dt}$$

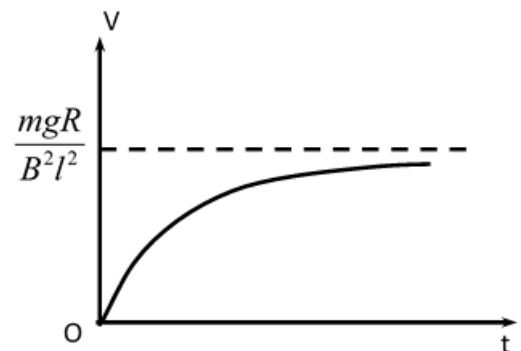
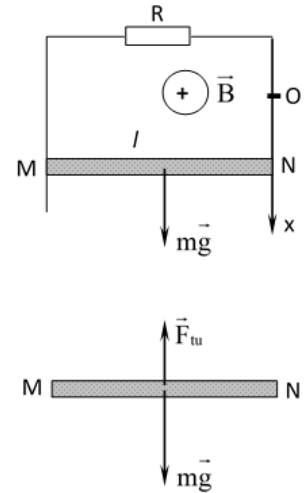
$$\int \frac{dZ}{Z} = -\int \frac{B^2 l^2}{mR} dt$$

$$\Leftrightarrow \ln Z = -\frac{B^2 l^2}{mR} t + \ln A$$

$$\rightarrow Z = Ae^{-\frac{B^2 l^2}{mR} t}$$

$$v = \frac{mgR}{B^2 l^2} \left(1 - e^{-\frac{B^2 l^2}{mR} t} \right)$$

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow v = v_{\max} = \frac{mgR}{B^2 l^2}$$



Bài 11. a. Theo quy tắc bàn tay phải dòng điện qua MN theo chiều từ N đến M

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong đoạn thanh dẫn giữa hai điểm tiếp xúc (gọi l là chiều dài của thanh dẫn giữa hai điểm tiếp xúc)

$$e = Blv$$

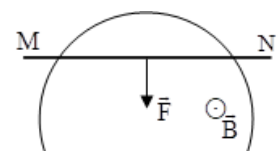
Điện trở của đoạn thanh dẫn giữa hai điểm tiếp xúc

$$R = lr$$

Cường độ dòng điện chạy trong đoạn thanh dẫn

$$I = e/R = Bv/r$$

b. Lực F có độ lớn bằng lực từ tác dụng lên đoạn dây dẫn



Hình 3

$$F = BIl = \frac{B^2 v}{r} l \text{ với } l = 2\sqrt{\frac{d^2}{4} - \left(\frac{d}{2} - vt\right)^2} = 2\sqrt{dvt - v^2 t^2}$$

Biểu thức F theo t

$$F = \frac{2B^2 v}{r} \sqrt{dvt - v^2 t^2}$$

Bài 12. a) Vì $R=0$ nên suất điện động cảm ứng trên thanh MN luôn bằng hiệu điện thế giữa hai bản tụ.

$$E = U_C \Leftrightarrow BLv = U_C \quad (1)$$

Phương trình Định luật II Newton cho chuyển động của thanh MN

$$P - F_t = ma \Leftrightarrow mg - BLI = ma \quad (2)$$

Với F_t là lực từ tác dụng lên thanh, a là gia tốc của thanh, I là cường độ dòng điện qua mạch trong khoảng thời gian Δt .

$$\text{Ta có } I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = C \frac{\Delta U_C}{\Delta t} \quad (3)$$

Từ (1) suy ra $\Delta U_C = BL\Delta v$ thay vào (3) ta được:

$$I = CBL \frac{\Delta v}{\Delta t} = CBLa \quad (4)$$

Thay (4) vào (2) ta được: $a = \frac{mg}{m + CB^2 L^2} = \text{hằng số.}$

$$t = \frac{1}{mg} \left(\frac{U_T}{BL} - v_0 \right) (m + CB^2 L^2)$$

Điều đó chứng tỏ thanh MN chuyển động nhanh dần đều.

$$\text{b) Thanh MN trượt nhanh dần đều với vận tốc } v = v_0 + at = v_0 + \frac{mg}{m + CB^2 L^2} t \quad (5)....$$

$$\text{Khi } U_C = U_T \text{ thì tụ bị đánh thủng, khi đó vận tốc của thanh là } v = \frac{U_T}{BL} \quad (6).....$$

Từ (5) và (6) suy ra thời gian trượt của thanh cho đến khi tụ bị đánh thủng là:

Bài 13. a. Từ thông gửi qua bề mặt được tạo bởi khung MOO'M'M là:

$$\Phi = \vec{B}\vec{S} = BS \cos \theta = B.MM'.OM \cos \theta = Blx \cos \theta$$

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên thanh MM' là:

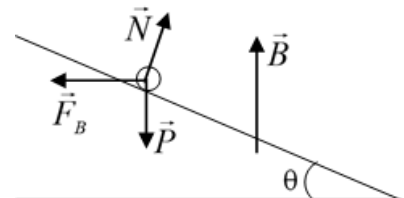
$$\xi = -\frac{d\Phi}{dt} = -Bl \frac{dx}{dt} \cos \theta = -Bvl \cos \theta$$

Dòng điện cảm ứng i_c trong mạch kín là:

$$i_c = \frac{|\xi|}{R} = \frac{Bvl \cos \theta}{R}$$

Dòng điện cảm ứng i_c được đặt trong từ trường $\vec{B}$ nên chịu tác dụng của lực điện từ:

$$\vec{F}_B = i_c \vec{l} \times \vec{B} \text{ có độ lớn } F_B = i_c l B \sin \alpha = i_c l B = \frac{B^2 l^2 v \cos \theta}{R}$$



Như vậy thanh dây dẫn chịu tác dụng của 3 lực $\vec{P}, \vec{F}_B, \vec{N}$. Hợp lực tác dụng lên phương chuyển động của thanh dây dẫn là:

$$F = P_t - F_{Bt} = mg \sin \theta - \frac{B^2 l^2 v \cos^2 \theta}{R}$$

Ta thấy ban đầu thanh dây dẫn MM' chuyển động nhanh dần, tức là v tăng theo thời gian t và F giảm dần đến không.

Gọi $v_{\max}$ là giá trị lớn nhất của v đạt được ứng với lúc F = 0

Từ biểu thức của F ta có:

$$0 = 0 = mg \sin \theta - \frac{B^2 l^2 v_{\max} \cos^2 \theta}{R} \Rightarrow v_{\max} = \frac{mgR \sin \theta}{B^2 l^2 \cos^2 \theta} \text{ (ĐPCM)}$$

Khi $v = v_{\max}$ thì F = 0 khi đó thanh dây dẫn MM' chuyển động thẳng đều, nên

$$v = v_{\max} = \text{const}$$

b. Xét trường hợp khi thanh chuyển động thẳng đều $v = v_{\max} = \text{const}$ khi đó F = 0 nên:

$$\Rightarrow mg \sin \theta \frac{dx}{dt} = \frac{B^2 l^2 v \cos^2 \theta}{R} \frac{dx}{dt} \text{ với } dx \sin \theta = dh \text{ là vi phân độ cao}$$

Vế trái của biểu thức trên là $mg \frac{dh}{dt}$ là tốc độ giảm thế năng hấp dẫn của thanh, vì

$$\frac{dx}{dt} = v_{\max} \text{ nên vế phải của biểu thức là } \frac{B^2 l^2 v_{\max}^2 \cos^2 \theta}{R}$$

Mặt khác ta có tốc độ sinh nhiệt trên thanh là:

$$\frac{dQ}{dt} = Ri_c^2 = R \left(\frac{\xi}{R} \right)^2 = \frac{\xi^2}{R} = \frac{B^2 l^2 v_{\max}^2 \cos^2 \theta}{R}$$

Vậy tốc độ sinh nhiệt trên thanh MM'' đúng bằng tốc độ giảm thế năng hấp dẫn của thanh đó.

Bài 14.

+ Gọi vận tốc và gia tốc thanh ab ở thời điểm t là v và a, sđđ cảm ứng xuất hiện trên ab:

$$e_c = lvB$$

+ Hiệu điện thế tự: $u = e = lvB$.

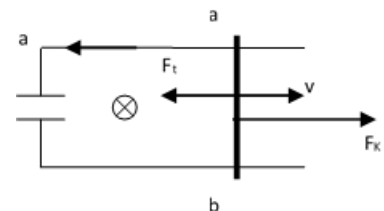
Dòng cảm ứng chạy qua mạch có giá trị:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{Cdu}{dt} = ClB. \frac{dv}{dt} = ClB.a$$

+ Lực từ tác dụng lên AB : $F_t = i l B = Cl^2 B^2 . a$

+ Theo định luật II Niuton ta có: $F_k - F_t = ma \Rightarrow bt - Cl^2 B^2 . a = ma$

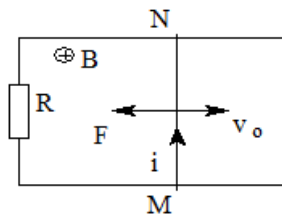
$$* \text{ Gia tốc thanh ab: } a = \frac{bt}{m + Cl^2 B^2}$$



* Vận tốc ở thời điểm t là: $v = \int_0^t a dt = \frac{bt^2}{2(m + Cl^2B^2)} \Rightarrow v(t=10) = 14,76 \text{ (m/s)}$

* Quãng đường ở thời điểm t : $S = \int_0^t v dt = \frac{bt^3}{6(m + Cl^2B^2)} \Rightarrow S(t=10) = 49,2 \text{ (m)}$

Bài 15. MN chuyển động trong từ trường, cắt các đường cảm ứng từ, nên hai đầu của thanh xuất hiện một suất điện động cảm ứng $E_C = Blv$, do đó có dòng điện đi qua R đồng thời xuất hiện lực từ $F = iBl$ cản trở chuyển động nên vận tốc của MN giảm về tới 0.



Có $I = \frac{E_C}{R} = \frac{Bvl}{R} \Rightarrow F = \frac{B^2l^2v}{R}$

Theo định luật II Newton

$$a = -\frac{F}{m} \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{B^2l^2v}{mR} \Rightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{B^2l^2}{mR} dt$$

Lấy tích phân hai vế: $\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -\frac{B^2l^2}{mR} \int_0^t dt \Leftrightarrow \ln v|_{v_0}^v = -\frac{B^2l^2t}{mR}$

$$\Rightarrow v = v_0 \exp\left(-\frac{B^2l^2t}{mR}\right)$$

$$\Rightarrow I = \frac{Blv}{R} = I_0 \exp\left(-\frac{B^2l^2t}{mR}\right) \text{ với } I_0 = \frac{Blv_0}{R}$$

Bài 16. a) Đó là hiệu ứng Hall: Các electron trong thanh chuyển động trong từ trường sẽ chịu tác dụng của lực Lo-ren-xơ: $F_L = ev_a B \cos \alpha$. Hướng từ phải sang trái cho đến khi hiệu điện thế U_a , ở hai đầu của ray tạo nên một lực điện trường F_E cân bằng với lực Lo-ren-xơ, hình vẽ.

Ta có: $U_a = EL \rightarrow E = \frac{U_a}{L} \rightarrow F_E = eE = \frac{eU_a}{L}$

Từ đó: $F_E = F_L \Leftrightarrow \frac{eU_a}{L} = ev_a B \cos \alpha \rightarrow U_a = v_a LB \cos \alpha$.

b) Trong trường hợp này, lực Lo-ren-xơ tạo ra dòng điện cảm ứng I trong mạch kín tạo bởi hai ray, có diện tích S , hình vẽ.

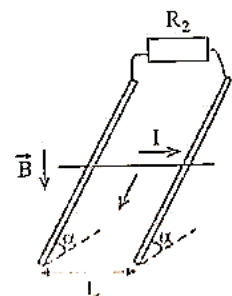
$$U = e_c = Bv_B L \cos \alpha \rightarrow I = \frac{Bv_B L \cos \alpha}{R_1 + R_2}$$

Trong khi ấy thanh chịu tác dụng của lực điện từ $F_B = ILB \cos \alpha$ cân bằng với tác dụng của trọng lực $P_1 = mg \sin \alpha$.

$$ILB \cos \alpha = mg \sin \alpha \rightarrow I = \frac{mg \sin \alpha}{LB \cos \alpha}$$

Kết hợp với giá trị trên, ta được: $v_B = \frac{mg \sin \alpha (R_1 + R_2)}{(LB \cos \alpha)^2}$

c) Dòng điện tổng cộng I_{tp} đi ra khỏi nguồn là tổng cộng của hai dòng điện:

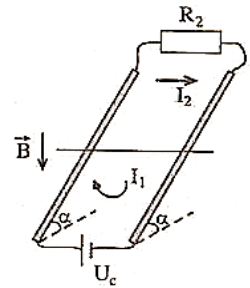


$I_p = I_1 + I_2$ với $I_2 = \frac{U_c}{R_2}$ đi qua R_2 và I_1 đi qua thanh, hình vẽ.

Hiệu điện thế xuất hiện trong mạch kín là U_0 . Vì vậy:

$$U_0 = -U_c + R_1 I_1 = -v_c LB \cos \alpha \rightarrow I_1 = \frac{U_c}{R_1} - \frac{v_c LB \cos \alpha}{R_1}$$

Suy ra: $I_p = I_1 + I_2 = U_c \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{v_c LB \cos \alpha}{R_1}$



Bài 17. Khi thanh MN chuyển động thì dòng điện cảm ứng trên thanh xuất hiện theo chiều M→N.

Cường độ dòng điện cảm ứng này bằng:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{Bvl}{R}.$$

Khi đó lực từ tác dụng lên thanh MN sẽ hướng ngược chiều với vận tốc v và có độ lớn:

$$F_t = BIl = \frac{B^2 l^2 v}{R}.$$

Do thanh chuyển động đều nên lực kéo tác dụng lên thanh phải cân bằng với lực từ.

Vì vậy công suất cơ học (công của lực kéo) được xác định:

$$P = Fv = F_t v = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}.$$

Thay các giá trị đã cho nhận được:

$$P = 0,5W.$$

Công suất tỏa nhiệt trên thanh MN:

$$P_n = I^2 R = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}.$$

Công suất này đúng bằng công suất cơ học để kéo thanh. Như vậy toàn bộ công cơ học sinh ra được chuyển hoàn toàn thành nhiệt (thanh chuyển động đều nên động năng không tăng), điều đó phù hợp với định luật bảo toàn năng lượng.

b) Sau khi ngừng tác dụng lực, thanh chỉ còn chịu tác dụng của lực từ. Độ lớn trung bình của lực này là:

$$\bar{F} = \frac{F_t}{2} = \frac{B^2 l^2 v}{2R}.$$

Giả sử sau đó thanh trượt được thêm đoạn đường S thì công của lực từ này là:

$$A = \bar{F}S = \frac{B^2 l^2 v}{2R} S.$$

Động năng của thanh ngay trước khi ngừng tác dụng lực là:

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2.$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng thì đến khi thanh dừng lại thì toàn bộ động năng này được chuyển thành công của lực từ (lực cản) nên:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{B^2 l^2 v}{2R} S.$$

Từ đó suy ra:

$$S = \frac{mvR}{B^2 l^2} = 0,08(m) = 8cm.$$

Bài 18. Gọi H là trung điểm của MN, tại thời điểm t ta có : $OH = vt$; $MN = 2OH.tan\beta = 2vt \tan\beta$

$$C\acute{o} OM = ON = \frac{OH}{\cos\beta} = \frac{vt}{\cos\beta}$$

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên đoạn dây dẫn MN:

$$\xi = B.MN.v = 2Bv^2 t.tan\beta$$

Điện trở toàn mạch :

$$R = r(OM + ON + MN) = 2rvt\left(\frac{1+\sin\beta}{\cos\beta}\right)$$

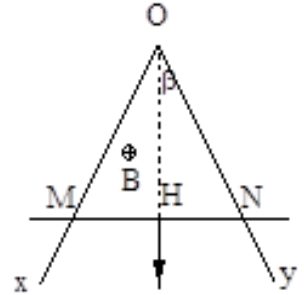
a. Cường độ dòng điện trong mạch là: $I = \frac{\xi}{R} = \frac{Bv\sin\beta}{r(1+\sin\beta)}$

b. Nhiệt lượng tỏa ra trên toàn mạch:

$$Q = \int dQ = \int_0^{t_0} I^2 R dt = \frac{B^2 v^2 \sin^2 \beta}{r^2 (1+\sin\beta)^2} \int_0^{t_0} 2rvt\left(\frac{1+\sin\beta}{\cos\beta}\right) dt$$

$$Q = \frac{B^2 v^3 \sin^2 \beta}{r(1+\sin\beta)\cos\beta} t_0^2 \text{ với } t_0 = L\cos\beta / v$$

$$\Rightarrow Q = \frac{B^2 v L^2 \sin^2 \beta \cos\beta}{r(1+\sin\beta)}$$



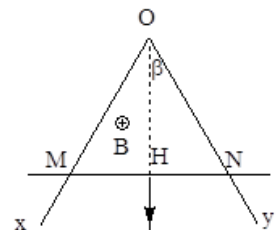
Bài 19.

Ở thời điểm t khi tâm O của khung có tọa độ z, từ thông gửi qua khung bằng: $\Phi = a^2 B = a^2 (B_0 + kz)$

Suất điện động cảm ứng trong khung (do vị trí của khung tức tọa độ tâm G của khung biến đổi theo thời gian) là:

$$\xi = -\frac{d\Phi}{dt} = -a^2 k \frac{dz}{dt} = -a^2 k v_z \text{ với } v_z \text{ là thành phần của vận}$$

tốc v của khung theo phương Oz.



Dòng điện cảm ứng xuất hiện trong khung có cường độ $I = \frac{\xi}{R} = \frac{a^2 k v_z}{R}$ và có chiều

như hình vẽ (khi khung chuyển động xuống dưới thì B tăng nên dòng điện cảm ứng sinh ra B_c có chiều chống lại sự tăng tức là hướng ra ngoài $\Rightarrow$ áp dụng quy tắc cái đinh ốc ta xác định được chiều dòng điện cảm ứng)

Xét các lực điện từ tác dụng lên khung ta thấy các lực F_2 và F_4 tác dụng lên các cạnh NP và QM triệt tiêu nhau còn các lực F_1 và F_3 ngược hướng nhau nên hợp lực điện từ tác dụng lên khung có độ lớn là:

$$F = F_3 - F_1 = (B_3 - B_1)Ia = k(z_3 - z_1) \frac{a^3 k v_z}{R} = \frac{k^2 a^4 v_z}{R} \quad (\text{do } z_3 - z_1 = a).$$

Lực F có hướng lên trên.

Theo định luật II Newton ta có:

$$P - F = 0 \quad (\text{tại thời điểm khung có vận tốc không đổi } v)$$

$$\Rightarrow mg = \frac{k^2 a^4 v_z}{R} \Rightarrow v_z = \frac{mgR}{k^2 a^4}$$

$$\text{Độ lớn của vận tốc là: } \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_z \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + v_z^2}$$

Bài 20.

1. Theo định luật Len-xơ, dòng điện cảm ứng sinh ra trong thanh chống lại lực kéo F (nguyên nhân sinh ra dòng điện cảm ứng), tức là lực do từ trường tác dụng lên dòng điện cảm ứng xuất hiện trong thanh có chiều ngược với F

$\Rightarrow$ áp dụng qui tắc bàn tay trái $\Rightarrow$ chiều dòng điện cảm ứng như hình vẽ.

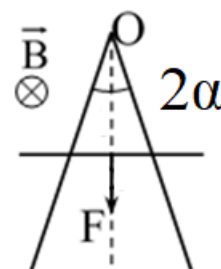
Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong thanh: $e_{tc} = B.v.2l.\tan\alpha$ Tổng điện trở của toàn mạch: $R = (2l/\cos\alpha + 2l.\tan\alpha).r_0$

Cường độ dòng điện chạy trong mạch $I = e_{tc}/R = B.v.\sin\alpha/[(1 + \sin\alpha).r_0]$

2. Thanh chạy đều $\Rightarrow$ lực kéo F cân bằng với lực từ tác dụng lên thanh

Lực từ tác dụng lên thanh là: $F_t = B.I.2l.\tan\alpha.\sin 90^\circ =$

$$2B^2.v.l.\sin\alpha.\tan\alpha/[(1 + \sin\alpha).r_0]$$



Bài 21.

Khi thanh chuyển động trên thanh xuất hiện s.đ.đ E_{cu} có chiều xác định theo quy tắc bàn tay phải vì mạch kín nên xuất hiện dòng điện I . Do đó có lực điện từ tác dụng lên thanh có chiều xác định theo quy tắc bàn tay trái.

a. Gọi vận tốc ổn định của thanh là v (khi ấy thanh chuyển động đều). Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên thanh là:

$E_{cu} = [\vec{B} \times \vec{v}]L = BLv\cos\alpha$

$$E_{cu} = [\vec{B} \times \vec{v}]L = BLv\cos\alpha$$

Cường độ dòng cảm ứng chạy trong mạch:

$$I = \frac{E_{cu}}{R} = \frac{BLv\cos\alpha}{R}$$

Lực điện từ tác dụng lên thanh:

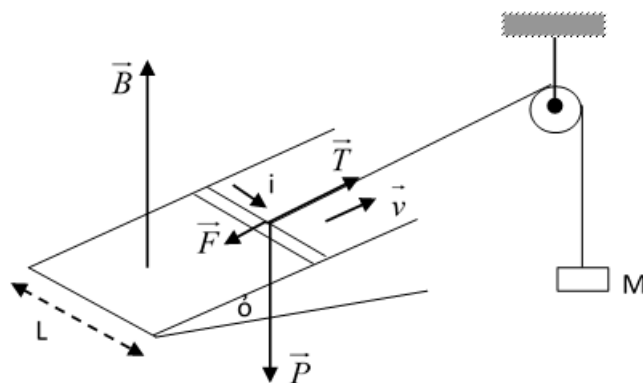
$$F_d = IBL\cos\alpha = \frac{B^2 L^2 v \cos^2 \alpha}{R}$$

áp dụng định luật II Newton: $T - F_d - mg \sin \alpha = 0$

$$\Rightarrow Mg - mg \sin \alpha = \frac{B^2 L^2 v \cos^2 \alpha}{R}$$

$$\Rightarrow v = \frac{gR(M - m \sin \alpha)}{RB^2 L^2 \cos^2 \alpha}$$

Nếu $M > m \sin \alpha$ thì thanh chuyển động lên trên, và thanh sẽ chuyển động xuống dưới nếu $M < m \sin \alpha$.



b. Khi $v_1 = \frac{v}{2} = \frac{gR(M - m \sin \alpha)}{2B^2 L^2 \cos^2 \alpha}$

$$F_{d1} = I_1 BL \cos \alpha = \frac{BLv \cos \alpha}{2R} BL \cos \alpha = (M - m \sin \alpha) \frac{g}{2}$$

áp dụng định luật II Newton, ta có: $Mg - T = Ma$

$$T - F_{d1} - mg \sin \alpha = ma.$$

Do đó:

$$Mg - mg \sin \alpha - F_{d1} = (M + m)a$$

$$\Leftrightarrow Mg - mg \sin \alpha - \frac{(M - m \sin \alpha)g}{2} = (M + m)a$$

Từ biểu thức này rút ra gia tốc của thanh:

$$a = \frac{(M - m \sin \alpha)g}{2(M + m)}.$$

Bài 22. Giai đoạn 1:

+ Trước hết ta hiểu rằng quá trình thiết lập từ trường mặc dù rất nhanh nhưng phải xảy ra trong một khoảng thời gian nào đó. Ta xét một thời điểm tùy ý khi mà cảm ứng từ đang tăng lên. Sự tăng lên của từ trường dẫn đến sự xuất hiện điện trường xoáy làm cho các electron chuyển động trong mạch. Do đó làm xuất hiện suất điện động cảm ứng:

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -l.b \frac{dB}{dt}$$

+ Dòng điện chạy trong mạch kín có cường độ: $i = \left| \frac{e}{2R} \right| = \frac{l.b}{2R} \cdot \frac{dB}{dt}$

+ Lực tác dụng lên mỗi thanh bằng: $F = i.l.B = \frac{l^2 b}{4R} d(B^2)$

+ Phương trình chuyển động của mỗi thanh có dạng: $m \frac{dv}{dt} = \frac{l^2 b}{4R} \cdot \frac{d(B^2)}{dt}$

Hay: $dv = \frac{l^2 b}{4mR} \cdot d(B^2)$

+ Tích phân hai vế của pt trên ta được: $\int_0^{v_0} dv = \int_0^{B_0} \frac{l^2 b}{4mR} \cdot d(B^2)$

Suy ra vận tốc của mỗi thanh ngay sau khi từ trường được thiết lập là:

$$v_0 = \frac{l^2 b \cdot B_0^2}{4mR}$$

2. Giai đoạn 2:

+ Sau đó từ trường ổn định với cảm ứng từ B_0 . Chọn $t = 0$ là lúc mỗi thanh có vận tốc v_0 (các vận tốc hướng về các thanh)

+ Xét tại thời điểm t : hai thanh có tọa độ tương ứng là x_1, x_2 và đang chuyển động đến gần nhau. Dòng điện cảm ứng có chiều chống lại sự giảm từ thông qua mạch nên dòng điện cảm ứng đổi chiều.

+ Pt chuyển động của hai thanh lần lượt là (chiều dương là chiều vận tốc của thanh bên trái ban đầu)

$$\begin{cases} mx_1'' = -li.B_0 \\ mx_2'' = li.B_0 \end{cases}$$

+ Trong khoảng thời gian dt rất nhỏ kể từ thời điểm t , dòng điện cảm ứng có độ lớn:

$$i = \frac{e}{R} = \frac{-B_0 dS}{Rdt} = \frac{B_0.l.(x_1' - x_2')}{R}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} mx_1'' = -\frac{B_0^2.l^2}{R}(x_1' - x_2') \\ mx_2'' = \frac{B_0^2.l^2}{R}(x_1' - x_2') \end{cases} \Rightarrow m(x_1 - x_2)'' = -\frac{2B_0^2.l^2}{R}(x_1 - x_2)'$$

$$\text{ta có } v_{12} = (x_1 - x_2)' \Rightarrow mv_{12}' = -\frac{2B_0^2.l^2}{R}.v_{12} \Rightarrow v_{12} = C.e^{-\frac{2B_0^2.l^2}{mR}t}$$

$$\text{tại } t = 0: v_{12} = 2v_0, \text{ suy ra } C = 2v_0 \text{ nên ta được: } v_{12} = 2v_0.e^{-\frac{2B_0^2.l^2}{mR}t} = \frac{B_0^2.l^2 b}{2mR}.e^{-\frac{2B_0^2.l^2}{mR}t}$$

Bài 23. a) Kết quả thanh chuyển động trong vùng có từ trường đều là có một suất điện động cảm ứng xuất hiện trong thanh $|e_c| = Blv$ trong đó l là chiều dài của thanh và v là

vận tốc của nó. Do vậy một dòng điện chạy trong thanh có độ lớn $I = \frac{Blv}{R}$. Vì vậy lực

từ tác dụng lên thanh có độ lớn $F = BIl$ lực này ngược hướng với hướng chuyển động của thanh

Phương trình động lực học cho chuyển động của thanh là

$$m \frac{dv}{dt} = F - \frac{B^2.l^2}{R}v$$

Giải pt vi phân bằng phương pháp phân li biến số. Biến đổi thành

$$\frac{-mR}{B^2.l^2} \frac{d}{dt} \left(\frac{F}{m} - \frac{B^2.l^2}{mR}v \right) = \left(\frac{F}{m} - \frac{B^2.l^2}{mR}v \right)$$

$$\text{Tương đương: } \frac{d\left(\frac{F}{m} - \frac{B^2 l^2 v}{mR}\right)}{\frac{F}{m} - \frac{B^2 l^2 v}{mR}} = \frac{-B^2 l^2}{mR} dt$$

$$\text{Lấy tích phân hai vế ta được: } v = \frac{FR}{B^2 l^2} \left[1 - \exp\left(\frac{-B^2 l^2 t}{mR}\right) \right]$$

b) Dòng điện chạy trong thanh dẫn là $I = \frac{Blv}{R}$

$$i = \frac{F}{Bl} \left[1 - \exp\left(\frac{-B^2 l^2 t}{mR}\right) \right]$$

Bài 24.

Ở thời điểm ban đầu khi tụ được nối vào mạch thì có một dòng điện chạy trong thanh $I_0 = \frac{E}{R}$ chạy trong thanh, thanh chịu tác dụng của một lực $F = BIl = \frac{BlE}{R}$, và một

gia tốc ban đầu: $a = \frac{BlE}{mR}$

Theo DL Len-xơ suất điện động cảm ứng xuất hiện trong thanh dẫn chuyển động là nguyên nhân làm dòng điện trong mạch giảm. Điện tích của tụ điện giảm và do đó hiệu điện thế giữa hai bản tụ cũng giảm, trong khi đó suất điện động cảm ứng trong thanh tăng lên, cho đến khi hai suất điện động triệt tiêu nhau. Thanh tiếp tục chuyển động với vận tốc lớn nhất.

$$\text{Khi đó ta có: } Blv_{\max} = \frac{Q_{\min}}{C} \quad (1)$$

Phương trình chuyển động của thanh là:

$$m \frac{dv}{dt} = BIl \Leftrightarrow m \frac{dv}{dt} = -Bl \frac{dQ}{dt} \quad (\text{Vì điện tích của tụ điện giảm})$$

Giản ước dt hai vế, ta viết lại pt trên như sau: $mdv = -BldQ$

Tốc độ của thanh tăng từ 0 đến giá trị $v_{\max}$ trong khi đó điện tích của tụ điện giảm từ $Q_{\max} = C.E$ đến $Q_{\min}$. Lấy tích phân hai vế PT trên ta được:

$$m(v_{\max} - 0) = -Bl(Q_{\min} - Q_{\max}) \quad (2)$$

Giải hệ (1) và (2) ta thu được $v_{\max} = \frac{BlCE}{m + B^2l^2C}$ và $Q_{\min} = \frac{B^2l^2C^2E}{m + B^2l^2C}$

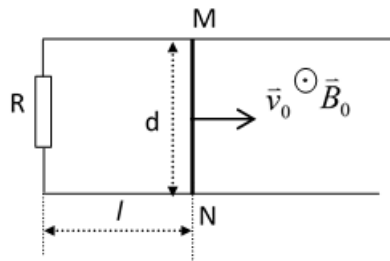
Bài 25

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên thanh MN là: $E = B_0vd$ (1)

Suy ra cường độ dòng điện chạy trong mạch có độ lớn: $i = \frac{E}{R} = \frac{B_0vd}{R}$ (2)

Áp dụng quy tắc bàn tay phải xác định chiều của i chạy từ M đến N và áp dụng quy tắc bàn tay trái xác định được chiều của lực từ có chiều ngược với chiều của $\vec{v}$.

Phương trình định luật 2 Newton chiếu lên Ox:



$$-B_0id - \mu mg = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow -\frac{B_0^2d^2v}{R} - \mu mg = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{v + \frac{mgR\mu}{B_0^2d^2}} = -\frac{B_0^2d^2}{mR} dt \quad (3)$$

Lấy tích phân hai vế:

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v + \frac{mgR\mu}{B_0^2d^2}} = -\int_0^t \frac{B_0^2d^2}{mR} dt \Rightarrow v = \left(v_0 + \frac{mgR\mu}{B_0^2d^2} \right) e^{-\frac{B_0^2d^2}{mR}t} - \frac{\mu mgR}{B_0^2d^2} \quad (4)$$

Thanh ngừng chuyển động: $v = 0 \Rightarrow t = t_0 = -\frac{mR}{B_0^2d^2} \ln \frac{\mu mgR}{\mu mgR + v_0 B_0^2d^2}$ (5)

Khoảng cách lớn nhất giữa thanh và điện trở R:

$$l_{\max} = l + \int dx = l + \int_0^{t_0} v dt = l + \int_0^{t_0} \left[\left(v_0 + \frac{\mu mgR}{B_0^2d^2} \right) e^{-\frac{B_0^2d^2}{mR}t} - \frac{\mu mgR}{B_0^2d^2} \right] dt$$

$$l_{\max} = l + \left(v_0 + \frac{\mu mgR}{B_0^2d^2} \right) \frac{mR}{B_0^2d^2} \left(1 - e^{-\frac{B_0^2d^2}{mR}t_0} \right) - \frac{\mu mgR t_0}{B_0^2d^2} \quad (6)$$

Với t_0 được xác định theo biểu thức (5).

Bài 26. Khi thanh MN chuyển động vuông góc với các đường cảm ứng từ, trong thanh xuất hiện một suất điện động cảm ứng E_C :

$$E_C = Bvl$$

+ Do có hiệu điện thế giữa hai bản tụ nên tụ mang điện tích:

$$q = C.E_C = CBvl$$

+ Trong mạch có dòng điện do tụ tích điện và phóng điện:

$$i = \frac{dq}{dt} = q' \quad (3)$$

+ Thanh MN chịu tác dụng của lực từ trong mặt phẳng khung:

$$F_t = Bil = Bl \frac{dq}{dt} = Blq' = C(Bl)^2 v' = C(Bl)^2 x'' \quad (4)$$

+ Thanh MN còn chịu tác dụng của lực đàn hồi: $F_{dh} = -kx$

+ Phương trình chuyển động của thanh:

$$-C(Bl)^2 x'' - kx = ma = mx'' \quad (6)$$

+ Do thanh MN không có khối lượng nên (6) trở thành:

$$-C(Bl)^2 x'' - kx = 0 \quad (7)$$

$$\Rightarrow x'' + \frac{k}{C(Bl)^2} x = 0 \quad (8)$$

+ Chứng tỏ thanh MN dao động với tần số góc: $\omega = \frac{1}{Bl} \sqrt{\frac{k}{C}}$ hay chu kỳ $T = 2\pi Bl \sqrt{\frac{k}{C}}$

$$\omega = \frac{1}{Bl} \sqrt{\frac{k}{C}} \text{ hay chu kỳ } T = 2\pi Bl \sqrt{\frac{k}{C}} \quad (9)$$

Bài 27. Chọn trục tọa độ Ox như hình vẽ, gốc O tại VTCB.

+) Xét tại thời điểm t bất kì thanh MN qua vị trí có li độ x và chuyển động sang bên phải như hình vẽ.

+) Từ thông biến thiên làm xuất hiện sđđ cảm ứng:

$$e_{cu} = Blv.$$

+) Chiều dòng điện xuất hiện trên thanh MN được xác định theo quy tắc bàn tay phải và có biểu thức:

$$i = \frac{dq}{dt} = CBl \frac{dv}{dt} = CBl a$$

Theo quy tắc bàn tay trái xác định được chiều lực từ như hình vẽ và có biểu thức: $F_t = iBl = CB^2 l^2 x''$

Theo định luật II Niuton, ta có: $\vec{F}_{hl} = \vec{F}_{dh} + \vec{F}_t = m\vec{a}$

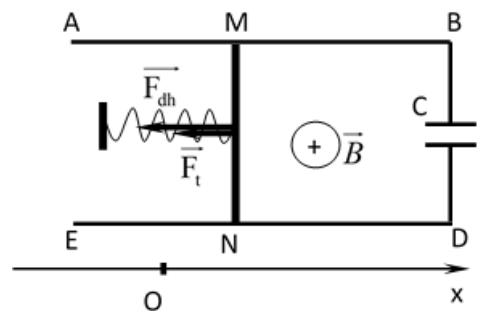
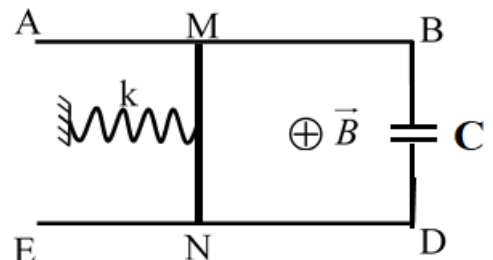
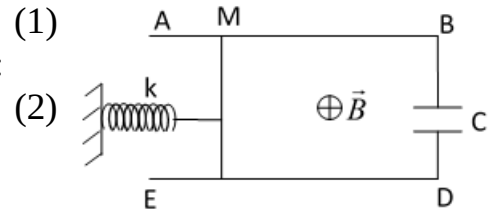
Chiếu lên trục Ox, ta được: $mx'' = -CB^2 l^2 x'' - kx$

$$\Leftrightarrow (m + CB^2 l^2) x'' = -kx \Leftrightarrow x'' = -\frac{k}{m + CB^2 l^2} x$$

$$\text{Đặt } \omega = \sqrt{\frac{k}{m + CB^2 l^2}} \Rightarrow x'' + \omega^2 x = 0.$$

Vậy, thanh MN dao động điều hòa với chu kỳ:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + CB^2 l^2}{k}}$$



Bài 28.

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên hai thanh

Thanh ab: $e_1 = B_1 l_1 v_1 = 200 B_0 l_0 v_0$

Thanh cd: $e_2 = B_2 l_2 v_2 = 100 B_0 l_0 v_0$

Dòng điện cảm ứng có chiều như hình vẽ

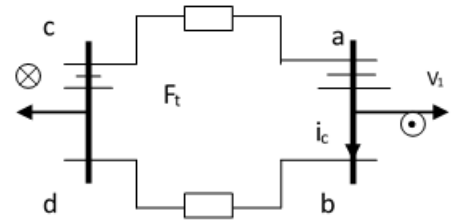
(do $e_1 > e_2$), độ lớn:

$$i_c = \frac{e_1 - e_2}{4r} = 25 \frac{B_0 l_0 v_0}{r}$$

a. Độ lớn ngoại lực tác dụng lên cd

$$\text{Lực từ tác dụng lên thanh cd: } F_2 = B_2 i_c l_2 = 625 \frac{B_0^2 v_0^2 l_0^2}{r}$$

$$\text{Do thanh cd chuyển động đều nên ngoại lực: } F_{k2} = F_2 = 625 \frac{B_0^2 v_0^2 l_0^2}{r}$$



b. Hiệu điện thế giữa hai đầu thanh cd.

$$u_{cd} = -e_2 - i_c r_2 = -125 B_0 v_0 l_0$$

Công suất tỏa nhiệt của toàn mạch

$$P = i_c^2 \cdot (4r) = 2500 \frac{(B_0 v_0 l_0)^2}{r}$$

2. Nếu không có ngoại lực tác dụng vào thanh cd:

Ngay khi ab chuyển động thì có dòng điện chạy qua cd theo chiều d-c

⇒ có lực từ tác dụng lên cd theo chiều hướng ra mạch điện, do đó cd sẽ chuyển động và lại xuất hiện trên cd một suất điện động cảm ứng e_2 có cực (-) nối với đầu c.

Xét tại thời điểm t, vận tốc của cd là v, gia tốc là a.

$$i_c = \frac{e_1 - e_2}{4r} = \frac{200 B_0 l_0 v_0 - 25 B_0 l_0 v}{4r}$$

$$\Rightarrow F_t = ma = B_2 i_c l_2 = \frac{200 B_0 l_0 v_0 - 25 B_0 l_0 v}{4r} \cdot 25 B_0 l_0$$

$$\Rightarrow \frac{m \cdot 4r}{(25 B_0 l_0)^2} \frac{dv}{dt} = 8v_0 - v$$

$$\text{Đặt: } 8v_0 - v = y \Rightarrow dy = -dv$$

$$\text{Vậy: } \frac{dy}{dt} = ky \quad (\text{Đặt } k = -\frac{(25 B_0 l_0)^2}{4mr})$$

$$\Rightarrow y = y_0 e^{kt}$$

$$\text{Tại } t=0 \text{ thì: } v_2=0 \text{ nên } y_0 = 8v_0$$

$$\text{Do đó: } y = 8v_0 \cdot e^{kt} \Rightarrow v = 8v_0 (1 - e^{-\frac{(25 B_0 l_0)^2}{4mr} t})$$

❖ Tính quãng đường

$$\text{Từ: } \frac{m.4r}{(25B_0l_0)^2} \frac{dv}{dt} = 8v_0 - v \Rightarrow \frac{m.4r}{(25B_0l_0)^2} dv = 8v_0 dt - ds$$

Tích phân hai vế:

$$\frac{m.4r}{(25B_0l_0)^2} v = 8v_0 t - s \Rightarrow s = 8v_0 \left[t - \frac{m.4r}{(25B_0l_0)^2} \left(1 - e^{-\frac{(25B_0l_0)^2}{4mr} t} \right) \right]$$

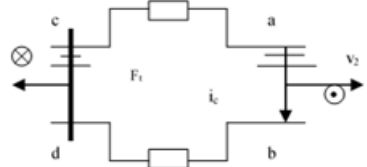
Bài 29. 1. Sđđ cảm ứng xuất hiện trên hai thanh:

. Trên ab: $e_1 = l_1 v_1 B_1 = 4,8 \text{ (V)}$

. Trên cd: $e_2 = l_2 v_2 B_2 = 2 \text{ V} < e_1$

$\Rightarrow i_c$ có chiều như hình vẽ.

$$i_c = \frac{e_1 - e_2}{2R + r_1 + r_2} = 2,5 \text{ (A)}$$



a) Lực từ tác dụng lên cd: $F_2 = il_2 B_2 = 0,625 \text{ (N)} = F_{k2}$ (Vì cd chuyển động đều)

b) $u_{cd} = -e_2 - ir_2 = -2,4 \text{ (V)}$

c) Công suất điện của cả mạch là: $P = i^2 R_{td} = 7 \text{ (W)}$

2/ Nếu không có ngoại lực tác dụng vào cd.

Ngay khi ab chuyển động thì có dòng điện chạy qua cd theo chiều d-c $\Rightarrow$ có lực từ tác dụng lên cd theo chiều hướng vào mạch điện, do đó cd sẽ chuyển động và lại xuất hiện trên cd một suất điện động cảm ứng e_2 có cực (+) nối với đầu c.

Xét tại thời điểm t, vận tốc của cd là v_2 , gia tốc là a.

$$i = \frac{e_1 - e_2}{2R + r_1 + r_2} = \frac{v_1 l_1 B_1 - v_2 l_2 B_2}{2R + r_1 + r_2}$$

$$\Rightarrow F_t = ma = il_2 B_2 = \frac{v_1 l_1 B_1 - v_2 l_2 B_2}{2R + r_1 + r_2} \cdot l_2 B_2 \Rightarrow \frac{m \cdot (2R + r_1 + r_2)}{l_2 B_2} \frac{dv_2}{dt} = v_1 l_1 B_1 - l_2 B_2 v_2$$

Từ đó có thể tính quãng đường mà thanh đi được sau khoảng thời gian $\Delta t = \dots$ hoặc tính v_2 .

@ Chú ý: Giải phương trình vi phân bậc nhất.

$$x' - kx = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = kx \Rightarrow \frac{dx}{x} = k dt \Rightarrow \int_{x_0}^x \frac{dx}{x} = k \int_{t_0}^t dt \Rightarrow \ln \frac{x}{x_0} = k(t - t_0) \Rightarrow x = x_0 e^{k(t - t_0)}$$

+ Trở lại bài toán:

$$\frac{m \cdot (2R + r_1 + r_2)}{l_2 B_2} \frac{dv_2}{dt} = v_1 l_1 B_1 - l_2 B_2 v_2 \quad (\text{với } k = -\frac{m \cdot (2R + r_1 + r_2)}{l_2^2 B_2^2})$$

$$\text{Đặt: } B_1 l_1 v_1 - B_2 l_2 v_2 = x \Rightarrow dx = -B_2 l_2 dv_2 \Rightarrow dv_2 = \frac{-dx}{B_2 l_2}$$

$$\text{Vậy: } -\frac{m \cdot (2R + r_1 + r_2)}{l_2^2 B_2^2} \cdot \frac{dx}{dt} = x \quad (\text{Đặt } k = -\frac{B_2^2 l_2^2}{m(2R + r_1 + r_2)})$$

$$\Rightarrow x = x_0 e^{kt} \quad (\text{tại } t=0 \text{ thì: } v_2=0 \text{ nên } x_0 = B_1 l_1 v_1)$$

$$\text{Do đó: } x = B_1 l_1 v_1 \cdot e^{kt} \Rightarrow v = B_1 v_1 l_1 (1 - e^{kt})$$

* Tính quãng đường:

$$\text{Từ: } \frac{m.(2R+r_1+r_2)}{l_2 B_2} \frac{dv_2}{dt} = v_1 l_1 B_1 - l_2 B_2 v_2$$

$$\Rightarrow \frac{m.(2R+r_1+r_2)}{l_2 B_2} dv_2 = v_1 l_1 B_1 dt - l_2 B_2 v_2 dt = v_1 l_1 B_1 dt - l_2 B_2 ds$$

$$\text{Tích phân hai vế được: } \frac{m.(2R+r_1+r_2)}{l_2 B_2} .v_2 = v_1 l_1 B_1 .t - l_2 B_2 .s \Rightarrow s = ...$$

Bài 30.

1. Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong mỗi thanh dẫn MN và PQ là :

$$E_1 = Blv ; E_2 = 2Blv.$$

$$\text{Cường độ dòng điện trong mạch: } I = \frac{E_1 + E_2}{R + 2r} = \frac{3Blv}{R + 2r}$$

$$\text{Công suất tỏa nhiệt trên R: } P = I^2 R = \left(\frac{E_1 + E_2}{R + 2r} \right)^2 .R = \left(\frac{3Blv}{R + 2r} \right)^2 .R$$

$$P = \frac{9.0,2^2.0,4^2.0,5^2}{(0,5+0,5)^2} .0,5 = 7,2.10^{-3} \approx 0,0072(W)$$

2. Điện tích trên tụ điện C là:

$$Q = C.U_{MN}$$

$$Q = C(E_1 - I.r) = C \left(Blv - \frac{3Blv}{R + 2r} r \right) = 2.10^{-7} (C)$$

Bản tích điện dương của tụ là bản nối về phía điểm M.

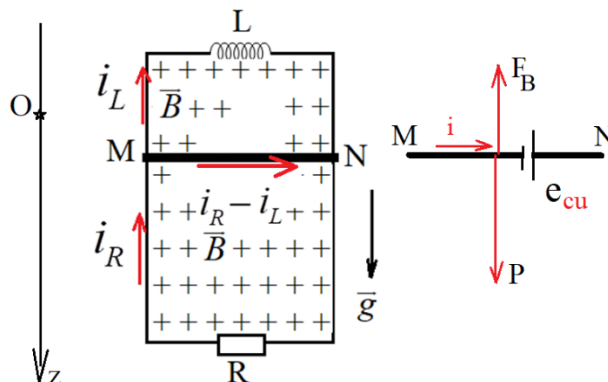
Nhận xét: Trong bài toán trên có cả năng lượng từ trường và cơ năng, trong đó có sự biến đổi qua lại giữa hai dạng năng lượng nhưng tổng năng lượng của hệ được bảo toàn. Trong bài toán có sử dụng phương pháp dùng định luật bảo toàn để chứng minh dao động điều hoà. Trong phương pháp này ta phải tìm tất cả các dạng năng lượng mà hệ có, lí luận để thấy tổng năng lượng của hệ được bảo toàn; sau đó lấy vi phân phương trình bảo toàn năng lượng, kết hợp với các lên hệ khác để ra phương trình tổng quát cho dao động điều hoà: $x'' + \omega^2 x = 0$.

Bài 31. a. Giả sử dòng điện qua các đoạn mạch có chiều như hình vẽ. Chọn trục tọa độ z'Oz thẳng đứng, chiều dương Oz thẳng đứng hướng xuống.

Theo định luật II Newton:

$$mz'' = mg - Bl(i_R - i_L) \quad (1)$$

Áp dụng định luật Ohm cho từng đoạn mạch:



+Đoạn mạch NM: $u_{NM} = Bvl = Blz'$ (2)

+Đoạn mạch N(R)M: $u_{NM} = i_R R$ (3)

Từ (2) và (3) $i_R R = Blz' \rightarrow i_R = \frac{Bl}{R} z'$ (4)

+ Đoạn mạch M(L)N; $i_L \cdot 0 = u_{MN} + e_{tc} \rightarrow u_{MN} = -e_{tc} = -(-L \frac{di_L}{dt})$

$u_{MN} = L \frac{di_L}{dt} \rightarrow u_{NM} = -L \frac{di_L}{dt}$ (5)

Từ (2) và (5): $Blz' = -L \frac{di_L}{dt} \rightarrow Blz = -Li_L \rightarrow i_L = -\frac{Bl}{L} z$ (6)

Thay (4), (6) vào (1) ta được $mz'' = mg - Bl(\frac{Bl}{R} z' + \frac{Bl}{L} z)$

$z'' = g - (\frac{B^2 l^2}{mL} z + \frac{B^2 l^2}{mR} z') \rightarrow z'' + \frac{B^2 l^2}{mR} z' + \frac{B^2 l^2}{mL} z - g = 0$ (7)

b. Biết phương trình vi phân $x'' + \alpha x' + \omega^2 x + c = 0$ có nghiệm dạng $x(t) = A(1 - e^{-\alpha t} \cos \omega t)$

Trong đó A, α, ω, c là những hằng số.

Do vậy $\alpha = \frac{B^2 l^2}{mR}; \omega^2 = \frac{B^2 l^2}{mL}$, nên (7) viết lại $z'' + \alpha z' + \omega^2 z - g = 0$ (8)

Nghiệm (8) có dạng $z(t) = A(1 - e^{-\alpha t} \cos \omega t)$ (9)

$z'(t) = A(0 + \alpha e^{-\alpha t} \cos \omega t + \omega e^{-\alpha t} \sin \omega t) = A(\alpha \cos \omega t + \omega \sin \omega t)e^{-\alpha t}$ (10)

$z''(t) = A(-\alpha \omega \sin \omega t + \omega^2 \cos \omega t)e^{-\alpha t} - \alpha A(\alpha \cos \omega t + \omega \sin \omega t)e^{-\alpha t}$
 $z''(t) = A[(\omega^2 - \alpha^2) \cos \omega t - 2\alpha \omega \sin \omega t]e^{-\alpha t}$ (11)

Thay (8), (9), (10) vào (8) ta được

$A[(\omega^2 - \alpha^2) \cos \omega t - 2\alpha \omega \sin \omega t]e^{-\alpha t} + \alpha A(\alpha \cos \omega t + \omega \sin \omega t)e^{-\alpha t} + \omega^2 A(1 - e^{-\alpha t} \cos \omega t) - g = 0$
 $A[(\omega^2 - \alpha^2) \cos \omega t - 2\alpha \omega \sin \omega t]e^{-\alpha t} + A(\alpha^2 \cos \omega t + \alpha \omega \sin \omega t)e^{-\alpha t} - \omega^2 A e^{-\alpha t} \cos \omega t + \omega^2 A - g = 0$
 $A[-2\alpha \omega \sin \omega t]e^{-\alpha t} + A\alpha \omega \sin \omega t e^{-\alpha t} + \omega^2 A - g = 0$
 $-A\alpha \omega \sin \omega t e^{-\alpha t} + \omega^2 A - g = 0$ (12)

(12) đúng cho cả $t=0$, nên $-A\alpha \omega \sin \omega 0 \cdot e^{-\alpha 0} + \omega^2 A - g = 0$

$\rightarrow A = \frac{g}{\omega^2} = \frac{mgL}{B^2 l^2}$ (13)

Vậy $z(t) = \frac{mgL}{B^2 l^2} (1 - e^{-\alpha t} \cos \omega t)$ trong đó $\alpha = \frac{B^2 l^2}{mR}; \omega^2 = \frac{B^2 l^2}{mL}$ (14)

Từ (10) $v = z'(t) = A(\alpha \cos \omega t + \omega \sin \omega t)e^{-\alpha t}$ thấy v luôn khác không

c. Tại vị trí cân bằng $z''=0$, nên thay vào (7') ta được $0 + \alpha z' + \omega^2 z - g = 0$

$$\alpha \frac{dz}{dt} = g - \omega^2 z \rightarrow \frac{dz}{g - \omega^2 z} = \frac{1}{\alpha} dt$$

$$\alpha \frac{dz}{dt} = g - \omega^2 z \rightarrow \frac{dz}{g - \omega^2 z} = \frac{1}{\alpha} dt$$

$$\alpha \frac{dz}{dt} = g - \omega^2 z \rightarrow \frac{1}{-\omega^2} [\ln(g - \omega^2 z) - \ln g] = \frac{t}{\alpha}$$

$$\rightarrow \ln(1 - \frac{\omega^2}{g} z) = \frac{-\omega^2 t}{\alpha}$$

$$\rightarrow 1 - \frac{\omega^2}{g} z = e^{\frac{-\omega^2 t}{\alpha}} \rightarrow z = \frac{g}{\omega^2} (1 - e^{\frac{-\omega^2 t}{\alpha}}) = A(1 - e^{\frac{-\omega^2 t}{\alpha}})$$

$$\text{Khi } t \rightarrow \infty \text{ thì } \rightarrow z = A(1 - e^{\frac{-\omega^2 t}{\alpha}}) \rightarrow A \text{ hay } z(\infty) = \frac{mgL}{B^2 l^2}$$

THANH QUAY TRONG TỪ TRƯỜNG

Bài 32. Xét khi thanh quay được một góc nhỏ $d\alpha$, diện tích nó quét được là: $dS = \frac{l^2}{2} d\alpha$

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên thanh:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -B \frac{dS}{dt} = -\frac{Bl^2}{2} \frac{d\alpha}{dt} = -\frac{Bl^2 \omega}{2}$$

Công suất tỏa nhiệt trên R (chính là công suất của mômen cản chuyển động quay của thanh): $P = \frac{e^2}{R} = \frac{B^2 l^4 \omega^2}{4R}$

Để thanh quay đều thì mômen lực tác dụng lên thanh phải bằng mômen cản:

$$M = M_c$$

$$\text{Mặt khác: } P = M_c \frac{d\alpha}{dt} = M_c \omega$$

$$\text{Suy ra } M = \frac{P}{\omega} = \frac{B^2 l^4 \omega}{4R}$$

Lực cần thiết tác dụng lên thanh là nhỏ nhất khi lực đó được đặt vào đầu A của thanh (OA = l):

$$F_{\min} = \frac{M}{l} = \frac{B^2 l^3 \omega}{4R} = \frac{0,2}{R}$$

Bài 33.

a) Xét tại thời điểm t, thanh kim loại hợp với phương thẳng đứng góc α . Chọn chiều dương của dòng điện trong mạch như hình vẽ.

Từ thông gửi qua mạch điện là: $\Phi = -\frac{1}{2} b^2 B \alpha$

Suất điện động cảm ứng suất hiện trong mạch điện:

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{2}b^2B\alpha'$$

Khi đó, tụ điện có điện tích: $q = CE = \frac{1}{2}b^2BC\alpha'$.

Cường độ dòng điện trong mạch: $i = \frac{dq}{dt} = \frac{1}{2}b^2BC\alpha''$.

Lực từ tác dụng lên thanh kim loại là:

$$F_B = ibB = \frac{1}{2}b^3B^2C\alpha''.$$

Mô men của lực từ tác dụng lên thanh là: $M_B = -F_B \cdot \frac{r}{2} = -\frac{1}{4}b^4B^2C\alpha''$

Mô men của trọng lực tác dụng lên thanh: $M_G = -mgbs\sin\alpha$

Với các góc lệch nhỏ của thanh: $\sin\alpha \approx \alpha$, do đó: $M_G = -mgb\alpha$

Mô men quán tính của quả cầu đối với trục quay đi qua O: $I_O = mb^2$.

$$\text{Có: } M_G + M_B = I_O\alpha'' \Rightarrow -mgb\alpha - \frac{1}{4}b^4B^2C\alpha'' = mb^2\alpha'' \Rightarrow \alpha'' + \frac{mgb}{mb^2 + \frac{1}{4}b^4B^2C}\alpha = 0$$

Đặt $\omega^2 = \frac{mgb}{mb^2 + \frac{1}{4}b^4B^2C}$, ta viết lại phương trình trên như sau: $\alpha'' + \omega^2\alpha = 0$

Đó là phương trình vi phân mô tả dao động điều hoà. Vậy quả cầu dao động điều hoà

$$\text{với chu kì } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{mb^2 + \frac{1}{4}b^4B^2C}{mgb}}.$$

b) Giả sử phương trình dao động của quả cầu có dạng: $\alpha = A\cos(\omega t + \varphi)$

$$\rightarrow \alpha' = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Tại thời điểm ban đầu: } \alpha(0) = 0, \alpha'(0) = \frac{V_0}{b} > 0 \Rightarrow \begin{cases} A\cos\varphi = 0 \\ A\omega\sin\varphi = \frac{V_0}{b} > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{2} \\ A = \frac{V_0}{b\omega} \end{cases}$$

$$\text{Vậy phương trình dao động của thanh là: } \alpha = \frac{V_0}{b\omega}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

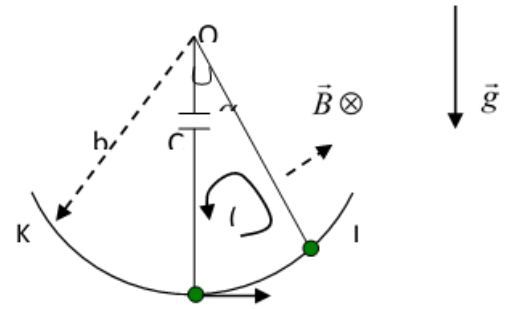
$$\text{c) Năng lượng của dao động bằng động năng ban đầu của thanh: } E = \frac{1}{2}mV_0^2$$

Bài 34. Ngay tại thời điểm con lắc qua vị trí cân bằng, vận tốc góc của dây treo là: ω

$$= \frac{v_{\max}}{l} = \sqrt{\frac{g}{l}}\alpha_1$$

Sau thời gian rất nhỏ dt , dây treo quét góc: $d\alpha = \omega dt$ và quét một diện tích: $ds = \frac{1}{2}l^2 \cdot \omega$

dt



Từ thông qua mạch biến thiên lượng: $d\Phi = Bds = B \cdot \frac{1}{2} l^2 \cdot \omega dt$

Suất điện động trên dây là: $e = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{Bl^2 \sqrt{g} \cdot \alpha_1}{2\sqrt{l}}$

Hiệu điện thế tụ lúc đó là: $U=e = \frac{Bl^2 \sqrt{g} \cdot \alpha_1}{2\sqrt{l}} \quad (1)$

* Khi dây lên cao dần, vận tốc giảm dần, suất điện động trên dây giảm dần và hiệu điện thế tụ giảm dần. Khi con lắc lên cao nhất, vận tốc dây bằng 0, suất điện động trên dây bằng hiệu điện thế tụ bằng 0.

Vậy từ VTCB đến vị trí góc lệch cực đại α_2 năng lượng tụ giảm dần chuyển thành nhiệt tỏa ra trên dây dẫn. Theo bảo toàn năng lượng ta có:

$$\frac{1}{2} mgl \alpha_1^2 = Q + \frac{1}{2} mgl \alpha_2^2 = \frac{1}{2} mgl \alpha_2^2 + \frac{1}{2} CU^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $C = \frac{4m(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)}{B^2 l^2 \alpha_1^2}$

Bài 35. (Có thể giải bằng phương pháp động lực học hoặc năng lượng).

Nếu thay tụ điện bằng cuộn cảm, cách làm tương tự:

$$E = \frac{mv^2}{2} + mgl \frac{\alpha^2}{2} + \frac{Li_c^2}{2}$$

Mặt khác, vì tổng trở mạch bằng 0 nên:

$$e_c + e_{uc} = -\frac{d\phi}{dt} = IR = 0 \Rightarrow \frac{Blv}{2} - Li' = 0 \Rightarrow i' = \frac{di}{dt} = \frac{Blv}{2L} = \frac{Bl^2}{2L} \frac{d\alpha}{dt}$$

Suy ra $i = \frac{Bl^2}{2L} \alpha + c$ với c là hằng số được xác định từ điều kiện ban đầu (c=0).

Thay vào, đạo hàm hai vế ta được: $\Rightarrow \alpha'' + \frac{mgl + \frac{B^2 l^4}{4L}}{ml^2} \alpha = 0$

Vậy, vật cũng dao động điều hòa với tần số: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{B^2 l^2}{4mL}} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l} + \frac{B^2 l^2}{4mL}}}$

Bài 36. Khi thanh CB quay với vận tốc góc ω thì trong thời gian dt nó quét được diện tích là

$$dS = \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \omega \cdot dt \Rightarrow E_{cu} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{l^2 \omega B}{2}$$

$$\Rightarrow i = \frac{E - \frac{l^2 \omega B}{2}}{R} = \frac{E}{R} - \frac{l^2 \omega B}{2R}$$

Mômen của lực từ tác dụng lên đoạn dây có chiều dài dx có tọa độ x .

$$dM = i \cdot B \cdot x \cdot dx \rightarrow M = \int_0^l i \cdot B \cdot x \cdot dx = \frac{Bil^2}{2}$$

Phương trình chuyển động quay của thanh quanh trục:

$$\frac{1}{3}ml^2 \frac{d\omega}{dt} = -\alpha l^2 \omega + Bi \frac{l^2}{2} = -\alpha l^2 \omega + B \left(\frac{E}{R} - \frac{l^2 \omega B}{2R} \right) \frac{l^2}{2}$$

$$= -\omega \left(\alpha l^2 + \frac{B^2 l^4}{4R} \right) + \frac{BE l^2}{2R}$$

Đặt $x = -\omega \left(\alpha l^2 + \frac{B^2 l^4}{4R} \right) + \frac{BE l^2}{2R} \Rightarrow dx = - \left(\alpha l^2 + \frac{B^2 l^4}{4R} \right) d\omega$

Khi đó phương trình trên trở thành: $\frac{dx}{x} = - \frac{3 \left(\alpha + \frac{B^2 l^2}{4R} \right) dt}{m}$

Khi ω lấy cận từ 0 đến ω thì x lấy cận từ $\frac{BE l^2}{2R}$ đến $-\omega \left(\alpha l^2 + \frac{B^2 l^4}{4R} \right) + \frac{BE l^2}{2R}$

Tích phân hai vế ta được:

$$\int_{\frac{BE l^2}{2R}}^{-\omega \left(\alpha l^2 + \frac{B^2 l^4}{4R} \right) + \frac{BE l^2}{2R}} \frac{dx}{x} = \int_0^t - \frac{3 \left(\alpha + \frac{B^2 l^2}{4R} \right) dt}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{-\omega \left(\alpha l^2 + \frac{B^2 l^4}{4R} \right) + \frac{BE l^2}{2R}}{\frac{BE l^2}{2R}} = e^{-\frac{3 \left(\alpha + \frac{B^2 l^2}{4R} \right) t}{m}}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2BE}{B^2 l^2 + 4\alpha R} \left(1 - e^{-\frac{3 \left(\alpha + \frac{B^2 l^2}{4R} \right) t}{m}} \right)$$

Bài 37. * Cách 1:

Đầu tiên ta hãy xét lúc dây dẫn OA có chiều dài bằng R kẹp vào đĩa dọc theo bán kính của nó. Khi đĩa quay các điện tử tự do của thanh L chịu tác dụng của lực Lorentz làm cho hai đầu thanh dẫn xuất hiện một hiệu điện thế có thể đo được bằng Vol kế (H₂). Như vậy trong khoảng thời gian Δt thanh L quét được một diện tích

$$\Delta S = R^2 \omega \cdot \frac{\Delta t}{2} \text{ từ thông qua } \Delta S \text{ là } \Delta \phi = B \cdot \Delta S. \text{ Do đó suất điện}$$

động cảm ứng xuất hiện trên thanh là $|\xi_1| = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = BR^2 \frac{\omega}{2}$

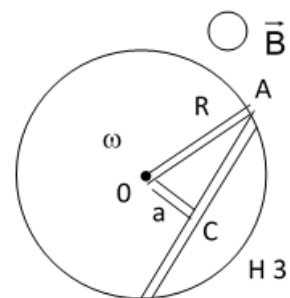
Tương tự nếu chiều dài thanh dẫn bằng a thì suất

điện động là: $|\xi_2| = Ba^2 \frac{\omega}{2}$.

* Trở lại bài toán: Dây dẫn L kẹp theo dây cung, ta thêm vào hai

dây dẫn có chiều dài R và a; $a = \sqrt{R^2 - \frac{L^2}{4}}$. Dây R nối từ 0 đến A, dây a nối từ 0 đến C

(điểm giữa của L) (H₃).



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Khi đĩa quay, từ thông qua mạch tam giác AOCA không thay đổi nên tổng suất điện động trong mạch tam giác này cũng bằng không tức là:

$$\xi_{CA} - \xi_1 + \xi_2 = 0$$

Điều này có nghĩa là hiệu điện thế cần tìm giữa điểm giữa C của thanh L với điểm cuối A của dây bằng:

$$\xi_{cA} = \xi_1 - \xi_2 = \frac{B\omega}{2}(R^2 - a^2) = \frac{BL^2\omega}{8}$$

* Cách 2:

Khi thanh quay cùng đĩa thì 1/2 thanh quét một diện tích ΔS trong một thời gian $\Delta t = T$

$$\text{là: } \Delta S = \pi R^2 - \pi a^2 = \pi R^2 - \pi(R^2 - \frac{L^2}{4}) \Rightarrow \Delta S = \frac{\pi L^2}{4}.$$

Suất điện động cảm ứng là:

$$\xi = \left| \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right| \rightarrow \xi = \frac{B \cdot \Delta S}{\Delta t} = \frac{B \pi L^2}{4T} = \frac{B \omega L^2}{8} \quad (T = \frac{2\pi}{\omega})$$

$$\text{Vậy vận tốc chỉ } U = \xi = \frac{B \omega L^2}{8}$$

* Cách 3:

Chọn trục OX có O $\equiv$ C (điểm giữa thanh)

Xét một electron nằm trên thanh cách gốc toạ độ một khoảng X

F_t là lực từ tác dụng lên electron

$$F_t = Bev = B \omega r \cdot e \quad (1)$$

* Electron còn chịu tác dụng của lực điện trường trong

$$\text{thanh: } F_d = \frac{d\xi}{dx} \cdot e \quad (2)$$

Khi ổn định thì: $F_d = F_t \cos \alpha$

$$\text{Từ (1) và (2) } \rightarrow \frac{d\xi}{dx} \cdot e = B \omega r \cdot e \cos \alpha \Rightarrow d\xi = B \omega r \cdot \frac{x}{r} dx = B \omega x \cdot dx$$

$$\xi \Big|_0^U = B \omega \frac{x^2}{2} \Big|_0^{L/2} \Rightarrow U = \frac{B \omega L^2}{8}$$

U là chỉ số của vận tốc nếu mắc nó vào điểm giữa và điểm đầu của thanh.

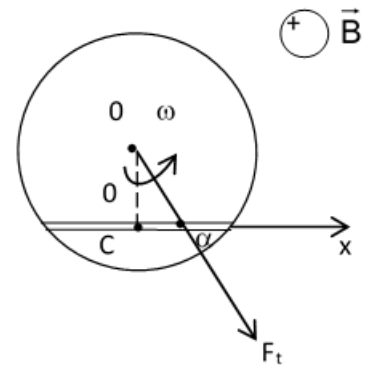
Bài 38. Giả sử tại thời điểm nào đó thanh chuyển động ngược chiều kim đồng hồ. Vận tốc góc của thanh bằng:

$$\phi'(t) = \phi_0 \omega \cos \omega t.$$

Vận tốc dài của điện tích tự do ở cách trục quay một khoảng x (H.3.42) tại thời điểm đó bằng:

$$v(x, t) = \phi'(t) \cdot x = \phi_0 \omega x \cos \omega t$$

Lực Lorentz tác dụng lên điện tích đó bằng:



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

$$F_L = ev(x, t)B = e\phi_0\omega x B \cos\omega t$$

Dưới tác dụng của lực Lorentz sẽ xảy ra sự phân bố lại các điện tích tự do: tại các đầu của thanh sẽ có dư các điện tích dương, còn tại vùng gần tâm O sẽ xuất hiện trong thanh một điện trường. Cường độ $E(x, t)$ của điện trường đó tại một điểm bất kì có thể tìm được từ điều kiện cân bằng điện tích (không có dòng điện trong thanh), khi lực Lorentz bằng lực tĩnh điện do điện trường nói trên tác dụng. Cụ thể là:

$$e\phi_0\omega x B \cos\omega t + eE(x, t) = 0$$

Từ đó suy ra:

$$E(x, t) = -\phi_0\omega x B \cos\omega t$$

Đây chính là phân bố cường độ điện trường trong thanh tại thời điểm bất kì. Khi đó h.đ.t giữa hai đầu A và C của thanh bằng:

$$U_{(t)} = -\int_{-a}^b E(x, t)dx = \int_{-a}^b \phi_0\omega B \cos\omega t \cdot x dx = \frac{\phi_0\omega B}{2}(b^2 - a^2)\cos\omega t$$

Dễ thấy rằng h.đ.t cực đại bằng:

$$U_{\max} = \frac{\phi_0\omega B}{2}(b^2 - a^2) = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$

Bài 39. 1. Khi đóng K, dòng điện chạy trong mạch tích điện cho tụ C. Khi đó, thanh OA chịu tác dụng của lực từ làm thanh quay quanh trục Oz, trên thanh xuất hiện suất điện động cảm ứng.

- Gọi I là dòng điện chạy qua thanh OA, lực từ dF tác dụng lên đoạn dr của thanh là: $dF = B \cdot i \cdot dr$

- Mômen lực từ tác dụng lên thanh:

$$M = \int_0^a B i r \cdot dr = i \cdot B \cdot \frac{a^2}{2}$$

- Phương trình chuyển động quay của thanh:

$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} = M = i \cdot B \cdot \frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} m a^2 \cdot \frac{d\omega}{dt} = i \cdot B \cdot \frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow d\omega = \frac{3}{2} \cdot \frac{B}{m} \cdot i \cdot dt = \frac{3}{2} \cdot \frac{B}{m} \cdot dq \Rightarrow \int_0^\omega d\omega = \int_0^q \frac{3}{2} \cdot \frac{B}{m} \cdot dq$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{3}{2} \cdot \frac{B}{m} \cdot q \quad (1)$$

2. a) Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên thanh OA: $\mathcal{E}_c = -\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow \mathcal{E}_c = -\frac{Ba^2\omega}{2}$

Vì sau thời gian dt , thanh quét được góc $d\alpha$ nên độ biến thiên từ thông:

$$d\Phi = B.dS = B.\frac{1}{2}a.a.d\alpha = \frac{B.a^2}{2}.d\alpha$$

- Áp dụng định luật Ohm cho mạch kín, ta có: $E_0 + e_c = u_C + i.R$

$$\Rightarrow E_0 - \frac{B.a^2.\omega}{2} = \frac{q}{C} + R.\frac{dq}{dt} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có: } \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} \left(1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{B^2.a^2.C}{m} \right) = \frac{E_0}{R} \quad (3)$$

$$\text{Đặt: } t_0 = \frac{RC}{1 + \frac{3B^2.a^2.C}{4m}}; I_0 = \frac{E_0}{R} \quad (4)$$

Thì từ (3) ta tìm được: $q = Q_0.e^{-t/t_0} + I_0.t_0$

$$+ \text{ Tại } t = 0, q = 0 \text{ nên: } Q_0 = -I_0.t_0 \quad \text{Vậy: } q = I_0.t_0.(1 - e^{-t/t_0}) \quad (5)$$

$$\text{Thay vào (1) ta được: } \omega = \frac{3B.I_0.t_0}{2m} \left(1 - e^{-\frac{t}{t_0}} \right) \quad (6)$$

b) Sau thời gian t đủ lớn: $t \gg t_0$ thì: $e^{-\frac{t}{t_0}} \rightarrow 0$ và điện tích của tụ có độ lớn không đổi ổn

$$\text{định: } q_0 = I_0.t_0 = \frac{C.E_0}{1 + \frac{3.B^2.a^2.C}{4m}} \quad (7)$$

- Vận tốc quay của thanh đạt trị số ổn định (quay đều) khi:

$$\omega_0 = \frac{3B.I_0.t_0}{2m} = \frac{6B.C.E_0}{4m + 3B^2.a^2.C} \quad (8)$$

Khi đó giữa hai đầu thanh có hiệu điện thế bằng suất điện động cảm ứng:

$$U_{\text{thanh}} = E_{cu} = \frac{B.a^2.\omega_0}{2} = \frac{3.B^2.a^2.C.E_0}{4m + 3B^2.a^2.C} \quad (9)$$

$$\text{- Hiệu điện thế hai bản tụ: } U_{C0} = \frac{q_0}{C} = \frac{E_0}{1 + \frac{3B^2.a^2.C}{4m}} < E_0 \quad (10)$$

Ta thấy: $U_{\text{thanh}} + U_{C0} = E_0$

$$\text{- Công tổng cộng của nguồn: } A_E = q_0.E_0 = \frac{C.E_0^2}{1 + \frac{3B^2.a^2.C}{4m}}$$

$$\text{- Năng lượng tụ điện: } W_C = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{C.E_0^2}{1 \left(1 + \frac{3B^2.a^2.C}{4m} \right)^2}$$

- Động năng của thanh:

$$W_{\text{đthanh}} = \frac{I\omega_0^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{ma^2}{3} \cdot \frac{36B^2.C^2.E_0^2}{16m^2 \cdot \left(1 + \frac{3B^2.a^2.C}{4m} \right)^2} \Rightarrow W_{\text{đthanh}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{B^2.a^2.C}{m} \cdot \frac{C.E_0^2}{2 \left(1 + \frac{3B^2.a^2.C}{4m} \right)^2}$$

$$\text{- Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng: } A_E = W_C + W_{\text{đthanh}} + Q$$

$$\Rightarrow Q = A_E - (W_C + W_{dthanh}) = \frac{CE_0^2}{2\left(1 + \frac{3B^2 a^2 C}{4m}\right)} \quad (11)$$

3. Tương tự như câu 2, ta có phương trình: $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{t_0} = I_0 \cdot \cos \omega_0 t$ (12)

Tại $t = 0$: $q = 0$ ta có:

$$q = \frac{I_0 \cdot t_0}{1 + \omega_0^2 t_0^2} \left[\omega_0 \cdot t_0 \cdot \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 t - e^{-\frac{t}{t_0}} \right] \quad (13)$$

Và: $\omega = \frac{3B \cdot I_0 \cdot t_0}{2m(1 + \omega_0^2 t_0^2)} \left(\omega_0 \cdot t_0 \cdot \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 t - e^{-\frac{t}{t_0}} \right)$ (14)

Từ (13) ta có: $i = \frac{dq}{dt} = \frac{I_0}{1 + \omega_0^2 t_0^2} \left(\omega_0^2 t_0^2 \cdot \cos \omega_0 t - \omega_0 \cdot t_0 \cdot \sin \omega_0 t + e^{-\frac{t}{t_0}} \right)$ (15)

- Sau thời gian t đủ lớn: $t \gg t_0$ thì: $e^{-\frac{t}{t_0}} \rightarrow 0$, trong mạch có chế độ cường bức:

$$i_{od} = \frac{I_0}{1 + \omega_0^2 t_0^2} (\omega_0^2 t_0^2 \cos \omega_0 t - \omega_0 t_0 \sin \omega_0 t) \quad (16)$$

Và: $\omega_{od} = \frac{3BI_0 t_0}{2m(1 + \omega_0^2 t_0^2)} \cdot (\omega_0 t_0 \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 t)$

VII.3. KHUNG DÂY CHUYỂN ĐỘNG TRONG TỪ TRƯỜNG

Bài 1. Vì $\frac{dB}{dx} = k \Rightarrow B = kx + B_0$

Tại thời điểm t thì cạnh AB có tọa độ là x còn cạnh CD có tọa độ là $x + a$.

Suất điện động xuất hiện trên 2 cạnh AB và CD là:

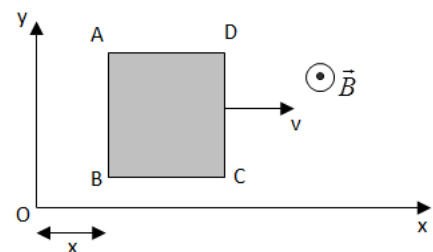
$$e_{AB} = B_{AB} \cdot v \cdot a = (kx + B_0) v \cdot a$$

$$e_{CD} = B_{CD} \cdot v \cdot a = [k(x + a) + B_0] v \cdot a$$

e_{AB}, e_{CD} mắc xung đối $\Rightarrow$ Biểu thức dòng điện trong khung là:

$$i = \frac{e_{CD} - e_{AB}}{R} = \frac{ka^2 v}{R}$$

Theo định lý động năng:



$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = -i^2 R dt$$

$$mvdv = -\frac{k^2 a^4 v^2}{R} dt \Rightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{k^2 a^4 v^2}{mR} dt$$

Lấy tích phân 2 vế ta được:

$$\ln v = -\frac{k^2 a^4}{mR} t + C$$

Tại $t=0$ thì $v = v_0 \Rightarrow C = \ln v_0$

$$\Rightarrow v = v_0 \cdot e^{-\frac{k^2 a^4}{mR} t}$$

Bài 2. Chọn gốc tọa độ tại điểm tiếp xúc giữa vùng có từ trường và vùng không có từ trường, chiều dương hướng theo chiều chuyển động của khung. Chọn gốc thời gian là lúc khung bắt đầu chuyển động vào vùng có từ trường.

Giả sử $b > a \rightarrow$ Khung hình chữ nhật sẽ chuyển động dọc theo cạnh b và phương trình chuyển động của khung là:

$$m \frac{dv}{dt} = -B_0 a I \quad (1)$$

(Chú ý rằng ta bỏ qua tác dụng của trọng lực)

Trong đó I là dòng điện trong khung dây. Dòng điện I được cho bởi công thức tính suất điện động trong khung:

$$L \frac{dI}{dt} = B_0 a v \quad (2)$$

Chú ý rằng pt (2) cũng có thể được rút ra từ tính chất bảo toàn từ thông với khung dây siêu dẫn. Thật vậy: Từ thông ban đầu qua khung dây bằng không, do vậy tại một thời điểm t , độ tăng từ thông do từ trường ngoài gây ra phải bằng độ tăng từ thông do

dòng điện cảm ứng trong khung gây ra. Nghĩa là: $B_0 a \cdot (vdt) = LdI \Leftrightarrow L \frac{dI}{dt} = B_0 a v$

Từ (1) ta rút ra: $I = \frac{-m}{B_0 a} \cdot \frac{dv}{dt}$. Đạo hàm hai vế theo thời gian ta được:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{-m}{B_0 a} \cdot \frac{d^2 v}{dt^2} . \text{ Thế biểu thức này vào pt (2) ta thu được pt vi phân với hàm vận}$$

tốc phụ thuộc thời gian:

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{(B_0 a)^2}{mL} v = 0$$

Phương trình này chứng tỏ chuyển động của khung là một dao động điều hòa với tần số góc $\omega = \frac{B_0 a}{\sqrt{mL}}$.

Phương trình vận tốc là: $v = A \cos(\omega t + \varphi)$

$$\text{Giải điều kiện ban đầu: } \begin{cases} v = v_0 \\ I = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \end{cases} \text{ ta thu được: } A = v_0 \text{ và } \varphi = 0$$

$$\rightarrow v = v_0 \cos \frac{B_0 a}{\sqrt{mL}} t$$

$$\text{Ta có: } dx = v dt = v_0 \cos \left(\frac{B_0 a}{\sqrt{mL}} t \right) dt$$

Lấy tích phân hai vế ta được phương trình chuyển động:

$$\begin{aligned} \int_0^x dx &= \int_0^t v_0 \cos \left(\frac{B_0 a}{\sqrt{mL}} t \right) dt \\ \Leftrightarrow x &= v_0 \frac{\sqrt{mL}}{B_0 a} \sin \left(\frac{B_0 a}{\sqrt{mL}} t \right) \end{aligned}$$

Bài 3. Xét tại thời điểm t bất kì, cạnh MN ở vị trí có tọa độ y , thành phần vận tốc của khung theo trục Oy là v_y .

- Áp dụng quy tắc bàn tay phải ta xác định được chiều của các suất điện động cảm ứng trong mỗi cạnh của khung dây như hình vẽ.

+ Xét chuyển động của khung dây theo trục Ox (thành phần vận tốc theo trục Ox).

Cạnh MN, PQ không tạo ra suất điện động cảm ứng.

Do tính đối xứng suất điện động cảm ứng do hai cạnh MQ và NP tạo ra có độ lớn bằng nhau. $|\xi_{NP}| = |\xi_{QN}|$

+ Xét chuyển động của khung dây theo trục Oy (thành phần vận tốc theo trục Oy).

Cạnh QM, NP không tạo ra suất điện động cảm ứng.

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

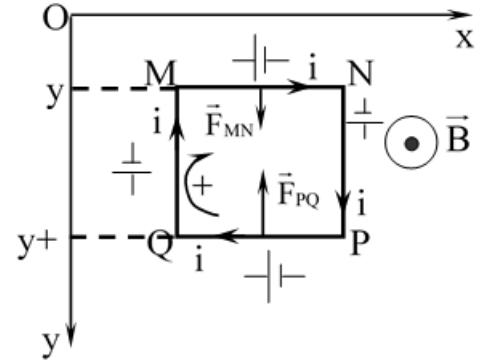
Suất điện động cảm ứng do cạnh MN tạo ra $\xi_{MN} = av_y B_0(1 + ky)$

Suất điện động cảm ứng do cạnh PQ tạo ra $\xi_{PQ} = av_y B_0[1 + k(y + a)]$

- Chọn chiều dương trong mạch (trong khung dây) như hình vẽ. Gọi cường độ dòng điện trong khung tại thời điểm xét là i .
- Áp dụng định luật Ôm cho toàn mạch, ta được:

$$\begin{aligned}\xi_{PQ} - \xi_{QM} - \xi_{MN} + \xi_{NP} &= iR \\ \Leftrightarrow av_y B_0[1 + k(y + a)] - av_y B_0(1 + ky) &= iR \\ \Leftrightarrow kB_0 a^2 v_y &= iR \\ \Leftrightarrow i &= \frac{kB_0 a^2 v_y}{R} \quad (1)\end{aligned}$$

- Áp dụng quy tắc bàn tay trái ta xác định được lực từ tác dụng lên cạnh MN, PQ của khung dây như hình vẽ.



Hình vẽ lực từ tác dụng lên các cạnh theo phương thẳng

$$\begin{aligned}F_{MN} &= iaB_0(1 + ky) \\ F_{PQ} &= iaB_0[1 + k(y + a)]\end{aligned}$$

Lực từ tác dụng lên hai cạnh MQ và NP cùng có phương nằm ngang, cùng độ lớn, ngược chiều.

Vậy theo trục Ox tổng hợp các lực tác dụng lên khung dây bằng không, do đó thành phần vận tốc của khung dây theo trục Ox luôn không đổi và bằng v_0

Xét theo trục Oy, áp dụng định luật II Niuton cho khung, ta có:

$$\begin{aligned}F_{MN} + P - F_{PQ} &= ma_y = my'' \\ \Leftrightarrow iaB_0(1 + ky) - iaB_0[1 + k(y + a)] + mg &= my'' \\ \Leftrightarrow -iaB_0 ka + mg &= my'' \quad (2)\end{aligned}$$

Thay (1) vào (2), ta được

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow mg - kB_0 a^2 \frac{kB_0 a^2 v_y}{R} &= my'' \\ \Leftrightarrow mg - \frac{k^2 B_0^2 a^4}{R} y' &= my'' \quad (\text{vì } y' = v_y)\end{aligned}$$

Đặt $Y = y' \Rightarrow Y' = y''$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow mg - \frac{k^2 B_0^2 a^4}{R} Y &= mY' \\ \Leftrightarrow Y' &= g - \frac{k^2 B_0^2 a^4}{mR} Y \quad (1)\end{aligned}$$

$$\text{Đặt } A = \frac{k^2 B_0^2 a^4}{mR} \Rightarrow Y' = g - AY$$

$$(1) \Leftrightarrow Y' = g - AY = -A \left(Y - \frac{g}{A} \right) \quad (2)$$

Đặt $Z = Y - \frac{g}{A} \Rightarrow Z' = Y'$, ta được

$$\Leftrightarrow Z' = -AZ \Leftrightarrow \frac{dZ}{dt} = -AZ \Leftrightarrow \frac{dZ}{Z} = -A dt$$

$$\Leftrightarrow Z = Ce^{-At} \Leftrightarrow Y - \frac{g}{A} = Ce^{-At} \Leftrightarrow y' = \frac{g}{A} + Ce^{-At}$$

$$\Leftrightarrow y' = v_y = \frac{g}{A} + Ce^{-At}$$

(Có thể dùng phương pháp thử nghiệm, từ phương trình $Z' = -AZ$ ta có nghiệm

$$Z = Ce^{-At} \Leftrightarrow Y - \frac{g}{A} = Ce^{-At} \Leftrightarrow y' = \frac{g}{A} + Ce^{-At} \Leftrightarrow y' = v_y = \frac{g}{A} + Ce^{-At})$$

Tại $t = 0$, $v_y = 0$, ta có

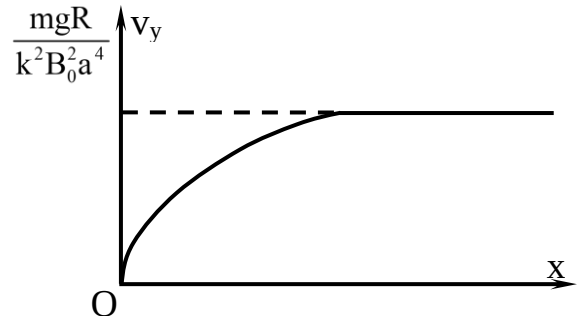
$$0 = \frac{g}{A} + Ce^{-A \cdot 0} \Leftrightarrow C = -\frac{g}{A}$$

$$\text{Vậy } v_y = \frac{g}{A} (1 - e^{-At}) = \frac{mgR}{k^2 B_0^2 a^4} \left(1 - e^{-\frac{k^2 B_0^2 a^4}{mR} t} \right)$$

Nhận xét:

Đồ thị biểu diễn phương trình có dạng

Từ đồ thị, ta thấy sau một thời gian chuyển động thì vận tốc v_y tăng dần theo hàm số mũ, nhưng sau một thời gian chuyển động v_y sẽ tiến tới một giá trị không đổi bằng $\frac{mgR}{k^2 B_0^2 a^4}$



Bài 4.

Xét thời điểm cạnh CD có toạ độ là x và khung đang thâm nhập vùng từ trường. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng, nhiệt lượng toả ra trong khung bằng độ biến thiên động năng của khung:

$$dQ = \frac{m}{2} v^2 - \frac{m}{2} (v + dv)^2 \Rightarrow dQ = -mv dv \quad (1)$$

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên cạnh CD là:

$$E = B_{CD} bv = B_0 (1 + \alpha x) bv$$

$$\Rightarrow I = \frac{E}{R} \Rightarrow dQ = I^2 R dt = \frac{B_0^2 (1 + \alpha x)^2 b^2 v^2 dt}{R} \approx \frac{B_0^2 (1 + 2\alpha x)^2 b^2 v^2 dt}{R} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$\begin{aligned} -Rmv dv &= B_0^2 (1 + 2\alpha x) b^2 v^2 dt \\ \Rightarrow -Rmdv &= B_0^2 (1 + 2\alpha x) b^2 dx \end{aligned} \quad (3)$$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Gọi v_1 là vận tốc của khung khi bắt đầu khung nằm trọn trong từ trường ta có:

$$\frac{mv_0^2}{2} - Q = \frac{mv_1^2}{2} \text{ trong đó } Q = \frac{mv_0^2}{4} \Rightarrow v_1 = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

Tích phân 2 về phương trình (3) ta có:

$$\begin{aligned} - \int_{v_0}^{v_1} Rmdv &= \int_0^b B_0^2 (1 + 2\alpha x) b^2 dx \\ \Leftrightarrow Rm(v_1 - v_0) &= B_0^2 b^2 (b + \alpha b) = B_0^2 b^3 (1 + \alpha b) \approx B_0^2 b^3 \\ \Rightarrow R &= \frac{\sqrt{2} B_0^2 b^3}{mv_0(\sqrt{2} - 1)} = \frac{(\sqrt{2} + 2) B_0^2 b^3}{mv_0} \quad (*) \end{aligned}$$

Khi khung đã vào hẳn trong từ trường, cường độ dòng điện trong khung là:

$$I = \frac{E_{CD} - E_{AB}}{R} = \frac{B_0 vb[1 + \alpha(x + b) - (1 + \alpha x)]}{R} = \frac{B_0 b^2 \alpha v}{R}$$

Xét trong khoảng thời gian nhỏ dt : $dQ = I^2 R dt$

$$\Leftrightarrow dQ = \frac{B_0^2 b^4 \alpha^2 v^2 dt}{R} = \frac{B_0^2 b^4 \alpha^2 v dx}{R} \quad (4)$$

Tích phân 2 về phương trình (4) và thay R ở (*) vào ta được: $s_1 = \frac{(\sqrt{2} + 1)}{\alpha^2 b}$

Khung đã vào trong từ trường được một đoạn là:

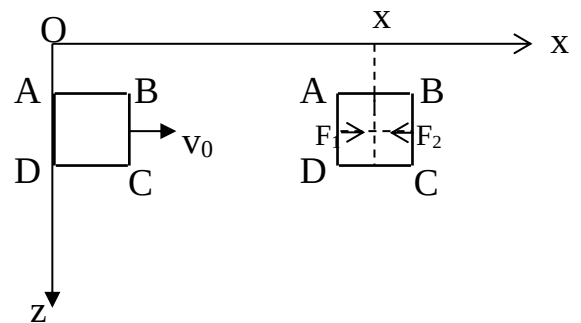
$$s = s_1 + b = \frac{\sqrt{2} + 1 + \alpha^2 b^2}{\alpha^2 b} \approx \frac{\sqrt{2} + 1}{\alpha^2 b}$$

$$\text{Vậy } s = \frac{\sqrt{2} + 1}{\alpha^2 b} \text{ và } \Rightarrow R = \frac{(\sqrt{2} + 2) B_0^2 b^3}{mv_0}$$

Bài 5. Xét khi tâm của khung có toạ độ x , vận tốc khung là v
suất điện động cảm ứng trên các cạnh AD và BC lần lượt là:

$$e_1 = bB_0[1 + k(x - b/2)]v,$$

$$e_2 = bB_0[1 + k(x + b/2)]v$$



Dòng điện trong khung:

$$I = \frac{e_2 - e_1}{R} = \frac{B_0 k b^2 v}{R}$$

Độ lớn lực từ tác dụng lên khung: $F = F_2 - F_1 = B_2 I b - B_1 I b = \frac{B_0^2 k^2 b^4 v}{R}$ và $\vec{F}$ ngược

chiều với ox (quy tắc bàn tay trái)

Ta có, độ biến thiên động năng bằng công của lực từ.

$$A_F = \Delta W_d \Leftrightarrow \bar{F} \cdot s = \frac{1}{2} m v_0^2 \Leftrightarrow \frac{F_{\max} + F_{\min}}{2} \cdot s = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{B_0^2 k^2 b^4 v_0}{2R} \cdot s = \frac{1}{2} m v_0^2 \Leftrightarrow s = \frac{m R v_0}{B_0^2 k^2 b^4}$$

Do tác dụng của trọng lực, khung dây chuyển động xuống dưới

Khi khung dây chuyển động trong khung xuất hiện suất điện động cảm ứng

$$e_c = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Vì khung dây dẫn có $R=0$ nên $e_c = RI = 0$

$$\rightarrow - \frac{d\Phi}{dt} = 0 \rightarrow \text{từ thông qua khung dây không biến đổi theo thời gian.}$$

Bài 6.

a. Tốc độ cực đại:

- Chiều dòng điện cảm ứng (hình vẽ).

- Biểu diễn đúng lực từ tác dụng lên 4 cạnh.

- Lực từ tổng hợp F có: phương thẳng đứng, hướng lên.

F tăng theo v_z đến lúc $F = P$ khung sẽ chuyển động đều với vận tốc $v_{z\max}$ trên phương thẳng đứng.

Khi khung CĐ đều, thế năng giảm, động năng không đổi, xét trong khoảng thời gian Δt , độ giảm thế năng đúng bằng nhiệt lượng tỏa ra trên khung.

$$mg v_{z\max} \Delta t = RI^2 \Delta t$$

$$I = \frac{|E_c|}{R} = \frac{a^2 |\Delta B|}{R \Delta t} = \frac{a^2 k |\Delta z|}{R \Delta t} = \frac{a^2 k v_z}{R}$$

$$mg v_{z\max} \Delta t = \left(\frac{ka^2 v_z}{R} \right)^2 R \Delta t \Rightarrow v_{z\max} = \frac{mgR}{k^2 a^4}$$

Trên phương ngang khung CĐ đều $v_x = v_0$

Tốc độ cực đại của khung khi đó: $v = \sqrt{v_{z\max}^2 + v_0^2}$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\left(\frac{mgR}{k^2 a^4} \right)^2 + v_0^2}$$

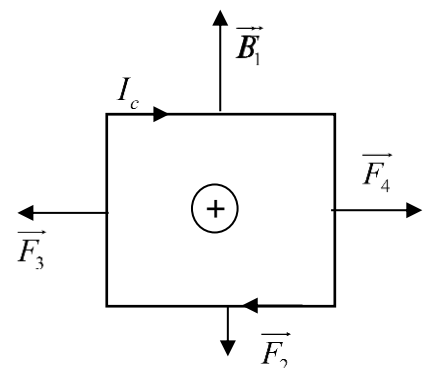
b. Hướng vận tốc ngay trước khi chạm đất:

- Khi chạm đất, vận tốc theo phương thẳng đứng

$$v_z'^2 = v_{z\max}^2 + 2gh_1$$

Góc hợp bởi vận tốc và phương ngang α là:

$$\tan \alpha = \frac{v_z'}{v_0} = \frac{\sqrt{\left(\frac{mgR}{k^2 a^4} \right)^2 + 2gh_1}}{v_0}$$



Bài 7.

a. + Khi khung rơi, trong thanh AB xuất hiện suất điện

động cảm ứng: $e_c = Bvl$

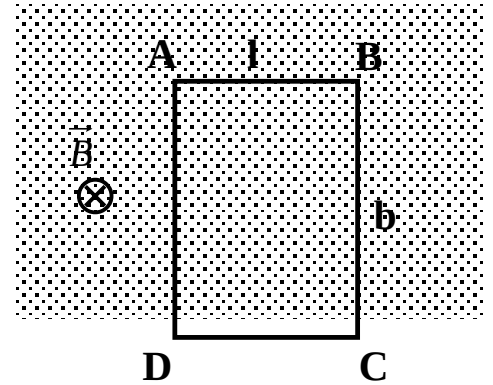
+ Cường độ dòng điện trong khung: $i = \frac{e_c}{R} = \frac{Bvl}{R}$

+ CD không chịu tác dụng lực từ; Lực từ tác dụng lên cạnh AD và CB cân bằng; Lực từ tác dụng lên AB hướng thẳng đứng từ dưới lên và có độ lớn: $F_t = Bil = \frac{B^2 l^2 v}{R}$

+ Theo định luật II Niu tơn: $mg - F_t = ma$

Khi khung đạt vận tốc giới hạn: $a = 0$

Suy ra: $v = \frac{mgR}{B^2 l^2}$



Hình vẽ 1

+ Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho quá trình chuyển động của khung từ lúc ban đầu đến khi AB vừa ra khỏi từ trường: $Q = mgb - \frac{mv^2}{2} = mg\left(b - \frac{m^2 g R^2}{2B^4 l^4}\right)$

b. + Khi khung rơi, trong thanh AB xuất hiện suất điện động cảm ứng: $e_c = Bvl = Blx'$

+ Suất điện động tự cảm trong khung: $e_{tc} = -Li'$

+ Theo định luật Ôm:

$$e_c + e_{tc} = 0 \Rightarrow Blx' = Li' \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(i - \frac{Blx}{L}\right) = 0 \Rightarrow i - \frac{Blx}{L} = \text{const}$$

+ Chọn gốc tọa độ O trùng với vị trí ban đầu của trọng tâm

+ Tại $t = 0$: $i = 0$; $x = 0 \Rightarrow \text{const} = 0 \Rightarrow i = \frac{Blx}{L}$

+ Lực từ tác dụng lên cạnh AB: $F_t = Bil = \frac{B^2 l^2 x}{L}$

+ Theo định luật II Niu tơn: $mg - F_t = ma$

$$\Rightarrow mg - \frac{B^2 l^2 x}{L} = ma \Rightarrow x'' + \frac{B^2 l^2}{mL} \left(x - \frac{gmL}{B^2 l^2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x - \frac{gmL}{B^2 l^2} = A \cos(\omega t + \varphi); \quad \omega = \frac{Bl}{\sqrt{mL}}$$

$$\text{+ Tại } t = 0: \begin{cases} x = \frac{gmL}{B^2 l^2} + A \cos \varphi = 0 \\ v = x' = -A\omega \sin \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \pi \\ A = \frac{gmL}{B^2 l^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{gL}{B^2 l^2} \left[\cos \left(\frac{Bl}{\sqrt{mL}} t + \pi \right) + 1 \right]$$

+ Vậy phương trình chuyển động của khung khi chọn gốc O tại vị trí ban đầu của thanh CD:

$$x = \frac{gL}{B^2 l^2} \left[\cos \left(\frac{Bl}{\sqrt{mL}} t + \pi \right) + 1 \right] - \frac{b}{2}$$

Bài 8. a. Từ thông Φ gửi qua bề mặt bao bởi khung dây hình chữ nhật có cạnh là $b = 2 \text{ cm}$ có chiều cao là dy là: $d\Phi = BdS = Bb dy = 4t^2 b dy$.

Vì $B = 4t^2 y$ là hàm của hai biến t và y . Ta lấy tích phân theo biến y

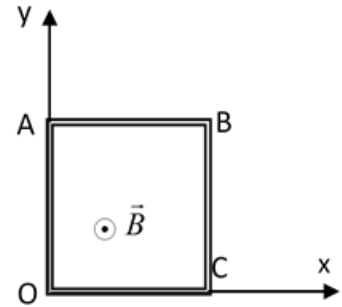
$$\Phi = \int 4t^2 b dy = 4t^2 b \int_0^b y dy = 4t^2 b \left(\frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^b = 2b^3 t^2$$

Suất điện động cảm ứng trên khung dây là:

$$\xi = -\frac{d\Phi}{dt} = -4b^3 t$$

Tại thời điểm $t = 2,5 \text{ s}$, suất điện động có độ lớn là $\xi = 80.10^{-6} \text{ V}$

b. Khi $t = 2,5 \text{ s}$ thì $B = 4yt^2$ đồng biến với t . Vậy $\vec{B}_c$ có chiều ngược chiều với chiều của $\vec{B}$. Nên dòng điện cảm ứng có chiều đi theo chiều quay của kim đồng hồ.



Bài 9. a) Gọi độ lớn suất điện động cảm ứng trên mỗi cạnh của khung khi cạnh bên trái của khung ở toạ độ x lần lượt là E_1 và E_2

$$\text{Ta có } E_1 = B_0(1+kx)va; E_2 = B_0[1+k(x+a)]va$$

Do E_1, E_2 mắc xung đối nên biểu thức suất điện động trong khung ở thời điểm t là:

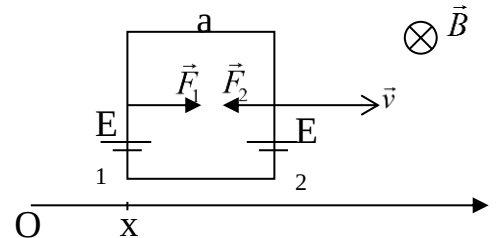
$$E = E_2 - E_1 = B_0 a^2 kv = L \frac{di}{dt}$$

$$\text{Tích phân 2 vế ta được } B_0 a^2 kx = Li \rightarrow i = \frac{B_0 a^2 k}{L} x$$

Lực từ tác dụng lên 2 cạnh của khung

$$F_1 = B_0(1+kx)ia$$

$$F_2 = B_0[1+k(x+a)]ia$$



$$\rightarrow F = F_1 - F_2 = -B_0 i k a^2$$

$$\rightarrow m\ddot{x} = -B_0 k a^2 \cdot \frac{B_0 a^2 k}{L} \cdot x$$

$$\rightarrow \ddot{x} + \frac{B_0^2 a^4 k^2}{mL} x = 0$$

Suy ra chu kì dao động của khung là : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\sqrt{mL}}{B_0 a^2 k}$

Thời gian đến khi thanh có vận tốc bằng 0 là $t_{\min} = \frac{T}{4} = \frac{\pi\sqrt{mL}}{2B_0 a^2 k}$

b) Tại $t = 0$: $\begin{cases} x = 0 \\ v = v_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \cos \varphi = 0 \\ -A\omega \sin \varphi = v_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = \frac{v_0}{\omega} \\ \varphi = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$

Phương trình dao động của khung là: $x = \frac{v_0}{\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

Biểu thức dòng điện trong khung:

$$i = \frac{B_0 a^2 k}{L} x = \frac{B_0 a^2 k v_0}{L\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = v_0 \sqrt{\frac{m}{L}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Điện lượng chạy qua khung:

$$q = \int_0^{T/4} i dt = \int_0^{T/4} v_0 \sqrt{\frac{m}{L}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) dt = v_0 \sqrt{\frac{m}{L}}$$

Bài 10. Nếu khung dây có điện trở R và độ tự cảm L thì trong khung có hai suất điện động. Suất điện động sinh ra do cạnh dưới của khung chuyển động cắt các đường sức từ, và suất điện động tự cảm trong khung do dòng điện biến thiên

Trong trường hợp này ta viết ĐL Ôm cho toàn mạch như sau:

$$Blv - L \frac{dI}{dt} = IR \quad (1)$$

Phương trình động lực học: $mg - BIl = m \frac{dv}{dt} \quad (2)$

a) Xét trường hợp bỏ qua độ từ cảm của vòng dây còn điện trở của vòng thì không thể bỏ qua

Ta viết lại pt (1): $Blv = IR \Rightarrow I = \frac{Blv}{R}$ thế vào (2) ta được: $mg - \frac{B^2 l^2}{R} v = m \frac{dv}{dt}$

Biến đổi PT trên về dạng: $\frac{-Rm}{B^2 l^2} \frac{d}{dt} \left(g - \frac{B^2 l^2}{Rm} v \right) = g - \frac{B^2 l^2}{Rm} v$

Giải PT vi phân trên bằng phương pháp phân li biến số ta được:

$$\frac{d \left(g - \frac{B^2 l^2}{Rm} v \right)}{g - \frac{B^2 l^2}{Rm} v} = \frac{-B^2 l^2}{Rm} dt$$

Lấy tích phân hai vế ta được kết quả: $v = \frac{mgR}{B^2 l^2} \left[1 - \exp \left(\frac{-B^2 l^2 t}{Rm} \right) \right]$

Cường độ dòng điện trong khung cho bởi: $I = \frac{Blv}{R} = \frac{mg}{Bl} \left[1 - \exp \left(\frac{-B^2 l^2 t}{Rm} \right) \right]$

b) Xét trường hợp bỏ qua điện trở của vòng dây còn độ tự cảm của vòng thì không thể bỏ qua

Nếu khung không có điện trở thì vế phải của pt (1) bằng không. Do vậy ta thu được: $Blv = L \frac{dI}{dt}$

Đạo hàm hai vế pt (2) ta được: $-Bl \frac{dI}{dt} = m \frac{d^2 v}{dt^2}$

Kết hợp hai phương trình trên ta có: $\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{B^2 l^2}{mL} v = 0$

PT này cho thấy vận tốc khung biến thiên điều hòa theo thời gian với tần số góc

$$\omega = \frac{B^2 l^2}{\sqrt{mL}}$$

Biểu thức của vận tốc có dạng $v = A \cos(\omega t + \varphi)$

Ta giải điều kiện ban đầu. Tại $t = 0$ thì $I = 0$ và $v = 0$. Vì $I = 0$ nên từ (2) suy ra

$$\frac{dv}{dt} = g \quad A = \frac{g}{\omega}; \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

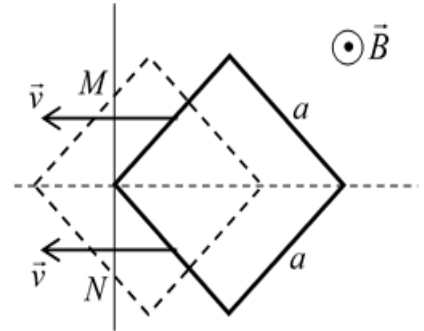
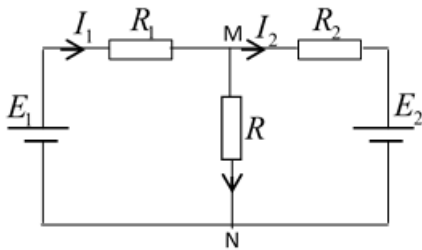
Vậy biểu thức của vận tốc và dòng điện trong khung dây là:

$$v = \frac{g}{\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$I = \frac{Bl}{L} \frac{g}{\omega^2} \left[\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right] = \frac{mg}{Bl} \left[\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right]$$

Bài 11.

1. Khi khung chuyển động ta có mạch điện như hình vẽ.



Gọi M, N lần lượt là giao điểm của khung với dây dẫn

Ta có điện trở phần bên trái $R_1 = 2\sqrt{2}vtr$ và bên phải $R_2 = (4a - 2\sqrt{2}vt)r$

Suất điện động của mạch kín bên trái $\varepsilon_1 = 2Bv^2t$ và bên phải là $\varepsilon_2 = 2Bv^2t$

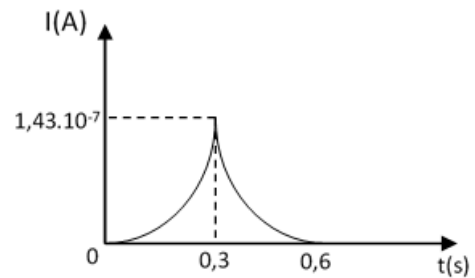
Điện trở đoạn MN là $R = 2vtr$

Gọi các dòng điện lần lượt trong 2 phần trái và phải là I_1, I_2 và dòng điện qua MN là I

, thời gian đến khi dòng điện đổi chiều là

$$t_0 = \frac{\sqrt{2}a}{2v} = 0,3s$$

Ta có hệ phương trình



$$\begin{cases} \varepsilon_1 = I_1 R_1 + IR \\ \varepsilon_2 = I_2 R_2 + IR \\ I = I_1 + I_2 \end{cases} \rightarrow I(t) = \begin{cases} \frac{Bv}{\left[(\sqrt{2}+1) - \frac{vt}{a} \right] r} & 0 \leq t \leq t_0 \\ \frac{Bv}{\left[(\sqrt{2}+1) - \frac{v(2t_0-t)}{a} \right] r} & t_0 \leq t \leq 2t_0 \end{cases}$$

$$\text{Thay số ta có } I(t) = \begin{cases} \frac{10^{-7}}{1-t} \text{ A} & (0 \leq t \leq 0,3\text{s}) \\ \frac{10^{-7}}{0,4+t} \text{ A} & (0,3\text{s} \leq t \leq 0,6\text{s}) \end{cases}$$

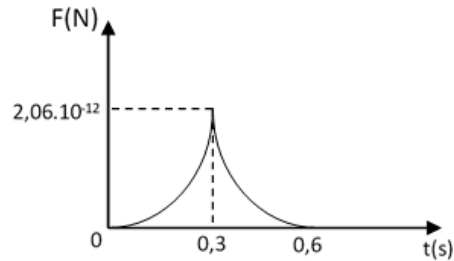
Ta có đồ thị $I(t)$ như hình vẽ

2. Theo tính chất đối xứng của đồ thị ta có

$$dq = i \cdot dt \rightarrow Q = 2 \int_0^{t_0} i dt = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \int_0^{0,3} \frac{dt}{1-t} \approx 7 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

3. Từ công thức $F = B \cdot I \cdot \ell$ ta có

$$I(t) = \begin{cases} 4,8 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{t}{1-t} \text{ N} & 0 \leq t \leq 0,3\text{s} \\ 4,8 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{0,6-t}{0,4+t} \text{ N} & 0,3\text{s} \leq t \leq 0,6\text{s} \end{cases}$$



Từ đó ta có đồ thị $F(t)$ như hình vẽ

Bài 12.

Để tính toán các mô đun của vector từ trường trên trục của vòng ta sử dụng Biot-Savart-Laplace, theo đó phần tử nhỏ $(I\vec{\Delta l})_k$ gây ra yếu tố từ trường trên trục của vòng dây:

$$\Delta B_k = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{(I\Delta l)_k}{r_k^2}$$

Với $r_k = \sqrt{R^2 + z^2}$

Do tính chất đối xứng chỉ còn thành phần từ trường theo phương oz

Ta có

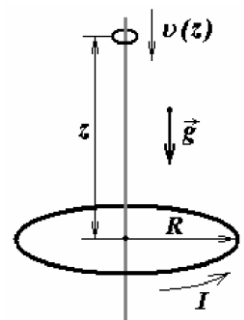
$$B = \sum_k \Delta B_{zk} = \sum_k \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{(I\Delta l)_k}{r^2} \cos \varphi = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^2} \cos \varphi \sum_k \Delta l_k = \frac{\mu_0 IR}{2r^2} \cos \varphi$$

Thay $\cos \varphi = \frac{R}{r}$ và $r = \sqrt{R^2 + z^2}$ vào biểu thức trên ta được:

$$B(z) = \frac{\mu_0 IR}{2r^2} \cos \varphi = \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3} = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

Với khoảng cách z lớn ($z \gg R$) ta được :

$$B(z) = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \approx \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{z^3} = \frac{a}{z^3} \quad (2)$$



$$\text{Do vậy hằng số } a \text{ là : } a = \frac{\mu_0 I R^2}{2} \quad (3)$$

b. Khi thả vòng nhẫn từ thông qua vòng nhẫn sẽ biến đổi, xuất hiện dòng cảm ứng, và lực từ chống lại sự chuyển động của nó khi lực từ cân bằng với trọng lực thì nó sẽ chuyển động đều và đạt tới vận tốc tới hạn

Độ biến thiên từ thông khi vòng nhẫn dịch một đoạn Δz là:

$$\Delta \phi = -\pi r^2 B'(z) \cdot \Delta z$$

$$\text{Từ (2) ta được : } B'(z) = -\frac{3a}{z^4}$$

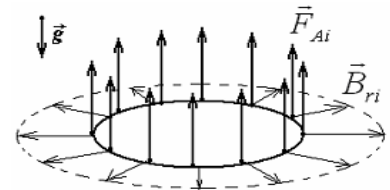
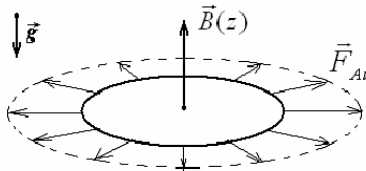
Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên vòng nhẫn là :

$$e_i = \frac{-\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{-3\pi r^2 a}{z^4} \cdot \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{3\pi r^2 a}{z^4} v(z) \quad (4)$$

Dòng điện cảm ứng xuất hiện trong khung là :

$$I_i = \frac{e_i}{R_0} = \frac{3\pi r^2 a}{R_0 z^2} \cdot v(z) \quad (5)$$

Khi chuyển động thành phần từ trường thẳng đứng gây ra lực từ làm dẫn khung



Tuy nhiên thành phần từ trường theo phương pháp tuyến $B(r)$ gây ra lực từ cản trở chuyển động của vòng nhẫn. Để tìm thành phần từ $B(r)$ gần trục oz ta áp dụng định luật Gauss từ thông qua một mặt kín bằng 0:

Chọn mặt Gauss là hình trụ có chiều cao Δz và bán kính r
Độ biến thiên từ thông qua mặt dưới và mặt trên là :

$$\Delta \Phi = \pi r^2 (B(z + \Delta z) - B(z)) = \pi r^2 B'(z) \cdot \Delta z \quad (6)$$

Từ thông chuyển qua mặt bên:

$$\Phi_b = 2\pi r \cdot B(r)$$

Do lượng từ thông qua mặt kín bằng 0 nên ta được

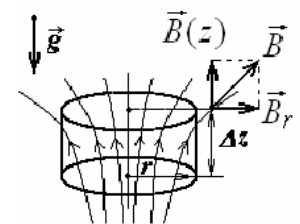
$$B_r = \frac{-B'(z)}{2} r = \frac{3}{2} \cdot \frac{ar}{z^4} \quad (8)$$

Theo đó, tổng các thành phần của lực từ Ampere, làm chậm chuyển động của vòng nhẫn, ta có được biểu thức:

$$F_A = I_i B_r 2\pi r = \frac{9\pi r^3 a^2}{2R_0 z^8} v(z) \quad (9)$$

Đối với quá trình chuyển động thời gian đặc trưng của thiết lập trạng thái cân bằng hệ thống (ngủ ngơi) là đủ nhỏ.

Khi trọng lực cân bằng với lực từ thì vòng nhẫn đạt tới vận tốc ổn định trong thời gian ngắn ;



$$mg = F_A = \frac{9\pi r^3 a^2}{2R_0 z^8} v(z)$$

Vận tốc khi cân bằng :

$$v(z) = \frac{2mgR_0 z^8}{9\pi r^3 a^2} = \frac{8mgR_0}{9\pi r^3 \mu_0^2 I^2 R^4} z^8$$

Bài 13.a. Công của lực ngoài làm di chuyển khung được tính bằng công thức:

$$A_n = I_2 (\Phi_1 - \Phi_2)$$

Trong đó: Φ_1 : là từ thông gởi qua khung lúc đầu.

Φ_2 : là từ thông gởi qua khung lúc sau khi di chuyển một đoạn a.

tương tự: từ thông gởi qua dS của khung có chiều dài dx.

$$d\Phi = B \cdot dS \quad \text{với } (B = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I_1}{x}; \quad dS = b \cdot dx)$$

$$d\Phi = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_1 \cdot \frac{b \cdot dx}{x}$$

$$\Phi_1 = \int_{x_0}^{x_0+a} 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_1 \cdot \frac{b \cdot dx}{x} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_1 \cdot b \cdot \ln \frac{x_0+a}{x_0}$$

$$\Phi_2 = - \int_{x_0+a}^{x_0+2a} 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_1 \cdot \frac{b \cdot dx}{x} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_1 \cdot b \cdot \ln \frac{x_0+2a}{x_0+a}$$

$$A_n = 2 \cdot 10^{-7} \cdot b \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \left[\ln \frac{x_0+a}{x_0} - \ln \frac{x_0+2a}{x_0+a} \right] = 2 \cdot 10^{-7} \cdot b \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \ln \frac{(x_0+a)^2}{x_0(x_0+2a)} = 1,2 \cdot 10^{-7} (J)$$

b. Trường hợp quay khung dây 180° quanh cạnh b xa dây hơn thì Φ'_1 có giá trị cũ $\Phi'_1 = \Phi_1$ và Φ'_2 cũng có giá trị cũ nhưng vector $\vec{n}$ của khung ngược chiều lần trước.

$$\Phi'_2 = -\Phi_2$$

$$A'_n = I_2 (\Phi'_1 - \Phi'_2) \rightarrow A'_n = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot b \left[\ln \frac{x_0+a}{x_0} + \ln \frac{x_0+2a}{x_0+a} \right]$$

$$A'_n = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot b \cdot \ln \frac{x_0+2a}{x_0} = 3,2 \cdot 10^{-7} (J)$$

Bổ sung: công thức tính công của lực từ khi một khung dây mang dòng điện chuyển động trong từ trường:

$$A = I (\Phi_2 - \Phi_1)$$

Công của lực ngoài: $A_n = -A$

$$A_n = I (\Phi_1 - \Phi_2) > 0$$

VII.4. DÒNG ĐIỆN PHỤ CÔ.

Bài 1.

a. Chia hình trụ thành các lớp trụ mỏng có trục $\equiv xx'$ và có độ dày dr .

B biến thiên đều nên có thể viết: $B = \frac{B_0}{\tau} t$. Xét lớp mỏng bề dày dr , cách tâm r . Suất điện động xuất hiện trong lớp này là:

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\pi r^2 \frac{B_0}{\tau} t \right) = \frac{B_0}{\tau} \pi r^2$$

Gọi E là cường độ điện trường: $\varepsilon = 2\pi r E \rightarrow E = \frac{B_0 r}{2\tau}$. Mật độ dòng điện là

$$j = \frac{E}{\rho} = \frac{B_0 r}{2\tau\rho}; \quad I = \int_0^R j h dr = \int_0^R \frac{B_0 h}{2\tau\rho} r dr = \frac{B_0 h R^2}{4\tau\rho}.$$

Công suất toả nhiệt trong thể tích một lớp mỏng nằm giữa hai mặt trụ đồng tâm bán kính r và $(r + dr)$, thể tích $dV = h dr \cdot 2\pi r$ là

$$dP = \rho j^2 dV = \rho \left(\frac{B_0 r}{2\tau\rho} \right)^2 h \cdot 2\pi r dr \quad P = \int_0^R \rho j^2 dV = \int_0^R \frac{\pi h B_0^2}{2\tau^2 \rho} r^3 dr = \frac{\pi h B_0^2 R^4}{8\tau^2 \rho}.$$

b. Nếu hình trụ là điện môi, tại điểm cách tâm r có cường độ E đã tính ở trên: $E = \frac{B_0 r}{2\tau}$.

Một lớp trụ đáy hình vành khuyên diện tích $2\pi r \cdot dr$ chiều cao h chịu tác dụng của mômen lực $dM = \frac{q}{\pi R^2 h} dr \cdot 2\pi r \cdot h E \cdot r = \frac{B_0 q r^3}{R^2 \tau} dr$

$$\text{men lực } dM = \frac{q}{\pi R^2 h} dr \cdot 2\pi r \cdot h E \cdot r = \frac{B_0 q r^3}{R^2 \tau} dr$$

$$\text{Tổng các mômen lực là: } M = \int_0^R dM = \int_0^R \frac{B_0 q r^3}{R^2 \tau} dr = \frac{q B_0 R^4}{4\tau R^2} = \frac{q B_0 R^2}{4\tau}$$

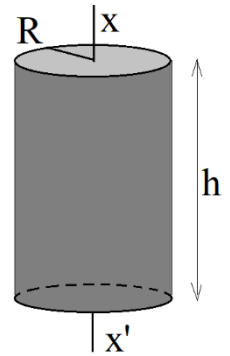
$$I = \frac{m R^2}{2}; \quad \gamma = \frac{M}{I} = \frac{q B_0}{2\tau m}; \quad \omega = \frac{q B_0}{2\tau m} \tau = \frac{q B_0}{2m}$$

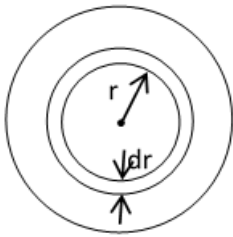
Bài 2. 1. Xét phần tử có dạng vành khăn như hình mà trong đó có thể coi $\delta = \text{const}$

$$\delta = \frac{\delta_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}}; \quad dS = 2\pi \cdot r \cdot dr \quad \Rightarrow \quad dq = \delta \cdot dS = \frac{\delta_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}} \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr$$

$$\Rightarrow Q = \int_0^R \frac{\delta_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}} \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr = -\pi \cdot \delta_0 \cdot K \int_0^R \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot d \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right]$$

$$Q = -\pi \cdot \delta_0 \cdot K \int_0^R \left[1 - \frac{r^2}{R^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot d \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \Leftrightarrow Q = -\pi \cdot \delta_0 \cdot K^2 \cdot 2 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)^{\frac{1}{2}} \Big|_0^R$$





Hình 7

$$\Rightarrow Q = 2\pi\epsilon_0 K^2 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{K^2}} \right] \Rightarrow \delta_0 = \frac{Q}{2\pi K^2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{K^2}} \right)} = \frac{Q}{2\pi R^2}$$

($K = R$)

2. Cường độ dòng điện dI chạy trong đĩa : $dI = \frac{dq}{T}$ với T là chu kỳ quay của đĩa.

$$\text{Mômen từ tương ứng : } dP_m = dI \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{dq}{T} \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{dq \cdot \omega \cdot \pi \cdot r^2}{2\pi}$$

KQ: Mômen từ của đĩa tích điện : q quay quanh trục Oz với vận tốc ω

$$P_m = \int_0^R \frac{dq}{2\pi} \cdot \omega \cdot \pi \cdot r^2 = \int_0^R \delta \cdot \frac{2\pi \cdot r \cdot dr}{2\pi} \cdot \omega \cdot \pi \cdot r^2 = \int_0^R \delta_0 \cdot \omega \cdot \frac{\pi \cdot r^3 \cdot dr}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}}$$

Bài 3. Do có bề dày nên khi rơi bản kim loại cắt các đường sức từ $\rightarrow$ Các Electron trong kim loại do tác dụng của lực Loren đi chuyển sang phải làm mặt phải tích điện âm, mặt trái tích điện dương. Khi cân bằng có:

$$Bve = \frac{\xi_c}{d} e \Rightarrow \xi = Bvd \quad (v \text{ là vận tốc rơi tức thời của đĩa}). \text{ Bản}$$

kim loại coi như một tụ điện có $C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{\epsilon_0 \pi R^2}{d}$

Các Electron đi chuyển coi như có dòng I (hình vẽ)

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{Cd\xi_c}{dt} = CBd \frac{dv}{dt} = CBda \rightarrow F_t = BId = CB^2 d^2 a$$

$$P - F_t = ma \Rightarrow mg - CB^2 d^2 a = ma$$

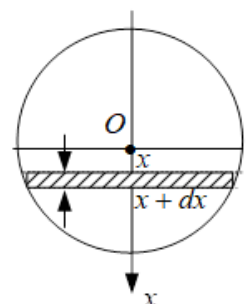
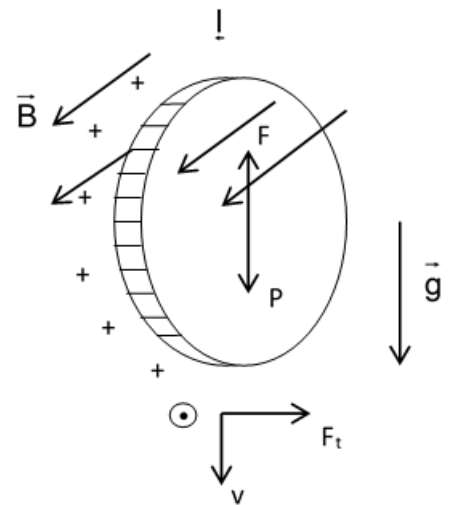
$$\Rightarrow a = \frac{g}{1 + \frac{B^2 d^2 \pi R^2 \epsilon_0}{dm}} = \frac{g}{1 + \frac{B^2 d \pi R^2}{m}}$$

* Chú ý: $\frac{\xi_c}{d} e$ là lực điện trường

Bài 4. a) Khi khóa K đóng thì có dòng điện chạy qua đĩa. Một nửa đĩa lại đặt trong từ trường gây bởi nam châm nên phần đĩa đó sẽ chịu tác dụng của lực từ làm đĩa quay

b) Để có thể nâng vật lên thì mo-men lực từ tác dụng vào vành phải lớn hơn mo-men cản do vật treo gây ra (Xét tại thời điểm ban đầu vật bắt đầu được nâng lên, do vậy khi đó không xuất hiện suất điện động cảm ứng trong đĩa)

$$M \geq mgr \quad (M \text{ là tổng mo-men lực từ tác dụng vào đĩa})$$



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Để tính mô-men lực từ ta chia nửa đĩa tròn thành các phần nhỏ như hình vẽ 13:

Mỗi phần nhỏ đó có dòng điện I chạy qua, đặt cách trục quay một đoạn x , và có chiều dài dx .

Mô-men lực từ tác dụng lên phần nhỏ đĩa đó là:

$dM = B.I.dx$ (x) Vậy mô-men lực từ tổng hợp tác dụng lên đĩa là:

$$M = \int dM = \int_0^{d/2} B.I.x dx = \frac{BId^2}{8}; \text{ với } I = \frac{E}{R}$$

Vậy điều kiện để vật được nâng lên là: $\frac{BEd^2}{8R} \geq mgr \Leftrightarrow E \geq \frac{8mgrR}{Bd^2} \approx 1,26V$

c) Muốn nâng vật đi lên đều thì suất điện động bằng $1,5V > 1,26V$ là vì khi đĩa quay đều thì trong đĩa sẽ xuất hiện một suất điện động cảm ứng ngược chiều với suất điện động của nguồn. Do vậy suất điện động của nguồn phải lớn hơn giá trị tối thiểu khi vật bắt đầu đi lên

Để đĩa chuyển động đều đi lên thì ta phải có:

$$\frac{BId^2}{8} = mgr \Leftrightarrow I = \frac{8mgr}{Bd^2} \quad (1)$$

Dòng điện này mặt khác được tính theo ĐL Ôm cho toàn mạch $I = \frac{E - E_c}{R}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $E_c = E - \frac{8mgrR}{Bd^2} = 0,476V$

Suất điện động cảm ứng $E_c = \frac{B\omega d^2}{8} \rightarrow \omega = 15,23 \text{ rad/s}$

Bài 5. Từ trường ở trong lòng cuộn dây là tổng hợp của hai từ trường, từ trường trái đất và từ trường do dòng điện của cuộn dây sinh ra, B_0 và B tương ứng

Gọi B' là cảm ứng từ tổng hợp: $B' = B_0 \pm B$ (1)

Suất điện động cảm ứng xuất hiện giữa tâm đĩa và mép đĩa có độ lớn:

$$|e_c| = \frac{B'\omega r^2}{2}$$

Cường độ dòng điện qua Am-pe kế được tính theo ĐL Ôm cho toàn mạch:

$$I = \frac{|e_c|}{R} = \frac{B' \omega r^2}{2R} \quad (2)$$

Cảm ứng từ do dòng điện trong cuộn dây sinh ra được tính bởi: $B = \mu_0 n I$ (3)

Từ ba phương trình trên ta có thể dễ dàng xác định được B , B' và I . Hai dấu dương và âm trong phương trình (1) được nhận cho hai trường hợp của tốc độ góc: Giá trị ω mang dấu dương nếu từ trường của cuộn dây cùng hướng với từ trường trái đất, theo kết quả đó thì ta sẽ thu được:

$$B' = \frac{2RB_0}{2R - \mu_0 n r^2 \omega} ; I = \frac{B_0 r^2 \omega}{2R - \mu_0 n r^2 \omega}$$

Từ kết quả trên ta thấy rõ khi đĩa được giữ cho không quay thì từ trường trong lòng ống dây bằng với từ trường trái đất và dòng điện trong ống dây bằng không.

Khi hướng quay của đĩa làm cho từ trường trong cuộn dây ngược hướng với từ trường ngoài ($\omega < 0$) thì từ trường trong lòng ống dây giảm tiệm cận đến giá trị 0 khi tốc độ quay của đĩa tăng lên. Với tốc độ quay cao thì dòng điện tiến đến giá trị $\frac{-B_0}{\mu_0 n}$ (

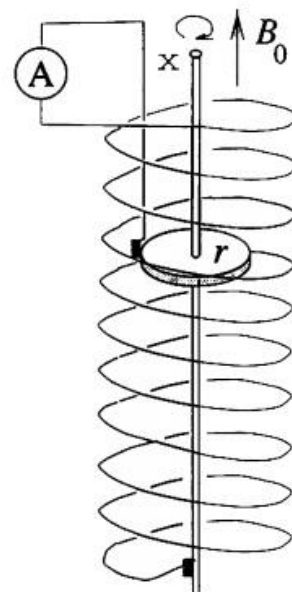
Giá trị cần thiết để triệt tiêu từ trường trái đất)

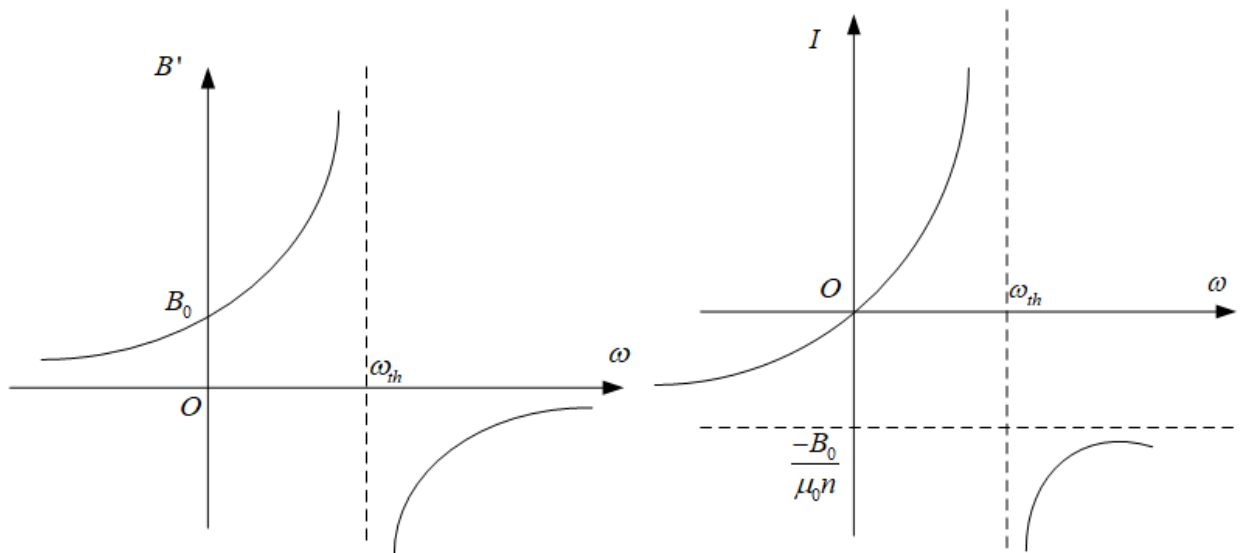
Khi sự quay của đĩa theo hướng ngược lại ($\omega > 0$), kết quả làm cho từ trường tăng lên. Điều này làm cho hiệu điện thế lớn hơn và dòng điện cũng mạnh hơn, làm cho từ trường trong cuộn dây tăng lên. Trong những điều kiện liên tiếp đó thì cả từ trường và dòng điện đều tiến đến vô cùng như là một trạng thái tới hạn với giá trị của tốc độ góc

$\omega_{th} = \frac{2R}{\mu_0 n r^2}$. Trạng thái này không đạt được đến trong thực tế vì khi đó dòng điện sẽ rất

lớn, dẫn đến nhiệt lượng tỏa ra cũng rất lớn làm cháy dây của cuộn dây

Từ các biểu thức của B' và I như trên ta có thể vẽ được đồ thị cho hai hàm đó phụ thuộc vào tốc độ góc ứng với cả hai chiều quay như sau:





Hình 16

Ta đi chứng minh công suất cần thiết để làm quay đĩa bằng với công suất tỏa nhiệt do hiệu ứng Jun – Len-xơ

Công suất tỏa nhiệt trên cuộn dây là: $P_n = I^2 R$

Công suất cơ để làm quay đĩa bằng độ tăng động năng quay trong 1 giây.

$P_c = dW_d = I \omega \cdot d\omega$ (Với $d\omega$ là độ tăng tốc độ góc trong 1 giây = gia tốc góc). Ta

có $\gamma = \frac{M}{I}$. Thế vào pt công suất cơ ta thu được:

$$P_c = M \omega, \text{ lại có: } M = B' I r \cdot \left(\frac{r}{2} \right) = \frac{B' I r^2}{2}$$

$$\rightarrow \text{Công suất cơ là: } P_c = \frac{B' I r^2 \omega}{2}$$

Sử dụng mối quan hệ giữa B' và I chúng ta chứng minh được $P_c = P_n$

Bài 6. Gọi momen quán tính của đĩa đối với trục quay là I

Xét tại thời điểm t khi vật m rơi được quãng đường S , nó có vận tốc là v , đĩa có vận tốc góc $\omega = v/r$. Sau thời gian rất nhỏ dt , một bán kính đĩa quét được góc $d\varphi = \omega dt$ và bán

kính đĩa quét một diện tích: $dS = \frac{1}{2} r \cdot \omega dt \cdot R = \frac{1}{2} r^2 \omega dt$. Suất điện động cảm ứng xuất

hiện trên bán kính đĩa là: $e = \frac{B \cdot dS}{dt} = \frac{1}{2} B r^2 \omega$

Dòng điện xuất hiện trong mạch và trên bán kính đó là: $i = \frac{e}{R} = \frac{Br^2\omega}{2R}$.

Bán kính đĩa chịu tác dụng của lực từ đặt vào trung điểm, cản trở chuyển động quay của đĩa và có độ lớn: $F_t = Bi.r = \frac{B^2r^3\omega}{2R}$ (1)

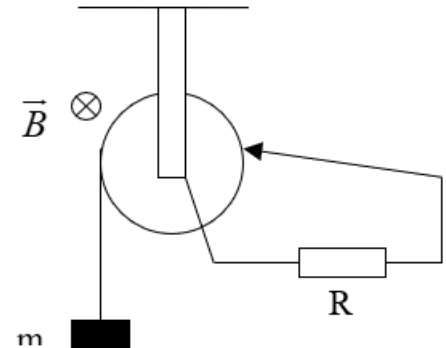
Gọi lực căng dây khi đó là T, gia tốc của m là a. Áp dụng định luật II Niuton cho vật m và cho chuyển động quay của đĩa ta có:

$$Mg - T = ma \quad (2)$$

$$Tr - M(F_t) = I \cdot \frac{a}{r} \Rightarrow Tr - F_t \cdot \frac{r}{2} = I \cdot \frac{a}{r} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra:
$$a = \frac{mgr - \frac{B^2r^4\omega}{4R}}{mr + \frac{I}{r}}$$

Khi đĩa quay ổn định, vận tốc cuối cùng của đĩa ứng với $a=0$: $\omega = \dots$



Giải lại bài toán nếu áp lực của chổi quét vào vành đĩa là F, hệ số ma sát k.

$$Mg - T = ma \quad (2)$$

$$Tr - M(F_t) - kF.r = I \cdot \frac{a}{r} \Rightarrow Tr - F_t \cdot \frac{r}{2} - kF.r = I \cdot \frac{a}{r} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra:
$$a = \frac{mgr - \frac{B^2r^4\omega}{4R} - kF.r}{mr + \frac{I}{r}}$$

Nếu điện trở R gắn vào đĩa thì không xuất hiện dòng điện qua R do đó m rơi xuống nhanh dần đều.

Bài 7. a. Khi đĩa đặt trong từ trường và có dòng điện chạy dọc theo bán kính sẽ chịu tác dụng của lực từ $F = BIr$ làm đĩa quay ngược chiều kim đồng hồ.

Mômen lực từ tác dụng lên đĩa: $M = F \frac{r}{2} = \frac{BIr^2}{2}$.

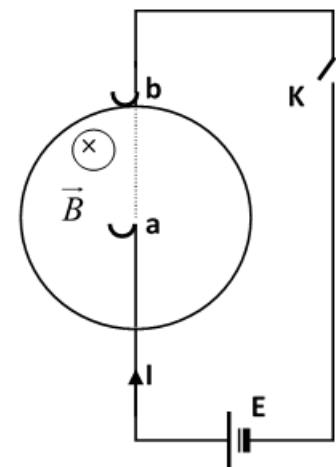
- Phương trình ĐLH viết cho chuyển động quay của đĩa:

$$M = \frac{1}{2}mr^2 \times \frac{d\omega}{dt} = \frac{BIr^2}{2} \Rightarrow \int_0^t dt = \int_0^t \frac{m}{BI} d\omega$$

$$\Rightarrow t = \frac{m\omega}{BI} = 8,4s.$$

b. Khi đĩa quay đều. Công lực từ thực hiện khi đĩa quay góc $d\varphi$:

$$dA = Fds = F \frac{r}{2} d\varphi = \frac{BIr^2}{2} d\varphi = Id\phi.$$



Trong đó $d\phi = \frac{Br^2}{2} d\varphi$ là từ thông mà bán kính ab quét được khi bánh xe quay góc $d\varphi$.

$$\text{- Công suất: } P = \frac{dA}{dt} = \frac{dA}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{dA}{d\varphi} = \frac{BIr^2}{2} \omega = 0,2355W$$

c. Khi bánh xe quay, bán kính cắt các đường cảm ứng từ nên giữa trục và một điểm trên vành sẽ có một hiệu điện thế. Nếu ta nối điện trở với trục và vành bánh xe qua tiếp điểm trượt ta có một mạch điện kín và trong mạch có dòng điện. Dòng điện này chính là dòng các e chuyển động định hướng trong bánh xe dọc theo bán kính dưới tác dụng của lực từ.

$$\text{- Trong thời gian } dt, \text{ bán kính quét diện tích: } ds = \frac{r^2}{2} d\varphi = \frac{r^2}{2} \omega dt.$$

$$\text{Suất điện động cảm ứng: } \varepsilon_c = \frac{d\phi}{dt} = \frac{Br^2}{2} \omega.$$

$$\text{Dòng điện cảm ứng: } I = \frac{\varepsilon_c}{R} = \frac{Br^2}{2R} \omega = 0,04A$$

Khi dòng điện cảm ứng chạy dọc theo bán kính sẽ làm xuất hiện lực từ tác dụng lên đĩa. Theo định luật Lentz, lực từ sẽ cản trở chuyển động quay của bánh xe. Muốn bánh xe quay đều, phải tác dụng lên bánh xe một mômen có độ lớn:

$$M = F \frac{r}{2} = \frac{BIr^2}{2} = 5.10^{-5} (Nm)$$

$$\text{- Công suất tỏa nhiệt trên điện trở } R: P = I^2 R = 1,6.10^{-3} W.$$

Bài 8. Khi ngắt từ trường ngoài, từ trường qua mặt trụ biến thiên gây ra một điện trường xoáy trên mặt trụ, điện trường này làm các điện tích trên mặt trụ chuyển động thành các dòng điện tròn. Mặt khác từ trường tác dụng lực vào các điện tích chuyển động, các lực này tiếp tuyến với mặt trụ gây ra các mô men lực làm trụ quay.

+ Xét tại thời điểm cảm ứng từ có giá trị B_t và khối trụ có vận tốc góc ω_t .

+ Điện tích của tụ là: $q = 2\pi rh \cdot \sigma \rightarrow$ dòng điện do các điện tích chuyển động tạo ra là:

$$I = \frac{q}{T} = \frac{q\omega_t}{2\pi} \Rightarrow I = \sigma \cdot h r \omega_t$$

a. Cảm ứng từ ở tâm trụ do dòng điện coi là tròn (vì $h \ll r$) gây ra là:

$$B_d = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 \sigma \cdot h r \omega_t}{2r} = \frac{\mu_0 \sigma \cdot h \omega_t}{2}$$

+ Vì cảm ứng từ này có chiều chống lại cảm ứng từ ngoài (theo Lenxơ) nên cảm ứng từ tổng hợp là: $B = B_d + B_n$ thay đổi theo thời gian gây ra suất điện động cảm ứng:

$$\xi_c = - \frac{S \cdot dB}{dt}$$

+ Cường độ điện trường tác dụng lên các điện tích là:

$$E = \frac{\xi}{2\pi r} = - \frac{\pi r^2 dB}{2\pi r \cdot dt} = - \frac{r dB}{2dt}$$

+ Mô men lực tác dụng lên trụ là:

$$M = Eqr = \frac{r^2}{2} \cdot \frac{|dB|}{dt} \cdot 2\pi rh\sigma = J \cdot \gamma$$

$$M = \pi r^3 h \sigma \frac{|dB|}{dt} = \frac{1}{2} m r^2 \frac{d\omega_t}{dt} \Rightarrow \pi r^3 h \sigma \left| -dB_n + \frac{\mu_0 \sigma h d\omega_t}{2} \right| = \frac{1}{2} \pi r^2 h \cdot \rho r^2 d\omega_t$$

$$\left| (-2\sigma dB_n + h\mu_0 \sigma^2 d\omega_t) \right| = r \cdot \rho d\omega_t \Rightarrow 2\sigma dB_n = -(r \cdot \rho + h\mu_0 \sigma^2) d\omega_t \rightarrow$$

$$\text{Tích phân 2 vế của phương trình trên ta có } \omega = \frac{2\sigma B}{(h\mu_0 \sigma + r\rho)}$$

b. Nếu $h \gg r$: Coi dòng điện trên mặt trụ như trên một ống dây có dòng điện trên dây là

$$i = \frac{I}{N} = \frac{I}{\frac{l}{h}} \Rightarrow B_d = \mu_0 \sigma r \omega \Rightarrow \omega = \frac{2\sigma B}{(2\mu_0 \sigma^2 r + \rho)}$$

Bài 9. a. Chia khối trụ thành những ống hình trụ cùng trục với khối trụ và có bề dày dr .

Xét một ống trụ có bán kính r , điện trở của ống trụ là:

$$dR = \rho(r) \frac{l}{dS} = \frac{\rho_0 l}{\left(1 - \frac{r^2}{2R^2}\right) \times 2\pi r dr}$$

- Cường độ dòng điện chạy qua mỗi ống:

$$dI = \frac{U}{dR} = \frac{2\pi U}{\rho_0 l} \left(1 - \frac{r^2}{2R^2}\right) r dr$$

- Cường độ dòng điện chạy qua khối trụ có bán kính $r < R$ là:

$$I_r = \frac{2\pi U}{\rho_0 l} \int_0^r \left(1 - \frac{r^2}{2R^2}\right) r dr = \frac{\pi U r^2}{\rho_0 l} \left(1 - \frac{r^2}{4R^2}\right) \quad (1)$$

- Khi $r = R$ ta tìm được dòng điện toàn phần chạy qua khối trụ: $I = \frac{3\pi U R^2}{4\rho_0 l}$

b. Do tính đối xứng trụ nên các đường cảm ứng từ do dòng điện chạy qua khối trụ gây ra sẽ là những đường tròn đồng tâm, tâm của các đường tròn nằm trên trục khối trụ.

- Chọn đường tròn, bán kính r , có tâm trên trục khối trụ. Áp dụng định lý Ampere có:

$$\oint_{(c)} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

- Trường hợp $x < R$: $B \cdot 2\pi x = \mu_0 \sum I_x = \mu_0 \frac{\pi U x^2}{\rho_0 l} \left(1 - \frac{x^2}{4R^2}\right)$

$$\Rightarrow B = \mu_0 \frac{U x}{2\rho_0 l} \left(1 - \frac{x^2}{4R^2}\right)$$

- Trường hợp $x > R$:

$$B.2\pi x = \mu_0 I = \mu_0 \frac{3\pi UR^2}{4\rho_0 l} \Rightarrow B = \frac{3\mu_0 UR^2}{8\rho_0 lx}$$

c. Từ thông gửi qua diện tích mỗi ống trụ: $\phi = kt.\pi r^2$

- Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong mỗi ống có độ lớn: $\varepsilon = |\phi'(t)| = k\pi r^2$

- Cường độ dòng điện cảm ứng xuất hiện trong mỗi ống trụ là:

$$dI = \frac{\varepsilon}{dR} = \frac{2k\pi^2 r^3}{\rho_0 l} \left(1 - \frac{r^2}{2R^2}\right) dr$$

- Cường độ dòng điện cảm ứng toàn phần trong khối trụ là:

$$I = \frac{2k\pi^2}{\rho_0 l} \int_0^R r^3 \left(1 - \frac{r^2}{2R^2}\right) dr$$

Thực hiện phép tính tích phân tìm được: $I = \frac{k\pi^2 R^4}{3\rho_0 l}$

Bài 10. Khi đĩa quay, các điện tích trên bán kính ab chuyển động trong từ trường, do đó nó chịu tác dụng của lực Lorenxơ làm dịch chuyển chúng theo phương bán kính.

Do mạch kín nên qua R có dòng điện $\rightarrow$ đĩa chịu tác dụng của lực điện từ $F = BIr$ gây ra mô men cản sự quay của đĩa. Mô men của lực từ F là:

$$M = F \frac{r}{2} = \frac{IBr^2}{2}$$

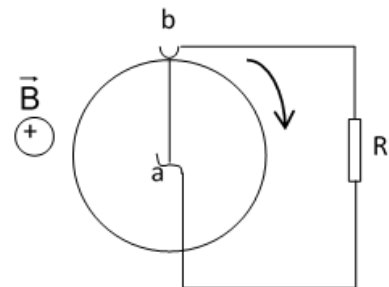
* Do đĩa quay đều nên mô men ngoại lực có độ lớn bằng mô men từ (cản).

- Công suất của mô men ngoại lực là $M\omega$

- Công suất của dòng điện là $E_c I$

Ta có: $M\omega = E_c I$

$$\frac{IBr^2}{2} \omega = E_c I \rightarrow E_c = \frac{Br^2 \omega}{2}$$



Bài 11. a) Khi đĩa quay bán kính của đĩa cắt các đường cảm ứng từ và quét được một từ thông ϕ ; giữa trục và mỗi điểm trên vành đĩa xuất hiện một hiệu điện thế $U = e_c$. (coi mỗi bán kính đóng vai trò như một nguồn điện, và các nguồn này mắc song song với nhau nên $U = e_c$).

- Trong khoảng thời gian ngắn dt , bán kính quét được một diện tích $dS = \frac{r^2}{2} d\alpha = \frac{\omega r^2}{2} dt$

- Suất điện động cảm ứng suất hiện dọc theo bán kính có độ lớn: $e_c = \left| -\frac{BdS}{dt} \right| = \frac{B\omega r^2}{2}$

- Điện tích xuất hiện trên tụ điện: $Q = CU = \frac{CBr^2 \omega}{2} = \frac{CBr^2 2\pi n}{2} = 0,032 \mu C$.

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

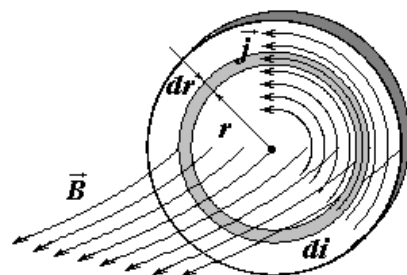
- Áp dụng quy tắc bàn tay phải ta có cực của e_c và do đó dấu điện tích của các tụ như hv.

b) Khi có dòng điện chạy dọc bán kính OA của đĩa, bán kính đĩa chịu tác dụng của lực từ và có độ lớn $F = IBr$.

- Mô men lực từ làm cho đĩa quay: $M = F \frac{r}{2} = \frac{BIr^2}{2} = I\gamma$

Vậy: $\omega = \gamma t = \frac{BI}{m} t = 2\pi n \Rightarrow m = \frac{BIt}{2\pi n} = 0,25kg$.

Bài 12. Khi dòng điện trong dây cáp xuất hiện nó làm xuất hiện trong đồng xu một dòng điện cảm ứng, dòng điện này lại tương tác với từ trường, kết quả là truyền cho đồng xu một gia tốc nào đó. Do dòng điện, và do đó từ trường biến thiên nhanh, nên có thể bỏ qua sự dịch chuyển của đồng xu trong thời gian dòng điện tăng. Nghĩa là xung mà đồng xu nhận được là đủ lớn. Trên cơ sở của định luật Lenxơ có thể khẳng định xung của đồng xu hướng vào dây cáp ra (để giảm sự tăng của từ trường). Do đó trong các tính toán tiếp theo đây, ta chỉ cần quan tâm đến độ lớn mà không đưa ra các tính toán về dấu.



Thật ra từ trường do dòng điện tạo ra tại đồng xu là không đều nhưng do khoảng cách từ đồng xu đến dây cáp lớn hơn nhiều so với kích thước của đồng xu nên có thể coi là đều. Nếu chú ý đến tính đối xứng trục của đồng xu thì có thể coi sự phân bố dòng điện trong đồng xu là những vòng tròn có mật độ dòng phụ thuộc vào khoảng cách đến tâm đồng xu. Chia đồng xu thành các vành nhỏ bán kính r , bề dày dr và tìm cường độ dòng điện trong các vành đó.

Từ thông qua vành: $\Phi = \pi r^2 B_0 = \pi r^2 \frac{\mu_0 I}{2\pi l} = \frac{\mu_0 I}{2l} r^2$ (1)

Trong đó $B_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi l}$ là cảm ứng từ tại tâm của vành được tính theo công thức cảm ứng từ của dòng điện thẳng.

Khi dòng điện trong dây cáp biến thiên thì vành dây được khảo sát có suất điện động cảm ứng:

$$E_{ind} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I'}{2l} r^2 \quad (2)$$

Trong đó $I' = \frac{dI}{dt}$ là tốc độ biến thiên dòng điện trong dây cáp (không tính đến dấu).

Điện trở của vành khảo sát: $R = \rho \frac{l}{S} = \frac{\rho \cdot 2\pi}{h dr}$ (3)

Dòng điện chạy trong vành:

$$di = \frac{E_{ind}}{R} = \frac{h dr}{\rho 2\pi} \cdot \frac{\mu_0 I'}{2l} r^2 = \frac{\mu_0 I' h}{4\pi \rho l} r dr \quad (4)$$

Nếu trong từ trường đều thì hợp lực tác dụng lên vành bằng không. Nhưng trong từ trường không đều hợp lực đó có dạng:

$$F = IS \frac{dB}{dx} \quad (5)$$

Trong đó $\frac{dB}{dx}$ là đạo hàm độ lán cảm ứng từ theo tọa độ tính từ tâm vành.

$$\text{Trong trường hợp của ta: } \frac{dB}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi x} \right) = -\frac{\mu_0 I}{2\pi x^2} \quad (6)$$

Như vậy lực tác dụng lên vành đang khảo sát bằng:

$$dF = di \cdot (\pi r^2) \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi x^2} = \frac{\mu_0 I^2 h}{4\pi \rho l} r dr \cdot \pi r^2 \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi x^2} = \frac{\mu_0^2 I^2 h}{8\pi \rho l^3} r^3 dr \quad (7)$$

Lấy tích phân cho toàn đồng xu, ta nhận được:

$$F = \frac{\mu_0^2 I^2 h}{8\pi \rho l^3} \int_0^R r^3 dr = \frac{\mu_0^2 I^2 h}{8\pi \rho l^3} \cdot \frac{R^4}{4} = \frac{\mu_0^2 I^2 h R^4}{32\pi \rho l^3} \quad (8)$$

Độ biến thiên động lượng bằng xung của lực:

$$mV = \int F dt = \frac{\mu_0^2 h R^4}{32\pi \rho l^3} \int I' dt = \frac{\mu_0^2 h R^4}{32\pi \rho l^3} \int I \frac{dI}{dt} dt = \frac{\mu_0^2 h R^4}{32\pi \rho l^3} \int I dI = \frac{\mu_0^2 h R^4}{32\pi \rho l^3} \cdot \frac{I_0^2}{2} = \frac{\mu_0^2 h R^4 I_0^2}{64\pi \rho l^3} \quad (9)$$

Thay biểu thức của khối lượng đồng xu vào, ta nhận được:

$$V_0 = \frac{\mu_0^2 h R^4 I_0^2}{64\pi \rho l^3} \cdot \frac{1}{\pi R^2 h \gamma} = \frac{\mu_0^2 R^2 I_0^2}{64\pi^2 \rho l^3 \gamma} \quad (10)$$

Bài 13. a. Điện trở của 1 dầm nối:

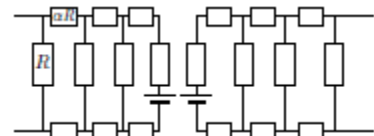
$$R = \frac{\delta h}{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2 \pi} \approx 5,59 \text{ m}\Omega$$

b. Chiều dài của mỗi đoạn đường dày là αh , nên có điện trở $R_2 = \alpha R$. Ta có thể coi phần đầu đường ray dài vô hạn, tiếp đó phần thứ hai- điện trở (R_R) của phần dài vô hạn sẽ không đổi khi ta mắc thêm một đoạn mạch (lặp lại)

$$\text{Do đó: } R_R = \frac{R(2R_2 + R_R)}{2R_2 + R_R + R} \Rightarrow R_R = R_2 + \sqrt{R_2^2 + 2R_2 R} \Rightarrow R_R = R \cdot (\sqrt{\alpha(\alpha+2)} - \alpha)$$

c. Khi đó, xuất hiện suất điện động trên các dầm nối CD trong từ trường. Luôn có 2 dầm nối CD trong từ trường. Mỗi dầm nối có tác dụng như một nguồn điện cảm ứng và có điện trở trong R.

Chú ý đến tính đối xứng, các điểm nối có cùng điện thế, cả đường ray vẫn có thể coi rất dài. Ta nhận xét thấy không có dao động qua p. từ đường ray nối 2 nguồn điện (do $U = 0$). Nên ta có thể ngắt chúng ra. Do đó ta có 2 đường ray dài vô hạn, không phụ thuộc nhau và mỗi cái có 1 nguồn điện cảm ứng.



d. Suất điện động của 1 dầm nối. $\varepsilon = B v h$. Năng lượng tỏa nhiệt

$$P = \frac{\tau^2}{R_c}$$

$$\text{với } R_c = \frac{1}{2} (R_R + 2\alpha R + R) = \frac{1}{2} R (\sqrt{\alpha(\alpha + \alpha)} + \alpha + 1)$$

$$\text{Do đó: } P = \frac{2B^2\omega^2 r^2 h^2}{R (\sqrt{\alpha(\alpha + 2)} + \alpha + 1)}$$

$$\Rightarrow k = \frac{2r^2 h^2}{\sqrt{\alpha(\alpha + 2)} + \alpha + 1} \approx 2,12 \cdot 10^{-6}$$

$$\text{e. Ta có: } P = M\omega \Rightarrow M = \frac{R}{\omega} = 0,39 \text{ nNm}$$

$$\text{f. Momen quán tính: } I = \frac{1}{2} mr^2$$

$$\text{Góc: } \varepsilon = \frac{M}{I} = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \frac{kB^2\omega}{I \cdot R} = -\frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \omega = \omega_0 = \exp\left(-\frac{kB^2}{IR} \cdot t\right) \Rightarrow \tau = \frac{IR}{kB^2}$$

$\approx 2,9$

Bài 14. Lực lorenxơ tác dụng lên các điện tích tự do chuyển động cùng với sợi dây trong

từ trường là:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \Rightarrow F = qvB \text{ với } q \text{ là điện tích của hạt.}$$

+ Lực này hướng vuông góc với vận tốc của hạt và vuông góc với từ trường.

Dưới tác dụng của lực này sẽ xảy ra sự phân bố lại các điện tích, kết quả sẽ sinh ra điện trường chống lại tác dụng của lực lorenxơ. Cường độ điện trường được sinh ra là:

$$E = \frac{F}{q} = vB \text{ và có hướng chống lại lực lorenxơ.}$$

(ở đây bỏ qua lực quán tính li tâm tác dụng lên các hạt điện tích vì nó rất nhỏ so với F)

+ Do đó các điểm nằm trong mặt cắt ngang của sợi dây sẽ không cùng điện thế, song khi dây đủ mảnh hiệu điện thế giữa các điểm của một mặt cắt ngang có thể bỏ qua. Nhưng trên đoạn dây dẫn nằm giữa khối trụ bán kính R và r (đoạn MN) sẽ tồn tại một điện trường riêng hướng theo bán kính hình trụ và bằng: $E(x) = v(x) \cdot B = \frac{v \cdot x}{R} \cdot B$ trong đó x là khoảng cách từ một điểm trên dây dẫn đến trục quay.

$$+ \text{ Mặt khác: } dU = -E(x) \cdot dx \Rightarrow U_{NM} = \int_r^R dU = \int_r^R -E(x) \cdot dx = \int_r^R \frac{-v \cdot x \cdot B \cdot dx}{R} = \frac{vB}{2R} (r^2 - R^2)$$

Vậy hiệu điện thế giữa hai đầu dây cũng là hiệu điện thế giữa hai điểm M, N và bằng:

$$U_{MN} = \frac{vB}{2R}(R^2 - r^2)$$

Bài 15. Giả sử tại thời điểm nào đó thanh chuyển động ngược chiều kim đồng hồ. Vận tốc góc của thanh bằng:

$$\varphi'(t) = \varphi_0 \omega \cos \omega t.$$

Vận tốc dài của điện tích tự do ở cách trục quay một khoảng x (H.5) tại thời điểm đó bằng:

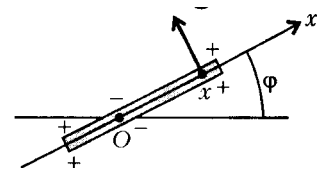
$$v(x, t) = \varphi'(t) \cdot x = \varphi_0 \omega x \cos \omega t$$

Lực Lorentz tác dụng lên điện tích đó bằng:

$$F_L = ev(x, t)B = e\varphi_0 \omega x B \cos \omega t$$

Dưới tác dụng của lực Lorentz sẽ xảy ra sự phân bố lại các điện tích tự do: tại các đầu của thanh sẽ có dư các điện tích dương, còn tại vùng gần tâm O sẽ xuất hiện các điện tích âm. Sự phân bố lại các điện tích tự do sẽ dẫn tới xuất hiện trong thanh một điện trường. Cường độ $E(x, t)$ của điện trường đó tại một điểm bất kỳ có thể tìm được từ điều kiện cân bằng điện tích (không có dòng điện trong thanh), khi lực Lorentz bằng lực tĩnh điện do điện trường nói trên tác dụng. Cụ thể là:

$$e\varphi_0 \omega x B \cos \omega t + eE(x, t) = 0$$



Từ đó suy ra:

$$E(x, t) = -\varphi_0 \omega x B \cos \omega t.$$

Đây chính là phân bố cường độ điện trường trong thanh tại thời điểm bất kỳ. Khi đó, h.đ.t giữa hai đầu A và C của thanh bằng:

$$U(t) = - \int_{-a}^a E(x, t) dx = \int_{-a}^a \varphi_0 \omega B \cos \omega t \cdot x dx = \frac{\varphi_0 \omega B}{2} (b^2 - a^2) \cos \omega t.$$

Dễ dàng thấy rằng h.đ.t. cực đại bằng:

$$U_{\max} = \frac{\varphi_0 \omega B}{2} (b^2 - a^2) = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ V}.$$

VII.5. DÒNG ĐIỆN THẲNG VÀ CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ

Bài 1. Thời điểm thanh dẫn cách dây dẫn thẳng dài một đoạn x thì cảm ứng từ trên thanh dẫn là:

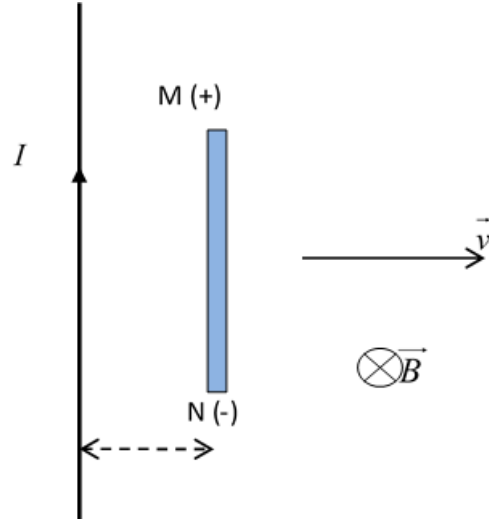
$$B = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{x}$$

Trong khoảng thời gian Δt thanh MN quét được diện tích $\Delta S = \ell \cdot (v \cdot \Delta t)$

Biểu thức độ lớn suất điện động cảm ứng trên thanh MN:

$$e = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \frac{B \cdot \Delta S}{\Delta t} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{x} \cdot \frac{(\ell \cdot v \cdot \Delta t)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow e = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I \ell v}{x}$$



Bài 2. Xét một phần tử trên thanh MN có khoảng cách đến dây dẫn thẳng dài là x và có chiều dài dx .

Cảm ứng từ trên đoạn dây này là: $B = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{x}$

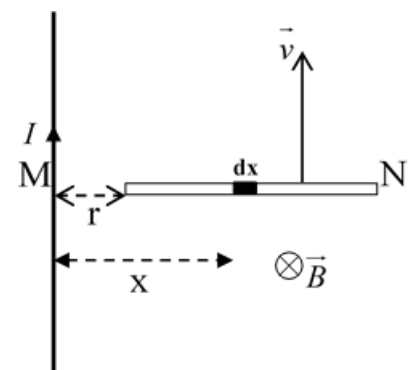
Suất điện động trên đoạn dây này là:

$$de = B \cdot v \cdot dx = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{x} v \cdot dx$$

Suất điện động trên cả thanh MN là:

$$e = \int de = 2 \cdot 10^{-7} I v \int_r^{r+\ell} \frac{dx}{x}$$

$$e = 2 \cdot 10^{-7} I v \cdot \ln \frac{r+\ell}{r}$$



Bài 3.

Vì đoạn dây AB chuyển động trong từ trường của dòng điện I nên trên đoạn dây AB sẽ xuất hiện suất điện động cảm ứng. Vì mạch điện hở nên suất điện động cảm ứng e_c bằng hiệu điện thế U giữa hai đầu dây.

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Sau thời gian t kể từ lúc bắt đầu chuyển động, từ thông quét bởi đoạn dài dx của dây (đoạn này cách dây dẫn mang dòng điện một đoạn x) bằng:

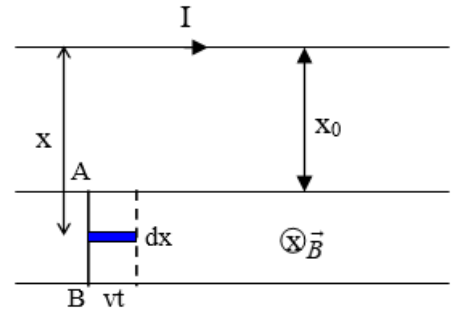
$$d\Phi = B \cdot dS = 2.10^{-7} \frac{I}{x} v t dx$$

và từ thông quét bởi cả đoạn dây AB bằng:

$$\Phi = \int B \cdot dS = \int_{x_0}^{x_0+l} 2.10^{-7} \frac{I}{x} v t dx = 2.10^{-7} I v t \ln \frac{x_0+l}{x_0}$$

$$\Rightarrow U = e_c = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right| = 2.10^{-7} I v \ln \frac{x_0+l}{x_0} = 4,87.10^{-6} V$$

Vậy hiệu điện thế xuất hiện trên hai đầu đoạn AB bằng $4,87.10^{-6}(V)$



Bài 4. Xét cạnh AB có suất điện động: $\varepsilon_1 = Bvl \cdot \tan \theta = \frac{\mu_0 I v \ell}{2\pi d} \cdot \tan \theta$

Xét cạnh AC, chia cạnh thành các phần tử dài dx dọc theo phương dây dẫn, khi đó $dx = da \cdot \tan \theta$

Ta có độ lớn suất điện động lên mỗi phần tử trên là:

$$d\varepsilon = Bv \cdot dx = \frac{\mu_0 I v \cdot \tan \theta}{2\pi} \cdot \frac{da}{a}$$

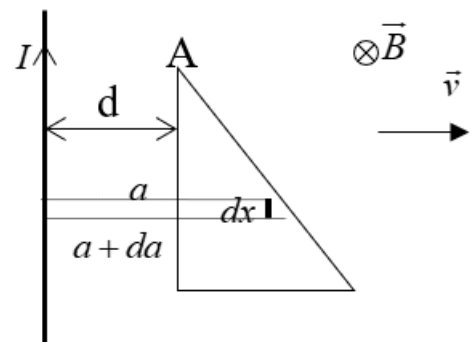
$$\rightarrow \varepsilon_2 = \frac{\mu_0 I v \cdot \tan \theta}{2\pi} \cdot \int_d^{d+\ell} \frac{da}{a} = \frac{\mu_0 I v \cdot \tan \theta}{2\pi} \cdot \ln \frac{d+\ell}{d}$$

Do $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ mắc xung đối nên độ lớn suất điện động cảm ứng xuất hiện trong khung là

$$\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{\mu_0 I v \cdot \tan \theta}{2\pi} \left(\frac{\ell}{d} - \ln \frac{d+\ell}{d} \right)$$

Bài 6. Từ trường do một dây dẫn thẳng, dài vô hạn mang dòng điện I sinh ra tại một điểm cách dây dẫn một khoảng cách r là:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Từ trường này có hướng vuông góc với sợi dây. Như vậy từ thông do dây dẫn 1 gửi qua vòng dây là:

$$\phi_1 = \int_{2d}^{3d} \frac{\mu_0 Id}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 Id}{2\pi} \ln \frac{3}{2}$$

Hướng của nó đi vào phía trong mặt phẳng vẽ.

Ngược lại, dây dẫn 2 ở gần vòng dây hơn, cho từ thông

$$\phi_2 = \int_d^{2d} \frac{\mu_0 Id}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 Id}{2\pi} \ln 2$$

Hướng của nó đi ra ngoài mặt phẳng vẽ.

Do đó, từ thông toàn phần gửi qua vòng dây là:

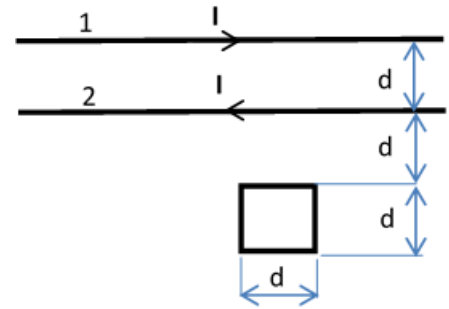
$$\phi = \phi_2 - \phi_1 = \frac{\mu_0 Id}{2\pi} \ln \frac{4}{3}$$

Hướng đi ra ngoài mặt phẳng vẽ.

Do đó, suất điện động cảm ứng trong vòng dây hình vuông là:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\mu_0 d}{2\pi} \ln \left(\frac{4}{3} \right) \frac{dI}{dt}$$

Từ biểu thức từ thông toàn phần gửi qua vòng dây, ta thấy khi dòng điện I tăng thì từ thông ϕ cũng tăng. Theo định luật Len-xơ thì dòng điện cảm ứng lúc này sẽ sinh ra từ trường $\vec{B}_c$ chống lại sự tăng của từ thông ϕ , tức là $\vec{B}_c$ phải có chiều hướng vào trong mặt phẳng vẽ. Từ đó, theo qui tắc nắm tay phải, ta suy ra dòng điện cảm ứng phải có chiều theo chiều kim đồng hồ.



Hình 16

Bài 7. 1. K đóng

Đoạn dây PQ chuyển động cắt các đường sức của từ trường do dòng điện I chạy trên thanh AB gây ra cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng từ sau ra trước mặt phẳng hình vẽ.

Sau thời gian t thanh PQ chuyển động được quãng đường $v.t$, từ thông do phần tử dx trên thanh quét được:

$$d\phi = BdS = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \cdot v.t \cdot dx$$

Từ thông tạo ra do thanh PQ quét được

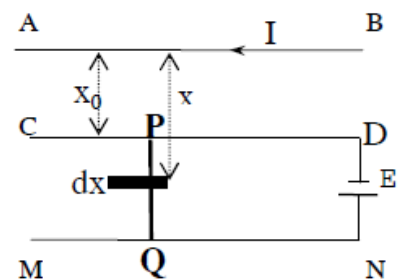
$$\phi = \int_{x_0}^{x_0+l} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} v.t \cdot dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} v.t \ln \frac{x_0 + l}{x_0}$$

Suất điện động cảm ứng trên thanh PQ có độ lớn

$$E_c = \left| \frac{d\phi}{dt} \right| = \frac{\mu_0 I}{2\pi} v \ln \frac{x_0 + l}{x_0}$$

Áp dụng quy tắc bàn tay phải ta thấy dòng điện I_c cùng chiều dòng điện I_n do E gây nên

$$I = \frac{E + E_c}{R} = \frac{E + \frac{\mu_0 I}{2\pi} v \ln \frac{x_0 + l}{x_0}}{R}$$



2. K mở

Ở thời điểm buông tay thì $i_0 = \frac{E}{R}$, có chiều từ Q đến P. Sau thời điểm

$t = 0$, dòng điện trong mạch là i vẫn có chiều từ Q đến P. Lúc buông tay, lực từ $F = Bil$ vuông góc với thanh PQ kéo PQ sang trái. Khi thanh chuyển động với vận tốc v trong từ trường, xuất hiện suất điện động cảm ứng trong thanh $E_c = Blv$. Suất điện động cảm ứng gây ra dòng điện cảm ứng trong thanh, chiều từ P đến Q. Dòng này làm giảm dòng i_0 trong mạch, gây ra hiện tượng tự cảm trong cuộn dây

Theo định luật Ôm

$$i = \frac{E + E_c + E_{tc}}{R}$$

Từ đó

$$v = \frac{-E}{Bl} + \frac{iR}{Bl} - \frac{Ldi}{Bl dt}$$

Bài 8. a. Từ trường $\vec{B}$ của dòng điện i gây ra có phương vuông góc với mặt phẳng chứa khung dây ABCD, có chiều đi từ sau ra trước với vùng ở phía trên dòng điện và có chiều từ trước ra sau đối với vùng ở phía dưới dòng điện.

Xét hình chữ nhật A'B'NM đối xứng với hình chữ nhật ABNM qua MN. Vì lý do đối xứng nên từ thông gửi qua A'B'NM bằng nhưng trái dấu với từ thông gửi qua ABNM, nên từ thông gửi qua hình chữ nhật ABCD chỉ còn bằng từ thông gửi qua hình chữ nhật A'B'CD và bằng:

$$\Phi = \int B dS = \int b B dr = \int_{b-a}^a b \frac{\mu_0 i}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 i b}{2\pi} \ln r \Big|_{b-a}^a = \frac{\mu_0 b i}{2\pi} \ln \frac{a}{b-a}$$

Thay $i = 4,5.t^2 - 10.t$ vào biểu thức của từ thông ta được

$$\Phi = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \left(\ln \frac{a}{b-a} \right) (4,5.t^2 - 10.t)$$

Suất điện động cảm ứng trên khung tại thời điểm t là

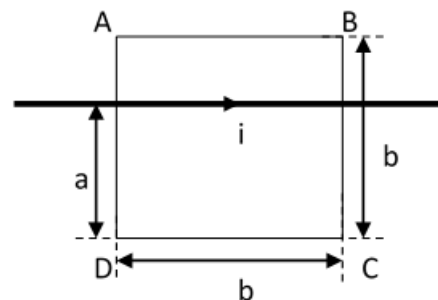
$$\xi = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 b}{2\pi} \left(\ln \frac{a}{b-a} \right) (9t - 10)$$

Tại thời điểm $t = 3$ s thì suất điện động có độ lớn $|\xi| = 0,598.10^{-6} V$

b. Tại thời điểm $t = 3$ s thì dòng điện i đi qua dây dẫn MN đang tăng theo thời gian t tức B đang tăng. Theo định luật Len-xơ thì dòng điện cảm ứng i_c đi trong khung dây ABCD phải có chiều sao cho chống lại sự tăng của B trong khung A'B'CD, nghĩa là nó phải sinh ra từ trường cảm ứng $\vec{B}_c$ có chiều ngược với $\vec{B}$. Vậy i_c phải có chiều ngược chiều quay của kim đồng hồ tại thời điểm đó.

Bài 9. a. Từ trường B gây ra bởi dòng điện thẳng i ở khoảng cách r là: $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

Từ thông Φ gửi qua khung dây là:



$$\Phi = \int B dS = \iint \frac{\mu_0 i}{2\pi r} dr dx = \int_0^a dx \int_{r-\frac{b}{a}}^{r+\frac{b}{a}} \frac{\mu_0 i}{2\pi r} dr = a \frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln r \Big|_{r-\frac{b}{a}}^{r+\frac{b}{a}} = \frac{\mu_0 i a}{2\pi} \ln \left(\frac{2r+b}{2r-b} \right).$$

b. Suất điện động cảm ứng trong khung dây khi nó chuyển động ra xa so với dây với tốc độ v

$$\xi = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dr} \frac{dr}{dt} = -v \frac{d\Phi}{dr} = -\frac{\mu_0 i a v}{2\pi} \left(\frac{2}{2r+b} - \frac{2}{2r-b} \right) = \frac{2\mu_0 a b v i}{\pi(4r^2 - b^2)}$$

Cường độ dòng điện cảm ứng i_c đi qua khung dây là:

$$i_c = \frac{\xi}{R} = \frac{2\mu_0 a b v i}{\pi R(4r^2 - b^2)}$$

Bài 10. Dòng I sinh ra từ trường có cảm ứng từ $\vec{B}$ như hình vẽ

Vì đoạn dây MN chuyển động trong từ trường nên trên nó xuất hiện suất điện động cảm ứng. Sau thời gian t kể từ lúc bắt đầu chuyển động, từ thông quét bởi đoạn dài dx của dây (cách dòng I khoảng x) bằng:

$$d\Phi = B ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} v dx$$

Từ thông quét bởi cả đoạn dây MN bằng:

$$\Phi = \int_{x_0}^{x_0+l} d\phi = \frac{\mu_0 I v t}{2\pi} \ln \left(\frac{x_0 + l}{x_0} \right)$$

Suất điện động cảm ứng có độ lớn:

$$\varepsilon_c = |\Phi'| = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \left(\frac{x_0 + l}{x_0} \right)$$

Và cực của nguồn có dấu: N âm, M dương.

Mạch hở

$$U_{MN} = \varepsilon_c = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \left(\frac{x_0 + l}{x_0} \right) = 2 \cdot 10^{-7} I v \ln \left(\frac{x_0 + l}{x_0} \right)$$

Thay số được $U_{MN} = 1,32 \cdot 10^{-5}$ (V)

Mạch kín.

Dòng điện qua đoạn dây MN có cường độ : $I_c = \varepsilon_c / R = 6,6 \cdot 10^{-5}$ (A)

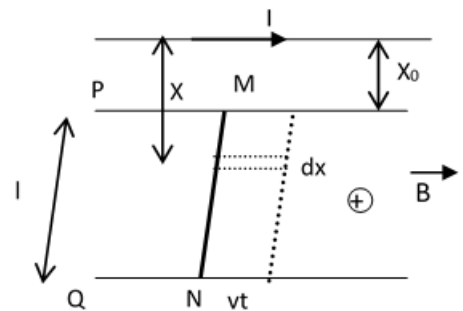
* Lực từ tác dụng lên đoạn dài dx của dây dẫn MN :

$$dF = B I_c dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} I_c dx$$

$$\text{Các } dF \text{ cùng hướng} \Rightarrow F = \int_{x_0}^{x_0+l} dF = \frac{\mu_0 I}{2\pi} I_c \ln \frac{x_0 + l}{x_0}$$

$$\text{Hay } F = 2 \cdot 10^{-7} I \cdot I_c \ln \left(\frac{x_0 + l}{x_0} \right) = 2,9 \cdot 10^{-10} \text{ (N)}$$

Xác định điểm đặt của $\vec{F}$. Giả sử G là điểm đặt của $\vec{F}$. $GM = X_G$



$$X_{GF} = \int_{X_0}^{X_0+l} X dF = \frac{\mu_0 I}{2\pi} I_c l \Rightarrow X_G = \frac{l}{\ln \frac{X_0+l}{X_0}} = 1,82 \text{ (cm)}$$

Suy ra G cách đầu M khoảng 0,82 cm.

Vậy lực kéo $\vec{F}'$ cân bằng với lực từ $\vec{F}$ $F' = 2,9.10^{-10} \text{N}$ và đặt tại G

Bài 11.

1. Tại điểm cách dây dẫn r : $B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$

$$\phi = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I_0 b}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I_0 b}{2\pi} \ln(1 + \frac{a}{d}) = \phi_0$$

2. Trong thời gian nhỏ dt có s.đ.đ :

$$E = - \frac{d\phi}{dt}, \text{ trong mạch có dòng } i = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R} = - \frac{d\phi}{Rdt};$$

$$dq = - \frac{d\phi}{R} \Rightarrow q = - \frac{\phi - \phi_0}{R} = - \frac{0 - \phi_0}{R} = \frac{\phi_0}{R} = \frac{\mu_0 I_0 b}{2\pi R} \ln(1 + \frac{a}{d})$$

3. Gọi Δt là thời gian dòng giảm đến 0: $I = I_0 - kt$, sau Δt thì $I = 0 = I_0 - kt$

$$\rightarrow k = - I_0 / \Delta t$$

thì $I = I_0(1 - t/\Delta t)$; $E = - \phi'$;

trong khung có $i = E/R = - \phi'/R = \frac{\mu_0 b}{2\pi R} \ln(1 + \frac{a}{d}) \frac{I_0}{\Delta t} = \text{hằng số.}$

Lực tác dụng lên khung là tổng hợp hai lực tác dụng lên các cạnh AD và BC:

$$F = B_1 bi - B_2 bi = \frac{\mu_0 b}{2\pi d} Ii - \frac{\mu_0 b}{2\pi(d+a)} Ii = \frac{\mu_0 ab}{2\pi d(d+a)} Ii$$

Xung của lực là:

$$X = \int_0^{\Delta t} F dt = \frac{\mu_0 I_0 ab i}{2\pi d(d+a)} \int_0^{\Delta t} I_0(1 - \frac{t}{\Delta t}) dt = \frac{\mu_0^2 ab^2}{4\pi^2 d(d+a)} \frac{I_0^2}{2R} \ln(1 + \frac{a}{d})$$

Cách khác

1. Ta có : $d\phi = B \cdot dS \Rightarrow d\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot x} \cdot b \cdot dx$

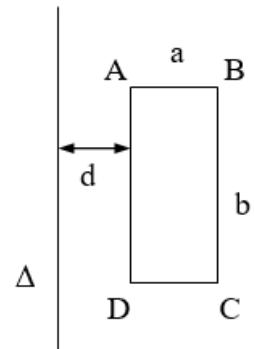
$$\Rightarrow \phi = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I \cdot b}{2\pi \cdot x} \cdot dx \Leftrightarrow \phi = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot b}{2\pi} \cdot \ln \frac{d+a}{d} \quad (1)$$

2. Ta có : Vì phân hai vế (1) : $\frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 \cdot b \cdot dI}{2\pi \cdot dt} \cdot \ln \frac{d+a}{d}$

$$\Leftrightarrow |e_C| = \left| - \frac{d\phi}{dt} \right| = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \cdot \ln \frac{d+a}{d} \cdot \frac{dI}{dt} \Rightarrow i = \frac{|e_C|}{R} = \frac{\mu_0 b}{2\pi \cdot R} \cdot \ln \frac{d+a}{d} \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow dq = i \cdot dt = \frac{\mu_0 b}{2\pi \cdot R} \cdot \ln \frac{d+a}{d} \cdot dI \Rightarrow Q = \frac{\mu_0 b}{2\pi \cdot R} \cdot \ln \frac{d+a}{d}$$

3. Ta có :



Giả sử : $I = I_0 - kt$

$$e_C = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \cdot \ln \frac{d+a}{d} + k \Rightarrow i = \frac{k \cdot \mu_0 b}{2\pi \cdot R} \cdot \ln \frac{d+a}{d}$$

$$\Rightarrow F = F_1 - F_2 = \frac{k \cdot \mu_0 b}{2\pi \cdot R} \cdot \ln \frac{d+a}{d} \cdot \left(\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d} - \frac{\mu_0 I}{2\pi(a+d)} \right)$$

$$\Rightarrow F = \frac{k \cdot \mu_0 \cdot b^2}{2\pi \cdot R} \cdot \ln \frac{a+d}{d} \cdot \frac{\mu_0 a}{2\pi \cdot d(a+d)} \cdot (I_0 - kt)$$

$$\Rightarrow P = \int_0^t F \cdot dt = \frac{k \cdot \mu_0^2 \cdot ab^2}{4\pi^2 \cdot d(a+d)R} \cdot \ln \frac{a+d}{a} \cdot \int_0^t I_0 - kt$$

$$\text{Với } t = \frac{I_0}{k} \Rightarrow \text{Kết quả : } P = \frac{\mu_0^2 \cdot ab^2}{4\pi^2 d(a+d)} \cdot \frac{I_0^2}{2R} \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right)$$

Bài 12.

a. Suất điện động cảm ứng $\xi = -\frac{d\Phi}{dt}$

Ta đi tính $d\Phi = BdS = Bdrdx$ với r là khoảng cách từ phần tử dS tới dòng điện i và x là khoảng cách từ dS đến cách nối hai đầu thanh ray, còn $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

$$\text{Vậy } d\Phi = dx \int_a^{a+L} Bdr = dx \int_a^{a+L} \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{dr}{r} = dx \frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln(r) \Big|_a^{a+L} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln \frac{a+L}{a} dx$$

Do thanh L chuyển động với tốc độ không đổi v , nên:

$$dx = vdt \Rightarrow d\Phi = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln \frac{a+L}{a} vdt$$

$$\text{Vậy } \xi = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 i v}{2\pi} \ln \frac{a+L}{a} \text{ Thay số vào ta được độ lớn của } \xi = 0,24 \text{ mV.}$$

b. Dòng điện cảm ứng trong mạch có cường độ $i_c = \frac{\xi}{R} = 0,6 \text{ mA.}$

c. Tốc độ sinh nhiệt trên thanh là: $\frac{dQ}{dt} = Ri_c^2 = 0,1437 \cdot 10^{-6} \text{ W.}$

d. Lực từ tác dụng lên dòng điện cảm ứng i_c trên thanh là $\vec{F} = i_c d\vec{r} \wedge \vec{B}$

Vì $d\vec{r}$ vuông góc với $\vec{B}$ nên suy ra

$$dF = i_c drB = i_c \frac{\mu_0 i_c}{2\pi r} \Rightarrow F = \int dF = \int_a^{a+L} \frac{\mu_0 i_c^2}{2\pi} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i_c^2}{2\pi} \ln \frac{a+L}{a}$$

Thay số vào ta được $F = 28,75 \cdot 10^{-9} \text{ N.}$

Vậy để duy trì chuyển động cho thanh ta phải tác dụng lên thanh một ngoại lực bằng lực từ tác dụng lên thanh $F' = 28,75 \cdot 10^{-9} \text{ N.}$

e. Tốc độ cung cấp công từ bên ngoài chính là công suất của ngoại lực F'

$$\frac{dW}{dt} = \frac{Fdx}{dt} = F \cdot v = 0,1437 \cdot 10^{-6} \text{ W.}$$

VII.6. CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ TRONG VẬT LIỆU SIÊU DẪN

Bài 1. Vì điện trở của vòng dây ở trạng thái siêu dẫn bằng 0, theo định luật ôm TQ: tổng đại số các suất điện động do từ trường ngoài đang tăng gây nên và suất điện động tự cảm do dòng cảm ứng trong vòng đang tăng gây nên phải bằng 0. $e_c + e_{t/c} = IR = 0$

Mặt khác: $e_c + e_{t/c} = -\frac{d\phi}{dt} = 0$.

Nghĩa là biến thiên từ thông do từ trường ngoài đang tăng gây ra phải bằng và ngược chiều với biến thiên từ thông do dòng điện cảm ứng gây ra.

$$\frac{SdB}{dt} = L \frac{di}{dt} \Rightarrow \int_0^{B_0} SdB = \int_0^I Ldi \Rightarrow I = \frac{\pi r^2 B_0}{L}$$

Bài 2. a. Trong trường hợp vòng dây nằm hoàn toàn trong từ trường $\vec{B}$ và vòng dây có dòng điện $I \neq 0$ (với $0 \leq \alpha \leq \pi/2$) thì VTCB bền duy nhất là vị trí ứng với $\alpha = \pi/2$, khi mà vectơ cảm ứng từ của từ trường do dòng điện của vòng dây gây ra tại tâm của nó hướng dọc theo $\vec{B}$.

Ở VTCB bền ứng với $\alpha = \pi/2$, trong vòng dây còn có dòng điện I chạy qua. Do từ thông xuyên qua vòng dây siêu dẫn được bảo toàn: $LI_0 = LI + B \cdot \pi R^2 \Rightarrow$

$$I = I_0 - \frac{\pi R^2 B}{L}$$

Do $I > 0$ vì dòng điện sinh ra từ trường cùng chiều với $\vec{B}$

$$\Rightarrow I_0 > \frac{\pi R^2 B}{L} \Rightarrow B < \frac{LI_0}{\pi R^2}$$

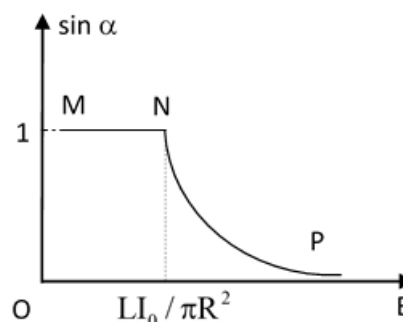
Như vậy, khi $I_0 > \frac{\pi R^2 B}{L}$ thì $\alpha = \pi/2$ và $\sin \alpha = 1$ ứng với đoạn đồ thị MN. Khi

$I_0 < \frac{\pi R^2 B}{L}$, không có VTCB bền với $I \neq 0 \Rightarrow$ VTCB bền sẽ ứng với $I = 0$.

Theo điều kiện bảo toàn từ thông đối với vòng dây siêu dẫn, ta có: $LI_0 = \pi R^2 B \sin \alpha$, hay

$\sin \alpha = \left(\frac{LI_0}{\pi R^2 B} \right)$ có đoạn đồ thị NP trên hình vẽ.

Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của $\sin \alpha$ vào B như trên hình vẽ.



b. Theo đề bài $\frac{\pi R^2 B}{L} = \frac{3,14 \cdot (0,08)^2 \cdot 0,5}{10^{-2}} = 1,00A$ như vậy, $I_0 > \frac{\pi R^2 B}{L}$ nên VTCB bền ứng với $\alpha = \pi/2$

Cường độ dòng điện trong vòng dây khi ở VTCB bền là:

$$I = I_0 - \frac{\pi R^2 B}{L}.$$

Xét một vị trí bất kì của vòng dây khi kéo vòng một đoạn x theo hướng ra khỏi vùng từ trường (xem hình vẽ). Vòng chịu tác dụng của lực từ:

$$F_x = I_x B l_x \quad (1)$$

với I_x là cường độ dòng điện trong vòng ở vị trí này.

Từ điều kiện bảo toàn từ thông, ta có:

$LI_0 = LI_x + B(\pi R^2 - S_x)$ với S_x là diện tích của phần gạch chéo trên hình.

$$\text{Do đó: } I_x = I_0 - \frac{(\pi R^2 - S_x)B}{L} \quad (2) \quad \text{nên } F_x = \left[I_0 - \frac{(\pi R^2 - S_x)B}{L} \right] B l_x$$

Công nguyên tố của lực từ cần thiết để kéo vòng dịch chuyển đoạn dx là

$$dA_{\text{tu}} = F_x dx = \left[I_0 - \frac{(\pi R^2 - S_x)B}{L} \right] B l_x dx$$

$$\text{Vì } l_x dx = dS_x \text{ nên } dA_{\text{tu}} = \left[I_0 - \frac{(\pi R^2 - S_x)B}{L} \right] B dS_x$$

Công của lực từ cần phải thực hiện để kéo một phần $1/3$ vòng dây ra khỏi vùng có từ trường

$$A_{\text{tu}} = \int_0^{\frac{\pi R^2}{3}} \left[I_0 - \frac{(\pi R^2 - S_x)B}{L} \right] B dS_x = BS \left(I_0 + \frac{BS - 2\pi R^2 B}{2L} \right) \Big|_0^{\frac{\pi R^2}{3}} = \frac{\pi R^2 B}{3} \left(I_0 - \frac{5\pi R^2 B}{6L} \right)$$

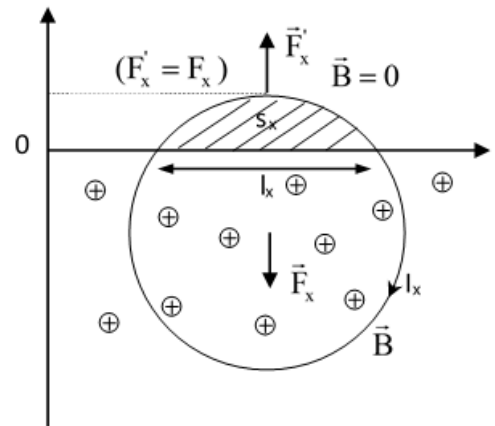
Thay số có $A_{\text{tu}} = 38,94.10^{-4} \text{ (J)}$

Bài 3. a) Giải thích sự tạo thành suất điện động giữa hai chổi quét.

Trong đĩa có sẵn nhiều electron khi đĩa quay với tốc độ góc ω thì các electron cũng bị kéo theo với tốc độ $v = \omega r$ (r là khoảng cách từ electron đến trục quay), vì vậy electron sẽ chịu tác dụng của lực Lo-ren-xơ. Áp dụng quy tắc bàn tay trái ta thấy các electron sẽ chuyển động về phía tâm đĩa, và kết quả là tâm đĩa nhiễm điện tích âm, mép đĩa nhiễm điện tích dương, làm xuất hiện một suất điện động ở tâm đĩa và mép đĩa.

Lực Lo-ren-xơ tác dụng lên một electron là: $F = |e|Bv = |e|B\omega r$

→ Ta có thể coi có một điện trường tương đương tác dụng lực điện trường lên electron bằng độ lớn của lực Lo-ren-xơ. Cường độ điện trường đó có độ lớn là



$$E_{(r)} = B\omega r$$

Vậy suất điện động tạo thành giữa hai điểm C_1 và C_2 có độ lớn là:

$$E = \int_0^{r_0} B\omega r dr = \frac{B\omega r_0^2}{2}$$

Dòng điện chạy trong mạch có biểu thức: $i = \frac{E}{R} = \frac{B\omega r_0^2}{2R}$

b) Tìm tốc độ góc và dòng điện khi chuyển động của hệ ổn định

Xét trong thời gian dt , theo ĐL bảo toàn năng lượng thì độ giảm thế năng của trọng vật M sẽ bằng độ tăng động năng quay của đĩa và nhiệt lượng Jun – Len-xơ tỏa ra trên điện trở R

$$Mgr_0\omega dt = d\left(\frac{1}{2}I\omega\right) + i^2 R dt$$

(I là mô-men quán tính của đĩa với trục quay đi qua tâm đĩa)

Chia hai vế cho dt ta có: $Mgr_0\omega = \frac{1}{2}I \frac{d\omega}{dt} + i^2 R$

$$Mgr_0\omega = \frac{1}{2}I \frac{d\omega}{dt} + \frac{B^2\omega^2 r_0^4}{4R}$$

Khi đã đạt đến tốc độ góc ổn định thì $\frac{d\omega}{dt} = 0$ vậy ta có:

$$Mgr_0\omega_f = \frac{B^2\omega_f^2 r_0^4}{4R}$$

$$\omega_f = \frac{4RMg}{B^2 r_0^3}$$

Và dòng điện chạy trong mạch là $i_f = \frac{2Mg}{Br_0}$

Bài 4. Xét ở thời điểm cạnh trên của khung có tọa độ $x \Rightarrow$ cạnh dưới có tọa độ là $x-a$
Xét phần tử diện tích dS của khung song song với trục Oy rộng db , dài a , cách gốc O là b .

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Ta có thành phần nguyên tố của từ thông qua diện tích dS do B gây ra là:

$$d\Phi_B = B_0(1+\alpha b)a.db$$

Từ thông qua cả khung dây do B gây ra là:

$$\Phi_B = \int d\Phi_B = B_0 a \int_{x-a}^x (1+\alpha b)db = B_0 a^2 \left[1 + \frac{\alpha}{2}(2x-a) \right]$$

Do khung siêu dẫn nên từ thông bảo toàn: $LI_0 = LI_x + \Phi_B$

Ta có: $I_x = I_0 - \frac{\Phi_B}{L} = I_0 - \frac{B_0 a^2}{L} \left[1 + \frac{\alpha}{2}(2x-a) \right]$ (1)

Hợp lực tác dụng lên khung theo phương Ox là:

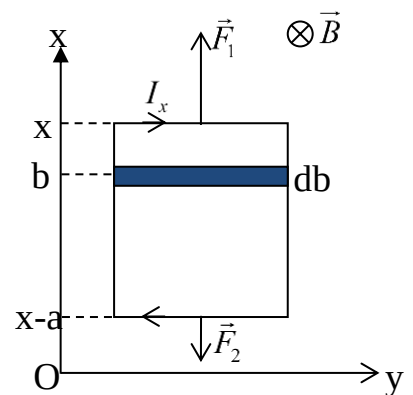
$$F_x = F_1 - F_2 = B_0(1+\alpha x)I_x \cdot a - B_0 \left[1 + \alpha(x-a) \right] I_x \cdot a$$

$$F = B_0 \alpha I_x a^2 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được:

$$F_x = B_0 \alpha a^2 I_0 - \frac{\alpha B_0^2 a^4}{L} - \frac{\alpha^2 B_0^2 a^4}{2L} (2x-a)$$

$$F_x = F_0 - \frac{\alpha^2 B_0^2 a^4}{L} x$$



Vậy tần số góc dao động của khung là $\omega = \frac{B_0 a^2 \alpha}{\sqrt{mL}}$

Bài 5. Sử dụng tính chất bảo toàn từ thông đối với mạch điện siêu dẫn

* Ta đi chứng minh rằng đối với mạch điện siêu dẫn thì từ thông tổng cộng đi qua diện tích của mạch được bảo toàn:

Xét một vòng dây siêu dẫn đặt trong từ trường ngoài biến thiên $\rightarrow$ trong vòng dây có một dòng điện cảm ứng, dòng điện này lại sinh ra một từ trường riêng. Vậy từ thông qua diện tích vòng dây là do hai từ trường tạo ra: từ trường ngoài và từ trường của dòng điện cảm ứng.

Suất điện động cảm ứng trong vòng dây là: $e_c = -\frac{d\Phi}{dt}$ (1)

Mặt khác áp dụng ĐL Ôm cho toàn mạch ta có: $e_c = i \cdot R = 0$ (2) (Vì vòng dây siêu dẫn nên $R = 0$).

$$\text{Từ (1) và (2)} \rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = 0 \Leftrightarrow \Phi = \text{const}$$

Kết luận: Từ thông qua diện tích vòng dây siêu dẫn được bảo toàn

* Xét trường hợp của bài toán: Tại một thời điểm t , từ thông qua diện tích khung dây được cho bởi từ thông của từ trường ngoài và từ thông do chính dòng điện cảm ứng sinh ra:

$\Phi = a^2 B_z + Li = \text{const}$ (Các thành phần B_x và B_y luôn song song với mặt phẳng của khung dây nên từ thông ứng với các thành phần này bằng không). Xét tại thời điểm ban đầu $z = 0$ và $i = 0$. Do vậy ta có $\Phi(t = 0) = B_0 a^2$

Vậy theo tính chất bảo toàn từ thông ta có: $a^2 B_0 + a^2 \alpha \cdot z + Li = a^2 B_0$ hay:

$$a^2 \alpha \cdot z + Li = 0 \Leftrightarrow i = \frac{-a^2 \alpha \cdot z}{L} \quad (3)$$

* Sau khi thiết lập được biểu thức của i , ta đi khảo sát chuyển động của khung dây theo phương pháp động lực học, hoặc theo phương pháp năng lượng:

a) CÁCH 1. Xét theo phương pháp động lực học

* Các lực tác dụng lên các cạnh của khung: Hãy chú ý đến các thành phần của từ

$$\text{trường} \begin{cases} B_x = -\alpha \cdot x \\ B_y = 0 \\ B_z = \alpha \cdot z + B_0 \end{cases}$$

Dễ thấy rằng thành phần B_z gây ra lực từ tác dụng lên các cạnh của khung dây sẽ cân bằng nhau. Chỉ có thành phần B_x gây ra các lực từ tác dụng lên các cạnh song song với trục Oy và lực từ này có phương thẳng đứng, lực tác dụng lên hai cạnh này luôn cùng chiều.

Lực từ tổng hợp tác dụng lên khung dây có độ lớn $F = 2a \cdot |\alpha x| \cdot i = a^2 \alpha \cdot i$ (Vì $2|x| = a$ và $i > 0$)

PT chuyển động của vòng là: $mz'' = -mg + a^2 \alpha i \quad (4)$

Thế (3) vào (4) ta được: $z'' + \frac{a^4 \alpha^2}{mL} \left(z + \frac{mgL}{a^4 \alpha^2} \right) = 0$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Phương trình này chứng tỏ chuyển động của khung là một dao động điều hòa với

$$\text{tần số góc } \omega = \frac{a^2 \alpha}{\sqrt{mL}}$$

Nghiệm của pt này có dạng:

$$z + \frac{mgL}{a^4 \alpha^2} = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Tại $t = 0$ thì $z = 0$ và $\dot{z} = 0$ từ đó ta thu được: $\varphi = 0$ và $A = \frac{mgL}{a^4 \alpha^2}$

Vậy pt dao động của khung là: $z = \frac{mgL}{a^4 \alpha^2} [\cos(\omega t) - 1]$ với $\omega = \frac{a^2 \alpha}{\sqrt{mL}}$

b) CÁCH 2. Xét theo phương pháp năng lượng

Xét thanh dịch chuyển xuống dưới một đoạn dz ($dz < 0$). Chú ý rằng lực từ tác

dụng lên khung là $F = 2a \cdot |\alpha x| \cdot i = a^2 \alpha \cdot i = -\frac{a^4 \alpha^2 z}{L} > 0$ hướng lên trên. Ta có độ biến thiên

cơ năng của khung bằng công của lực từ tác dụng

$\rightarrow F \cdot dz = mgdz + mvdv$, chia hai vế của phương trình trên cho dt ta được:

$$F = mg + mz''$$

$\Leftrightarrow -\frac{a^4 \alpha^2 z}{L} = mg + mz''$ từ đó ta cũng đi tới phương trình vi phân:

$$z'' + \frac{a^4 \alpha^2}{mL} \left(z + \frac{mgL}{a^4 \alpha^2} \right) = 0$$

Bài 6. Gọi S_x là diện tích của phần gạch sọc

Từ thông qua phần gạch sọc:

$$\Phi_B = BS_x$$

Từ điều kiện bảo toàn từ thông của vòng dây siêu dẫn :

$$LI_0 = LI_x + B \cdot S_x$$

$$\Rightarrow I_x = I_0 - \frac{BS_x}{L}$$

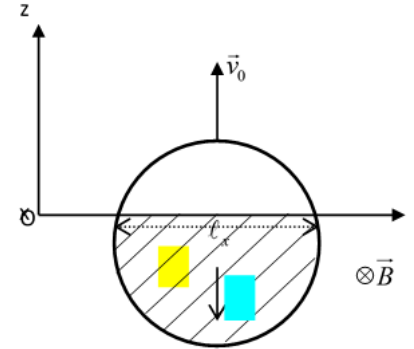
BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Lực tác dụng lên khung là: $F_x = I_x B \ell_x = \left(I_0 B - \frac{B^2 S_x}{L} \right) \ell_x$

Công lực từ tác dụng lên khung khi một nửa diện tích khung ra khỏi vùng có từ trường là:

$$A = \int dA = \int F_x dx = \int \left(I_0 B - \frac{B^2 S_x}{L} \right) \ell_x dx = \int_{\pi R^2}^{\frac{\pi R^2}{2}} \left(I_0 B - \frac{B^2 S_x}{L} \right) dS_x$$

$$A = \left(-I_0 B \cdot \frac{\pi R^2}{2} + \frac{3B^2}{8L} \cdot \pi^2 R^4 \right)$$



Theo định lí động năng thì: $0 - \frac{mv_0^2}{2} = A$

Vận tốc tối thiểu cần cung cấp cho khung để một nửa khung khỏi vùng có từ trường là :

$$v_0 = \sqrt{-\frac{2A}{m}} = \sqrt{\frac{B\pi R^2 \left(I_0 - \frac{3B\pi R^2}{4L} \right)}{m}}$$

Bài 7. 1. Ở độ cao z , bảo toàn từ thông cho vòng dây siêu dẫn ta được

$$B_0 \pi r^2 = Li + B_0 (1 - \alpha z) \pi r^2$$

$$\rightarrow i = \frac{B_0 \alpha z \pi r^2}{L}$$

Ta có thành phần từ trường B_z kéo dẫn vòng, thành phần B_x gây lực tác dụng theo phương z

$$F_t = B_0 \beta r \cdot \frac{B_0 \alpha z \pi r^2}{L} \cdot 2\pi r = \frac{2\pi^2 r^4 B_0^2 \alpha \beta}{L} z$$

Theo định luật II Niuton: $F_t + mg = -m\ddot{z}$

$$\rightarrow \frac{2\pi^2 r^4 B_0^2 \alpha \beta}{L} z + mg + m\ddot{z} = 0$$

$$\rightarrow \frac{2\pi^2 r^4 B_0^2 \alpha \beta}{mL} z + g + \ddot{z} = 0$$

Đặt $Z = z + \frac{mgL}{2\pi^2 r^4 B_0^2 \alpha \beta}$, ta có phương trình

$$Z'' + \frac{2\pi^2 r^4 B_0^2 \alpha \beta}{mL} Z = 0$$

Suy ra vòng dây dao động điều hòa với tần số góc: $\omega = \pi r^2 B_0 \sqrt{\frac{2\beta\alpha}{mL}}$

$$Z = A \cos(\omega t + \varphi) \rightarrow z = A \cos(\omega t + \varphi) - \frac{mgL}{2\pi^2 r^4 B_0^2 \alpha \beta}$$

Tại $t = 0$ thì $\begin{cases} z = 0 \\ \dot{z} = 0 \end{cases}$. Từ đó suy ra $z = \frac{mgL}{2\pi^2 r^4 B_0^2 \alpha \beta} [\cos(\omega t) - 1]$

$$2. i = \frac{mgL}{2\pi^2 r^4 B_0^2 \alpha \beta} [\cos(\omega t) - 1] \cdot \frac{B_0 \alpha z \pi r^2}{L} = \frac{mg}{2\pi r^2 B_0 \beta} [\cos(\omega t) - 1]$$

$$\Rightarrow i_{\max} = \frac{mg}{\pi r^2 B_0 \beta} \approx 19,9A$$

Bài 8. Từ thông tổng cộng qua vòng nhẫn được gây bởi từ trường ngoài và từ trường của dòng điện cảm ứng

$$\Phi = B_z \pi r_0^2 + LI = B_0 (1 - \alpha z) \pi r_0^2 + LI$$

Theo tính chất bảo toàn từ thông đối với vòng dây siêu dẫn ta có: $\Phi = \text{const}$

Tại thời điểm ban đầu: $z = 0$ và $I = 0 \rightarrow \Phi = B_0 \pi r_0^2$

Từ đó ta rút ra biểu thức của dòng điện:

$$I = \frac{B_0 \pi r_0^2 \alpha}{L} z$$

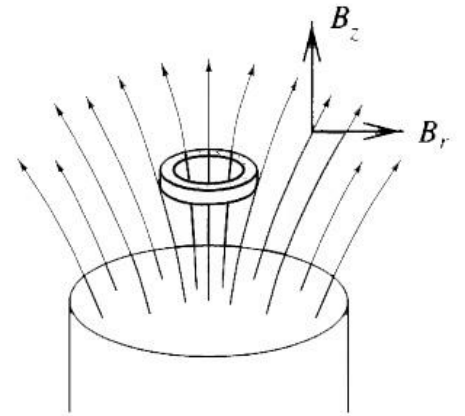
Ta đi phân tích lực tác dụng và viết phương trình động lực học cho chuyển động của vòng nhẫn:

Lực tác dụng lên vòng nhẫn bao gồm lực từ và trọng lực, thành phần B_z gây ra lực từ theo phương nằm ngang nhưng tổng lực từ do thành phần này gây ra luôn bằng không ở mọi vị trí của vòng, thành phần B_r gây ra lực từ tác dụng theo phương thẳng đứng.

Nếu chọn trục Oz hướng lên thì biểu thức đại số của lực từ là

$F = -B_r I (2\pi r_0)$ (Chú ý rằng $I < 0$ theo cách ta chọn trục Oz 0. Thay các biểu thức của I và B_r vào ta nhận được:

$$F = \frac{-2B_0^2 r_0^4 \pi^2 \alpha \beta}{L} z = -kz$$



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Phương trình động lực học cho chuyển động của vòng:

$$-mg - kz = mz''$$

Biến đổi pt này về dạng: $z'' + \frac{k}{m} \left(z + \frac{mg}{k} \right) = 0$

Thực hiện phép đổi biến số: $\left(z + \frac{mg}{k} \right)'' + \frac{k}{m} \left(z + \frac{mg}{k} \right) = 0$

Phương trình vi phân này chứng tỏ chuyển động của vòng là một dao động điều

hòa với tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Phương trình dao động có dạng: $z = A \cos(\omega t + \varphi) - \frac{mg}{k}$

Từ các điều kiện ban đầu ta xác định được: $\varphi = 0$ và $A = \frac{mg}{k}$

Vậy phương trình dao động của vòng là: $z = \frac{mg}{k} [\cos \omega t - 1]$

Nhận xét: Tọa độ z luôn không dương, và lực từ luôn hướng lên, tại điểm cao nhất của quỹ đạo $z = 0$ thì lực từ bằng không, và dòng điện I chỉ chạy theo một chiều trong vòng nhẫn

Từ những dữ kiện đề cho ta xác định được: $\omega = 31,2 \text{ rad/s}$ và $A = 1 \text{ cm}$

Dòng điện trong mạch có biểu thức

$$I = \frac{B_0 \pi r_0^2 \alpha}{L} \frac{mg}{k} (\cos \omega t - 1)$$

Dòng điện cực đại khi vòng ở vị trí thấp nhất và $I_{\max} = 39 \text{ A}$

Bài 9. Khi chúng ở xa nhau, từ thông qua mỗi vòng dây là từ thông tự cảm $\Phi_1 = \Phi_2 = Li_1$.

■ Khi chúng ở sát nhau, ngoài từ thông tự cảm còn có từ thông hổ cảm $\Phi'_1 = \Phi'_2 = Li_2 + Li_1 = 2Li_2$.

■ Vì các vòng dây siêu dẫn nên suất điện động trên các vòng dây bằng 0 (vì nếu suất điện động khác 0 thì dòng điện chạy trên các vòng dây bằng vô cùng, năng lượng của chúng bằng vô cùng $\rightarrow$ vô lý). Do vậy:

$$\Phi'_1 = \Phi_1 \rightarrow 2Li_2 = Li_1 \rightarrow i_2 = i_1/2.$$

b. Khi ở xa nhau, năng lượng của hệ: $W = \frac{1}{2} Li_1^2 + \frac{1}{2} Li_1^2 = Li_1^2$

▪ Khi chúng nằm sát nhau: $W' = \frac{1}{2} Li_2^2 + \frac{1}{2} Li_2^2 + M i_2 i_2$

Với $M = \frac{\Phi_{12}}{i_1} = \frac{Li_1}{i_1} = L$

Vậy $W' = \frac{1}{2} Li_1^2$

Do đó thời gian để vận tốc góc giảm e lần so với giá trị ban đầu là: $t = \frac{mR}{(B\pi r)^2}$

.Trường hợp đầu : $U_0 \sim d_1 \{ \ln(1,4D/d_1) \}^{1/2}$

.Trường hợp sau : $U'_0 \sim d_2 \{ \ln(1,4D/d_2) \}^{1/2}$

.Vòng sẽ nảy lên khi hiệu điện thế của nguồn thỏa mãn:

$$U'_0 \geq U_0 d_2 \{ \ln(1,4D/d_2) \}^{1/2} / d_1 \{ \ln(1,4D/d_1) \}^{1/2}$$

VII.7. HIỆN TƯỢNG TỰ CẢM.

Bài 1. a. Đối với dòng điện không đổi, cuộn cảm không có tác dụng cản trở

Dòng điện qua nguồn và mạch chính: $I = \frac{E}{r + \frac{R_0 R}{R_0 + R}} = 3A$

Dòng điện qua R: $I_R = \frac{R_0}{R_0 + R} \cdot 3 = \frac{1}{4} \cdot 3 = 0,75A$

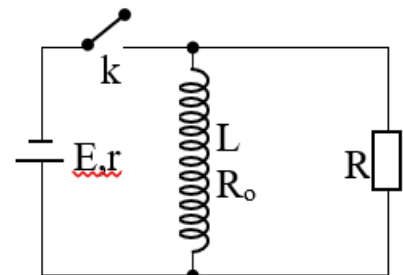
Dòng điện qua cuộn dây: $I_{R_0} = \frac{R}{R_0 + R} \cdot 3 = \frac{3}{4} \cdot 3 = 2,25A$

Công suất của nguồn: $P = E \cdot I = 3 \cdot 3 = 9W$

b. Năng lượng ống dây: $W = \frac{L \cdot I_{R_0}^2}{2} = 5,0625 \mu J$

Dòng điện qua R và R_0 luôn như nhau nên nhiệt lượng toả ra trên các điện trở tỷ lệ với giá trị các điện trở

Nhiệt toả ra trên R: $Q = \frac{3}{4} W = 3,8 \mu J$



Bài 2. Điện tích của tụ điện $q = CU$. Vì mạch hở nên $U = \xi_c$; $|\xi_c| = N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = N \frac{S \cdot \Delta B}{\Delta t}$

với $S = \frac{\pi D^2}{4}$ kết quả là:

$$q = C \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \frac{\pi D^2}{4} N = 10^{-5} \cdot 10^{-2} 3,14 \cdot \frac{(5 \cdot 10^{-2})^2}{4} \cdot 1000 = 1,96 \cdot 10^{-7} C$$

b) Công suất nhiệt của cuộn dây:

$$P = RI_c^2 = \frac{\xi_c^2}{R} \text{ trong đó}$$

$$|\xi_c| = \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot N \nu \mu R = \rho \frac{l}{S} \text{ với } l = N \cdot \pi D \Rightarrow P = \left(\frac{\Delta B}{\Delta t} \right)^2 \times \frac{\pi D^3 NS}{16\rho}$$

thay số có $P \approx 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ W}$

Bài 3. Khi ngắt điện, trong ống dây xuất hiện sức điện động tự cảm ξ do đó có dòng điện trong ống dây $I = \frac{\xi}{R}$

Điện lượng chạy trong ống dây trong thời gian dt là $dq = I dt = \frac{\xi}{R} dt$

$$\xi = -\frac{d\phi}{dt} \Rightarrow dq = -\frac{d\phi}{R} \text{ do đó } q = -\frac{\phi_2 - \phi_1}{R}$$

ϕ_2 là từ thông qua ống dây khi $I = 0$ nên $\phi_2 = 0$

ϕ_1 là từ thông qua ống dây ở thời điểm đầu; $\phi_1 = LI_0$

$$\text{suy ra: } q = \frac{L}{R} I_0 \quad (1)$$

Đối với một ống dây ta có:

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S = \mu_0 \frac{N^2 \pi D^2}{4\ell} \quad (2) \quad (\text{theo kết quả bài 29})$$

$$\text{Mặt khác } R = \rho \frac{\ell'}{S} = \rho \frac{4\ell'}{\pi d^2} \quad (3)$$

$$\text{Thay (2), (3) vào (1) ta được } q = \mu_0 \frac{N^2 \pi^2 d^2 D^2}{16\rho \ell \ell'} I_0 \quad (4)$$

Chú ý rằng chiều dài dây $\ell' = N\pi D$ (5)

Chiều dài ống dây $\ell = Nd$ (6)

$$\text{Từ (4), (5), (6) suy ra } q = \mu_0 \frac{\pi D d}{16\rho} I_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{16 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8}} \cdot 1 = 1,45 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

Bài 4. Từ thông qua vòng

$$\phi = \pi r^2 \cos \alpha \cdot B_0 \cdot \cos \omega t$$

Từ thông tổng cộng qua vòng $\phi_t = \phi + LI$

Sức điện động cảm ứng:

$$\xi = -\frac{d\phi_t}{dt} = -\frac{d\phi}{dt} - L \frac{dI}{dt} = \xi_0 \sin \omega t - L \frac{dI}{dt} \quad (\text{Voi } \xi_0 = \pi r^2 \cos \alpha \cdot B_0 \cdot \omega)$$

$$\xi = RI \Rightarrow \xi_0 \sin \omega t = RI + L \frac{dI}{dt}$$

nghiệm của phương trình có dạng: $I(t) = A \sin(\omega t - \delta)$; thay vào ta có :

$$\xi_0 \sin \omega t = AR \sin(\omega t - \delta) + AL\omega \cos(\omega t - \delta)$$

$$\text{áp dụng điều kiện ban đầu có } \begin{cases} \xi_0 = AR \cos \delta + LA\omega \sin \delta \\ 0 = -AR \sin \delta + LA\omega \cos \delta \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\xi_0}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}; \quad \text{tg} \delta = \frac{L\omega}{R} \quad \text{vậy } I = \frac{\xi_0}{\sqrt{L^2 \omega^2 + R^2}} \sin(\omega t - \delta)$$

(Chú ý: có thể coi dòng trong vòng là dòng xoay chiều $i = \frac{\xi_c}{Z} = \frac{\xi_0 \sin(\omega t - \delta)}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}$)

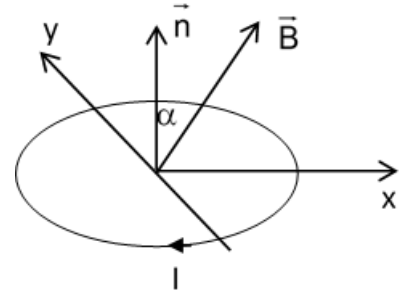
Mô men $M = ISB \sin \alpha$

$\vec{M} = \vec{M}_y$ thay c, c gi, trỏ vào cã:

$$M = M_0 \sin(\omega t - \delta) \cos \omega t \quad \text{trong đó } M_0 = \frac{B_0^2 \pi^2 r^4 \omega \sin \alpha \cos \alpha}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}$$

Theo công thức: $M_{tb} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} M(y) dt$; $(T = \frac{2\pi}{\omega})$

$$M_{tb} = \frac{1}{2} M_0 \sin \delta \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos^2 \omega t dt \rightarrow M_{tb} = \frac{B_0^2 \pi^2 r^4 \omega^3 L \cos \alpha}{2(\omega^2 L^2 + R^2)} \sin \alpha$$



• Từ (1) và (2) $\rightarrow L_1 i_1' + \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_3}{C_3} \rightarrow L_1 i_1'' + \frac{i_1}{C} = \frac{i_3}{C} \rightarrow i_1 = i_3 - C L_1 i_1''$ (5)

Bài 5. Khi thanh MN chuyển động trong từ trường thì trong thanh xuất hiện suất điện động cảm ứng. Khi vận tốc của thanh là v thì: $e = Bvl$

Suất điện động cảm ứng này làm phát sinh trong mạch chứa cuộn dây một dòng điện cảm ứng i_c . Đây là một dòng điện biến thiên, do đó trong cuộn cảm lại xuất hiện một suất điện động tự cảm e' . Ta có:

$$e' = -L \frac{di}{dt} = -Li'$$

Theo định luật Ohm ta có: $u_{CD} = e = -e'$

$$\rightarrow Bvl = Li' \quad (1)$$

Tại một thời điểm bất kỳ năng lượng của hệ bao gồm:

- Động năng của thanh MN: $K = \frac{1}{2} mv^2$

- Năng lượng từ trường trong cuộn cảm: $W = \frac{1}{2} Li^2$

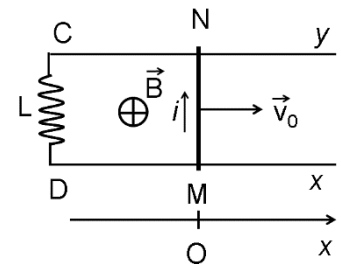
Vì bỏ qua mọi ma sát và điện trở của mạch bằng 0 nên tổng năng lượng của hệ được bảo toàn:

$$E = K + W = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} Li^2 = \text{const} \quad (2)$$

Lấy đạo hàm hai vế của (2) theo thời gian ta được:

$$E' = \frac{dE}{dt} = mv.v' + Li.i' = 0 \quad (3)$$

Từ (1) $\rightarrow \frac{dv}{dt} = v' = \frac{L}{Bl} i'' \quad (4)$



Thay (4) vào (3) ta được:

$$m \cdot \frac{L}{Bl} i' \cdot \frac{L}{Bl} i'' + Li \cdot i' = 0$$

Vì $i' \neq 0$ nên ta được:

$$i'' + \frac{B^2 l^2}{mL} i = 0$$

$$\text{Đặt } \omega = \frac{Bl}{\sqrt{mL}} \quad (5)$$

$$\rightarrow i'' + \omega^2 i = 0 \quad (6)$$

Phương trình này có nghiệm là một hàm điều hoà:

$$i = I_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (7)$$

$$\text{Từ (1) rút ra: } v = \frac{L}{Bl} i' = \frac{L}{Bl} \frac{Bl}{\sqrt{mL}} I_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Hay } v = \sqrt{\frac{L}{m}} I_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (8)$$

Chọn trục Ox như hình vẽ, gốc thời gian lúc truyền vận tốc cho vật.

Tại thời điểm $t = 0$: $v = v_0$ và $i = 0$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{L}{m}} I_0 \cos \varphi = v_0 \text{ và } I_0 \sin \varphi = 0$$

$$\rightarrow \varphi = 0 \text{ và } I_0 = v_0 \sqrt{\frac{m}{L}} \quad (9)$$

$$\rightarrow v = v_0 \cos \omega t$$

Lấy tích phân của v ta được:

$$x = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t = A \sin \omega t \quad (10)$$

$$\text{Với } A = \frac{v_0}{\omega} = \frac{v_0 \sqrt{mL}}{Bl} \quad (11)$$

Phương trình (10) chứng tỏ thanh MN dao động điều hoà xung quanh O với tần số góc

$$\omega = \frac{Bl}{\sqrt{mL}}, \text{ biên độ dao động } A = \frac{v_0 \sqrt{mL}}{Bl}$$

$$x = \frac{v_0 \sqrt{mL}}{Bl} \sin \frac{Bl}{\sqrt{mL}} t$$

Bài 6. Chọn gốc tọa độ O tại vị trí ban đầu của thanh AB.

Cách 1: Xét tại thời điểm t , thanh có li độ x và vận tốc thanh $v = \frac{dx}{dt}$ đang tăng.

Khi thanh chuyển động cắt các đường cảm ứng từ, trong thanh sinh ra suất điện động cảm ứng và trong cuộn dây xuất hiện suất điện động tự cảm.

- Áp dụng định luật Kiéc xốp:

$$e_c + e_{L/c} = \sum I_i R_i = 0 \Rightarrow Blv - L \frac{di}{dt} = 0 \Leftrightarrow Bl \frac{dx}{dt} - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{d(Blx - Li)}{dt} = 0 \Rightarrow Blx - Li = c \text{ với } c \text{ là hằng số được xác định từ điều}$$

kiện ban đầu.

- Tại $t=0$, $x=0$ và $i=0$ suy ra $c=0$.

- Tại thời điểm t khi thanh đang có li độ x và chuyển động với gia

tốc a : $mg - Bil = m \frac{d^2x}{dt^2}$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{B^2 l^2}{mL} x - g = 0 \quad (1) \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{B^2 l^2}{mL} \left(x - \frac{mgL}{B^2 l^2}\right) = 0$$

Đặt $X = x - \frac{mgL}{B^2 l^2} \Rightarrow \frac{d^2X}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}$

Vậy (1) trên trở thành: $\Rightarrow \frac{d^2X}{dt^2} + \frac{B^2 l^2}{mL} X = 0$

Phương trình vi phân bậc hai này có nghiệm: $X = A \cos(\omega t + \varphi)$ trong

đó $\omega = \frac{Bl}{\sqrt{mL}}$.

Tại $t=0$ thì $\begin{cases} X = -\frac{mgL}{B^2 l^2} = A \cos \varphi \\ v = -A\omega \sin \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \pi \\ A = \frac{mgL}{B^2 l^2} \end{cases}$

Vậy, thanh AB dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng, cách vị trí ban đầu của thanh một đoạn $A = \frac{mgL}{B^2 l^2}$, đó cũng là độ lệch cực đại của thanh khỏi vị trí cân bằng.

Vậy, độ dịch chuyển cực đại của thanh sau khi buông sẽ là: $\Delta s = 2A = \frac{2mgL}{B^2 l^2}$

(ứng với thanh chuyển động từ biên trên xuống biên dưới hết nửa chu kỳ).

Cách 2: Từ (1) ta có thể viết $v = \frac{Li'}{Bl} \Rightarrow v' = \frac{Li''}{Bl} \quad (2)$

- Chọn gốc thế năng tại vị trí ban đầu. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có độ giảm thế năng của vật bằng độ tăng động năng của vật và năng lượng từ trường tích lũy

trong cuộn cảm: $\frac{mv^2}{2} + \frac{Li^2}{2} = mgx$

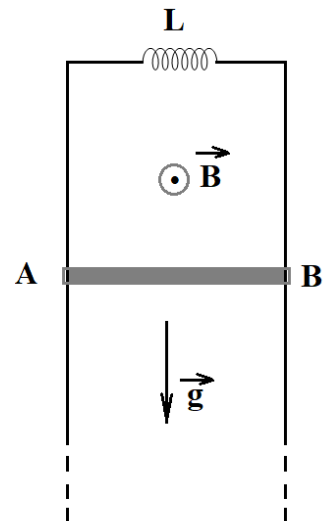
- Đạo hàm hai vế: $mvv' + Li i' - mgv = 0 \quad (3)$

Thay (2) vào (3) ta được: $i'' + \frac{B^2 l^2}{mL} \left(i - \frac{mg}{Bl}\right) = 0$

Phương trình trên có nghiệm $i = I_o \cos\left(\frac{Bl}{\sqrt{mL}} t + \varphi\right) + \frac{mg}{Bl}$

Chúng ta cường độ dòng điện trong thanh biến thiên điều hòa theo thời gian.

Thay vào (1) xác định được v , và x .



Bài 7. :

Áp dụng định luật ôm đối với mạch kín ABCDA ta có:

$$Ri = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

trong đó: $R = 0$ nên $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2$

ε_1 là suất điện động cảm ứng trên thanh AB do thanh chuyển động

$$\varepsilon_1 = \frac{d\Phi}{dt} \text{ mà } d\Phi = BdS$$

$$\text{suy ra: } \varepsilon_1 = \frac{B \cdot v \cdot d \cdot dt}{dt} = B \cdot v \cdot d$$

ε_2 là suất điện động tự cảm tại cuộn dây L: $\varepsilon_2 = -Li'$

$$\text{vì: } \varepsilon_1 = -\varepsilon_2 \rightarrow Li' = B \cdot v \cdot d \rightarrow i' = \frac{B \cdot v \cdot d}{L}$$

phương trình động lực học của chuyển động của thanh là:

$$\vec{F}_L = m \vec{a}$$

chiều lên phương chuyển động của thanh ta có:

$$-F_L = ma = mv' \Rightarrow -B \cdot i \cdot d = mv'$$

$$\Rightarrow -B \cdot d \cdot i' = mv''$$

$$\rightarrow mv'' + \frac{B \cdot d^2}{mL} v = 0(*)$$

Nghiệm của phương trình (*) có dạng: $v = v_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Tại $t = 0$, $v = 0$ suy ra: $\varphi = 0$, vậy $v = v_0 \cos \omega t$ với $\omega = \frac{B^2 d^2}{mL}$

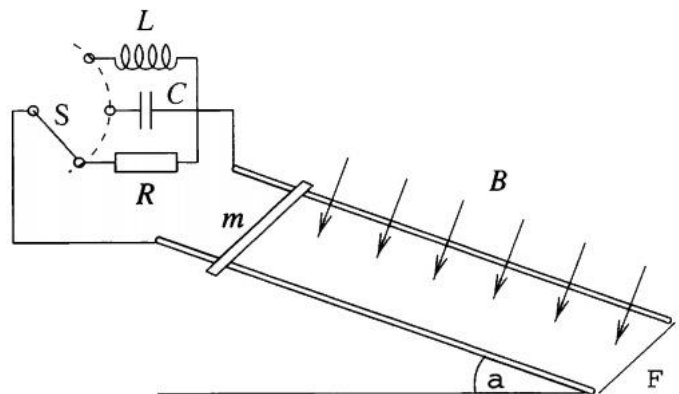
Bài 8.

Xét thanh đang trượt xuống với vận tốc v và gia tốc a dọc theo mặt phẳng nghiêng, trong khi đó dòng điện chạy trong mạch là I . Phương trình chuyển động của thanh là:

$$ma = mg \sin \alpha - BIl$$

Phương trình này là giống nhau cho cả ba trường hợp. Kết quả khác nhau là do mối quan hệ giữa suất điện động và dòng điện trong mạch khác nhau ở mỗi trường hợp.

a) Mạch điện được khép kín bởi một điện trở thuần R . Dòng điện I và suất điện động cảm ứng $|e_c| = Blv$ tuân theo ĐL Ôm cho toàn mạch:



$$I = \frac{Blv}{R}$$

Và điều này chỉ ra rằng lực cản tăng dần tỉ lệ thuận với vận tốc. Vậy thanh sẽ chuyển động với gia tốc giảm dần xuống bằng không, và sau cùng nó chuyển động thẳng đều.

$$\text{Ta dễ tính được: } v_{\max} = \frac{mgR \sin \alpha}{B^2 l^2}$$

b) Nếu mạch được khép kín bởi một tụ điện có điện dung C thì quan hệ giữa suất điện động và dòng điện trong mạch sẽ khác đi.

Điện tích của tụ điện được xác định bởi: $Q = CBlv$

Chú ý rằng dòng điện chạy trong thanh bằng đạo hàm của điện tích Q

$$I = \frac{dQ}{dt} = CBl a$$

Thế PT này vào phương trình chuyển động của thanh ta thu được kết quả thanh chuyển động với gia tốc không đổi:

$$a = \frac{mg \sin \alpha}{m + B^2 l^2 C}$$

c) Nếu mạch được khép kín bởi một cuộn dây có độ tự cảm L thì quan hệ giữa suất điện động và dòng điện là:

$$L \frac{dI}{dt} = Blv \Leftrightarrow L \frac{dI}{dt} = Bl \frac{dx}{dt}$$

(Chọn gốc tọa độ là vị trí ban đầu của thanh và chiều dương hướng xuống dưới)

Tại thời điểm ban đầu thì $x = 0$ và $I = 0$

Giản ước dt ở hai vế của pt trên và thực hiện lấy tích phân 2 vế ta được:

$$LI = Blx$$

Thế vào pt chuyển động của thanh ta được: $ma = mg \sin \alpha - \frac{B^2 l^2}{L} x$

Phương trình này chứng tỏ thanh dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng có tọa

độ: $x_0 = \frac{mgL \sin \alpha}{B^2 l^2}$ và tần số góc $\omega = \frac{Bl}{\sqrt{mL}}$

Phương trình chuyển động của thanh là

$$x = \frac{mgL \sin \alpha}{B^2 l^2} (1 - \cos \omega t)$$

Bài 9. K đóng: Ban đầu Dòng điện do nguồn sinh ra trong MN là $I_0 = \frac{E}{r}$ (vì cuộn cảm cản trở dòng điện nên dòng điện chỉ qua MN).

Thanh MN chuyển động đều do lực cản điện từ: $Bv_0 l = E$

$$\rightarrow v_0 = \frac{E}{Bl}$$

Lúc này dòng điện cảm ứng qua cuộn cảm bằng I_0 , có chiều $C \rightarrow D$, còn dòng điện trong MN lại bằng 0.

Khi ngắt K: Tổng năng lượng trong mạch bảo toàn: $\frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} LI_0^2 + \frac{1}{2} mv_0^2$

Đạo hàm theo thời gian $\rightarrow Li' + mvv' = 0$ (*)

Suất điện động cảm ứng trong MN là $e_{MN} = Bvl$

Suất điện động cảm ứng trong cuộn dây là $e_{tc} = Li'$

$$\rightarrow Bvl = Li' \quad (**)$$

$$\rightarrow (*) \text{ tương đương: } i'' + \frac{B^2 l^2}{mL} i = 0$$

$$\rightarrow i \text{ dao động điều hoà với tần số góc } \omega = \frac{Bl}{\sqrt{mL}}$$

Từ (**) $\rightarrow x_{MN}$ cũng dao động điều hoà với cùng tần số góc.

$$\text{Từ điều kiện ban đầu } \rightarrow v_{\max}^2 = v_0^2 + \frac{L}{m} I_0^2 = \frac{E^2}{B^2 l^2} + \frac{L}{m} \frac{E^2}{r^2}$$

$$\rightarrow \text{Biên độ dao động } A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{E\sqrt{mL}}{Bl} \sqrt{\frac{1}{B^2 l^2} + \frac{L}{mr^2}}$$

Bài 10. Chọn chiều chuyển động ban đầu của thanh làm chiều dương.

Khi thanh OM quay cắt các đường cảm ứng từ, trong thanh OM xuất hiện suất điện động cảm ứng và trong cuộn dây xuất hiện suất điện động tự cảm. Với:

$$e_c + e_{tc} = -\frac{d\phi}{dt} = IR = 0 \Rightarrow \phi = \text{const} \quad (\text{từ thông toàn phần gửi qua mạch kín bằng hằng số}).$$

- Gọi S là diện tích của phần mạch điện kín khi thanh OM ở tại điểm giữa I thì từ thông gửi qua phần mạch điện kín tại thời điểm t bất kì, khi mà thanh OM quay được góc α là:

$$\phi_t = Li + B(S + \frac{\alpha r^2}{2}) = \phi_{(t=0)} = BS \quad \text{Suy ra: } Li + \frac{Br^2}{2} \alpha = 0 \quad (1)$$

Khi đó thanh chịu tác dụng của mô men cản của lực từ: $F \frac{r}{2} = J \cdot \alpha \quad (2)$

(trong biểu thức 2 không cần phải cho thêm dấu “ -” trước biểu thức của mô men lực nữa, vì bản thân cường độ dòng điện i trong đó đã kèm theo chiều rồi).

Thay (1) vào (2): $\alpha + \frac{3B^2 r^2}{4mL} \alpha = 0$

Vậy, thanh dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng OI.

Nghiệm của pt trên: $\alpha = \frac{v_0}{r} \sqrt{\frac{4mL}{3B^2 r^2}} \cos\left(\sqrt{\frac{3B^2 r^2}{4mL}} t + \frac{\pi}{2}\right)$

b) Để $\alpha \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow v_0 \leq \frac{\pi}{2r} \sqrt{\frac{3B^2 r^2}{4mL}}$.

Bài 11. Khi thanh dây dẫn MN chuyển động trong từ trường trong thanh xuất hiện suất điện động cảm ứng e_1 .

Chọn chiều dương của dòng điện trong mạch như hình vẽ, chiều dương góc quay ngược chiều kim đồng hồ.

Giả sử tại thời điểm t vận tốc góc của thanh là ω , trong khoảng thời gian dt góc quay của thanh là $d\varphi$. Khi ấy từ thông qua mạch biến thiên trong

khoảng thời gian dt là: $d\Phi = \frac{1}{2} Bl^2 d\varphi = \frac{1}{2} Bl^2 \omega dt$

$$\rightarrow e_1 = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\omega Bl^2}{2}$$

(1)

Suất điện động cảm ứng e_1 làm phát sinh trong mạch một dòng điện i . Dòng điện biến thiên i lại làm xuất hiện suất điện động tự cảm e_2 trong cuộn dây:

$$e_2 = -L \frac{di}{dt} = -Li'$$

Theo định luật Ohm: $u_{MN} = e_1 = -e_2$

Do đó ta có: $\frac{\omega Bl^2}{2} = Li'$ (2)

Vì bỏ qua mọi ma sát và sức cản, bỏ qua mọi hao phí do toả nhiệt nên tổng năng lượng của mạch bao gồm động năng của MN và năng lượng từ trường trong cuộn dây được bảo toàn:

$$E = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2} I_M \omega^2 = \text{hằng số} \quad (3)$$

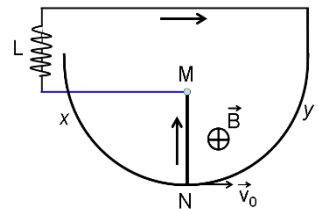
Trong đó $I_M = \frac{1}{3} ml^2$ là mômen quán tính của MN đối với trục quay qua M.

Lấy đạo hàm 2 vế của (3) theo thời gian ta được:

$$E' = Li.i' + I_M \omega.\omega' = 0 \quad (4)$$

Thay (2) vào (4):

$$Li.\frac{\omega Bl^2}{2L} + I_M \omega.\omega' = 0$$



$$\rightarrow \frac{Bl^2}{2}i + I_M.\omega' = 0 \quad (5)$$

$$\text{Từ (2)} \rightarrow \frac{\omega' Bl^2}{2} = Li'' \quad \rightarrow \quad \omega' = \frac{2L}{Bl^2}i'' \quad (6)$$

Thay (6) vào (5):

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{Bl^2}{2}i + \frac{ml^2}{3} \cdot \frac{2L}{Bl^2}i'' &= 0 \\ \rightarrow i'' + \frac{3B^2l^2}{4mL}i &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Phương trình này có nghiệm là một hàm dạng sin:

$$i = I_0 \sin(\Omega t + \Theta) \quad (8)$$

Với $\Omega = \sqrt{\frac{3B^2l^2}{4mL}} = \frac{Bl^2}{2\sqrt{I_M L}}$, Θ là một hằng số, phụ thuộc vào gốc thời gian, I_0 là cường độ dòng điện cực đại.

$$\text{Từ (6) và (8) ta được: } \omega' = \frac{2L}{Bl^2}i'' = -\frac{3B}{2m}i = -\frac{3BI_0}{2m}\sin(\Omega t + \Theta)$$

Lấy tích phân ta được:

$$\omega = \frac{3BI_0}{2m\Omega} \cos(\Omega t + \Theta)$$

Tại thời điểm $t = 0$: $\omega_0 = \frac{v_0}{l}$ và $i_0 = 0$

$$\rightarrow \frac{3BI_0}{2m\Omega} \cos\Theta = \frac{v_0}{l} \text{ và } I_0 \sin\Theta = 0$$

$$\rightarrow \Theta = 0 \text{ và } I_0 = \frac{2mv_0\Omega}{3Bl} = v_0 \sqrt{\frac{m}{3L}}$$

$$\rightarrow \omega = \frac{v_0}{l} \cos\Omega t$$

Gọi góc hợp bởi thanh MN với vị trí ban đầu là φ , ta có: $\varphi' = \omega$

$$\rightarrow \varphi = \frac{v_0}{\Omega l} \sin\Omega t = \varphi_m \sin\Omega t \quad (9)$$

$$\text{Với biên độ góc của dao động } \varphi_m = \frac{v_0}{\Omega l} = \frac{2v_0}{Bl^2} \sqrt{\frac{mL}{3}} \quad (10)$$

Vậy: Thanh MN dao động điều hoà quanh vị trí ban đầu với vận tốc góc $\Omega = \frac{Bl^2}{2\sqrt{I_M L}}$

và biên độ góc φ_m tính theo (5.10).

Bài 12. 1. Khi thanh quay với tốc độ góc ω thì trên thanh có suất điện động cảm ứng

với độ lớn: $e_c = \frac{B\omega^2 \ell}{2}$

Tại thời điểm t , theo định luật Kiecsop ta có:

$$E + e_c + e_{tc} = 0$$

$$E - \frac{B\ell^2 \omega}{2} - Li' = 0 \quad (1)$$

Lực từ tác dụng lên thanh: $F = Bi\ell$

Phương trình chuyển động quay của thanh: $F \cdot \frac{\ell}{2} = I_0 \cdot \omega'$

$$\frac{Bi\ell^2}{2} = I_0 \cdot \omega' \quad (2)$$

Đạo hàm 2 vế của pt (1) ta được: $Li'' + \frac{B\ell^2 \omega'}{2} = 0$

$$\Rightarrow \omega' = -\frac{2Li''}{B\ell^2} \quad (3)$$

Thay (3) vào (1) và biến đổi ta được: $i'' + \frac{B^4 \ell^4}{4LI_0} i = 0$

Nghiệm của phương trình trên có dạng: $i = A \cos(\omega t + \varphi)$ với $\omega_0 = \frac{B^2 \ell^2}{2\sqrt{LI_0}}$

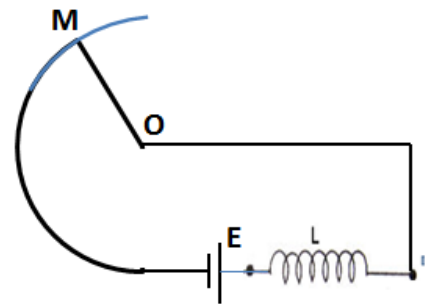
Tại thời điểm $t = 0$: $\begin{cases} i = A \cos \varphi = 0 \\ i' = \frac{E}{L} = -A\omega_0 \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{E}{\omega_0 L} = \frac{2E}{B\ell^2} \sqrt{\frac{I_0}{L}} \\ \varphi = -\pi/2 \end{cases}$

Biểu thức dòng điện trong mạch là: $i = \frac{2E}{B\ell^2} \sqrt{\frac{I_0}{L}} \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}) = \frac{2E}{B\ell^2} \sqrt{\frac{I_0}{L}} \sin(\omega_0 t)$

2. Từ (1) suy ra: $\omega = \frac{2E - 2Li'}{B\ell^2}$

Với $i' = \frac{2E}{B\ell^2} \sqrt{\frac{I_0}{L}} \omega_0 \cos(\omega_0 t) = \frac{E}{L} \cos(\omega_0 t)$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2E}{B\ell^2} - \frac{2Li'}{B\ell^2} = \frac{2E}{B\ell^2} (1 - \cos \omega_0 t)$$



Bài 13. Chọn trục tọa độ Ox như hình vẽ, gốc O tại VTCB.

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

+) Xét tại thời điểm t bất kì thanh MN qua vị trí có li độ x và chuyển động sang bên phải như hình vẽ.

+) Từ thông biến thiên làm xuất hiện suất điện động cảm ứng: $e_{\text{cư}} = Blv$.

+) Dòng điện qua cuộn cảm làm xuất hiện suất điện động tự cảm: $e_{\text{tc}} = -L \frac{di}{dt}$.

Ta có: $e_{\text{cư}} + e_{\text{tc}} = i.r = 0$ (vì $r = 0$)

$$\Leftrightarrow \frac{d(Blx + Li)}{dt} = 0 \Leftrightarrow Blx + Li = \text{const}.$$

Lúc $t = 0$ thì $\begin{cases} x = 0 \\ i = 0 \end{cases} \Rightarrow Blx + Li = 0, \Rightarrow i = \frac{Blx}{L}$

+) Thanh MN chuyển động trong từ trường chịu tác dụng của lực từ $\vec{F}_t$ ngược chiều chuyển động và có độ

lớn: $F_t = iBl = \frac{B^2 l^2 x}{L}$.

+) Theo định luật II Niuton, ta có: $\vec{F}_{\text{hl}} = \vec{F}_{\text{dh}} + \vec{F}_t = m\vec{a}$.

Chiếu lên trục Ox, ta có: $-kx - \frac{B^2 l^2}{L} x = x''$

$$\Leftrightarrow x'' + \frac{1}{m} \left(k + \frac{B^2 l^2}{L} \right) x = 0. \text{ Đặt } \omega = \sqrt{\frac{1}{m} \left(k + \frac{B^2 l^2}{L} \right)} \Rightarrow x'' + \omega^2 x = 0.$$

Vậy, thanh MN dao động điều hòa với chu kì: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k + \frac{B^2 l^2}{L}}}$

Bài 14. Khi dòng điện chạy qua các vòng dây của các ống dây $\rightarrow$ có lực tác dụng

Xét một ống dây dài có độ tự cảm L nối với nguồn có sức điện động là E . Gọi điện trở của mạch là r thì dòng điện ổn định trong ống là: $i = \frac{E}{r}$ (1)

+ ống dây biến dạng chập $\rightarrow$ từ thông qua ống dây biến thiên vì cuộn cảm L của cuộn dây biến thiên $\rightarrow$ xuất hiện dòng điện cảm ứng

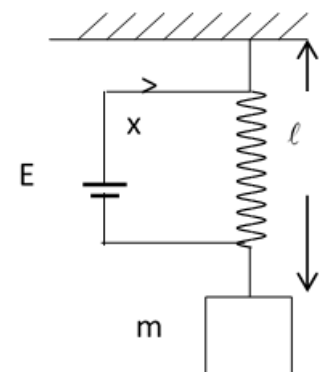
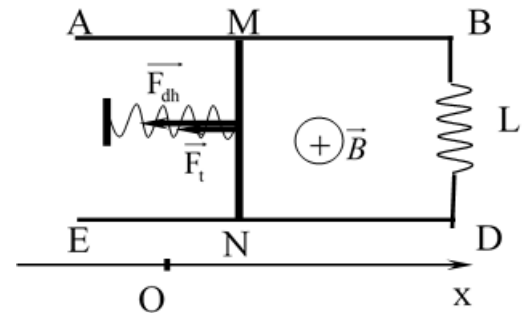
$$\delta i = i_c = \frac{E_c}{r} = -\frac{1}{r} \frac{d\phi}{dt}$$

Công của nguồn sinh ra giảm đi một lượng là:

$$Eidt - E(i + \delta i)dt = -E\delta i dt = \frac{E}{r} d\phi = id\phi$$

Năng lượng dòng điện giảm $\rightarrow d\phi = ri^2 dt - r(i + \delta i)^2 dt = -2r\delta i \cdot i dt = 2id\phi$

+ Trong suốt thời gian biến thiên từ thông $\Delta\phi \rightarrow$ năng lượng được thêm là:



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

$\Delta W = 2id\phi - id\phi = id\phi = i(iL_2 - iL_1) = i^2\Delta L$ trong thời gian đó năng lượng từ trường tăng một lượng là: $\Delta(\frac{1}{2}LI^2) = \frac{1}{2}i^2(L_2 - L_1) = \frac{1}{2}i^2\Delta L = \Delta W_B$

+ Phần năng lượng còn lại chuyển thành công nén các vòng dây

$$\Delta A = (\Delta W - \Delta W_B) = \frac{1}{2}i^2(L_2 - L_1) = \frac{1}{2}i^2\Delta L$$

+ Độ dài ống dây thay đổi một đoạn $\Delta\ell \rightarrow \Delta A = F\Delta\ell$ (theo định luật Húc)

mặt khác: $L = \mu_0\mu n^2 V = \mu_0\mu(\frac{N}{\ell})^2 S\ell$ (V là thể tích ống dây, n là số vòng trên một đơn vị dài của ống)

$$\rightarrow \Delta L = -\mu_0\mu S \frac{N^2}{\ell^2} \cdot \Delta\ell \Rightarrow \frac{1}{2}i^2\mu_0\mu S \frac{N^2}{\ell^2} \cdot \Delta\ell = F\Delta\ell$$

$$\rightarrow F = \frac{i^2\mu_0\mu S N^2}{2\ell^2} = -K\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{i^2\mu_0\mu S N^2}{2K\ell^2} \quad (2)$$

Thay i từ phương trình (1) vào (2) suy ra $\Delta x = \frac{\mu_0\mu S}{2K}(\frac{NE}{r\ell})^2$

Cách giải khác:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell} \Rightarrow \phi = Li = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell} \cdot i \Rightarrow E_{t/c} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt}$$

Khi có dòng điện (i) qua lò xo, trên lò xo xuất hiện một lực lạ có xu hướng kéo lò xo trở lại vị trí ban đầu

$$\frac{1}{2}d(q.E_{t/c}) = F_{l_1} \cdot d\ell \Rightarrow \frac{1}{2}idt - \frac{d(Li)}{dt} = F_{l_1} \cdot d\ell \Rightarrow -\frac{1}{2}dLi^2 = F_{l_1} \cdot d\ell \Rightarrow -\frac{1}{2}\mu_0 N^2 S i^2 (-\frac{d\ell}{\ell^2}) = F_{l_1} d\ell$$

Có:

$$\Rightarrow F_{l_1} = \frac{\mu_0 N^2 S i^2}{2\ell^2} = -Kx \Rightarrow x.$$

(cách giải khác)

+ Ban đầu $mg = K\Delta\ell$ (1) dòng điện ổn định $I = \frac{E}{R}$

+ Cuộn dây có: $W = L \frac{J^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2}{\ell} \cdot SI^2$

+ Giả sử lò xo giãn $\Delta\ell \Rightarrow dW = -\frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 S i^2 d\ell}{\ell^2}$

+ Trong vòng dây xuất hiện một lực lạ kéo các vòng lò xo lại với nhau (có thể giải thích được bằng lực tác dụng của các vòng dây có dòng điện cùng chiều)

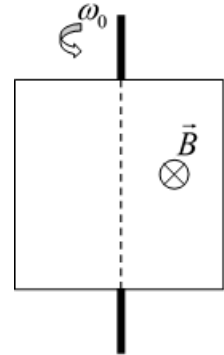
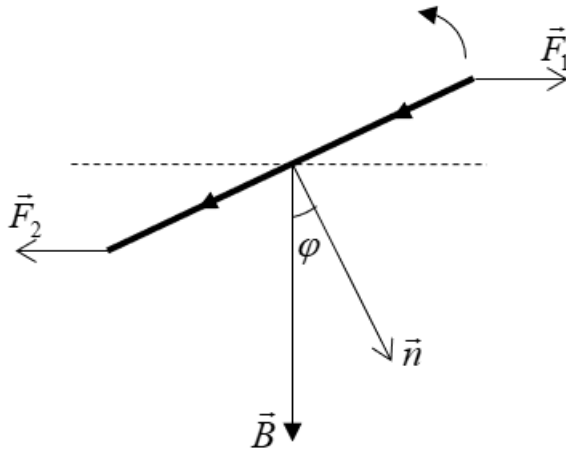
$$F_{La} d\ell = -dw \text{ (vì công của lực lạ là công âm)}$$

$$F_{La} d\ell = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0 N^2 S I^2}{\ell^2} \cdot d\ell \rightarrow F_{La} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0 N^2 S I^2}{\ell^2}$$

$$F_{La} + K(x + \Delta\ell) = mg \rightarrow F_{La} = -Kx \rightarrow x = \frac{\mu_0\mu S}{2K}(\frac{NE}{r\ell})^2$$

Bài 15. 1. Khi khung lệch khỏi VTCB một góc φ thì độ lớn từ thông qua khung giảm. Nhìn từ trên xuống thì dòng điện cảm ứng trong khung có chiều như hình vẽ. Các lực từ $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có tác dụng kéo khung trở về VTCB.

Biểu thức suất điện động xuất hiện trong khung là:



$$e_c = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(a^2 B \cos \varphi)}{dt} = a^2 B \sin \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$

$$e_c = a^2 B \omega \sin \varphi$$

Biểu thức suất điện động tự cảm trong khung: $e_{tc} = -L \frac{di}{dt}$

Theo định luật Kirchoff: $e_c + e_{tc} = i \cdot R = 0$

$$L \frac{di}{dt} = a^2 B \omega \sin \varphi \quad (1)$$

Phương trình chuyển động quay của khung:

$$M = I \cdot \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow -iBS \sin \varphi = I \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

$$-iBa^2 \sin \varphi = I \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$i \cdot di = -\frac{I}{L} \cdot \omega d\omega$$

Lấy tích phân 2 vế ta được:

$$\int_0^i i \cdot di = -\frac{I}{L} \cdot \int_{\omega_0}^{\omega} \omega d\omega$$

$$\Rightarrow i^2 = \frac{I}{L}(\omega_0^2 - \omega^2)$$

$$\Rightarrow i_{\max} = \omega_0 \sqrt{\frac{I}{L}} \quad (\text{ứng với } \omega = 0)$$

b) Từ (1) ta có:

$$\frac{L}{a^2 B} di = (\omega \sin \varphi) dt = \sin \varphi d\varphi$$

$$\text{Lấy tích phân 2 vế ta được: } \frac{L}{a^2 B} \int_0^{i_{\max}} di = \int_0^{\varphi_{\max}} \sin \varphi d\varphi$$

$$\Rightarrow 1 - \cos \varphi_{\max} = \frac{L}{a^2 B} i_{\max} = \frac{\sqrt{LI}}{a^2 B} \omega_0$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_{\max} = 1 - \frac{\sqrt{LI}}{a^2 B} \omega_0$$

$$\text{Để khung quay không quá nửa vòng thì } \varphi_{\max} \leq \pi \Rightarrow \cos \varphi_{\max} \geq -1 \Rightarrow \omega_0 \leq \frac{\sqrt{LI}}{a^2 B}$$

Bài 16. Sau khi đóng khóa, gọi cường độ trong mạch là i và điện tích của tụ điện là q .

$$\text{.Định luật ôm cho mạch: } U - L_d i' = \frac{q}{c}. \text{ Hay } q'' + \frac{q - cU}{cL_d} = 0 \quad (1)$$

$$\text{.Đặt } q_1 = q - cU, \text{ ta được phương trình: } q_1'' + \omega^2 q_1 = 0.$$

$$\text{.Nghiem của phương trình là: } q_1 = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (2)$$

.Chọn $t = 0$ là thời điểm đóng khóa K, ta có:

$$q_{1(t=0)} = q_{(t=0)} - cU = cU, \quad q_1' = q' = 0$$

$$\text{.Suy ra: } A = 0, \quad B = -cU, \quad q = cU[1 - \cos(\omega t)] \quad (3)$$

$$\text{.Cường độ trong cuộn dây là: } i_d = q' = cU \omega \sin(\omega t) \rightarrow i_d \sim U$$

$$\text{Sin}(\omega t) \rightarrow i_d \sim U$$

$$\text{.Đối với vòng siêu dẫn: } \phi' = -L_v i_v' \quad (4)$$

ở đây ϕ là từ thông do cảm ứng từ solenoit

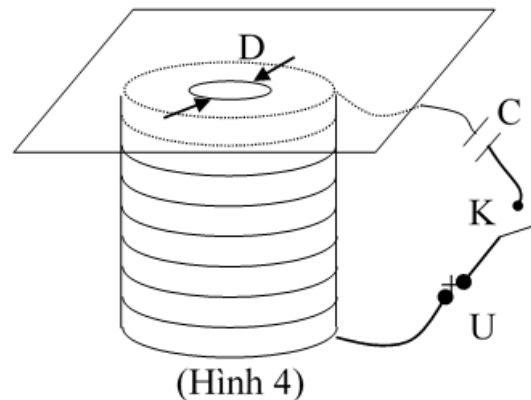
gửi qua vòng, i_v là cường độ dòng điện chạy qua vòng, L_v là độ tự cảm của vòng.

.Nghiem của (4) có dạng: $\phi + L_v i_v = C$ với C là hằng số.

$$\text{.Tại thời điểm ban đầu } C = 0 \text{ nên: } i_v = -\frac{\phi}{L_v}$$

Từ thông ϕ tỷ lệ với độ tự cảm của solenoit (độ tự cảm này tỷ lệ i_d) và diện tích vòng:

$$\phi \sim i_d D^2 \sim U D^2 \rightarrow i_v \sim \frac{D^2 U}{L_v}$$



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Lực Ampe cực đại tác dụng lên vòng theo hướng thẳng đứng lên trên, tỷ lệ với đường kính của vòng, cường độ dòng điện trong vòng và trong solenoid.

$$F \sim D i d i_v \sim \frac{D^3 U^2}{L_v}$$

Vòng sẽ nảy lên nếu lực F lớn hơn trọng lực của vòng, trọng lực này tỷ lệ với Dd^2 .

.Trong trường hợp giới hạn: $\frac{D^3 U^2}{L_v} \sim Dd^2 \rightarrow U \sim \sqrt{L_v} \frac{d}{D}$

Bài 17. a) S_1 là điện lượng bị cản lại không được chuyển qua cuộn dây do có sự xuất hiện sức điện động tự cảm. S_2 là điện lượng chuyển qua cuộn dây lúc đóng K trong thời gian từ $t=0$ đến $t=t_0$

b) Cách 1:

Gọi q_1 là điện lượng dịch chuyển trong mạch do hiện tượng tự cảm .

$$\frac{dq_1}{dt} = -\frac{e_{tc}}{R} \rightarrow dq_1 = -\frac{e_{tc}}{R} \cdot dt \rightarrow dq_1 = \frac{d\phi}{dt \cdot R} dt = \frac{d\phi}{R}$$

$$dq_1 = \frac{d\phi}{R} = \frac{n\pi \frac{D^2}{4} dB}{\rho \cdot \frac{n\pi D}{S}} = \frac{DS dB}{4\rho} \Rightarrow \int_0^{q_1} dq_1 = \frac{DS}{4\rho} \int_0^B dB \Rightarrow q_1 = S_1 = \frac{DSB}{4\rho} \Rightarrow B = \frac{4\rho S_1}{DS}$$

Cách 2:

* Gọi R là điện trở của mạch, ta có:

$$\xi = Ri + L \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{\xi}{R} dt = idt + \frac{L}{R} di$$

$$\frac{\xi}{R} \int dt = \int idt + \frac{L}{R} \int_0^I di \rightarrow I_0 \int dt = S_2 + \frac{L}{R} \int_0^{I_0} di = S_2 + \frac{L}{R} I_0 = S_2 + \frac{L}{R} \frac{\xi}{R}$$

$$\text{Vì } I_0 \int dt = S_1 + S_2 \rightarrow S_1 + S_2 = S_2 + \frac{L}{R} \times \frac{\xi}{R} \rightarrow S_1 = \frac{L}{R} \times \frac{\xi}{R} \quad (1)$$

* Mặt khác $L \int \frac{di}{dt} = N \int \frac{d\phi}{dt} \rightarrow LI_0 = N\phi_0$. (Coi gần đúng L không đổi)

$$L \frac{\xi}{R} = NBS = NB \frac{\pi D^2}{4} \rightarrow B = \frac{4\xi L}{R\pi D^2} = \frac{4L}{\pi D^2} \times \frac{\xi}{R} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)} \rightarrow \frac{\xi}{R} = \frac{S_1 R}{L} \text{ thay vào (2) ta có : } B = \frac{4L}{\pi D^2} \times \frac{S_1 R}{L} = \frac{4S_1 \cdot \rho \cdot \frac{\pi D}{S}}{\pi D^2} = \frac{4S_1 \rho}{Ds}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{4\rho S_1}{DS}.$$

Bài 18. Khi R_1 quay thì trong mạch có dòng điện và làm cho đĩa R_2 quay và các đĩa trở thành các nguồn điện ..Xét ở thời điểm t , suất điện động cảm ứng trong mỗi đĩa có độ lớn có

$$e_1 = \frac{B\omega_1 a^2}{2} (1), e_2 = \frac{B\omega_2 a^2}{2} (2)$$

Mô men lực từ tác dụng lên mỗi đĩa có độ lớn như nhau :

$$M_1 = M_2 = \int_0^a B i r \cdot dr = \frac{B i a^2}{2} (3)$$

Phương trình động lực đối với chuyển động quay của mỗi đĩa:

$$J \frac{d\omega_1}{dt} = - \frac{B i a^2}{2} (4) \text{ và } J \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{B i a^2}{2} (5)$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho hệ ta có :

$$\frac{J\omega_0^2}{2} = \frac{J\omega_1^2}{2} + \frac{J\omega_2^2}{2} + \frac{L i^2}{2} + \frac{q^2}{2C} (6)$$

Đạo hàm theo thời gian và thay (3,4) ta có biểu thức :

$$\frac{B a^2}{2} (\omega_1 - \omega_2) + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\text{hay ta có biểu thức : } \frac{B a^2}{2} \left(\frac{d\omega_1}{dt} - \frac{d\omega_2}{dt} \right) + L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{dq}{C dt} = 0$$

Mặt khác $i = \frac{dq}{dt}$ nên ta có phương trình

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \left(\frac{B^2 a^4}{2JL} + \frac{1}{LC} \right) i = 0 (7)$$

Phương trình có nghiệm $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_1)$ (8) trong đó tần số góc dao động của dòng

điện $\omega = \sqrt{\frac{B^2 a^4}{2JL} + \frac{1}{LC}}$ (8), phương trình điện tích của tụ

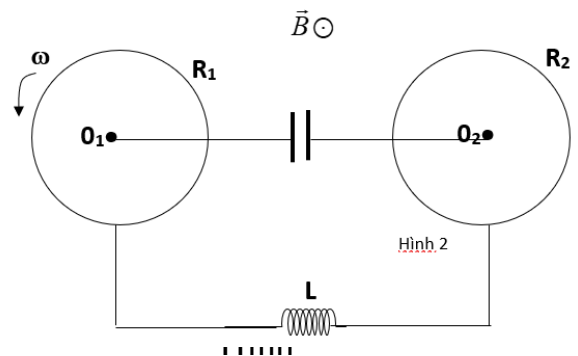
$$q = \int_0^t i dt \text{ hay } q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Từ điều kiện ban đầu $t = 0 \left[\begin{matrix} i=0 \\ q=0 \end{matrix} \right]$

Ta có phương trình dòng điện chạy qua cuộn dây và điện tích của tụ :

$$i = \frac{B a^2 \omega_0}{2L\omega} \sin \omega t (9) \text{ và } q = \frac{B a^2 \omega_0}{2L\omega^2} (1 - \cos \omega t). (10)$$

$$\text{Hiệu điện thế của tụ điện } u = \frac{B a^2 \omega_0}{2LC\omega^2} (1 - \cos \omega t). (11)$$



CHƯƠNG VIII.

PHẢN XẠ VÀ KHÚC XẠ ÁNH SÁNG

VIII.1. PHẢN XẠ ÁNH SÁNG GƯƠNG PHẪNG- GƯƠNG CẦU.

Bài 1.

a. Vẽ hình: Các tia sáng tới gặp AB không bị phản xạ trên G.

Xét 2 tia sáng đi sát 2 điểm A và B, chúng tới G bị phản xạ tạo ra bóng của AB trên mặt đất là MN.

+ Dễ thấy $MN = AC = 30\text{cm}$.

Tam giác ADC vuông cân $\Rightarrow AD = \frac{AC}{\sqrt{2}}$.

$\triangle ADB$ vuông ở D $\Rightarrow AB = \frac{AD}{\cos(\beta - \alpha)} = \frac{MN}{\sqrt{2} \cdot \cos 15^\circ}$

+ Thay số: $AB = 21,96\text{cm}$

b. $MN = AB \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\beta - \alpha)$

+ Khi α tăng từ $30^\circ \Rightarrow \cos(\beta - \alpha)$ tăng $\Rightarrow MN$ tăng.

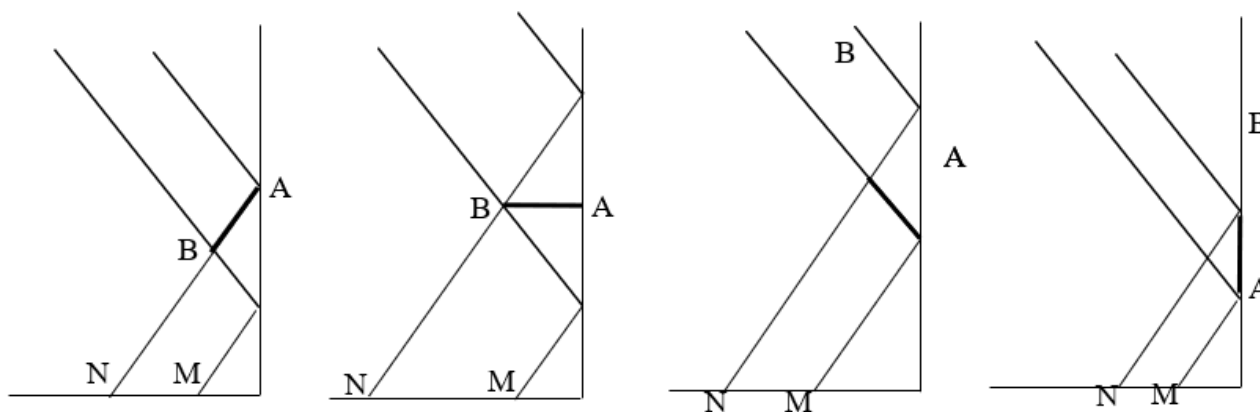
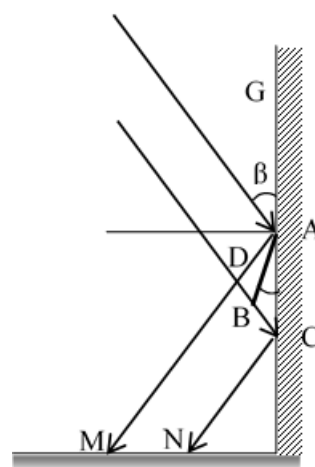
+ Khi $\alpha = \beta \Rightarrow \cos(\beta - \alpha)_{\max} = 1 \Rightarrow MN = \sqrt{2} AB$

+ Khi $\alpha > \beta$ và tiếp tục tăng $\Rightarrow MN$ tăng.

+ Khi $\alpha = 90^\circ \Rightarrow MN = 2AB$.

+ Khi $\alpha = 135^\circ \Rightarrow MN = \sqrt{2} AB$.

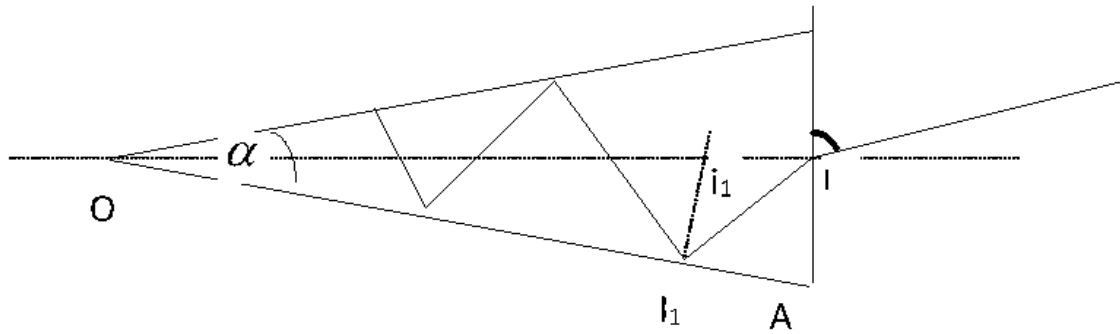
+ Khi $\alpha = 180^\circ \Rightarrow MN = AB$.



Bài 2. Gọi các điểm mà tia sáng gặp mặt nón là $I_1; I_2...$, các góc tới tương ứng $i_1; i_2...$

Dễ thấy: $i_1 = i_2 + \alpha; i_2 = i_3 + \alpha \dots \Rightarrow i_1 - i_2 = i_2 - i_3 = \dots = \alpha$

Như vậy tại các điểm tới liên tiếp, góc tới giảm đi một lượng rất nhỏ bằng α .



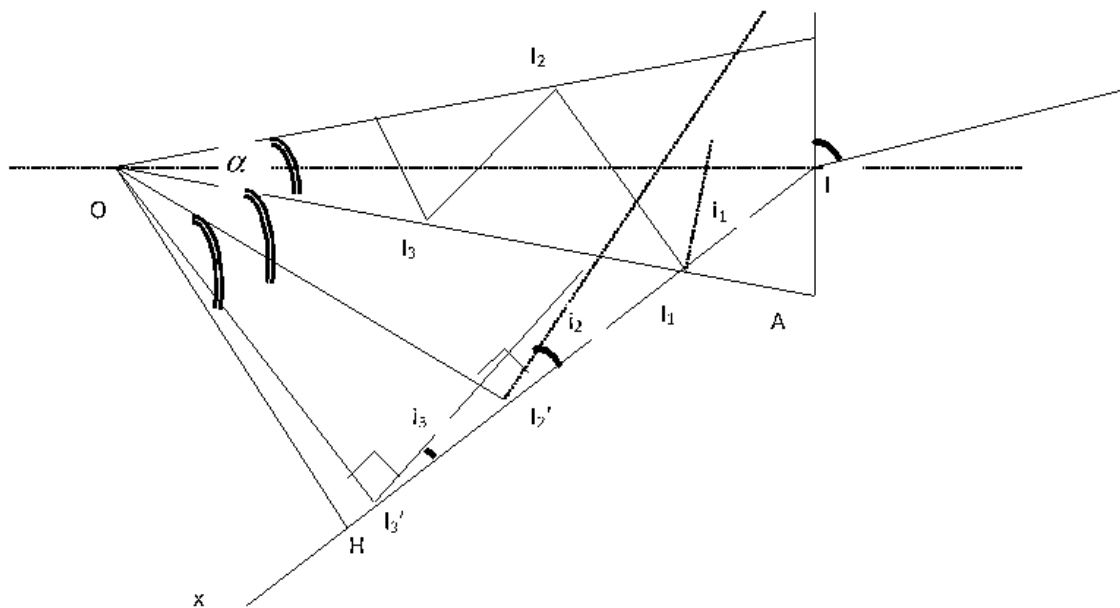
* Giả sử tại điểm tới K tia sáng bắt đầu truyền ngược về phía đáy thì tại I_K có thể xảy ra:

. $I_{K-1}I_K \perp OA$ nếu $i_1 = k\alpha$

. $I_{K-1}I_K$ không $\perp OA$ nếu $i_1 < k\alpha$

Nhưng vì α rất nhỏ nên $k\alpha - i_1 < \alpha$ và $\alpha - (k\alpha - i_1)$ là rất nhỏ và có thể coi $I_{K-1}I_K \perp OA$

Bây giờ: ta giả sử tia II_1 đi thẳng không gặp mặt OA mà truyền tiếp trong môi trường có chiết suất n ta có hình vẽ sau:



+ Kẻ các đường OI_1' ; OI_2' ... sao cho $AOI_1' = I_1'OI_2' \dots = \alpha$

+ Dựng các đường vuông góc với OI_1' ; OI_2' thì dễ thấy chúng tạo với I_1x những góc i_1 ; i_2 ...

+ Vậy: $I_1I_2' = I_1I_2$; $I_2'I_3' = I_2I_3$

+ Kẻ $OH \perp I_1x$ thì **2.IH** chính là tổng đường đi của tia sáng trong mặt nón:

$$IH = OI \cdot \cos r$$

Với: $OI = \frac{D/2}{\tan \alpha/2} \approx \frac{D}{\alpha}$ và $\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 i}$

Vậy: $S = 2.IH = \frac{2D}{n\alpha} \sqrt{n^2 - \sin^2 i}$

Bài 3. a. Gọi điểm tới là A. Các ảnh của A qua hai mặt nằm trên đường tròn tâm O bán kính $R = \frac{D}{2 \sin \frac{\varphi}{2}}$. Sau mỗi lần phản xạ, tia sáng đổi hướng nhưng góc hợp với bán kính qua điểm phản xạ không đổi nên có thể coi như tia sáng vẫn truyền thẳng trong khối thủy tinh về để gặp đáy nhỏ với góc β .

Xét tam giác OAB: $R = \frac{R-L}{\sin \theta} = \frac{R}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \beta = \frac{R}{R-L} \sin \theta$

Điều kiện có tia ló ra khỏi đáy nhỏ là góc β phải nhỏ hơn góc phản xạ toàn phần:

$\sin \beta < i_{gh}$ hay $\frac{R}{R-L} \sin \theta < \frac{1}{n}$.

Thay $R \approx \frac{D}{2 \sin \frac{\varphi}{2}}$ ta có:

$\sin \theta < \frac{1}{n} (1 - \frac{2L}{D} \sin \frac{\varphi}{2})$

$\sin \alpha = n \sin \theta \Rightarrow \sin \alpha < (1 - \frac{2L}{D} \sin \frac{\varphi}{2})$

Với $\varphi \ll 1$ thì $\sin \alpha < (1 - \frac{L}{D} \varphi)$

b. Tổng đường truyền của tia sáng bằng AB:

$\frac{AB}{\sin(\beta - \theta)} = \frac{R}{\sin \beta} \Rightarrow AB = R \frac{\sin(\beta - \theta)}{\sin \beta}$

với β ; θ tính như trên

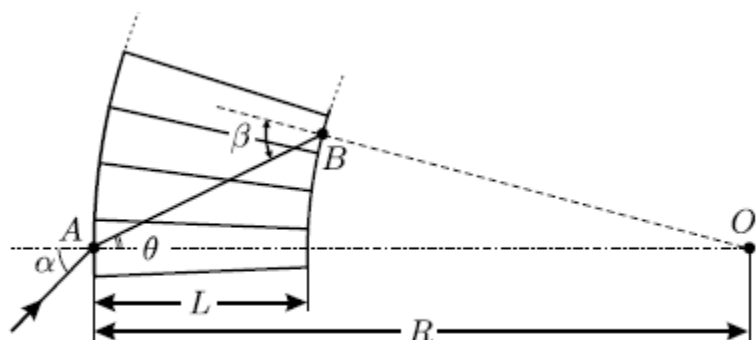
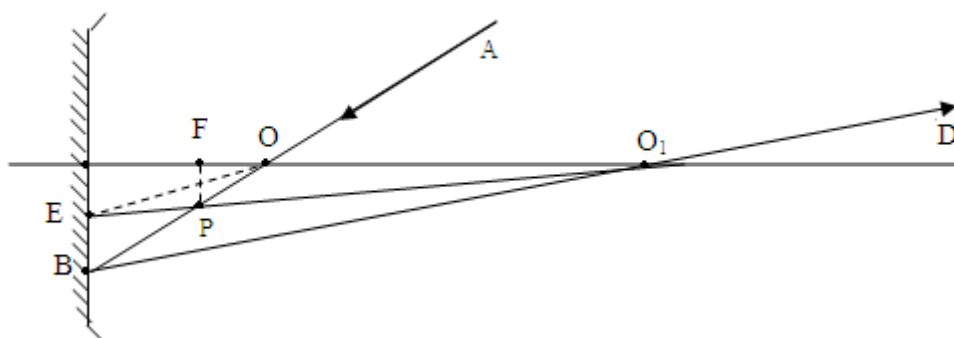


Рис. 4.16.

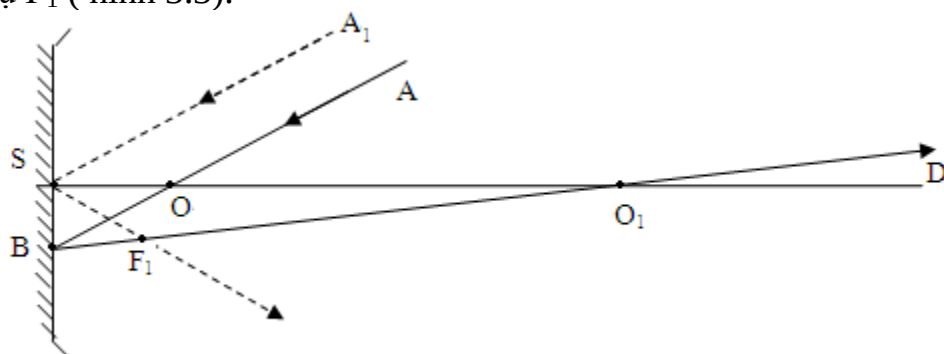
Bài 4. Hiển nhiên là bài toán này chỉ có thể giải bằng cách vẽ đường đi của tia sáng, đồng thời không chỉ có một cách.

- Nhận xét: nếu giả sử có một nguồn điểm sáng nằm tại O thì ảnh của nó nằm tại O_1 . Vì vậy ta vẽ tia OE song song với tia BO_1 , thì tia phản xạ EO_1 cắt tia OB tại tiêu điểm phụ P (hình 3.1). Giao điểm của đường vuông góc hạ từ P xuống trục chính chính là tiêu điểm F của gương.

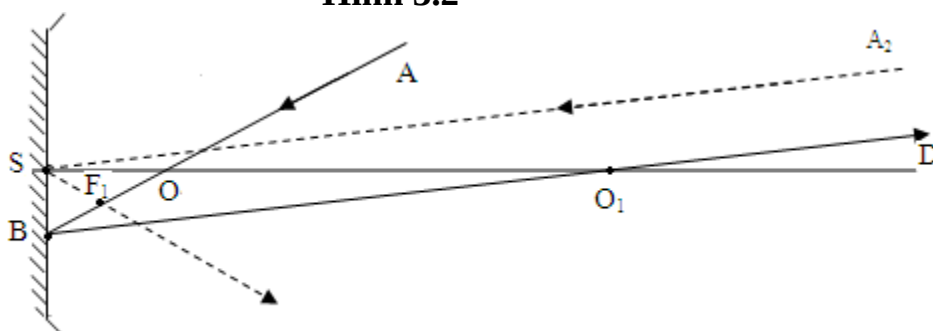


Hình 3.1

Ghi chú: Như đã nói ở trên, có thể xác định tiêu điểm chính bằng cách vẽ tia sáng khác. Chẳng hạn, có thể dựng thêm một tia A_1S tới đỉnh gương đi // tia AOB (Hình 3.2). vẽ tia phản xạ của nó đối xứng qua trục chính để tìm tiêu điểm phụ F_1 theo tính chất của chùm tia song song nghiêng trục. Cũng có thể dựng tia tới A_2S // tia BD và tìm tiêu điểm phụ F_1 (hình 3.3).



Hình 3.2

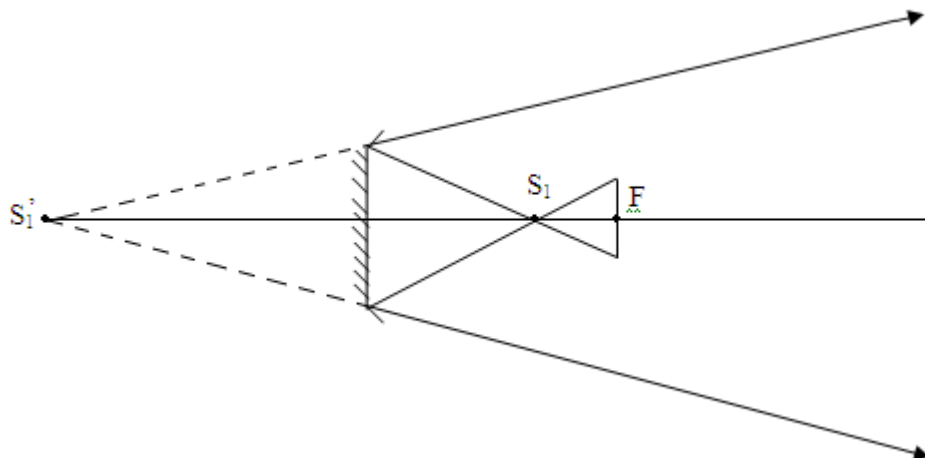


Hình 3.3

- **Nhận xét:** Tiêu điểm phụ F_1 tìm được theo cách vẽ trên các hình 3.2 và 3.3, đặc biệt là trên hình 3.2 không chính xác bằng cách vẽ trên hình 3.1, bởi vì tiêu điểm phụ trên hình 3.1 nằm trên tia ló có độ nghiêng rất nhỏ nhất.

Bài 5. Vì khoảng cách L khá lớn so với kích thước của đèn pha, nên dễ thấy rằng các tia phản xạ tạo nên viền của vệt sáng trên tường phải do các tia tới tới rìa gương dưới góc tới lớn nhất.

*. Trong số những học sinh giải được bài toán này thì phần nhiều coi các tia tới đó tựa như xuất phát từ một nguồn sáng điểm giả S_1 trên trục chính, nằm trong tiêu cự (hình 4.1).

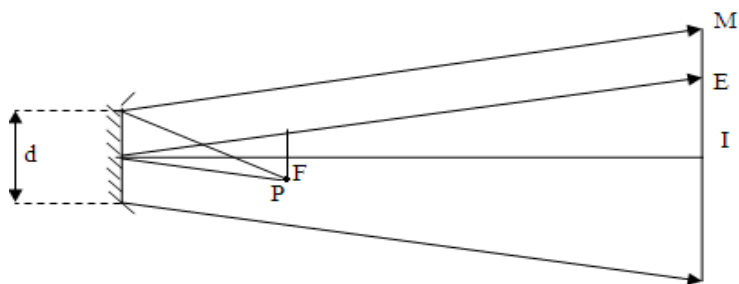


Hình 4.1

Tuy nhiên, khi đó phải sử dụng vô số nguồn giả cho các cặp tia khác, và phải lập luận rằng chính nguồn giả S_1 cho chùm phản xạ loe rộng hơn cả. Ngoài ra phải xác định vị trí của S_1 theo cặp tam giác đồng dạng.

Ta có thể không cần dùng đến nguồn giả mà tận dụng tính chất các tiêu điểm phụ để đi nhanh đến kết quả.

Thực vậy, với kích thước đĩa là nhỏ, thì mặt phẳng đĩa được xem như trùng với tiêu diện của gương. Chùm tia tới xuất phát từ tiêu điểm phụ F_1 ở mép dưới đĩa cho chùm phản



Hình 4.2

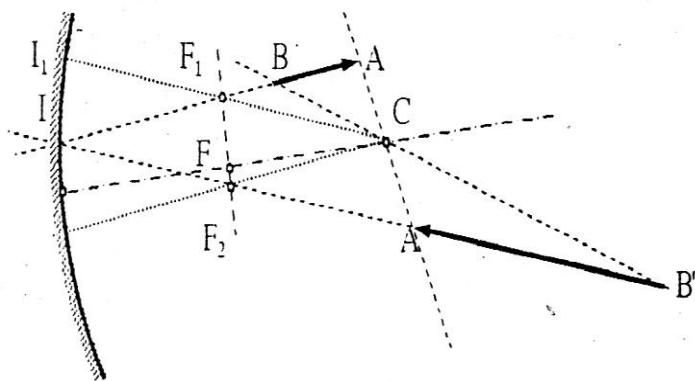
xạ song song, trong đó tia tới đỉnh gương cho tia phản xạ đối xứng đi qua mép trên của đĩa (hình 4.2). Đường kính vệt sáng bằng:

$$D = 2IM = 2(IE + EM) = 2\left(L \cdot \tan \alpha + \frac{d}{2}\right) = 2\left(L \cdot \frac{r}{f} + \frac{d}{2}\right) = 3,5m$$

Bài 6.

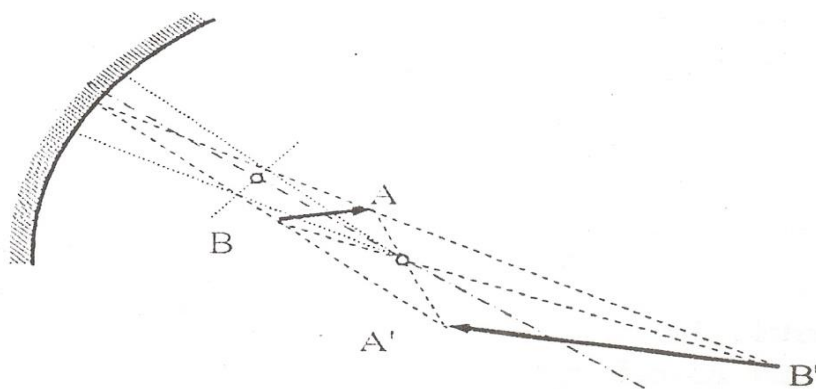
Tia đi dọc AB tới gương là tia tới chung cho mọi điểm vật. Do đó tia phản xạ tương ứng cũng là tia chung cho mọi điểm ảnh. Nó phải đi dọc vật $A'B'$. Giao của hai tia này là điểm phản xạ I trên gương (hình vẽ).

Ngoài ra, đối với gương cầu, tia từ điểm vật đi qua tâm gương trở lại đường cũ để tới điểm ảnh. Nghĩa là giao của hai đường AA' và BB' là tâm cong C. Để xác định tiêu điểm chính, từ tâm cong C ta vẽ tia phụ CI_1 song song với tia $A'I$. Giao của nó với tia IA , cho tiêu điểm phụ F_1 .



Làm tương tự, ta có tiêu điểm phụ F_2 . Đường thẳng vuông góc với đoạn thẳng F_1F_2 kẻ từ C chính là trục chính. Giao của nó với đoạn F_1F_2 là tiêu điểm chính cần xác định.

Ghi chú: Bài toán có thể có thể cho một lời giải khác, nếu xem rằng tia tới phát đi từ A sao cho tia phản xạ của khi về A' có đi qua B, thì tất yếu một tia tới xuất phát từ B, ngược đường tia phản xạ ấy, phải cho tia phản xạ đi qua đồng thời A và B' (Hình 7.3).



Hình 7.3

Tâm gương được xác định giống như trường hợp trước. Cũng bằng cách kẻ các trục phụ thích hợp, ta xác định được tiêu điểm chính.

Vậy, đây là bài toán có lời giải không đơn trị

Bài 7. Đa số học sinh bị ngỡ ngàng với câu hỏi của đề bài, vì cho rằng, mặc nhiên hai tia phản xạ của chùm tia tới song song với trục chính thì đều qua tiêu điểm chính. Chỉ một số ít học sinh nhận ra rằng tia tới thứ nhất không thỏa mãn điều kiện tương đương vì đi quá xa quang trục. Đối với nó không thể áp dụng phép tính gần đúng khi đi tới kết luận: $OF = \frac{OC}{2}$.

Vì vậy, khi giả bài toán này cần vẽ hình cẩn thận.

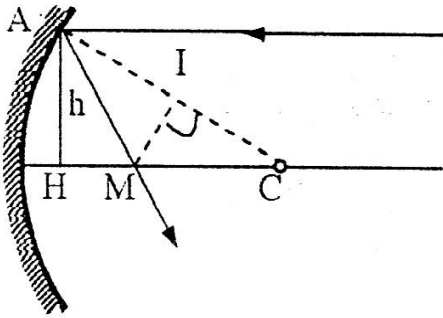
Từ giao điểm M của tia phản xạ với trục chính kẻ đường vuông góc MI xuống bán kính CA cách (hình 8), và xét hai tam giác vuông đồng dạng CAH và CMI, ta có:

$$\frac{CM}{CA} = \frac{CI}{CH} \text{ hay là } \frac{CM}{R} = \frac{\frac{R}{2}}{\sqrt{R^2 - h^2}}$$

giải ra ta được

$$CM = \frac{R}{2\sqrt{1 - \left(\frac{h}{R}\right)^2}} \quad (1)$$

Biểu thức (1) là hoàn toàn chính xác cho bất kỳ tia phản xạ nào khi tia tới song song với trục chính. Vì vậy ta có thể áp dụng cho cả hai tia phản xạ. Tuy nhiên, với tia tới có $h_2 = 0,5 \text{ cm}$, ta có thể xem tia phản xạ của nó qua tiêu điểm chính.



Vậy, khoảng cách giữa hai giao điểm cần tìm bằng:

$$\Delta x = CM_1 - \frac{R}{2} = \frac{R}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (0,7)^2}} - 1 \right) \cong 1,0007 \cong 1,0 \text{ cm}$$

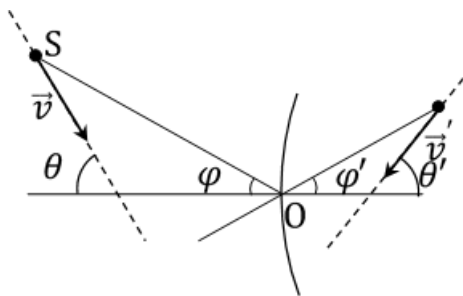
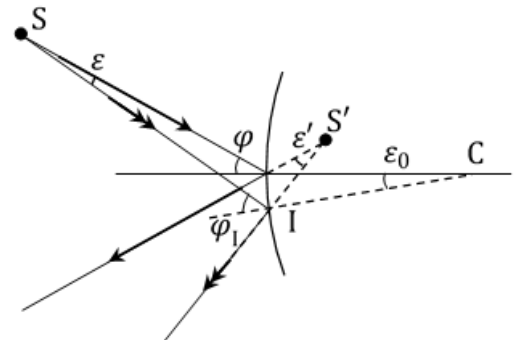
Bài 8.

$$OI \approx R\varepsilon_0 \approx \frac{\rho\varepsilon}{\cos \varphi} \approx \frac{\rho'\varepsilon'}{\cos \varphi'}$$

$$\begin{cases} \varphi + \varepsilon = \varphi_1 - \varepsilon_0 = \varphi + d\varphi - \varepsilon_0 \\ \varphi' + \varepsilon' = \varphi'_1 + \varepsilon_0 = \varphi' + d\varphi' + \varepsilon_0 \\ \varphi' = \varphi; d\varphi' = d\varphi \end{cases}$$

$$\varepsilon' - \varepsilon = 2\varepsilon_0 \Rightarrow \frac{\cos \varphi'}{\rho'} - \frac{\cos \varphi}{\rho} = \frac{2}{R} \Rightarrow$$

$$\rho = \frac{R\rho' \cos \varphi'}{R \cos \varphi' - 2\rho'}$$



$$\begin{aligned}
 \frac{d\rho'}{dt} &= -v' \cos(\theta' - \varphi'); \quad \frac{d\varphi'}{dt} = -\frac{v'}{\rho'} \sin(\theta' - \varphi') \\
 \frac{d\rho}{dt} &= -v \cos(\theta - \varphi) \quad \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{v}{\rho} \sin(\theta - \varphi) \\
 \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{d\varphi'}{dt} \Rightarrow \frac{v}{\rho} \sin(\theta - \varphi) = \frac{v'}{\rho'} \sin(\theta' - \varphi') \\
 \frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho} &= \frac{2}{R \cos \varphi'} \Rightarrow -\frac{1}{\rho'^2} \frac{d\rho'}{dt} + \frac{1}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} = \frac{2 \sin \varphi'}{R \cos^2 \varphi'} \frac{d\varphi'}{dt} \Rightarrow \\
 \frac{v'}{\rho'^2} \cos(\theta' - \varphi') - \frac{v}{\rho^2} \cos(\theta - \varphi) &= -\frac{2 \sin \varphi'}{R \cos^2 \varphi'} \frac{v'}{\rho'} \sin(\theta' - \varphi') \\
 \cot(\theta - \varphi) &= \frac{\rho}{\rho'} \cot(\theta' - \varphi') + \frac{2\rho \sin \varphi'}{R \cos^2 \varphi'} = \frac{R \cos \varphi' \cot(\theta' - \varphi') - 2\rho' \tan \varphi'}{R \cos \varphi' - 2\rho'} \Rightarrow \\
 \theta &= \varphi' + \arctan \frac{R \cos \varphi' - 2\rho'}{R \cos \varphi' \cot(\theta' - \varphi') - 2\rho' \tan \varphi'} \\
 v &= \frac{\rho}{\rho'} v' \frac{\sin(\theta' - \varphi')}{\sin(\theta - \varphi)} = v' \frac{R \cos \varphi' \sin(\theta' - \varphi')}{R \cos \varphi' - 2\rho' \sin(\theta - \varphi)}
 \end{aligned}$$

Vậy S có vận tốc $\vec{v}$ hợp với OS một góc θ với

$$\begin{cases}
 \theta = \varphi' + \arctan \frac{R \cos \varphi' - 2\rho'}{R \cos \varphi' \cot(\theta' - \varphi') - 2\rho' \tan \varphi'} \\
 v = v' \frac{R \cos \varphi' \sin(\theta' - \varphi')}{R \cos \varphi' - 2\rho' \sin(\theta - \varphi)}
 \end{cases}$$

Bài 9. .1. Giả sử thấu kính ở bên trái điểm A:

- ở vị trí A cho ảnh ảo tại B: $\frac{1}{f} = \frac{1}{d} - \frac{1}{d+8}$ (1)

(0,25đ)

- ở vị trí B cho ảnh ảo tại C: $\frac{1}{f} = \frac{1}{d+8} - \frac{1}{d+32}$ (2)

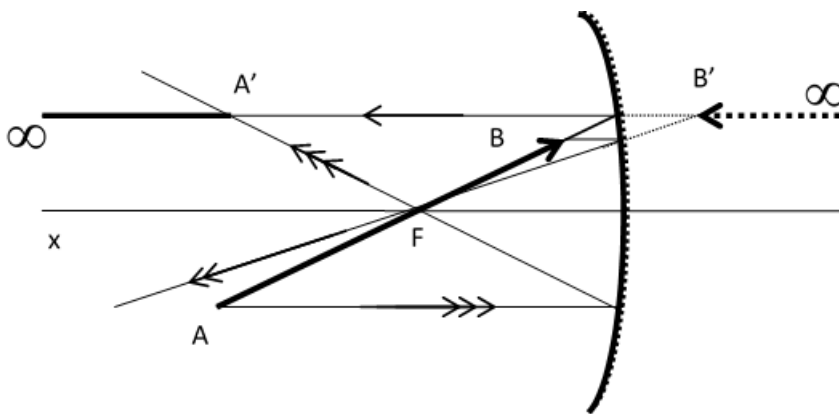
- Giải hệ (1), (2) ta được : $d = 16\text{cm}$ và $f = 48\text{cm}$. Thấu kính hội tụ.

(0,25đ)

*Nếu thấu kính nằm trong đoạn AB thì ảnh ở B là ảnh thật của vật thật đặt tại A, theo nguyên lý về tính thuận nghịch của chiều truyền ánh sáng thì vật thật đặt tại B phải cho ảnh thật tại A trái với đề bài.

*Nếu TK nằm trong đoạn BC thì ảnh ở B là ảnh ảo gần TK hơn vật thật đặt tại A nên TK là TKPK, nhưng ảnh tại C là ảnh thật do đó không xảy ra trường hợp này.

*Nếu TK nằm bên phải điểm C thì đây là TKPK. AB là khoảng di chuyển của vật, BC là khoảng di chuyển của ảnh, ta phải có $AB > BC$ điều này trái với đề cho.



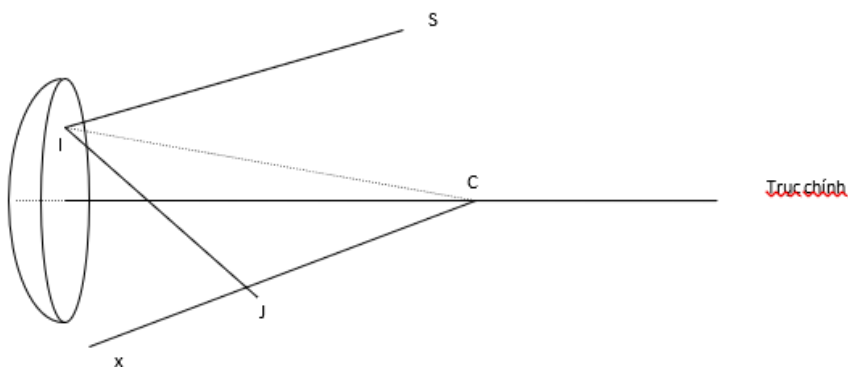
2. Dựng được ảnh:

* Mô tả được ảnh của AB gồm 2 phần:

- ảnh thật A'_{∞}
- ảnh ảo B'_{∞}

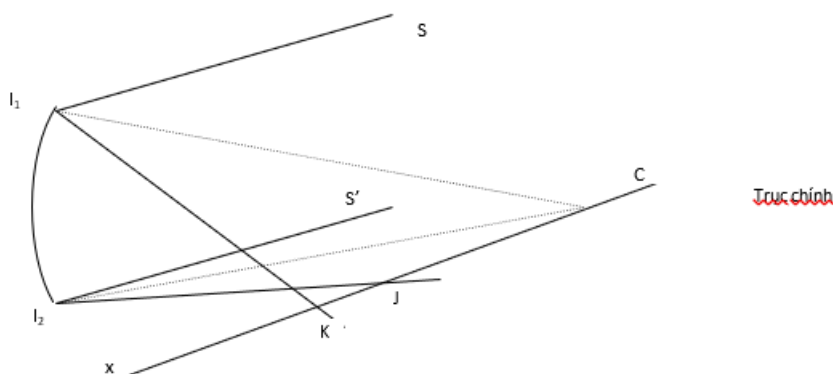
Bài 10. Do góc tới $i=30^\circ \Rightarrow$ điều kiện tương điểm không thỏa mãn vì vậy chùm tia ló sẽ không hội tụ tại một điểm.

+ Từ C kẻ Cx song song với các tia tới $\Rightarrow$ Cx là trục phụ và mọi tia phản xạ đều đi qua Cx hay chùm phản xạ phải bị bẹp (bị thắt lại) tại một đoạn trên Cx



+ Xét tia tới SI bất kì; mặt phẳng (CSI) cắt gương theo một đường tròn chính, mặt phẳng này không chứa trục chính vì I là điểm bất kì.

Ta vẽ mặt phẳng này trong mặt phẳng hình vẽ:



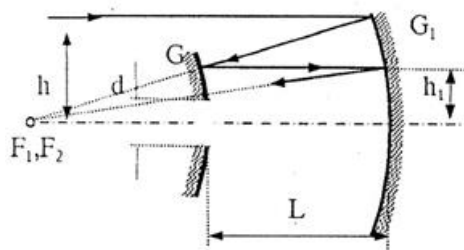
$$f_G = \frac{CO_2}{2} = \frac{|f|+l}{2} = 6cm$$

Bài 12. Theo điều kiện đầu bài, hai gương có chung tiêu điểm (hình 5.2). Do đó tia song song tới gương G_1 thì tia phản xạ hướng tới tiêu điểm gương cầu lõm, và lại cho tia phản xạ song song tới gương cầu lồi, cách trục chính một khoảng h_1 . Do $h \ll L$, nên từ các tam giác đồng dạng suy ra $h_1 = \frac{h}{2}$. Như vậy,

muốn cho sau n lần phản xạ, tia sáng lọt qua lỗ, thì:

$$h_n \leq \frac{d}{2}$$

$$\text{Hay: } 20 \leq 2^n$$



suy ra $n \geq 5$, tức là tia thoát ra khỏi hệ sau 5 lần phản xạ. Nó đi trong hệ đoạn đường bằng $9L$, thời gian bị giữ lại bằng:

$$\tau = 9 \frac{L}{c} = 1,5 \cdot 10^{-7} s$$

Bài 13. a) Lập phương trình:

- Xét HQC không quán tính gắn với bình. Mỗi điểm trên bề mặt thủy ngân cân bằng dưới tác dụng của trọng lực $P=mg$ và lực quán tính li tâm $F=ma$
- Khi cân bằng, mặt thoáng của thủy ngân vuông góc với hợp lực của hai lực này.
- Mặt thoáng của thủy ngân có trục quay là trục đối xứng.
- Trong một mặt phẳng chứa trục quay ta xét một điểm bất kì $M(x,y)$. Ta tìm hệ thức liên lạc giữa x và y . Muốn vậy ta áp dụng phương pháp vi phân. Trong phương pháp này có thể thay một đoạn nhỏ của đường giới hạn mặt thoáng bởi tiếp tuyến. Ý nghĩa hình học của đạo hàm cho ta:

$$\tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{a}{g} = \frac{\omega^2 x}{g}$$

$$\rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\omega^2}{g} x \rightarrow dy = \frac{\omega^2}{g} x dx$$

$$\rightarrow y = \int dy = \frac{\omega^2}{2g} x^2 + C$$

Để tìm hằng số tích phân C ta thay ở điều kiện biên: khi $x=0$ thì $y=0$ suy ra $C=0$

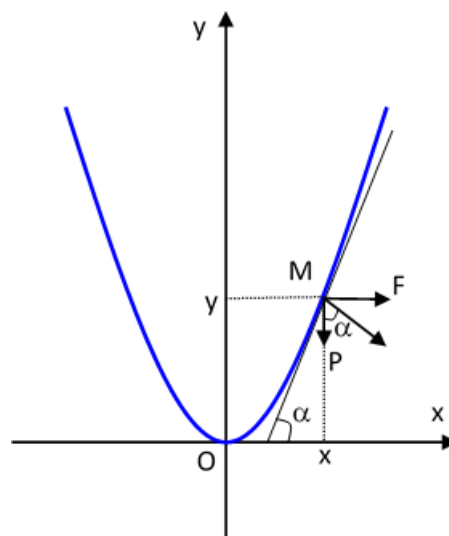
Do đó: $y = \frac{\omega^2}{2g} x^2 \rightarrow$ bề mặt thủy ngân là một parabol

tròn xoay (paraboloid) đỉnh O .

b) Cminh:

Xét tia sáng tới gặp paraboloid tại M . Dựng pháp tuyến tại M (vuông góc với tiếp tuyến). Tia phản xạ được dựng dựa theo định luật phản xạ ánh sáng. Tia phản xạ cắt trục quay tại F . Tia sáng trùng với trục quay thì phản xạ quay ngược lại.

Ta có: $OF = OM - MF = y - x \tan(2\alpha - 90^\circ)$

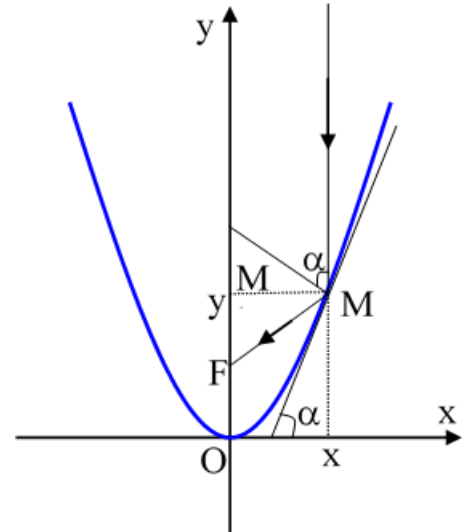


$$\rightarrow OF = \frac{\omega^2}{2g} x^2 + x \cot 2\alpha$$

Với $\tan \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{\omega^2 x}{g}$ nên ta được: $\cot 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{2 \tan \alpha} = \frac{g}{2\omega^2 x} - \frac{\omega^2 x}{2g}$

Vậy $OF = \frac{g}{2\omega^2} = \text{const}$ không phụ thuộc vào x (không phụ thuộc vào vị trí điểm M) nên nó đúng cho mọi tia tới (Đpcm)

c) Tiêu cự của paraboloid là $OF = \frac{g}{2\omega^2}$



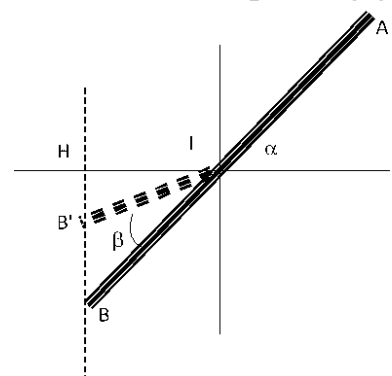
VIII.2. HIỆN TƯỢNG KHÚC XẠ PHẢN XẠ TOÀN PHẦN

Bài 1.

a) Giả sử phần IB của thanh bị ngập nước. Khi ta nhìn đầu B của thanh theo phương gần vuông góc với mặt nước, ta sẽ nhìn thấy ảnh B' của nó. Đầu đũa nhúng trong nước dường như bị dịch chuyển đi một góc β như hình vẽ 1. Có nước như lưỡng chất phẳng có chiều dày BH, theo công thức tính độ dịch của ảnh qua lưỡng chất phẳng, ta có: $BB' = BH \left(1 - \frac{1}{n}\right)$

$$\Rightarrow BB' = BH - BB' = \frac{BH}{n} \quad (1)$$

Từ hình vẽ, ta có: $\tan \alpha = \frac{BH}{IH} \quad (2)$



$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{B'H}{HI} \quad (3)$$

Thay (1) và (3) rồi so sánh với (2), ta được: $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{BH}{n \cdot HI} = \frac{\tan \alpha}{n}$

$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{(n-1)\tan \alpha}{n + \tan^2 \alpha} = \frac{n-1}{\frac{n}{\tan \alpha} + \tan \alpha} \quad (4)$$

Khi $\alpha = 30^\circ$, thay vào (4) ta được $\tan \beta = \frac{\sqrt{3}}{15} \approx 0,115 \Rightarrow \beta = 6^\circ 35'$

Khi $\alpha = 60^\circ$, thay vào (4) ta được $\tan \beta = \frac{\sqrt{3}}{13} \approx 0,133 \Rightarrow \beta = 7^\circ 35'$

b) Từ biểu thức của $\tan \beta$ ta thấy tử thức là một hằng số, do đó $\tan \beta$ cực đại khi mẫu thức đạt cực tiểu

Áp dụng bất đẳng thức Cô - si, ta có: $\frac{n-1}{\frac{n}{\tan \alpha} + \tan \alpha} \geq 2\sqrt{n}$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{n}{\tan \alpha} = \tan \alpha \Leftrightarrow \tan \alpha = \sqrt{n}$

Thay $\tan \alpha = \sqrt{n}$ vào (4), ta được $\tan \beta_{\max} = \frac{n-1}{2\sqrt{n}}$

Thay số, với $n = \frac{4}{3}$, ta được $\tan \beta_{\max} = \frac{\sqrt{13}}{13} \approx 0,144$

Từ đó suy ra $\beta_{\max} = 8^\circ 13'$ khi $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 49^\circ 6'$

Bài 2 . Xét một tiết diện ngang P của ống mao dẫn. Sự tạo ảnh của mép cột thủy ngân A được biểu diễn như hình.

Áp dụng định luật khúc xạ tại I ta có: $\sin r = n \sin i$

Vì $\alpha + \widehat{IAO} = 180^\circ$ nên $\sin \alpha = \sin(\widehat{IAO})$

$\triangle AA'I$ vuông tại A' nên $\sin \alpha = \cos(\widehat{A'IA}) = \cos(r-i)$;

Trong $\triangle OAI$ có: $\frac{OA}{\sin i} = \frac{OI}{\sin \alpha} = \frac{OI}{\cos(r-i)}$

$$OA \cos(r-i) = OI \sin i \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \sqrt{1-\sin^2 i} \sqrt{1-\sin^2 r} = n \sin^2 i - \frac{D}{d} \sin i \quad (*)$$

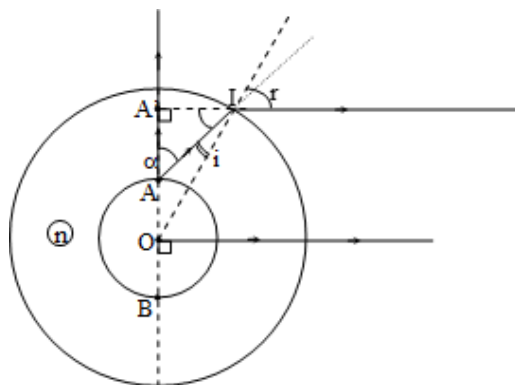
$$\frac{D}{d} = \frac{3,464}{2} = 1,732 = n$$

$$(*) \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow (1-\sin i)(2n^2 \sin^2 i - \sin i - 1) = 0$$

Pt trên có nghiệm $\sin i = 1/2$ và $\sin i = -1/3$; $\sin i = 1$ (loại 2 nghiệm này vì $0 < i < 90^\circ$)

Xét $\triangle OA'I$ vuông tại A' ta có:

$$OA' = OI \sin r = OI \cdot n \cdot \sin i = (3,464/2) \cdot 1,732 \cdot 0,5 \approx 1,5 (\text{mm})$$



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Vậy đường kính của cột thủy ngân mà người ta nhìn thấy là
 $d' = 2OA' \approx 3(\text{mm})$

Bài 3. Cảm giác chiều dày của ống bằng 0 xuất hiện khi các tia sáng đi từ bên trong ống khúc xạ vào thủy tinh cho tia ló tiếp tuyến với mặt ngoài.

+ Tia sáng từ bên trong chất lỏng tới A thuộc mặt trong của ống sẽ toả ra bên trong góc nhị diện bằng $2\alpha_{\max}$.

+ Tia ngoài biên khi ra khỏi ống sẽ tiếp tuyến với mặt ngoài ống. Khi đó góc tới γ của tia đó trên mặt ngoài của ống là góc giới hạn đối với mặt giới hạn thủy tinh – không khí:

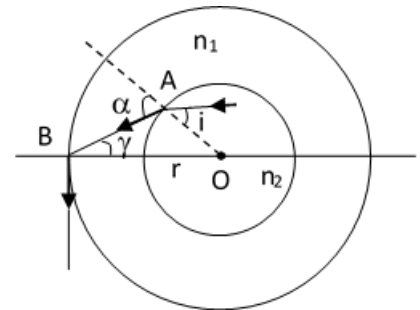
$$\sin \gamma = \frac{1}{n_1} \quad (\text{Tia này ứng với góc } \alpha_{\max})$$

+ Xét $\triangle OAB$: áp dụng định lí hàm số sin, ta có:

$$\frac{r}{\sin \gamma} = \frac{R}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}$$

$$\text{Với } \alpha_{\max}: \frac{r}{R} \geq \frac{1}{n_1 \sin \alpha_{\max}}$$



Hình 5

Giá trị của $\alpha_{\max}$ phụ thuộc vào n_1 và n_2 :

- Khi $n_2 \leq n_1 \Rightarrow \sin \alpha_{\max} = \frac{n_2}{n_1}$ (Góc giới hạn tại A có $\sin i_{\max} = 1$) $\Rightarrow \frac{r}{R} \geq \frac{1}{n_2}$

- Khi $n_2 \geq n_1 \Rightarrow \alpha_{\max} = 90^\circ$ (Góc tới tại A có $\sin i_{\max} = \frac{n_1}{n_2}$) $\Rightarrow \frac{r}{R} \geq \frac{1}{n_1}$

* Vậy: $\frac{r}{R} \geq \frac{1}{n_1}$ khi $n_1 \leq n_2$ Hoặc $\frac{r}{R} \geq \frac{1}{n_2}$ Khi $n_1 \geq n_2$

Bài 4. .1. Tính giá trị lớn nhất i_m mà i không vượt quá để tia sáng không truyền sang lớp vỏ ngoài.

Góc tới i_m lớn nhất ứng với tia IJ tới mặt tiếp xúc của hai lớp thủy tinh dưới góc giới hạn i_{gh} tức là ứng với $r = \frac{\pi}{2} - i_{gh}$. Do đó:

$$\cos r = \sin i_{gh} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin i = n \cdot \sin r = n_1 \cdot \sqrt{1 - \cos^2 r} = n_1 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{1,5^2 - 1,48^2}$$

$$n \approx 0,244 \Rightarrow i_m \approx 14^{\circ}08'$$

2. Góc tới i'_m lớn nhất ứng với tia JH tới mép ngoài của hình vành khăn dưới góc tới i_{gh} . Trong tam giác OJH, ta có:

$$\frac{\sin J}{OH} = \frac{\sin H}{OJ} \Rightarrow \frac{\sin(i_{gh} + \phi)}{R + a} = \frac{\sin i_{gh}}{R - a}$$

$$\Rightarrow \sin(i_{gh} + \phi) = \sin i_{gh} \cdot \frac{R + a}{R - a} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{R + a}{R - a}$$

$$\text{Do đó: } r' = \frac{\pi}{2} - (i_{gh} + \phi) \text{ nên}$$

$$\cos r' = \sin(i_{gh} + \phi) = \sin i_{gh} \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{R + a}{R - a}$$

$$\sin i'_m = n_1 \sin r' = n_1 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{R + a}{R - a}\right)^2} \approx 0,1558 \Rightarrow i'_m \approx 9^{\circ}$$

Bài 5. Mặt nước và không khí tạo ra một lưỡng chất phẳng khi Akaba nhìn với góc $\alpha = 45^{\circ}$ không thỏa mãn điều kiện tương đương của lưỡng chất phẳng, còn khi nhìn vuông góc do thỏa mãn điều kiện tương đương nên Akaba sẽ thấy ảnh của chiếc nhẫn được nâng lên.

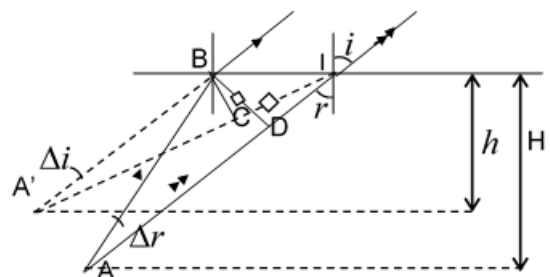
Gọi A là chiếc nhẫn ở đáy suối và A' là ảnh mà AKABA nhìn thấy. Vì Δi và Δr là rất nhỏ nên:

$$BD = BA \cdot \Delta r = \frac{H}{\cos r} \cdot \Delta r$$

$$\text{Tương tự } BC = \frac{h}{\cos i} \Delta i$$

$$\text{Mà } BI = \frac{BD}{\cos r} = \frac{BC}{\cos i}$$

$$\Rightarrow \frac{H}{\cos^2 r} \cdot \Delta r = \frac{h}{\cos^2 i} \Delta i \quad (*)$$



Hình 18

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Theo định luật khúc xạ ánh sáng: $\frac{\sin i}{\sin r} = n$; $\frac{\sin(i + \Delta i)}{\sin(r + \Delta r)} = n$ (1)

Vì Δr và Δi rất nhỏ nên từ (1): $\sin i + \cos i \cdot \Delta i = n \sin r + n \cos r \cdot \Delta r$

$$\Leftrightarrow \cos i \cdot \Delta i = n \cos r \cdot \Delta r$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta i}{\Delta r} = \frac{\cos r}{\cos i} \quad (**)$$

$$\text{Từ (*) và (**)} \Rightarrow h = \frac{H}{n} \left(\frac{\cos i}{\cos r} \right)^3$$

$$\text{Theo bài ra: } h_2 - h_1 = 18,2 \text{ (cm)} \Leftrightarrow \frac{H}{n} \left(\frac{\cos^3 i_2}{\cos^3 r_2} - \frac{\cos^3 i_1}{\cos^3 r_1} \right) = 18,2$$

Vì i_2 và r_2 rất nhỏ nên: $H = 57,8 \text{ cm}$

Vậy độ sâu của suối là 57,8cm.

Bài 6.

Ta lấy đỉnh của trục đối xứng trên mặt Σ làm gốc tọa độ, trục đối xứng của mặt làm trục hoành Ox, và trục Oy vuông góc với Ox trong một mặt kinh tuyến của Σ (Hình 3.1).

Ta xét hai tia sáng:

- Tia A_0O đi theo trục đối xứng của Σ truyền qua Σ vào môi trường n , không bị lệch.
- Tia AI song song với A_0O tới điểm I trên mặt Σ , khúc xạ theo IR và cắt tia Ox tại điểm F, cách O một khoảng $\overline{OF} = f$.

Quang trình của hai tia là:

$$(OF) = f \cdot n$$

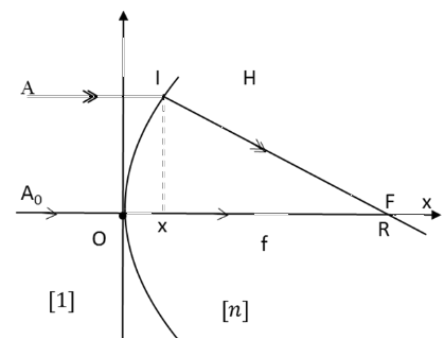
$$(AIF) = AI + n \cdot IF = x + n\sqrt{(f-x)^2 + y^2}.$$

Quang trình của hai tia này phải bằng nhau với mọi x, y trên mặt Σ . Ta có phương trình:

$$x + n\sqrt{(f-x)^2 + y^2} = nf,$$

$$\text{hay là } n\sqrt{(f-x)^2 + y^2} = nf - x,$$

Bình phương hai vế của phương trình trên ta được phương trình:



Hình 3.1

$$(n^2 - 1)x^2 - 2fn(n-1)x + n^2y^2 = 0,$$

Chia hai vế cho $(n^2 - 1)$, ta được:

$$x^2 - \frac{2nf}{n+1}x + \frac{n^2y^2}{n^2-1} = 0.$$

Thêm bớt số hạng $\left(\frac{nf}{n+1}\right)^2$ vào vế trái của phương trình ta thu được phương trình:

$$\left(x - \frac{nf}{n+1}\right)^2 + \frac{n^2y^2}{n^2-1} = \frac{n^2f^2}{(n+1)^2}$$

$$\text{Hay } \frac{\left(x - \frac{nf}{n+1}\right)^2}{\left(\frac{nf}{n+1}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(f\sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\right)^2} = 1. \quad (3.1)$$

Theo giả thiết ta có $n > 1$ nên $\sqrt{\frac{n-1}{n+1}} > 0$.

Vậy, phương trình (3.1) là phương trình của một elip với hai bán trục lần lượt là:

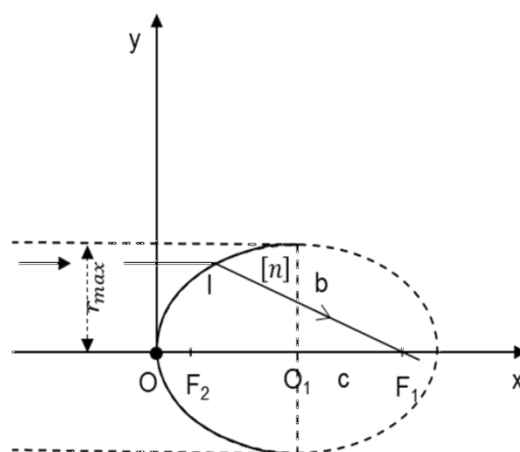
$$a = \frac{n}{n+1}f; b = \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}f.$$

Bán tiêu cự của elip là $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \frac{f}{n+1}$. Tâm sai là $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{n}$.

Lập luận tương tự như bài 2, với giá trị $n > 1,5$ thì tiết diện của mặt Σ là một nửa hình elip, mà F_1 với $OF_1 = f$ là một tiêu điểm, còn tiêu điểm F_2 ở gần O hơn (Hình 3.2).

Hình vẽ còn cho thấy rằng bán kính cực đại của tiết diện chùm tia chính bằng bán trục nhỏ của elip.

*Nếu môi trường chứa chùm tia song song có chiết suất $N > n$ thì ta chỉ cần đảo chiều các tia sáng, bài toán lúc này tương tự như bài 2, từ đó ta có thể kết luận rằng mặt Σ phải là một hyperbolôit tròn xoay mà F là một tiêu điểm.



Hình 3.2

Mặt khác, vì chiết suất tỉ đối của môi trường chứa tia khúc xạ bây giờ là $\frac{n}{N} < 1$ nên trong phương trình của hyperbol, phù hợp với kết luận trên.

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Bài 7. Ta lấy gốc O của trục đối xứng trên mặt làm gốc tọa độ, trục đối xứng của thấu kính làm trục hoành Ox, và trục Oy vuông góc với Ox (Hình 4.1). Ta xét hai tia sáng:

- Tia OJ đi theo trục đối xứng của thấu kính truyền qua thấu kính vào môi trường n, không bị lệch.
- Tia AI song song với OJ, tới điểm I khúc xạ theo IR và cắt tia Ox tại điểm F, cách O một khoảng d.

Gọi x, y là tọa độ của I. Gọi e là khoảng cách từ O đến đỉnh của mặt cong.

Quang trình của tia thứ nhất là :

$$(OJ) = n\overline{OJ} + \overline{JF} = ne + d - e .$$

Quang trình của tia thứ hai là:

$$(AIF) = n\overline{AI} + \overline{IF} = n.x + \sqrt{(d-x)^2 + y^2} .$$

Vì chùm tia tới là chùm song song và hội tụ lại một điểm sau khi qua thấu kính nên quang trình của chùm tia sáng là một hằng số đối với mọi tia. Vì vậy ta có:

$$(AIF) = (OJ)$$

$$\text{hay: } n.e + d - e = n.x + \sqrt{(d-x)^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(d-x)^2 + y^2} = [(n-1)e + d] - nx. \quad (4.1)$$

Bình phương hai vế của phương trình (4.1) ta được phương trình:

$$(1-n^2)x^2 + 2(n-1)(ne+d)x + y^2 = (n-1)^2e^2 + 2(n-1)ed,$$

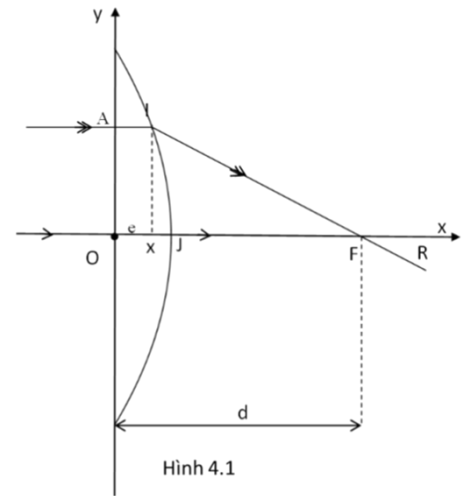
Vì $n > 1$ nên số hạng đầu của phương trình âm, đổi dấu cả ba số hạng ta được:

$$(n^2-1)x^2 - 2(n-1)(ne+d)x - y^2 = -(n-1)^2e^2 - 2(n-1)ed .$$

Chia cả hai vế cho (n^2-1) ta được phương trình sau:

$$x^2 - \frac{2(ne+d)}{n+1}x - \frac{y^2}{n^2-1} = -\frac{2ed + (n-1)e^2}{n+1} .$$

Thêm số hạng $\left(\frac{ne+d}{n+1}\right)^2$ vào hai vế của phương trình ta được:



Hình 4.1

$$x^2 - \frac{2(ne+d)}{n+1}x + \left(\frac{ne+d}{n+1}\right)^2 - \frac{y^2}{n^2-1} = \left(\frac{ne+d}{n+1}\right)^2 - \frac{2ed+(n-1)e^2}{n+1}$$

$$\Rightarrow \frac{\left(x - \frac{ne+d}{n+1}\right)^2}{\left(\frac{d-e}{n+1}\right)^2} - \frac{y^2}{\frac{(d-e)^2(n-1)}{n+1}} = 1.$$

Đây là phương trình của một Hyperbol quy về hai trục đối xứng. Hai bán trục và nửa tiêu cự lần lượt là:

$$a = \frac{d-e}{n+1}; b = \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}(d-e); c = \frac{(d-e)\sqrt{n^2-2}}{n+1}.$$

F là tiêu điểm xa đỉnh O của hyperbol.

Vậy để chùm tia ló ra khỏi thấu kính hội tụ thì mặt cong phải là một mặt hyperbolôit.

Bài 8. Ta lấy một mảnh phẳng chứa trục đối xứng của mặt Σ làm mặt phẳng của hình và lấy trục đối xứng làm trục hoành, lấy giao điểm O của trục ấy với mặt Σ làm gốc tọa độ và trục Oy vuông góc với Ox (Hình 2.1).

I là một điểm trên mặt Σ . Tia sáng AI khúc xạ qua Σ rồi truyền trong môi trường 2, theo phương song song với trục Ox.

Gọi P là một mặt phẳng vuông góc với chùm tia khúc xạ, và H là giao điểm của tia khúc xạ IA' với mặt phẳng P.

Quang trình của tia AIH là:

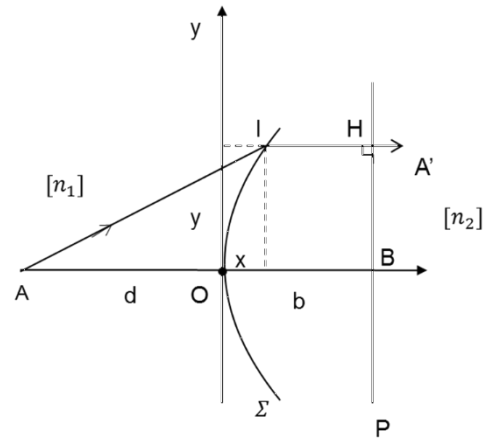
$$(AIH) = n_1 \overline{AI} + n_2 \overline{IH}.$$

Gọi x, y là tọa độ của I, đặt OB=b là khoảng cách từ O đến mặt phẳng P.

Chùm tia phản xạ là chùm tia song song và vuông góc với P nên quang trình của tia sáng là không đổi, không phụ thuộc vào vị trí của điểm I. Vì vậy ta có:

$$(AIH) = (AOB),$$

$$\text{hay } n_1 \overline{AI} + n_2 \overline{IH} = n_1 \overline{AO} + n_2 \overline{OB}$$



Hình 2.1

$$\begin{aligned}n_1\sqrt{(d+x)^2+y^2}+n_2(b-x)&=n_1d+n_2b\\n_1\sqrt{(d+x)^2+y^2}&=n_1d+n_2x.\end{aligned}$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$(n_1^2-n_2^2)x^2+2n_1(n_1-n_2)dx+n_1^2y^2=0. \quad (2.1)$$

Đây là phương trình của một đường conic, dạng cụ thể của nó phụ thuộc các giá trị của n_1, n_2 .

Trường hợp 1: $n_1 > n_2$

Với $n_1 > n_2$ hệ số của x^2 và y^2 đều dương. Vậy phương trình trên là phương trình của một elip, và mặt Σ là một mặt elipxôit tròn xoay. Phương trình (2.1) có thể viết:

$$\begin{aligned}x^2+\frac{2n_1d(n_1-n_2)}{n_1^2-n_2^2}x+\frac{n_1^2}{n_1^2-n_2^2}y^2&=0\\x^2+\frac{2n_1d}{n_1+n_2}x+\frac{n_1^2}{n_1^2-n_2^2}y^2&=0,\end{aligned}$$

Thêm và bớt $\left(\frac{n_1d}{n_1+n_2}\right)^2$ vào vế trái, ta được:

$$\left(x+\frac{n_1d}{n_1+n_2}\right)^2+\frac{n_1^2y^2}{n_1^2-n_2^2}-\frac{n_1^2d^2}{(n_1+n_2)^2}=0.$$

Chia cả hai vế cho $\frac{n_1^2d^2}{(n_1+n_2)^2}$, ta được:

$$\begin{aligned}\left(x+\frac{n_1d}{n_1+n_2}\right)^2+\frac{n_1^2y^2}{n_1^2-n_2^2}-\frac{n_1^2d^2}{(n_1+n_2)^2}&=0\\ \frac{\left(x+\frac{n_1d}{n_1+n_2}\right)^2}{\left(\frac{n_1d}{n_1+n_2}\right)^2}+\frac{y^2}{\frac{d^2(n_1-n_2)}{n_1+n_2}}&=1.\end{aligned} \quad (2.2)$$

Đây là phương trình elip quy về hai trục đối xứng của nó. Vậy, bán trục hướng theo Ox và Oy

có độ dài lần lượt là: $a = \frac{n_1}{n_1+n_2}d$; $b = \sqrt{\frac{n_1-n_2}{n_1+n_2}}d$.

Tiêu cự $2c$, với $c = \sqrt{a^2-b^2} = \frac{dn_2}{n_1+n_2}$; và tâm sai $e = \frac{c}{a} = \frac{n_1}{n_2}$.

Tâm O_1 có hoành độ: $x_o = -\frac{n_1}{n_1+n_2}d = -a$.

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

A cách O_1 một khoảng: $AO_1 = d - a = d - \frac{n_1}{n_1 + n_2}d = \frac{n_2}{n_1 + n_2}d = c$.

Vậy A là tiêu điểm ở xa O, còn tiêu điểm A_1 ở gần O hơn, và elip có dạng vẽ trên hình 2.2.

Nếu đặt một nguồn sáng tại điểm A, trong môi trường n_1 , thì chùm sáng ló ra khỏi elipxôit là một chùm hoàn toàn song song.

Trường hợp 2: $n_1 < n_2$

Phương trình (1) vẫn đúng cho trường hợp này. Tuy nhiên bây giờ, hai số hạng đầu trở thành số âm. Đổi dấu cả 3 số hạng ta được:

$$(n_2^2 - n_1^2)x^2 + 2n_1d(n_2 - n_1)x - n_1^2y^2 = 0,$$

Biến đổi tương tự như trường hợp 1 ta được:

$$\frac{\left(x + \frac{n_1d}{n_1 + n_2}\right)^2}{\left(\frac{n_1d}{n_1 + n_2}\right)^2} - \frac{y^2}{\frac{(n_2 - n_1)d^2}{n_1 + n_2}} = 1. \quad (2.3)$$

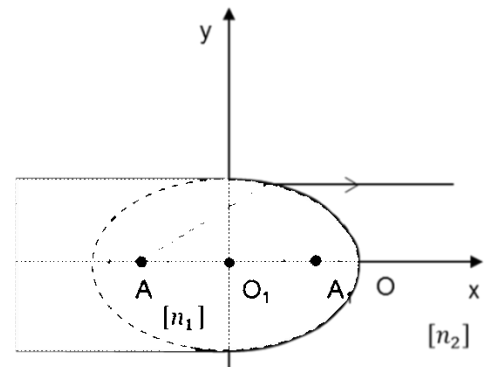
Đây là phương trình của một hyperbol quy về hai trục đối xứng. Hai bán trục và nửa tiêu cự của nó có giá trị lần lượt là:

$$a = \frac{n_1}{n_1 + n_2}d;$$

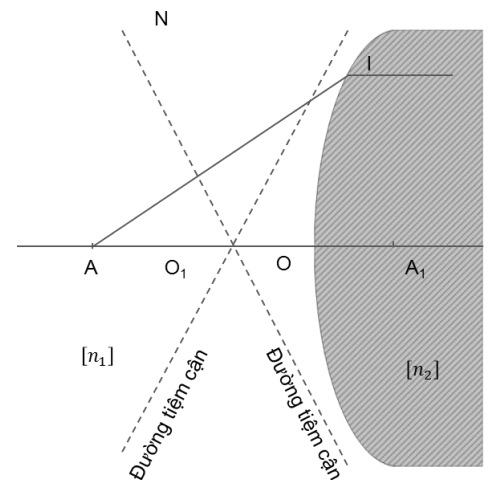
$$b = \sqrt{\frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2}}d;$$

$$c = \frac{n_2d}{n_2 + n_1}.$$

Cũng như trường hợp trên, A là tiêu điểm xa đỉnh O của hyperbol, còn A_1 là tiêu điểm gần O và ở trong môi trường có chiết suất n_2 (hình 2.3).



Hình 2.2



Hình 2.3

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

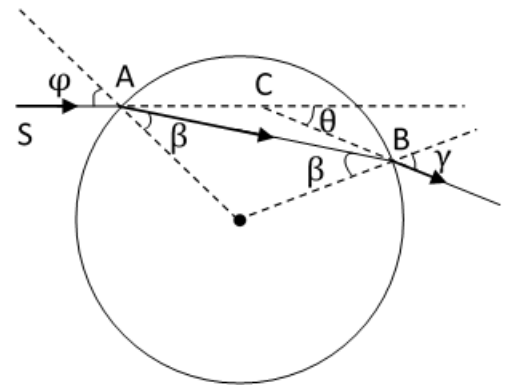
Bài 9. Tia SA đến mặt cầu với góc tới φ , đi vào mặt cầu theo đường thẳng AB tạo 1 góc β với các bán kính và theo định luật khúc xạ ánh sáng:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \beta} = n$$

+ Đối với tia đi ra khỏi quả cầu, ta có:

$$\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{1}{n}$$

+ Khảo sát tam giác ABC: Tam giác cân



Hình 7

$$\theta = 2(\varphi - \beta) = 2 \arctan(7/24)$$

$$\text{Hay } \tan(\varphi - \beta) = \frac{7}{24} \Leftrightarrow \frac{\tan \varphi - \tan \beta}{1 + \tan \varphi \cdot \tan \beta} = \frac{7}{24}$$

$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{3}{4}$$

$$\text{Từ đó: } n = \frac{\sin \varphi}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{1 + 1/\tan^2 \beta}{1 + 1/\tan^2 \varphi}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Vậy: } n = \frac{4}{3}$$

Bài 10. Theo hình vẽ ta có: $h_1 = R \sin \alpha$, $h_2 = R \sin \beta$

$$\text{Xét } \triangle IOJ: \alpha + \beta = 2r \Rightarrow \beta = 2r - \alpha$$

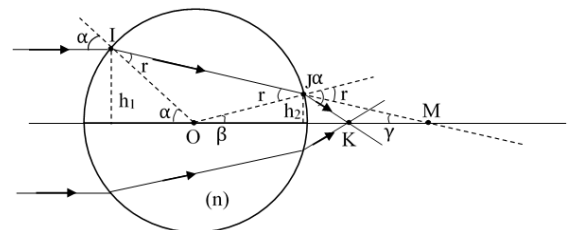
$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin(2r - \alpha)}$$

Vì α nhỏ $\Rightarrow r$ nhỏ, nên:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\alpha}{2r - \alpha} = \frac{1}{2 \cdot \frac{r}{\alpha} - 1} = 3$$

$$\text{Mà: } \frac{\sin \alpha}{\sin r} = n \Rightarrow \frac{\alpha}{r} = n$$

$$\text{Vậy: } \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{n} - 1} = 3 \Rightarrow n = 1,5$$



Bài 11. 1) Áp dụng định lí Snell: $n \sin \alpha = \sin \varphi$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Vì $\sin \alpha = \frac{1}{n} \sin \varphi < \frac{1}{n}$, tức là góc tới nhỏ hơn góc giới hạn $\sin^{-1} \frac{1}{n}$, do đó tia tới phản xạ

một phần trên mặt cầu đối diện.

2) Tìm biểu thức đối với góc lệch δ

Vì $\alpha = (\varphi - \alpha) + x$ hay $x = 2\alpha - \varphi$

$$\Rightarrow \delta = \pi - 2x = \pi - 4\alpha + 2\varphi$$

3) Tìm góc φ để gây ra góc lệch cực tiểu

Tính: $\frac{d\delta}{d\varphi} = -4 \frac{d\alpha}{d\varphi} + 2$

Để góc lệch δ cực tiểu thì $\frac{d\delta}{d\varphi} = 0$

$$\Rightarrow \frac{d\alpha}{d\varphi} = -\frac{1}{2}$$

Vì $\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{1}{n} \sin \varphi \right)$, ta có:

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha} \text{ và từ đây suy ra}$$

$$1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 \varphi = \frac{4}{n^2} \cos^2 \varphi$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^2} \cos^2 \varphi \Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{n^2 - 1}{3}$$

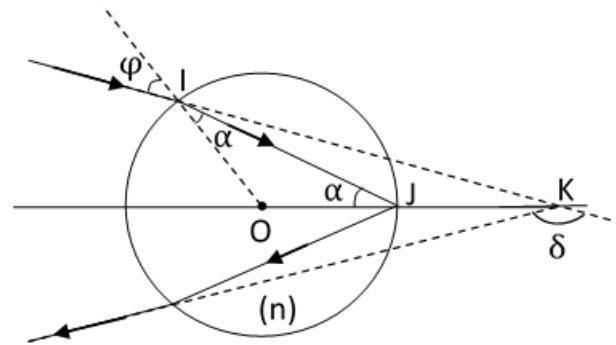
Vậy: $\cos \varphi = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}}$

Bài 12. Chứng tỏ rằng: $\frac{d}{d'} = \frac{nx}{x'}$; Vị trí của điểm sáng S

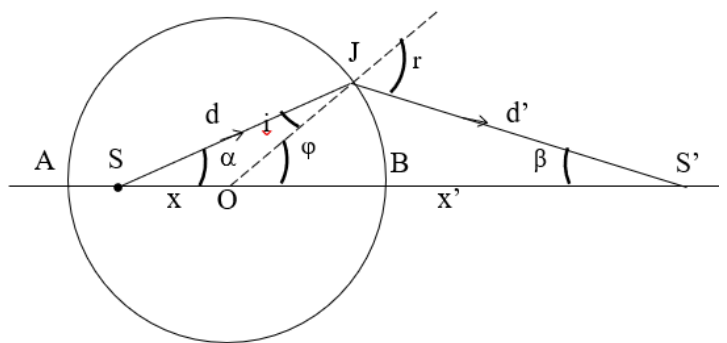
+ Đặt $x = SO$ và $x' = S'O$ theo định lý hàm số sin cho ΔOSJ ; $\Delta S'OJ$ ta có:

$$\frac{x}{\sin i} = \frac{R}{\sin \alpha} \quad \text{và} \quad \frac{x'}{\sin r} = \frac{R}{\sin \beta} \quad (1)$$

+ Theo định luật khúc xạ ánh sáng thì



Hình 10



$$\sin r = n \sin i \text{ thay vào (1)} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{x'}{nx} \quad (2)$$

+ Cũng theo định lý hàm số sin cho $\Delta SJS'$ ta có $\frac{d'}{\sin \alpha} = \frac{d}{\sin \beta} \quad (3).$

+ Từ (2) và (3) ta được : $\frac{d}{d'} = \frac{nx}{x'} \quad (4)$

+ Dùng định lý hàm số cos cho $\Delta SJS'$ ta có :

$$d^2 = x^2 + R^2 + 2Rx \cos \varphi \quad (5)$$

$$d'^2 = x'^2 + R^2 - 2Rx' \cos \varphi \quad (6)$$

+ Thay (5) ; (6) vào (4) ta được :

$$2R \cos \varphi \left(\frac{1}{x'} + \frac{1}{n^2 x} \right) - \left[\left(\frac{R}{nx} \right)^2 + \frac{1}{n^2} - 1 - \left(\frac{R}{x'} \right)^2 \right] = 0 \quad (7).$$

+ Phương trình (7) thỏa mãn với mọi giá trị của φ . Vậy ta có hệ :

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{x'} + \frac{1}{n^2 x} \right) = 0 \\ \left(\frac{R}{nx} \right)^2 + \frac{1}{n^2} - 1 - \left(\frac{R}{x'} \right)^2 = 0 \end{cases} \quad (8).$$

+ Giải hệ phương trình (8) ta được nghiệm : $x = \pm \frac{R}{n}$.

+ Vậy có 2 vị trí của S nằm đối xứng nhau qua tâm O; cách O một khoảng R/n .

Bài 13. Chia quả cầu thành các lớp cầu rất mỏng

Gọi α_k là góc tới vào môi trường có chiết suất n_k

γ_k là góc tới vào môi trường có chiết suất n_k

áp dụng định lý hàm số sin:

$$\frac{\sin \gamma_1}{r_2} = \frac{\sin(\pi - \alpha_2)}{r_1} = \frac{\sin \alpha_2}{r_1}$$

Định luật khúc xạ ánh sáng: $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \gamma_2$

$$\Rightarrow n_2 \sin \gamma_2 = n_1 \sin \alpha_2 = n_1 \cdot \frac{r_1}{r_2} \cdot \sin \gamma_2$$

$$\Rightarrow n_2 \cdot r_2 \cdot \sin \gamma_2 = n_1 \cdot r_1 \sin \gamma_1$$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Vậy, tổng quát: $n(r).r.\sin \gamma(r) = \text{const}$

$\gamma(r)$: là góc khúc xạ vào môi trường có chiết suất $n(r)$

Xét các trường hợp đặc biệt: $r = R, r = d$

$$d.n(d).\sin \gamma(d) = R.n(R).\sin \gamma(R) \quad (1)$$

Tại điểm gần tâm nhất của tia sáng thì

$$\gamma(d) = 90^\circ \Rightarrow \sin \gamma(d) = 1 \quad (2)$$

$$\text{Theo giả thuyết: } n(R) = \frac{R+a}{R+a} = 1 \quad (3)$$

Thay (2) và (3) vào (1), ta được:

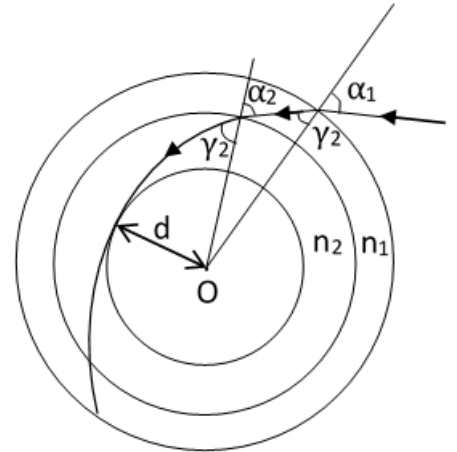
$$d.\frac{R+a}{d+a}.1 = R.1.\sin \gamma(R)$$

$\gamma(R)$ là góc khúc xạ vào mặt cầu bán kính R

$$\sin \alpha = n(R).\sin \gamma(R) = \sin \gamma(R)$$

$$\Rightarrow d.\frac{R+a}{d+a} = R.\sin \alpha$$

$$\Rightarrow d = \frac{aR \sin \alpha}{a + R(1 - \sin \alpha)}$$



Hình 16

Bài 14.

a. Vì các tia sáng đối xứng nên ta chỉ xét các tia sáng trong mặt cắt bán cầu qua tâm O với các góc tới i khác nhau.

+Tia sáng qua tâm O với $i = 0$ nên truyền thẳng.

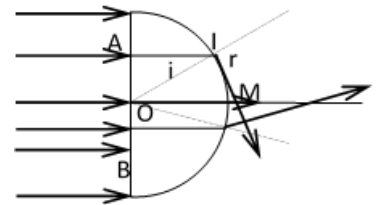
+Xét tia sáng từ A đến I với góc tới giới hạn $i = i_{gh}$ và ló ra khỏi mặt cầu dưới góc khúc xạ $r = 90^\circ$.

+Các tia sáng nằm ngoài AB (B đối xứng với A qua O) sẽ bị phản xạ toàn phần (vì $i > i_{gh}$) tại mặt bán cầu một số lần nên không ló ra khỏi phần bán cầu.

+Các tia sáng nằm trong AB sẽ khúc xạ qua ló ra khỏi bán cầu. Tia sáng càng gần O thì góc tới i càng nhỏ, do đó góc khúc xạ r càng nhỏ nên cắt tia sáng qua O ra càng xa bán cầu. Vậy ảnh của chùm sáng qua bán cầu không phải là một điểm sáng.

b. $\sin i_{gh} = \frac{1}{n} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow i_{gh} = 45^\circ$

$\triangle OMI$ vuông cân tại I , từ đó: $OM = R\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$.



Bài 15. 1+ Với tia tới $SI = SO$, tia khúc xạ OJ chính là bán kính của đường tròn nên thẳng góc với mặt cầu tại J . Do đó, tia OJ truyền thẳng qua mặt trụ

Từ định luật khúc xạ ánh sáng: $n_1 \sin i = n_2 \sin r$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Suy ra: $\sin r = 0,5$
 $r = 30^\circ$

+ Góc ló tại J ra khỏi mặt cầu bằng 0 nên góc lệch của tia ló so với tia tới SO là

$$D = i - r = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$$

2+ Góc tới i luôn là 45° nên góc khúc xạ luôn là $r = 30^\circ$
 Nếu điểm J ở K, trung điểm cung tròn AB, tia khúc xạ tới mặt trụ với góc $r = 30^\circ$

$$n_2 \sin r = n_1 \sin i'$$

$$\sin i' = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$i' = i = 45^\circ.$$

+ Khi đó tia ló song song với tia tới nên góc lệch triệt tiêu. Điểm I ở vị trí I_0 . Ta có:

$$OI_0 = OK \tan r = R \tan 30^\circ = R \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

3+ Nếu góc tới mặt trụ lớn hơn góc tới giới hạn thì ánh sáng sẽ phản xạ toàn phần, không có tia sáng ló ra khỏi mặt trụ.

Ta có: $\sin i_{gh} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ suy ra $i_{gh} = 45^\circ$

+ Khi I tới vị trí I_1 , tia khúc xạ tới mặt trụ ở J_1 với góc tới bằng i_{gh} . Khi đó tia ló tiếp xúc với mặt trụ. Vậy khi I ở ngoài khoảng OI_1 thì không có tia ló ra khỏi mặt trụ.

Áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác OI_1J_1 , ta có

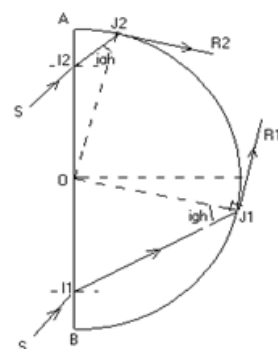
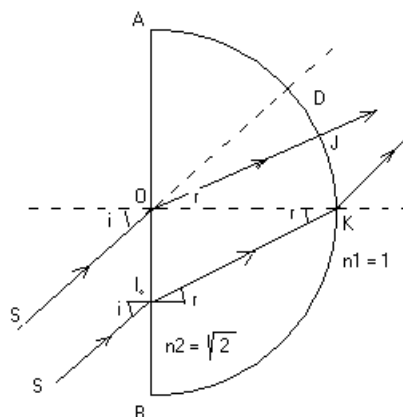
$$\frac{\sin i_{gh}}{OI_1} = \frac{\sin \angle OI_1J_1}{OJ_1}$$

Trong đó $OJ_1 = R$; $i_{gh} = 45^\circ$; $\angle OI_1J_1 = 90^\circ - r = 60^\circ$.

Vậy: $OI_1 = R \sqrt{\frac{2}{3}}$

Tương tự: $OI_2 = R \sqrt{\frac{2}{3}}$

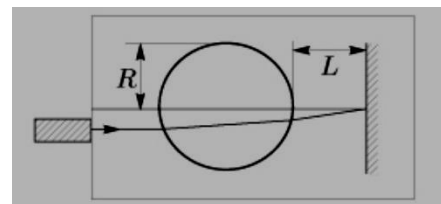
+ Kết luận: Khi tia sáng tới mặt phẳng của khối với góc tới 45° , chỉ có tia sáng ló khỏi mặt trụ nếu điểm tới I ở trên đoạn I_1I_2 .



Bài 16. Đặt màn ảnh có dán giấy kẻ ô dựng đứng phía sau bình chất lỏng.

Đặt bình chất lỏng và giữ cố định trên giá thí nghiệm. Đặt áp sát bàn quang học vào giá và nâng độ cao của nguồn laser sao cho tia sáng ló ra khỏi bình, đập lên màn sẽ di chuyển theo một đường thẳng khi nguồn laser dịch chuyển theo bàn quang nằm ngang (để bảo đảm cho đường truyền của tia sáng nằm trong mặt phẳng chứa một đường kính nằm ngang của bình).

* Để tìm tiêu diện của bình, ta lùi xa hoặc đưa màn vào gần bình để tìm một vị trí mà vệt sáng khúc xạ không thay đổi khi dịch chuyển nguồn



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

laser một khoảng nhỏ theo phương vuông góc với quang trục của bình (di chuyển theo phương ngang).

Dùng tờ giấy kẻ ô thứ hai để đo khoảng cách L từ bình đến màn.

* Dịch chuyển nguồn laser theo bàn quang cho đến khi tia sáng tiếp xúc với bình và truyền thẳng đến màn. Khi đó, độ dịch chuyển của nguồn laser (đối với tiêu điểm) đúng bằng bán kính R của bình.

* Tìm chiết suất của chất lỏng dựa theo hình bên:

Ta chỉ xét các tia gần trục nên góc tới và góc khúc xạ đều bé nên: $\alpha \approx n\beta$.

Từ đó tính được góc lệch của tia gần trục:

$$\delta = 2\delta_1 = 2(\alpha - \beta) \approx 2(n-1)\beta \quad (1)$$

Mặt khác, trong sự gần đúng gần trục ta có:

$$R\varphi = h = L\delta \Rightarrow \delta = \frac{h}{L}.$$

Thay giá trị của δ vào (1), ta nhận được:

$$\frac{h}{L} = 2(n-1)\beta \quad (2)$$

$$\text{Ngoài ra, nhìn lên hình vẽ ta thấy: } \psi = \alpha + \varphi = 2\beta \Rightarrow n\beta + \frac{h}{R} = 2\beta \Rightarrow \beta = \frac{h}{(2-n)R}.$$

Thay giá trị này vào (2), ta có: $(2-n)R = 2(n-1)L$.

$$\text{Cuối cùng, ta nhận được: } n = 1 + \frac{R}{2L + R}.$$

Như vậy chiết suất của chất lỏng được xác định theo các số đo R và L trên đây.

Bài 17.

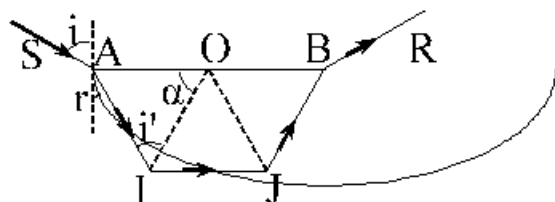
1. Áp dụng định luật khúc xạ tại A $\Rightarrow \sin r = \sin i/n \Rightarrow r = 30^\circ$

α là góc ở tâm, r là góc chắn cung $\Rightarrow \alpha = 2r = 60^\circ \Rightarrow \triangle AOI$ đều $\Rightarrow i' = 60^\circ$

Gọi i_{gh} góc tới giới hạn, $\sin i_{gh} = 1/n \Rightarrow i_{gh} = 30^\circ$

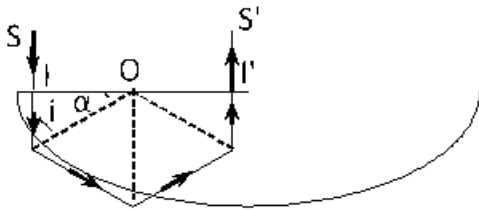
Vì $i' > i_{gh} \Rightarrow$ tại I tia sáng bị phản xạ toàn phần, tương tự, tại J cũng bị phản xạ toàn phần

Để thấy, mỗi lần phản xạ góc ở tâm thay đổi 60° vì thế sau khi phản xạ ở J thì tia sáng ló ra ở mép B, với góc ló đúng bằng góc tới $i = 60^\circ$



2. Vì chỉ có một tia ló duy nhất nên tia sáng bị phản xạ toàn phần nhiều lần ở mặt trụ trước khi ló ra ở I. Giả sử phản xạ n lần trước khi ló ra ngoài $\Rightarrow 180^\circ = \alpha + (n-1).2\alpha + \alpha = 2n.\alpha \Rightarrow OI = R.\cos\alpha$

Vì bị pxtp $\Rightarrow i > 0 \Rightarrow \alpha < 90^\circ \Rightarrow n > 1 \Rightarrow n \geq 2 \Rightarrow \alpha \leq 45^\circ \Rightarrow OI_{\min} = R.2^{-1/2}$



Bài 18. 1a.- Tia sáng đi thẳng qua mặt phẳng AB của khối bán cầu và tới mặt cầu tại J với góc tới là i .

$$\sin i = \frac{OI}{OJ} = \frac{1}{2} \Rightarrow i = 30^\circ$$

Tại J, ta có: $n \sin i = \sin r$ hay $\sqrt{2} \sin 30^\circ = \sin r \Rightarrow r = 45^\circ$

Góc lệch giữa tia ló và tia tới tại J là: $D = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$.

1b. Để có tia ló ra mặt cầu của bán cầu thì góc tới tại mặt cầu thỏa mãn điều kiện: $i \leq i_{gh}$

$$\text{, với } \sin i_{gh} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

- Khi $i = i_{gh}$ thì tia ló ra khỏi mặt cầu theo phương tiếp tuyến với bán cầu. Khi đó:

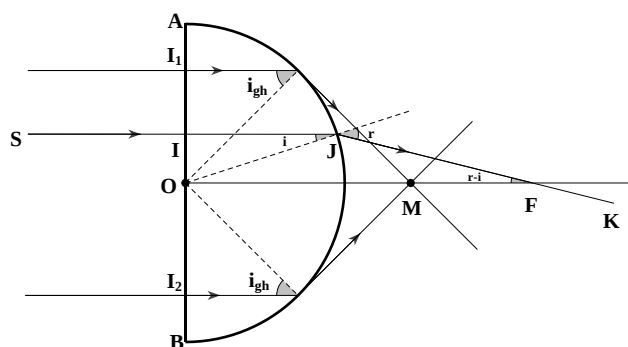
$$OI = R \sin i = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

Gọi I_1 là vị trí của I khi có góc tới tại J là $i = i_{gh}$.

Vậy nếu điểm tới I nằm trong đoạn $I_1 I_2 = R\sqrt{2}$, với $OI_1 = OI_2 = \frac{R}{\sqrt{2}}$ thì sẽ có tia ló ra khỏi mặt cầu của bán cầu.

2. Với những tia sáng tới mặt cầu tại I_1, I_2 sẽ có tia ló ra khỏi bán cầu theo phương tiếp tuyến với mặt cầu và hội tụ tại điểm M trên trục bán cầu.

Ta có: $OM = R\sqrt{2}$



- Xét đường đi của một tia sáng bất kì SIJK, đi qua được khối bán cầu và ló ra khỏi bán cầu:

Tại J, gọi i là góc tới, r là góc khúc xạ. Tia JK cắt trục bán cầu tại F.

Trong tam giác OJF, ta có: $\frac{OF}{\sin r} = \frac{OJ}{\sin(r-i)}$ hay $OF = R \frac{\sin r}{\sin(r-i)}$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

$$\Rightarrow i_{1\max} = 28^0 \Rightarrow D_{\max} = 60^0 + 2.28^0 = 116^0$$

Bài 2. 1. Xác định đường đi của tia sáng truyền từ S qua lăng kính tới S'.

Vì S và S' đối xứng qua mặt phẳng phân giác góc A, nên tia tới mặt AB và tia ló khỏi mặt AC cũng phải đối xứng qua mặt phẳng phân giác góc A, nghĩa là điểm I và J đối xứng nhau qua mặt phẳng AM, IJ vuông góc với AM tại H (ứng với góc lệch cực tiểu).

Bây giờ ta đi xác định vị trí của điểm I.

Gọi i là góc tới của tia SI = góc KSI ,

Gọi r là góc khúc xạ của tia IJ = $90^0 - 60^0 = 30^0$.

$$\sin i = n \sin r = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow i = 45^0$$

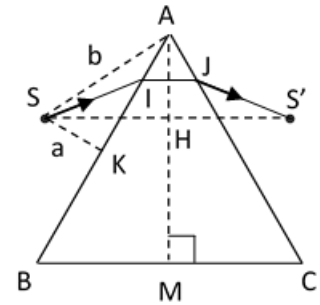
$$AI + IK = \sqrt{b^2 - a^2} = 40\text{cm}$$

$$IK = a \cdot \tan i = a \Rightarrow AI = 10\text{ cm} (= IJ)$$

2. Tính t, cần tính SI

$$SI = \frac{a}{\cos i} = \frac{30}{\sqrt{1-0,5}} = 30\sqrt{2} \approx 42,4\text{ cm} = JS'$$

$$t = \frac{2SI}{c} + \frac{n \cdot IJ}{c} = \frac{10(6\sqrt{2} + n)}{3 \cdot 10^{10}} = \frac{70\sqrt{2}}{3 \cdot 10^{10}} \approx 3,3\text{ns}$$



Hình 23

Bài 3. 1. Góc lệch $D_{\text{đmax}}$: Xét góc các tam giác thích hợp

$$D_{\text{đ}} = 2(i_1 - r_{1\text{đ}}) + 180^0 - 2\{60^0 - r_{1\text{đ}}\} = 60^0 + 2i_1$$

i_1 lớn nhất để mọi tia đều bị phản xạ

$$\sin i_1 = n \sin (60^0 - i_{\text{gh}}) = \frac{\sqrt{3(n^2 - 1)} - 1}{2}$$

Với $n_{\text{đ}} = 1,61$ nhỏ nhất;

$$\sin i_{\text{ghđ}} = \frac{1}{n_{\text{đ}}} \approx 0,6211; i_{\text{ghđ}} \approx 38,4^0 \Rightarrow D_{\text{đmax}} = 133^0;$$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

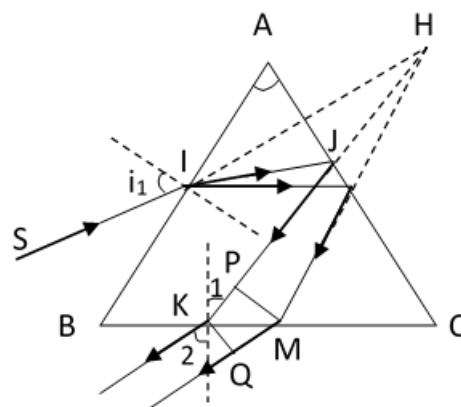
(với $n_t = 1,68$; $\sin i_{\text{ght}} = \frac{1}{n_t} \approx 0,5952$; $i_{\text{ght}} \approx 36,52^\circ$)

2. Xét các tam giác thích hợp, chứng minh được các góc khúc xạ của các tia tại mặt AB bằng các góc tới của tia tới mặt BC.

Có: $\sin i_1 / \sin r_1 = n$; $\sin K_1 / \sin K_2 = 1/n$.

K_1 là góc tới của tia tới mặt BC, K_2 là góc khúc xạ của tia ló ra khỏi BC.

$K_1 = r_1 \Rightarrow K_2 = i \Rightarrow$ Tất cả các tia ló ra khỏi mặt BC cùng một góc $\Rightarrow$ Chùm tia ló là chùm song song.



Hình 24

* Tính bề rộng: $\sin r_{1d} = \sin i_{1\max} / n_d = 0,368 \rightarrow \cos r_{1d} \approx 0,9298$; $r_{1d} = 21,59^\circ$

$$IJ / \sin 60^\circ = AJ / \cos r_{1d} \Rightarrow IJ = 0,9314 \cdot AJ$$

Tương tự: $KJ = 0,9314 \cdot CJ$

$$HK = IJ + KJ = 0,9314 \cdot AB.$$

$$MP = HP \tan(r_{1d} - r_{1t}) \approx HK \tan(r_{1d} - r_{1t}) = 0,01512 \cdot AB$$

$$KM = PM \cos r_{1d} \approx 0,01406 \cdot AB$$

$$KQ = KM \cos i_{1\max} = 0,0113 \cdot AB \Rightarrow KQ = 0,0113 \cdot a$$

Bài 4.

a. Nước trong cốc và đáy cốc tạo thành 2 lăng kính có góc chiết quang nhỏ đều có giá trị bằng nhau là $\alpha = 3^\circ$ ghép ngược chiều nhau.

Theo công thức lăng kính ta có: $D = A(n - 1)$

Với lăng kính thủy tinh: $D_1 = A(n_1 - 1)$

Với lăng kính nước: $D_2 = A(n_2 - 1)$

Góc lệch tổng cộng D là: $D = D_1 - D_2 = (n_1 - n_2)A = 0,5^\circ$

Dấu – trước D_2 vì hai lăng kính ghép ngược chiều nhau.

Vì $n_1 > n_2$ nên tia ló ra khỏi đáy ngoài cốc sẽ bị lệch về phía đáy cốc dày hơn.

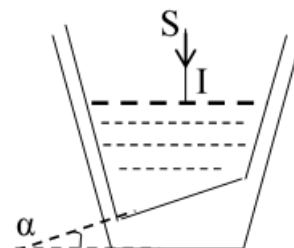
b. D_1 không đổi và bằng

$$D_1 = (n_1 - 1)\alpha = 1,5^\circ$$

Theo bài ra để $D = 0$ thì $D_2 = D_1 = 1,5^\circ$

$$\Rightarrow A = D_2 / (n_2 - 1) = 4,5^\circ$$

Vậy phải nâng cao bên đáy cốc dày lên để tăng góc A của lăng kính nước tới $4,5^\circ$.



Bài 5.

1. Ta có : $i_1 = 60^\circ$;

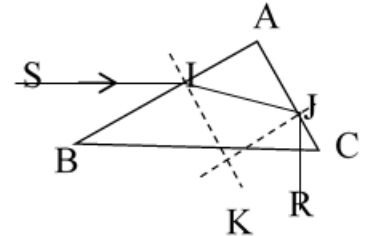
$$\sin i_1 = n \sin r_1 \text{ suy ra } \sin r_1 = \frac{\sqrt{3}}{2n}$$

$$\text{Vì } r_1 + r_2 = A \text{ nên } \sin r_2 = \cos r_1 = \sqrt{1 - \sin^2 r_1} = \frac{\sqrt{4n^2 - 3}}{2n}$$

$$\sin i_2 = n \sin r_2 = \frac{\sqrt{4n^2 - 3}}{2}$$

Để có tia ló ra khỏi mặt bên AC thì :

$$\sin r_2 \leq \sin i_{\text{gh}} = \frac{1}{n} \text{ hay } \frac{\sqrt{4n^2 - 3}}{2n} \leq \frac{1}{n} \text{ suy ra } n \leq \frac{\sqrt{7}}{2}$$



2) Tia sáng bị phản xạ toàn phần tại J nên tam giác JRC là tam giác vuông, Suy ra góc CJR = $30^\circ \rightarrow r_2 = 60^\circ$, suy ra $r_1 = 30^\circ$ (tứ giác AIJK có K = 90°)

Ta có $\sin i_1 = n \sin r_1$ suy ra $n = \sqrt{3}$

Bài 6.

a. Điều kiện về n và n' .

- Ở I_0 , tia sáng khúc xạ truyền thẳng tới I trên mặt BC. Ở I ta có:

$$+ i_1 = 45^\circ.$$

$$+ n \cdot \sin 45^\circ = n' \cdot \sin r_1$$

$$\Rightarrow \sin r_1 = \frac{n}{n' \sqrt{2}}$$

- Ở J trên CD, tia phản xạ toàn phần.

Ta có:

$$+ \sin i_2 > \frac{1}{n'} \Rightarrow \cos r_1 > \frac{1}{n'} ;$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \sin^2 r_1} > \frac{1}{n'}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1 - \left(\frac{n}{n' \sqrt{2}}\right)^2} > \frac{1}{n'}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2n'^2 - n^2} > \sqrt{2} \quad (1)$$

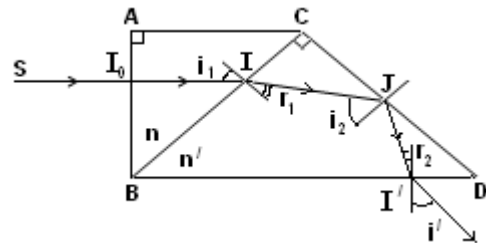
- Ở I' trên BD ta có:

$$+ r_2 = i_2 - 45^\circ$$

Vì tia khúc xạ ở I' , ta suy ra được: $\sin r_2 < \frac{1}{n'}$

$$\Leftrightarrow \sin(i_2 - 45^\circ) < \frac{1}{n'}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin i_2 - \cos i_2) < \frac{1}{n'}$$



$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{2n'^2 - n^2}}{n' \sqrt{2}} - \frac{n}{n' \sqrt{2}} \right) < \frac{1}{n'}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2n'^2 - n^2} < n + 2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được: $\sqrt{2} < \sqrt{2n'^2 - n^2} < n + 2$

Vậy muốn chùm tia sáng này ló ra khỏi mặt BD tại I' sau khi phản xạ toàn phần trên mặt CD thì các chiết suất n và n' phải thỏa mãn điều kiện:

$$\sqrt{2} < \sqrt{2n'^2 - n^2} < n + 2$$

b. Biểu thức xác định góc lệch giữa các tia tới và tia ló:

Ta có: Tia tới có hướng BD. Góc lệch là:

$$+ \alpha = 90^\circ - i' \Rightarrow \cos \alpha = \sin i'$$

$$\begin{aligned} \text{mà } \sin i' &= n' \sin r_2 = n' \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{2n'^2 - n^2}}{n' \sqrt{2}} - \frac{n}{n' \sqrt{2}} \right) \\ &= \frac{\sqrt{2n'^2 - n^2} - n}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy: } \alpha = \arccos \left[\frac{\sqrt{2n'^2 - n^2} - n}{2} \right]$$

Bài 7. Trường hợp 1: $x < h$

$$S \xrightarrow{\text{LCP}} S_1 \xrightarrow{\text{Gương}} S_2 \xrightarrow{\text{LCP}} S'$$

$$\text{Công thức LCP: } \frac{S_1 I}{S I} = \frac{n}{1} \rightarrow S_1 I = n(h - x)$$

$$S_1, S_2 \text{ đối xứng nhau qua gương: } S_1 M = S_2 M = n(h - x) + x$$

$$S_2 I = n(h - x) + 2x$$

Công thức LCP:

$$\frac{S' I}{S_2 I} = \frac{1}{n} \rightarrow S' I = \frac{n(h - x) + 2x}{n} = h - x + \frac{2x}{n}$$

$$SS' = S' I + IS = h - x + \frac{2x}{n} + h - x = 2h - 2x \left(\frac{n-1}{n} \right)$$

$$\text{Vận tốc dịch chuyển của } S' \text{ là } v_1 = \frac{d(SS')}{dt} = -2 \left(\frac{n-1}{n} \right) \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$v_1 = -2 \left(\frac{n-1}{n} \right) \cdot v$$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Xét $\triangle IHJ$: $IJ = \frac{IH}{\cos r} = \frac{e}{\cos r}$

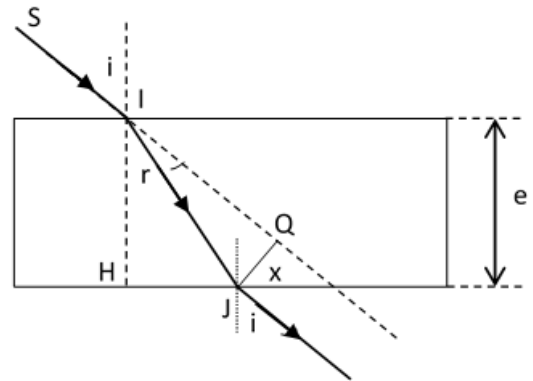
$$\Rightarrow x = e \cdot \frac{\sin(i-r)}{\cos r} = e \frac{\sin i \cdot \cos r - \sin r \cdot \cos i}{\cos r} = e \left(\sin i - \frac{\sin r \cdot \cos i}{\sqrt{1 - \sin^2 r}} \right)$$

Theo định luật khúc xạ ánh sáng: $\sin i = n \cdot \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n}$

$$\Rightarrow x = e \cdot \sin i \left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \right)$$

+ Với bức xạ thứ nhất có bước sóng λ_1 :

$$x_1 = e \cdot \sin i \left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 i}} \right)$$



+ Với bức xạ thứ hai có bước sóng λ_2 :

$$x_2 = e \cdot \sin i \left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i}} \right)$$

Để sau khi khúc xạ qua bản mặt, chùm ban đầu tách thành hai chùm riêng biệt với màu sắc khác nhau thì:

$$|x_1 - x_2| \geq a$$

Tức là:
$$e \cdot \sin i \left| \frac{\cos i}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i}} - \frac{\cos i}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 i}} \right| \geq a$$

Từ đó tính được:

$$e_{\min} = \frac{a}{\sin i \cdot \cos i \cdot \left| \frac{1}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i}} - \frac{1}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 i}} \right|}$$

VIII.4. LƯỠNG CHẤT CẦU

Bài 1. Xét quá trình tạo ảnh thứ nhất:

$$S_{d_1, n} \xrightarrow{\text{LCC(A)}} d'_{1, KK} S_1$$

Với $d_1 = R$ thì:

$$\frac{n}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1-n}{-R} \rightarrow d'_1 = -R \rightarrow v_1 = -n \cdot \frac{d_1'^2}{d_1^2} \cdot (-v_{01}) = \frac{4}{3} v_{01}$$

Xét quá trình tạo ảnh thứ hai:

$$S_{d_2, n} \xrightarrow{\text{LCC(B)}} d'_{2, KK} S_2 \xrightarrow{\text{GP}} d'_3 S_3 \xrightarrow{\text{LCC(B)}} d'_{4, n} S_4 \xrightarrow{\text{LCC(A)}} d'_{5, n} S_5$$

Với $d_2 = R$ thì:

$$\frac{n}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1-n}{-R} \rightarrow d'_2 = -R \rightarrow v_2 = -n \cdot \frac{d_2'^2}{d_2^2} \cdot v_{02} = -\frac{4}{3} v_{02}$$

$$d_3 = 2R - d'_2 = 3R \rightarrow d'_3 = -d_3 = -3R \rightarrow v_3 = -v_2 = \frac{4}{3} v_{02}$$

$$\begin{cases} d_4 = 2R - d'_3 = 5R \\ \frac{1}{d_4} + \frac{n}{d'_4} = \frac{n-1}{R} \end{cases} \rightarrow d'_4 = 10R \rightarrow v_4 = -\frac{d_4'^2}{n d_4^2} v_3 = -4v_{02}$$

$$\begin{cases} d_5 = 2R - d'_4 = -8R \\ \frac{n}{d_5} + \frac{1}{d'_5} = \frac{1-n}{-R} \end{cases} \rightarrow d'_5 = 2R \rightarrow v_5 = -n \frac{d_5'^2}{d_5^2} v_4 = \frac{v_{02}}{3}$$

Vậy: Vận tốc của ảnh thứ nhất: $v_1 = 4v_{01}/3$

Vận tốc của ảnh cuối cùng trong quá trình tạo ảnh thứ hai: $v_5 = v_{02}/3$

Mặt khác ta lại có: $v_{01} = -v_{02}$

Suy ra hai ảnh chuyển động ngược chiều nhau nên vận tốc tương đối giữa chúng có độ lớn bằng $5v_0/3$

Bài 2. Sơ đồ tạo ảnh: $S_{d_1, KK} \xrightarrow{\text{LCC}} d'_{1, n} S_1 \xrightarrow{\text{LCC}} d'_{2, KK} S_2$

Ta có:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{n}{d'_1} = \frac{n-1}{R} \rightarrow d'_1 = \frac{R n d_1}{(n-1)d_1 - R}$$

Mặt khác:

$$d'_1 + d_2 = 2R \rightarrow d_2 = \frac{(n-2)d_1 - 2R}{(n-1)d_1 - R} \cdot R$$

Lại có:

$$\frac{n}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1-n}{-R} \rightarrow d'_2 = \frac{2R - (n-2)d_1}{2(n-1)d_1 + (n-2)R} \cdot R$$

Đặt:

$$d_1 + R = d; d'_2 + R = d'$$

Thì:

$$d' = \frac{(d_1 + R)nR}{2(n-1)d_1 + (n-2)R}$$

Suy ra:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{R} \cdot \frac{n-1}{n} \quad (*)$$

Công thức (*) được gọi là công thức thấu kính cầu.

Khi $d = \infty$ ta được tiêu cự của thấu kính:

$$f = \frac{nR}{2(n-1)}$$

Bài 3.

Áp dụng công thức vừa chứng minh ở bài 2 ta có:

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

Mặt khác: $l + l' = D \quad (2)$

Từ (1), (2) suy ra:

$$l^2 - Dl + Df = 0 \quad (**)$$

Để phương trình (**) có hai nghiệm phân biệt l_1, l_2 (giả sử $l_2 > l_1$) thì:

$$\Delta = D^2 - 4Df \geq 0 \rightarrow D \geq 4f = \frac{2nR}{n-1}$$

$$\Delta l = |l_1 - l_2| = \sqrt{\Delta} = \sqrt{D \left(D - \frac{2nR}{n-1} \right)}$$

Do tính thuận nghịch của chiều truyền ánh sáng cho nên: $l_1 = l'_2; l_2 = l'_1$

Gọi độ cao của vật là h . Độ cao h_1 của ảnh thứ nhất có độ lớn:

$$h_1 = \frac{l'_1}{l_1} h = \frac{l_2}{l_1} h$$

Độ cao h_2 của ảnh thứ hai có độ lớn:

$$h_2 = \frac{l'_2}{l_2} h = \frac{l_1}{l_2} h$$

Suy ra tỉ số độ lớn giữa hai ảnh δ :

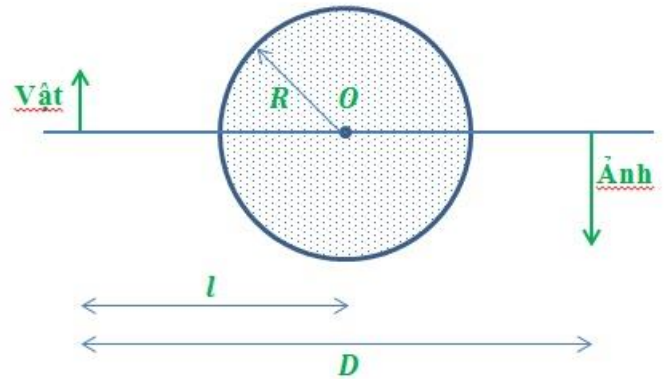
$$\delta = \frac{h_1}{h_2} = \frac{l_2^2}{l_1^2} = \left(\frac{D + \sqrt{D^2 - 4Df}}{D - \sqrt{D^2 - 4Df}} \right)^2$$

$$\delta = \left[\frac{D(n-1)}{2nR} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2nR}{D(n-1)}} \right)^2 \right]^2$$

Bài 4. Mỗi khối cầu trong suốt tương đương với một thấu kính cầu có tiêu cự:

$$f = \frac{nR}{2(n-1)}$$

Để thỏa mãn yêu cầu của đề bài thì hệ này phải là hệ vô tiêu, suy ra:



$$D = 2f = \frac{nR}{n-1}$$

Mặt khác:

$$D \geq 2R \rightarrow 1 < n \leq 2$$

Bài 5.

Hai ảnh được tạo ra như sau: Ảnh thứ nhất (l) được tạo nên từ chùm sáng đến phần hở của chỏm cầu, khúc xạ ở đó, rồi khúc xạ trên mặt phẳng ra chất lỏng; ảnh thứ hai ($L > l$) được tạo nên từ phần chùm sáng đến mặt chất lỏng, đến phần chìm của chỏm cầu, rồi khúc xạ qua chỏm cầu ra chất lỏng. Do ảnh rõ nét (quan sát được) nên hệ phải thỏa mãn điều kiện tương đương, tức là chỉ xét các tia tới với các góc nhỏ (hình vẽ).

Tia tới mặt cầu dưới góc $\alpha = x'/R$ và góc khúc xạ $\beta = x'/(Rn)$ nên góc lệch:

$$\gamma = \alpha - \beta = \frac{x'}{R} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Suy ra góc tới ở mặt phẳng của chỏm cầu là γ và góc khúc xạ ra chất lỏng là:

$$\delta = \frac{x'}{R} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{n}{n_0}$$

Theo điều kiện tương đương: Độ dày của chỏm cầu phải nhỏ nên $\delta = x'/l$ nên ta có:

$$l = \frac{n_0 R}{n-1} \quad (1)$$

Tương tự: Đối với những tia sáng đi từ chất lỏng vào chỏm cầu:

$$L = \frac{n_0 R}{n-n_0} \quad (2)$$

Từ hệ thức (1) và (2) ta có:

$$R = \frac{Ll(n_0-1)}{n_0(L-l)}; n = \frac{n_0 L - l}{L - l}$$

Mặt khác theo giả thiết hai ảnh có độ sáng như nhau nên năng lượng đến hai ảnh phải như nhau, tức là phần tiết diện của chỏm cầu hở phải bằng tiết diện phần chìm:

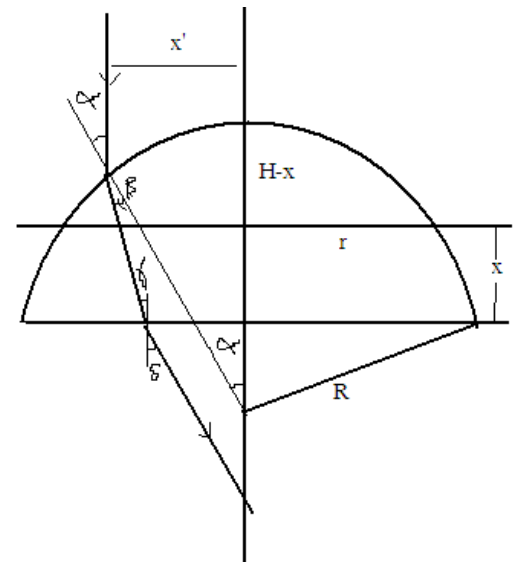
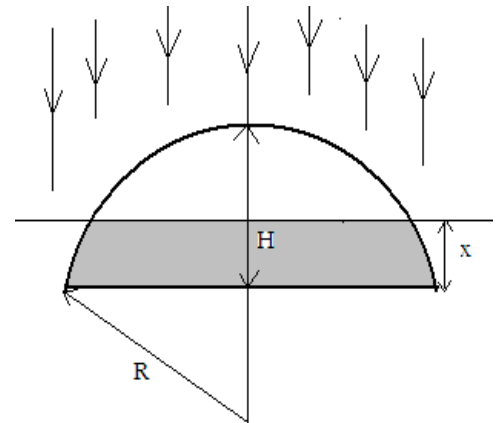
$$\pi r_1^2 = \pi r_2^2 - \pi r_1^2 \quad (3)$$

Lại có:

$$r_1^2 = R^2 - [R - (H - x)]^2 = 2R(H - x) - (H - x)^2 \quad (4)$$

$$r_2^2 = R^2 - (R - H)^2 = 2RH - H^2 \quad (5)$$

Từ (3), (4), (5) ta dễ dàng tính được:



$$x = H - R + \sqrt{R(R - H) + \frac{H^2}{2}}$$

Bài 6 . Từ công thức lưỡng chất cầu:

$$d' = \frac{n_2 R d}{-n_1 R - (n_1 - n_2) d}$$

Ta đặt $y = d'$, $x = d$. Lấy đạo hàm y theo x :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{n_1 n_2 R^2}{[-n_1 R - (n_1 - n_2) x]^2} > 0 \quad \text{với } \forall x$$

Giả thiết cho vị trí ban đầu của vật, từ đó suy ra vị trí ban đầu của ảnh

$$d_0 = 10 \text{ cm}, \quad d'_0 = -11,9 \text{ cm}$$

1. Khi đó ta viết được phương trình chuyển động của vật

$$d(t) = d_0 + vt = 10 + 5t$$

Suy ra phương trình chuyển động của ảnh

$$d'(t) = \frac{375(t+2)}{1,5(t+2) - 60}$$

Lấy vị trí ban đầu của ảnh làm mốc, thì độ dời ảnh

$$x = d'_0 - d'(t) = \frac{-714 + 392,85(t+2)}{60 - 1,5(t+2)}$$

$$\text{Vận tốc ảnh } v = \frac{dx}{dt} = \frac{22500}{(57 - 1,5t)^2} \text{ (cm/s)}$$

2. Tương tự, vị trí vật và ảnh được xác định

$$d(t) = 10 + 2t^2$$

$$d'(t) = \frac{150(t^2 + 5)}{0,6(t^2 + 5) - 60}$$

- Độ dời của ảnh

$$x = \frac{-714 + 157,14(t^2 + 5)}{60 - 0,6(t^2 + 5)}$$

$$\rightarrow v = \frac{dx}{dt} = \frac{18000t}{[57 - 0,6t^2]^2} \text{ (cm/s)}$$

Bài 7. a) Hình cầu Scotchlite là một quả cầu chiết suất n , có nửa bán cầu sau là mặt phản xạ. Tiêu cự trong không gian ảnh, f , đối với mặt khúc xạ đơn cho bởi công thức:

$$f = \frac{nr}{n-1}$$

Trong đó r là bán kính mặt cầu. Chiết suất của không khí là 1. Chiết suất của thủy tinh được chọn sao cho tiêu điểm sau có nửa mặt cầu trước trùng với đỉnh của nửa mặt cầu sau, tức là:

$$f = 2r$$

Vì thế $n = 2$

b) Nửa mặt cầu sau của hình cầu Scotchlite phản xạ một phần ánh sáng tới, hệ số phản xạ lùi η được cho bởi công thức:

$$\eta = T^2 R$$

Trong đó T là độ trong suốt của nửa mặt cầu trước tại đó ánh sáng khúc xạ hai lần, được tính là:

$$T = \frac{4n}{(n+1)^2} = 0,89$$

Và R là độ phản xạ của nửa mặt cầu sau. Giả thiết ở đây không có sự hấp thụ. Đối với mặt tráng bạc $R = 0,95$ ta có:

$$\eta = 0,89^2 \cdot 0,95 = 75 \%$$

Bài 8. a) Áp dụng định lí hàm sin:

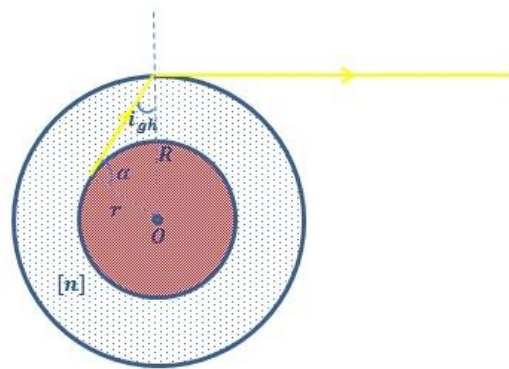
$$\frac{\sin i_{gh}}{r} = \frac{\sin \alpha}{R} \quad (1)$$

Mặt khác theo định luật khúc xạ:

$$\sin i_{gh} = \frac{1}{n} \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra:

$$\frac{R}{r} = n \sin \alpha \leq n$$



b) Khi đặt nhiệt kế trong nước đá thì thủy ngân ở vạch 0. Vậy ở 0°C nếu ta gọi thể tích của bầu là V_0 thì thể tích của thủy ngân cũng là V_0 , còn thể tích của một giọt (giữa hai vạch) sẽ là v_0 .

Xét tại 100°C :

- Thể tích của bầu: $V_{100_{tt}} = V_0(1 + 100\beta_{tt})$

- Thể tích của thủy ngân: $V_{100_{Hg}} = V_0(1 + 100\beta_{Hg})$

- Thể tích của một giọt: $v_{100} = v_0(1 + 100\beta_{tt})$

Mặt khác, khi đặt nhiệt kế trong nước sôi thì thủy ngân ở vạch 100:

$$V_{100\text{Hg}} - V_{100\text{tt}} = 100 \cdot v_{100} \rightarrow \frac{v_0}{V_0} = \frac{\beta_{\text{Hg}} - \beta_{\text{tt}}}{1 + 100\beta_{\text{tt}}} \quad (3)$$

Ở nhiệt độ t_0 :

- Thể tích của bầu: $V_{t_0\text{tt}} = V_0(1 + t_0 \cdot \beta_{\text{tt}})$
- Thể tích của thủy ngân: $V_{t_0\text{Hg}} = V_0(1 + t_0 \cdot \beta_{\text{Hg}})$
- Thể tích của một giọt: $v_{t_0} = v_0(1 + t_0 \cdot \beta_{\text{tt}})$

Theo đề bài:

$$V_{t_0\text{Hg}} - V_{t_0\text{tt}} = t \cdot v_{t_0} \rightarrow t_0 = \frac{t \cdot \frac{v_0}{V_0}}{(\beta_{\text{Hg}} - \beta_{\text{tt}}) - t \cdot \beta_{\text{tt}} \cdot \frac{v_0}{V_0}} \quad (4)$$

Từ (3); (4):

$$t_0 = \frac{t}{1 + (100 - t)\beta_{\text{tt}}}$$

c) Xét sơ đồ tạo ảnh:

$$A_{d=R-r} \xrightarrow{\text{LCC}} d'A'$$

Áp dụng công thức lưỡng chất cầu ta có:

$$\frac{n}{R-r} + \frac{1}{d'} = \frac{n-1}{R} \rightarrow d' = -\frac{2R(R-r)}{2R+r} < 0 \quad (5)$$

Vậy ảnh A' là ảnh ảo, nằm trong khoảng AB .

Từ công thức (5) để xác định r ta tiến hành theo các bước sau:

* Dùng thước kẹp đo R .

* Dùng kính hiển vi đo $|d'|$:

- Trên bề mặt thủy tinh sẽ có những vết xước rất nhỏ mà mắt thường không quan sát được, vì vậy nếu quan sát qua kính hiển vi ta sẽ thấy B là có dạng một vết xước không màu còn A' có dạng một vết xước màu đỏ (màu của thủy ngân).

- Kính hiển vi chỉ nhìn được trên một mặt phẳng, chỉ cần d_1 thay đổi khoảng 0,01 mm thì ảnh ra khỏi trường nhìn. Vì thế khi ta nhìn thấy B thì không thể thấy được A' và ngược lại nếu thấy được A' thì sẽ không thể thấy được B .

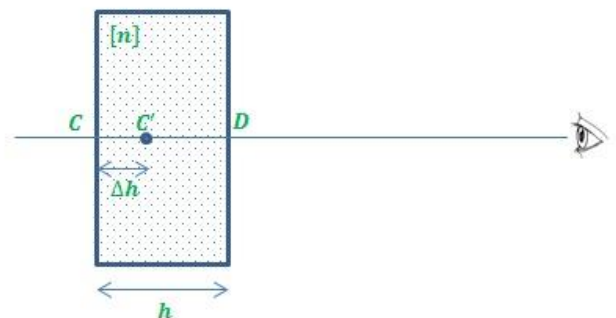
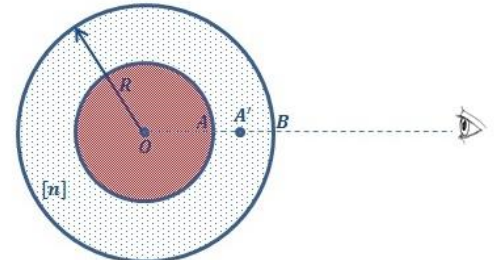
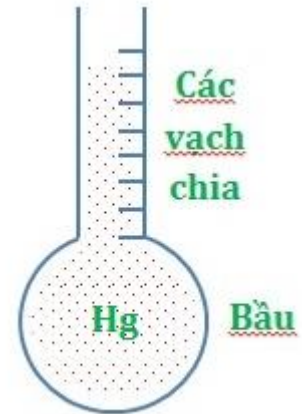
- Xét tấm thủy tinh mỏng:

+ Dùng thước kẹp xác định bề dày h của tấm.

+ Đánh dấu điểm C bằng mực xanh.

+ Khoảng cách $DC' = h - \Delta h = h/n$

+ Đặt tấm thủy tinh lên mâm kính, xác định xem khoảng cách DC' ứng với bao nhiêu vòng quay của đỉnh ốc vì cấp từ lúc nhìn thấy D cho đến khi nhìn thấy C' .



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

- Tương tự ta đặt ống mao dẫn trên mâm kính, xác định xem khoảng cách BA' ứng với bao nhiêu vòng quay.

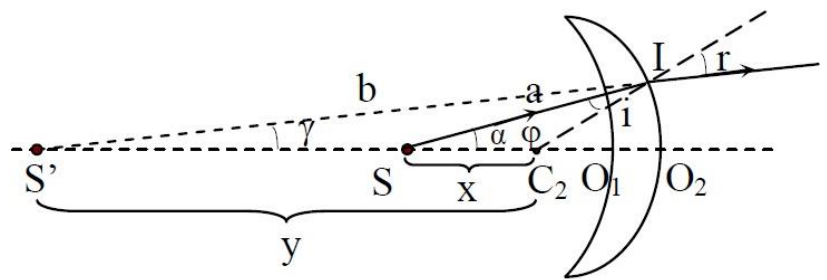
- Lấy tỷ lệ số vòng quay ta sẽ xác định được tỉ lệ giữa DC' và BA' , từ đó suy ra $|d'|$.

* Có d' và R từ công thức (5) ta sẽ xác định được bán kính r .

Bài 9.

Gọi $C_1, O_1; C_2, O_2$ là tâm và đỉnh của các mặt cầu tương ứng. Đường thẳng O_1O_2 là trục chính của thấu kính. Do thấu kính hội tụ nên $R_1 > R_2$ và C_2 nằm trong khoảng C_1O_1 .

Xét một tia sáng bất kì phát ra từ S và làm với trục chính một góc α . Do nguồn sáng S đặt tại tâm của mặt lõm nên tia sáng sẽ truyền thẳng đến điểm I trên mặt cầu lồi rồi khúc xạ đi ra ngoài. Đường kéo dài của tia ló cắt trục chính tại S' ; S' là ảnh của S qua thấu kính.



Gọi i, r lần lượt là góc tới và góc khúc xạ tại I : $\sin r = n \sin i$. Đặt $SC_2 = x$ và $S'C_2 = y$.

a) Với các thông số đã cho, dễ dàng chứng minh được rằng tam giác SC_2I cân và $i = \alpha$. Vì vậy theo định luật khúc xạ:

$$\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{\sin r}{\sin \alpha} = n$$

Ta có: $\gamma = 180^\circ - r - \varphi = \alpha + i - r = 2\alpha - r$

Áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác $S'C_2I$ ta được:

$$y = \frac{R_2 \sin r}{\sin \gamma} = \frac{R_2 \sin r}{\sin (2\alpha - r)} = \frac{n R_2}{\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} \cos r - n \cos 2\alpha}$$

Thay $\alpha = 15^\circ$ ta tính được $r = 22,84^\circ, y_1 = 9,35 \text{ cm}$

Thay $\alpha \approx 0^\circ$ ta tính được $r \approx 0^\circ$

$$y_2 = \frac{n R_2}{2 - n} = 9 \text{ cm}$$

Vậy dải điểm ảnh nằm trên trục chính, ở bên trái C_2 và có bề rộng:

$$\Delta y = y_1 - y_2 = 0,35 \text{ cm}$$

b) Đối với tam giác SC_2I ta có:

$$\frac{\sin i}{x} = \frac{\sin \varphi}{a} \quad (a = SI)$$

Đối với tam giác $S'C_2I$ ta có:

$$\frac{\sin r}{y} = \frac{\sin \varphi}{b} \quad (b = S'I)$$

Suy ra:

$$\frac{x \sin r}{y \sin i} = \frac{a}{b} \rightarrow \frac{nx}{y} = \frac{a}{b}$$

Mặt khác xét hai tam giác SC_2I và $S'C_2I$ ta có:

$$a = \sqrt{R_2^2 + x^2 + 2R_2x \cos \varphi}$$

$$b = \sqrt{R_2^2 + y^2 + 2R_2y \cos \varphi}$$

Từ các biểu thức trên ta được:

$$\frac{n^2 x^2}{y^2} = \frac{R_2^2 + x^2 + 2R_2x \cos \varphi}{R_2^2 + y^2 + 2R_2y \cos \varphi}$$

$$\rightarrow n^2 x^2 (R_2^2 + y^2) - y^2 (R_2^2 + x^2) + 2R_2 xy (n^2 x - y) \cos \varphi = 0$$

Để các tia tới (góc φ khác nhau) đều có đường kéo dài của tia khúc xạ đều đi qua S' thì $n^2 x = y \rightarrow R_2 = nx$

Mặt khác:

$$C_2O_2 = SO_2 - SC_2 = SO_1 + O_1O_2 - SC_2 \rightarrow R_2 = (R_1 + O_1O_2) \frac{n}{n+1}$$

Áp dụng số: $R_2 = 3,6 \text{ cm}$

Bài 10.a) $R > 0, n < n'$: Các tia sáng rất gần trục chính nên các góc α_0, i, r đều bé, lúc này $\text{tgi} \approx i \approx \sin i, \text{tgr} \approx r \approx \sin r$ (vì $n < n'$).

$$\text{tg} \alpha \approx \alpha \approx \sin \alpha, \text{tg} \alpha_0 \approx \alpha_0 \approx \sin \alpha_0, \text{tg} \beta \approx \beta \approx \sin \beta.$$

Theo định luật khúc xạ ánh sáng ta có

$$n \sin i = n' \sin r \Rightarrow ni = n'r$$

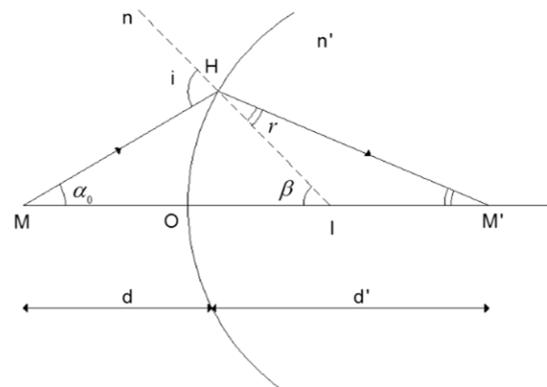
$$\Rightarrow n(\alpha_0 + \beta) = n'(\beta - \alpha)$$

$$\Rightarrow n(\text{tg} \alpha_0 + \text{tg} \beta) = n'(\text{tg} \beta - \text{tg} \alpha)$$

$$\Rightarrow n \left(\frac{OH}{-d} + \frac{OH}{R} \right) = n' \left(\frac{OH}{R} - \frac{OH}{d'} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{n}{R} - \frac{n}{d} = \frac{n'}{R} - \frac{n'}{d'}$$

$$\Rightarrow \frac{n - n'}{R} = \frac{n}{d} - \frac{n'}{d'}$$



Hình 5.2

Trường hợp này, ảnh của M là ảnh thật.

b) $R > 0, n > n'$.

Vì $n > n'$ nên $r > i$. Tương tự như trên ta có:

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

$$\begin{aligned}
 n(\alpha_0 + \beta) &= n'(\alpha + \beta) \\
 \Rightarrow n(\operatorname{tg} \alpha_0 + \operatorname{tg} \beta) &= n'(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) \\
 \Rightarrow n\left(\frac{OH}{-d} + \frac{OH}{R}\right) &= n'\left(\frac{OH}{-d'} + \frac{OH}{R}\right) \\
 \Rightarrow \frac{n-n'}{R} &= \frac{n}{d} - \frac{n'}{d'}.
 \end{aligned}$$

Trường hợp này, ảnh của M là ảnh ảo.

c) $R < 0, n < n'$

$$\begin{aligned}
 n(\beta - \alpha_0) &= n'(\beta - \alpha) \\
 \Rightarrow \frac{n}{-R} + \frac{n}{d} &= \frac{n'}{-R} + \frac{n'}{d'} \Rightarrow \frac{n-n'}{R} = \frac{n}{d} - \frac{n'}{d'}.
 \end{aligned}$$

Ảnh của M là ảnh ảo.

d) $R < 0, n > n'$

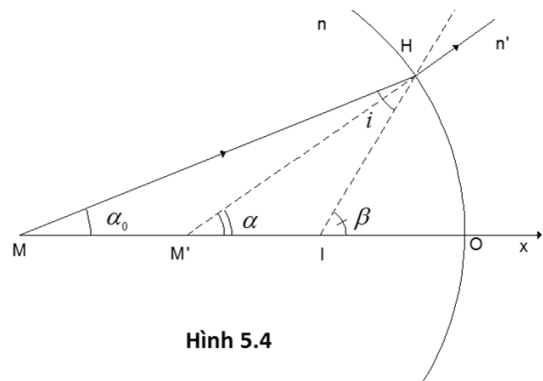
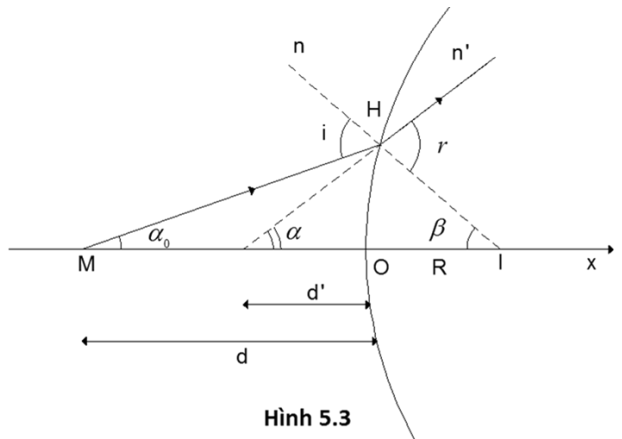
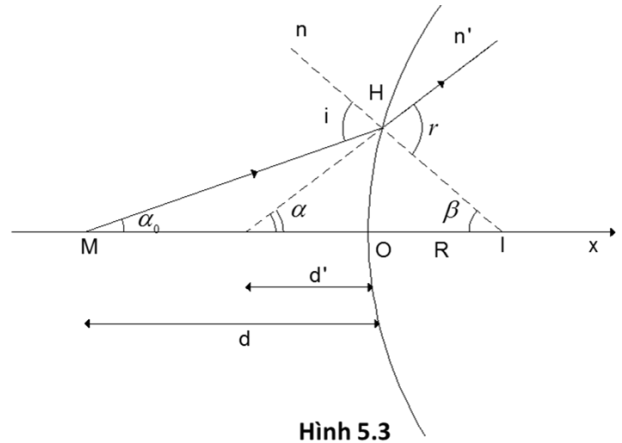
$$\begin{aligned}
 n(\beta - \alpha_0) &= n'(\beta - \alpha) \\
 \Rightarrow \frac{n}{-R} + \frac{n}{d} &= \frac{n'}{-R} + \frac{n'}{d'} \\
 \Rightarrow \frac{n-n'}{R} &= \frac{n}{d} - \frac{n'}{d'}.
 \end{aligned}$$

Ảnh M' là ảnh ảo

Nhận xét: Trong 4 trường hợp đều cho ta cùng một mối liên hệ như nhau là:

$$\frac{n-n'}{R} = \frac{n}{d} - \frac{n'}{d'}.$$

Vậy ta có thể dùng công thức này chung cho mọi trường hợp lưỡng chất cầu và kèm theo quy ước sau: Góc là điểm O (đỉnh mặt cầu), trục Ox hướng sang phải trục Ox thì $R < 0$ và ngược lại $R > 0$. Các đoạn thẳng trên trục Ox nếu cùng chiều Ox lấy giá trị dương, ngược chiều lấy giá trị âm.



Bài 11.

Vì chỉ xét ảnh do một lần khúc xạ:

$$S \xrightarrow{\text{LCC}} S'$$

$$d_1 \quad d_2$$

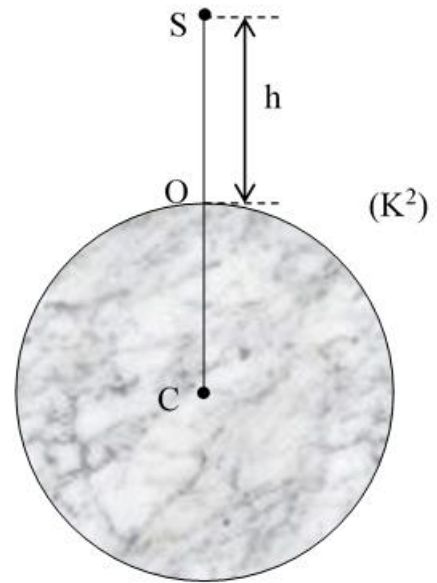
Ta có: $d_1 = h - \frac{1}{2}gt^2$ (1)

Công thức lưỡng chất cầu:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{n}{d_2} = \frac{n-1}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{d_2} = \frac{n-1}{R} - \frac{1}{d_1} = \frac{(n-1)d_1 - R}{R \cdot d_1}$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{nRd_1}{(n-1)d_1 - R}$$



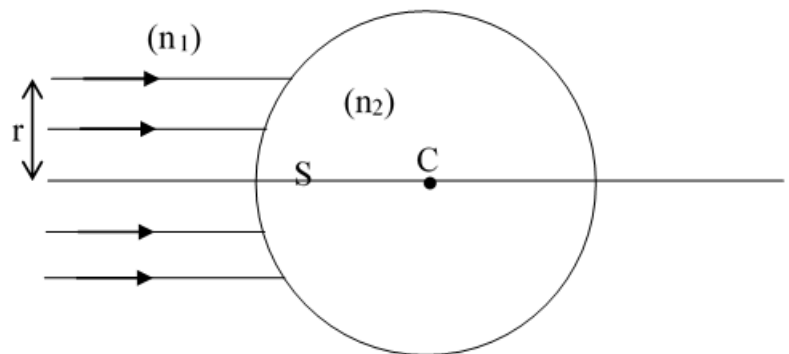
Hình 25

Thay (1) vào (2), ta được:

$$d_2 = \frac{nR \left(\frac{gt^2}{2} - h \right)}{R + (n-1) \left(\frac{gt^2}{2} - h \right)}$$

Vận tốc ở thời điểm $t \left(0 \leq t \leq \sqrt{\frac{2h}{g}} \right)$ là $v = \left| \frac{d(d_2)}{dt} \right| = \frac{ngt}{\left(1 + \frac{(n-1)}{R} \left(\frac{gt^2}{2} - h \right) \right)^2}$

Bài 12.



Công thức tạo ảnh quan LCC

$$\frac{n_1}{d} + \frac{n_2}{d'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

d' xác định điểm hội tụ chùm tia sáng

Theo giả thiết: $d = \infty$, $R > 0$, $n_1 < n_2$

$$\Rightarrow d' = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} \quad (1)$$

1. Để chùm tia hội tụ bên trong quả cầu:

$$0 < d' \leq 2R$$

$$\Rightarrow \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} \leq 2R \Rightarrow n_2 \geq 2n_1$$

2. Chùm tia hội tụ cách tâm O quả cầu một đoạn $R/2$.

$$+ \text{Trường hợp 1: } d' = \frac{R}{2},$$

Từ (1) ta thấy $d' > R$ thì $n_2 = -n_1$, điều này không xảy ra.

$$+ \text{Trường hợp 2: } d' = \frac{3R}{2}$$

$$\frac{n_2 R}{n_2 - n_1} = \frac{3R}{2} \rightarrow n_2 = 3n_1$$

Bài 13. Gọi n_0 là chiết suất không khí

a) Trường hợp 1: Môi trường tới là không khí

$$\begin{array}{ccccccc} S & \xrightarrow{LCCO_1} & S_1 & \xrightarrow{LCCO_2} & S_2 \\ d_1 & & d'_1 & d_2 & d'_2 \end{array}$$

áp dụng công thức lưỡng chất cầu cho hai lần tạo ảnh, ta được:

$$\frac{n_1}{d'_1} - \frac{n_0}{d_1} = \frac{n_1 - n_0}{-R} \quad (1)$$

$$\frac{n_2}{d'_2} - \frac{n_1}{d_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (2)$$

$$d_2 = -d'_1; d = -\infty; d'_2 = f \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3)} \Rightarrow \frac{n_2}{f} = \frac{n_1 - n_0}{-R} + \frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{(n_2 - 2n_1 - n_0)}{R}$$

$$\Rightarrow f = \frac{n_2 R}{n_2 - 2n_1 - n_0} = -100(\text{cm})$$

b) Trường hợp 2: Môi trường tới là nước

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Thay n_2 với n_0 . Ta được:

$$f' = \frac{n_0 R}{n_0 - 2n_1 + n_2} = -75(\text{cm})$$

Bài 14. Ta xét hai trường hợp:

a) Chùm sáng đi từ trên xuống (Hình 27 nửa bên trái)

Lấy chiều truyền ánh sáng làm chiều dương thì $n_1 = \frac{4}{3}$

và $n_2 = 1,53$.

Xét tam giác $S'MS$ vuông tại M nên:

$$\overline{MH_2}^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \overline{H_2S} \cdot \overline{H_2S'} \Rightarrow \overline{H_2S'} = 59\text{mm}$$

$$\Rightarrow 2R = \overline{SH_2} + \overline{H_2S'} = 21 + 59 \Rightarrow R = 40\text{mm}$$

Ta có $\overline{SF_1} = \frac{-n_2 R}{n_1 - n_2} = -306\text{mm}$. $\overline{SF_1}$ âm, vậy tiêu điểm

F_1 ảo, tuy nhiên đối với lưỡng chất phẳng H_1 nó lại là điểm sáng thật và ở cách mặt phẳng của lưỡng chất một khoảng H_1F_1 với

$$\overline{H_1F_1} = d_1 = \overline{H_1H_2} + \overline{H_2F_1} = \overline{H_1H_2} + \overline{H_2S} + \overline{SF_1} = -325\text{mm}$$

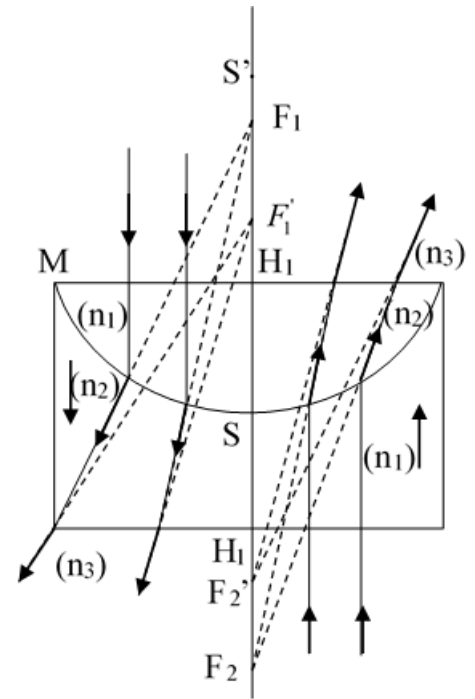
Áp dụng công thức lưỡng chất phẳng ta có: $\frac{n_1}{d_1} - \frac{n_2}{d_2} = 0$

$$\Rightarrow d_2 = H_1F_1' = \frac{n_2}{n_1} d_1 = \frac{-325}{1,53} = 212,5\text{mm} \Rightarrow \overline{H_1F_1'} = -212,5\text{mm}$$

Vậy F_1' ở cách mặt nước: $H_2F_1' = 212,5 - 40 = 172,5\text{mm}$.

b) Chùm sáng đi từ dưới lên (Hình 27 nửa bên phải)

Làm tương tự câu a) ta được lần lượt:



Hình 27

$$\overline{SF_2} = \frac{-\frac{4}{3} \cdot 40}{1,53 - 1,33} = -266,7 \text{ mm}$$

$$d_1 = \overline{H_2S} + \overline{SF_2} = -21 - 266,7 = -287,7 \text{ mm}$$

$$d_2 = \frac{n_2}{n_1} d_1 = -215,8 \text{ mm}$$

Vậy F'_2 cách đáy thủy tinh về phía dưới 175,8mm.

Bài 15. Sơ đồ tạo ảnh: $S_\infty \xrightarrow[d_1]{o_1} S_1 \xrightarrow[d_2]{o_2} S_2 \equiv F$.

Ta có: $\frac{1}{\infty} + \frac{n}{d'_1} = \frac{n-1}{R} \rightarrow d'_1 = \frac{n}{n-1} \cdot R \rightarrow d_2 = e - d'_1$

$$d_2 = e - \frac{n}{n-1} R = \frac{e(n-1) - Rn}{n-1}$$

và: $\frac{n}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1-n}{-R} \rightarrow \frac{1}{d'_2} = \frac{n-1}{R} - \frac{n(n-1)}{e(n-1) - Rn} = \frac{e(n-1)^2 - R(n-1)n - Rn(n-1)}{R[e(n-1) - Rn]}$

$$= (n-1) \frac{e(n-1) - 2Rn}{R[e(n-1) - Rn]} \rightarrow d'_2 = \frac{R}{(n-1)} \cdot \frac{e(n-1) - Rn}{e(n-1) - 2Rn} \rightarrow f = \frac{e}{2} + d'_2$$

$$f = \frac{e}{2} + \frac{R}{(n-1)} \cdot \frac{e(n-1) - Rn}{e(n-1) - 2Rn}$$

Bài 16.a. Áp dụng công thức thấu kính mỏng tổng quát.

Khi $d = \infty$ ta có:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{n_2} \left(\frac{n - n_1}{R_1} + \frac{n - n_2}{R_2} \right)$$

Thay số với $R = -50 \text{ cm}$ ta được $f' = -70 \text{ cm}$

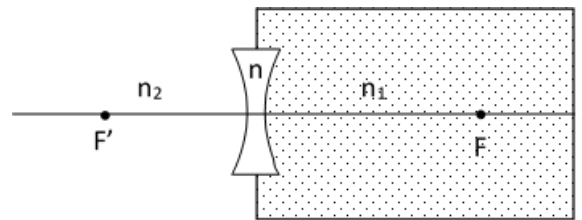
Khi $d' = \infty$ ta có:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{n_1} \left(\frac{n - n_1}{R_1} + \frac{n - n_2}{R_2} \right)$$

thay số ta được $f = -100 \text{ cm}$

b. Đạo hàm hai vế biểu thức $\frac{n_1}{d} + \frac{n_2}{d'} = \frac{n - n_1}{R_1} + \frac{n - n_2}{R_2}$ theo thời gian (chọn chiều dương

của d là O_1F ; của d' là O_2F) ta có công thức:



$$\frac{v_0 n_1}{d^2} = \frac{v n_2}{(d')^2}$$

suy ra :

$$v = \frac{v_0 n_1 (d')^2}{n_2 d^2}$$

thay số ta được $v = 0,2 \text{ m/s}$.

Bài 17. Khi thấu kính đặt trên gương, ảnh trùng vị trí vật nên $d_1' =$

$f_1 = 8 \text{ cm}$. Áp dụng công thức thấu kính :

$$\frac{1}{f_1} = (n-1) \frac{2}{R}$$

(1)

Khi một nửa thấu kính bị ngập nước: $d_2' = f_2 = 12 \text{ cm}$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{n-1}{R} + \frac{n-n_2}{R} \quad (2)$$

Khi toàn bộ thấu kính ngập trong nước tiêu cự thấu kính là f_3 muốn ảnh trùng vị trí vật thì vật đặt cách thấu kính một khoảng bằng f_3 .

$$\frac{1}{f_3} = \left(\frac{n}{n_2} - 1 \right) \frac{2}{R} \quad (3)$$

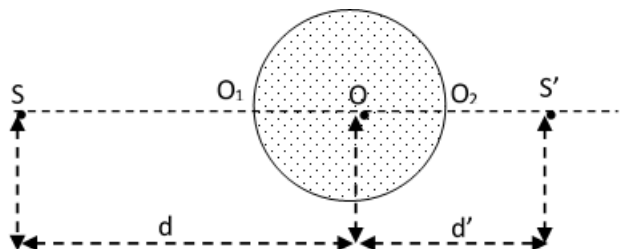
Từ (1); (2) và (3) ta có : $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{2f_1} + \frac{2}{3f_3}$ thay số tính được $f_3 = d_3' = 32 \text{ cm}$

Bài 18. Coi khối cầu như hai mặt cầu (mặt lồi O_1 , mặt lõm O_2) ta có sơ đồ tạo ảnh :

$$S \xrightarrow[d_1]{O_1} S_1' \xrightarrow[d_1']{O_2} S_2' \xrightarrow[d_2']{O_1} S'$$

Xét sự tạo ảnh qua O_1

$$\frac{1}{d_1} + \frac{n}{d_1'} = \frac{n-1}{R}$$



(1)

Xét sự tạo ảnh qua O_2

$$\frac{n}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{n-1}{R} \quad (2)$$

Và

$$d'_1 + d_2 = 2R \quad (3)$$

Mặt khác:

$$d_1 + R = d; \quad d'_1 + R = d \quad (4)$$

Từ (1); (2); (3); (4) Chứng minh được công thức:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{R} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \quad (5)$$

(5) gọi là công thức thấu kính cầu

Khi $d = \infty \Rightarrow d' = f \Rightarrow$

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{R} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \quad (6)$$

(công thức tính tiêu cự của thấu kính cầu)

Bài 19. a. Coi bình cầu như một thấu kính cầu có chiết suất bằng chiết suất của chất lỏng. Thay vào (6) ta có:

$$\frac{1}{2R} = \frac{2}{R} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \Rightarrow n = \frac{4}{3}$$

b. Khi điểm sáng dịch lại gần 1,2cm vì $R = 10\text{cm} \Rightarrow f' = 18,8\text{cm}$. thay vào công thức:

$$\frac{1}{f'} = \frac{2}{R} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \text{ ta tính được } n' = 1,36$$

Bài 20.

Theo bài ra: $d = 4 + 6 = 10\text{cm}$ thay vào (5) ta tính được $d' = 15\text{cm}$ vậy ảnh của AB cách mặt sau của quả cầu một khoảng 11cm.

Số phóng đại dài $k = -\frac{d'}{d} = -1,5$

Bài 21. Coi bán cầu là một quang hệ gồm một mặt cầu khúc xạ và một gương phẳng.

Sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow{d_1} A_1B_1 \xrightarrow{d'_1} A_2B_2 \xrightarrow{d_2} A_3B_3 \xrightarrow{d'_2} A_4B_4 \xrightarrow{d_3} A_5B_5$$

Xét sự tạo ảnh qua O (lần 1)

Áp dụng công thức:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{n}{d'_1} = \frac{n-1}{R} \text{ với } d_1 = 2R \Rightarrow d'_1 = \frac{2nR}{2n-3}$$

Độ phóng đại ảnh lần 1:

$$k_1 = - \frac{1}{n} \frac{d'_1}{d_1} = \frac{1}{3-2n}$$

Xét sự tạo ảnh qua G

$$d_2 = R - d'_1 = \frac{3R}{3-2n} \text{ suy ra } d'_1 = \frac{3R}{2n-3}$$

Độ phóng đại ảnh lần 2: $k_2 = -1$

Xét sự tạo ảnh qua O (lần 2)

$$d_3 = R - d'_1 = \frac{2R(n-3)}{2n-3}$$

Áp dụng công thức:

$$\frac{n}{d_3} + \frac{1}{d'_3} = \frac{n-1}{R} \text{ suy ra: } d'_3 = \frac{2R(n-3)}{6-5n}$$

Độ phóng đại ảnh lần 3:

$$K_3 = - \frac{nd'_3}{d_3} = \frac{n(2n-3)}{5n-6}$$

Độ phóng đại ảnh cuối cùng tạo bởi bán cầu:

$$K = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 = \frac{n}{6-5n}$$

Áp dụng bằng số:

$$d'_3 = \frac{2R(n-3)}{6-5n} \text{ thay } R = -5\text{cm (mặt cầu lõm); } n = 1,5$$

Ta có: $d'_3 = 10\text{cm}$ (trùng vị trí của vật) và $K = -1$

Vậy ảnh trùng vị trí và ngược chiều và có độ lớn bằng vật.

Bài 22. Coi bán cầu là một quang hệ gồm một mặt cầu khúc xạ và một gương phẳng.
Sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow[d_1]{} A_1B_1 \xrightarrow[d'_1]{d_2} A_2B_2 \xrightarrow[d'_2]{d_3} A_3B_3$$

Xét sự tạo ảnh qua O (lần 1)

Áp dụng công thức:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{n}{d'_1} = \frac{n-1}{R} \text{ với } d_1 = R \Rightarrow d'_1 = -3R$$

Độ phóng đại ảnh lần 1:

$$k_1 = -\frac{1}{n} \frac{d'_1}{d_1} = 2$$

Xét sự tạo ảnh qua G

$$d_2 = R - d'_1 = 4R \text{ suy ra } d'_2 = -4R$$

Độ phóng đại ảnh lần 2:

$$k_2 = -1$$

Xét sự tạo ảnh qua O (lần 2)

$$d_3 = R - d'_2 = 5R$$

Áp dụng công thức:

$$\frac{n}{d_3} + \frac{1}{d'_3} = \frac{n-1}{R} \text{ suy ra: } d'_3 = 5R$$

Độ phóng đại ảnh:

$$k_3 = -\frac{nd'_3}{d_3} = -1,5$$

Độ phóng đại ảnh cuối cùng tạo bởi bán cầu:

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = 3$$

Vậy ảnh cuối cùng là ảnh thật cách O là 5R. Độ dời của vật là h thì độ dời của ảnh

(cùng chiều) là h' = 3h nên ta có: v' = 3v $\Rightarrow v'_{\max} = 3v_{\max} = 3A\omega = 3A\sqrt{\frac{k}{m}}$ d'_3 = 5R

Bài 23. a) Có thể coi ánh sáng đi từ mặt cầu khúc xạ (lưỡng chất cầu và không khí – thủy tinh), rồi lưỡng chất phẳng thủy tinh nước. Áp dụng công thức mặt cầu khúc xạ, với lưỡng chất cầu không khí – thủy tinh ta có:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{n_1}{d'_1} = \frac{n_1 - 1}{R} \rightarrow d'_1 = \frac{n_1 R}{n_1 - 1} = 120 \text{ cm}; \text{ Do } d_1 = \infty \text{ (chùm sáng song song)}$$

Với lưỡng chất phẳng thủy tinh – nước:

$$\frac{n_1}{d_2} + \frac{n_2}{d'_2} = 0 \rightarrow d'_2 = -\frac{n_2}{n_1} d_2 = \frac{n_2}{n_1} d'_1 = \frac{n_2 R}{n_1 - 1} = 106,4 \text{ cm}$$

b) Trong trường hợp mặt phẳng thủy tinh tiếp xúc với không khí thì trước tiên chùm sáng đi qua lưỡng chất phẳng không khí – thủy tinh và vẫn là chùm sáng song song đến gặp lưỡng chất cầu thủy tinh – nước, sau đó hội tụ tại điểm M'. Ta có:

$$\overline{OC} = -R = -40 \text{ cm}, n = n_1 = 1,5; n' = n_2 = 1,33; d = \infty$$

Suy ra: $d' = -\frac{R n_2}{n_2 - n_1} = 313 \text{ cm} = OM'$

c) $OM = \frac{n_3 R}{n_1 - 1} = 128 \rightarrow n_3 = 1,6$

d) Với ánh sáng có bước sóng lớn, chiết suất n_1 giảm nên n_3 cũng giảm.

Bài 24.

a. Tính khoảng cách từ M đến đỉnh S của thấu kính.

- Gọi A' là ảnh của vật A.
- SC = R là bán kính của mặt cầu
- Chiều dương từ trái sang phải (như

hình vẽ)

- Ta nhận thấy có thể coi như ánh sáng đi qua một lưỡng chất cầu (không khí – Thủy tinh) rồi lưỡng chất phẳng (thủy tinh – nước). (như hình vẽ)

- Công tác chung về lưỡng chất cầu là:

$$\frac{n - n'}{SC} = \frac{n}{SA} - \frac{n'}{SA'} \quad (1)$$

trong đó n, n' là chiết suất của các môi trường.

- Với lưỡng chất không khí – thủy tinh ta có:

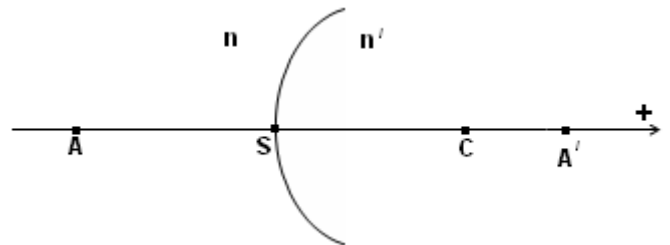
$$\overline{SC} = 20 \text{ cm}; n = 1; n' = 1,5; SA = \infty \text{ vì chùm tia tới song song}$$

$$\Rightarrow \overline{SA'} = \frac{SC \cdot n'}{n' - n} = \frac{20 \cdot 1,5}{1,5 - 1} = 60 \text{ cm}.$$

- trong trường hợp lưỡng chất phẳng thủy tinh – nước ta có:

SC = ∞ từ (1) ⇒ công thức lưỡng chất phẳng thủy tinh – nước là:

$$\frac{n_1}{SA_1} = \frac{n'_1}{SA'_1} \quad (2)$$



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Trong đó SA_1 là $\overline{SA'} = 60$ cm; A'_1 là điểm M; $n_1 = 1,5$; $n'_1 = 4/3$.

$$\begin{aligned} \text{Phương trình (2)} \Leftrightarrow SM &= \frac{SA' \cdot n'_1}{n_1} \quad (3) \\ &= \frac{60 \cdot 4/3}{1,5} = 160/3 \approx 35,56 \text{ cm.} \end{aligned}$$

b. Nếu mặt phẳng của thấu kính tiếp xúc với không khí, mặt lồi với nước (hình b) thì SM bằng bao nhiêu ?

Trường hợp này chùm ánh sáng đi qua lưỡng chất phẳng không khí – thủy tinh vẫn là chùm song song đến gặp lưỡng chất cầu thủy tinh – nước ta có:

$$SC = -20 \text{ cm}; n = 1,5; n' = 4/3; SA = \infty.$$

$$\Rightarrow SM = \frac{SC \cdot n'}{n' - n} = \frac{-20 \cdot 4/3}{4/3 - 1,5} = \frac{-\frac{80}{3}}{-\frac{1}{6}} = 160 \text{ cm}$$

Bài 25. Gọi khoảng cách từ mỗi đỉnh mặt cầu bán kính R_1, R_2 tới mặt phân cách 2 nửa thấu kính lần lượt là x, y . Ta có.

$$\begin{cases} R_1^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 + (R_1 - x)^2 \\ R_2^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 + (R_2 - y)^2 \end{cases}$$

Bỏ qua vô cùng bé x^2 do thấu kính mỏng thì hệ trên:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} R_1^2 = \left(\frac{D^2}{4}\right) + R_1^2 - 2xR_1 \\ R_2^2 = \left(\frac{D^2}{4}\right) + R_2^2 - 2yR_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{D^2}{8R_1} \\ y = \frac{D^2}{8R_2} \end{cases}$$

$$\text{Từ } x + y = d \text{ suy ra } \frac{D^2}{8R_1} + \frac{D^2}{8R_2} = d \Rightarrow \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{8d}{D^2} \quad (1)$$

Quan niệm là hệ 2 lưỡng chất cầu không khí - thủy tinh và thủy tinh - nước

Khi mặt cong R_2 quay xuống

$$\frac{1}{d_1} + \frac{n}{d_1'} = \frac{n-1}{R} \Leftrightarrow \frac{1}{\infty} + \frac{n}{d_1'} = \frac{n-1}{R} \Leftrightarrow d_1' = \frac{nR_1}{n-1} \text{ và } d_2' = d_1' \text{ (thấu kính mỏng) nên}$$

$$\frac{n}{d_2} + \frac{n_n}{d_2'} = \frac{n_n - n}{-R_2} \Leftrightarrow d_2' = \frac{n_n}{\frac{n - n_n}{R_2} + \frac{n-1}{R_1}} = 20$$

Trong tự ta có ảnh tạo bởi hệ thấu kính ngược nhau do mặt cong R_1 quay xuống là

$$\frac{n - n_n}{R_2} + \frac{n-1}{R_1} = \frac{1}{15} \quad (2)$$

$$d_3' = \frac{n_n}{\frac{n - n_n}{R_1} + \frac{n-1}{R_2}} = \frac{40}{3}$$

Suy ra hệ: $\frac{n - n_n}{R_1} + \frac{n-1}{R_2} = \frac{1}{10}$

Từ (1); (2) suy ra $n \frac{19}{12} \approx 1,58$;

Thay n vào phương trình (2):

$$\frac{1}{4R_2} + \frac{7}{12R_1} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{1}{4R_1} + \frac{7}{12R_2} = \frac{1}{10} \Rightarrow R_2 = \frac{20}{3} (cm), R_1 = 20 (cm)$$

Bài 26. a. Vì độ dày của vỏ bình mỏng, nên coi như nước tiếp giáp với không khí là một mặt cầu lưỡng chất. Áp dụng công thức lưỡng chất cầu, ta có :

$$\frac{n}{R} + \frac{1}{d'} = \frac{1-n}{-R} \Rightarrow d' = -R = -5cm.$$

Áp dụng công thức tính số phóng đại ảnh, ta có :

$$k = -\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{d'}{d} = n = 4/3.$$

Vậy ảnh của cánh hoa trùng với vị trí của cánh hoa, ảnh ảo, cùng chiều và lớn hơn cánh hoa (Hình 5).

b. Tương tự, áp dụng công thức lưỡng chất cầu, ta có :

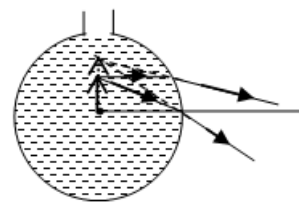
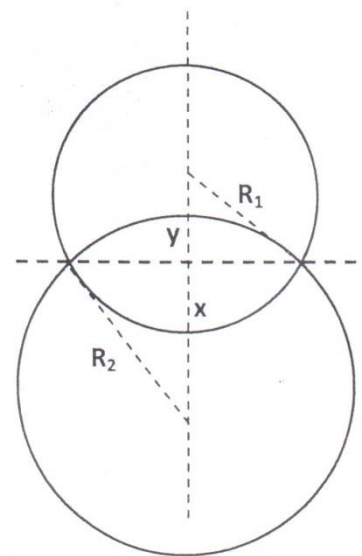
$$\frac{n}{R-1} + \frac{1}{d'} = \frac{1-n}{-R} \Rightarrow d' = \frac{R(R-1)}{1-(R+n)} = -3,75cm.$$

Số phóng đại ảnh được xác định : $k = -\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{d'}{d} = -n \frac{d'}{d} = 1,25.$

Vậy ảnh của cánh hoa cách đỉnh chỏm cầu O 3,75 cm và là ảnh ảo cùng chiều và lớn hơn cánh hoa.

Bài 27.

Sơ đồ tạo ảnh của vật AB cho bởi hệ lưỡng chất cầu:



$$AB \xrightarrow[d_1, d_1']{O_1} A_1B_1 \xrightarrow[d_2, d_2']{O_2} A_2B_2$$

Áp dụng công thức lưỡng chất cầu cho mặt cầu
lưỡng chất có đỉnh O_1 và có bán kính R_1 :

$$\frac{1}{d_1} + \frac{n}{d_1'} = \frac{n-1}{R_1} \Rightarrow d_1' = \frac{nR_1 d_1}{d_1(n-1) - R_1}$$

(1)

Ảnh A_1B_1 là vật cho mặt cầu lưỡng chất có đỉnh O_2 và có bán kính R_2 , ta có :

$$d_2 = e - d_1' = e - \frac{nR_1 d_1}{d_1(n-1) - R_1} = \frac{d_1[e(n-1) - nR_1] - eR_1}{d_1(n-1) - R_1} \quad (2)$$

Áp dụng công thức lưỡng chất cầu ta có :

$$\frac{n}{d_2} + \frac{1}{d_2'} = -\frac{n-1}{R_2} \Rightarrow d_2' = -\frac{R_2 d_2}{d_2(n-1) + nR_2} \quad (3)$$

$$\text{Thay (2) vào (3), biến đổi và rút được : } d_2' = -\frac{R_2 d_1 [e(n-1) - nR_1] - eR_1 R_2}{d_1(n-1) \{ [e(n-1) - nR_1] \} - nR_1 R_2} \quad (4)$$

$$\text{Số phóng đại ảnh cho bởi hệ : } k = k_1 \cdot k_2 = -\frac{1}{n} \frac{d_1'}{d_1} \cdot (-n) \frac{d_2'}{d_2} = \frac{d_1'}{d_1} \frac{d_2'}{d_2} \quad (5)$$

$$\text{Thay (1), (2) và (4) vào (5) thu được : } k = -\frac{nR_1 R_2}{d_1(n-1) \{ [e(n-1) - nR_1] + nR_2 \} - nR_1 R_2} \quad (6)$$

$$\text{Để } k \text{ không phụ thuộc vào vị trí của vật thì : } [e(n-1) - nR_1] + nR_2 = 0 \Rightarrow e = \frac{n\Delta R}{n-1} \quad (7)$$

Thay số vào (7) rút được : $e = 4,5 \text{ cm}$.

Bài 28

a. Ảnh của vật nhỏ qua quang hệ có sơ đồ như sau :

$$S \xrightarrow[d_1, d_1']{O_1} S_1 \xrightarrow[d_2, d_2']{O_2} S_2 \xrightarrow[d_3, d_3']{O_3} S_3$$

Áp dụng công thức lưỡng chất cầu cho ảnh S_1 tạo bởi S , ta có :

$$\frac{n_1}{d} + \frac{n_2}{d'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R} + \frac{n}{d_1'} = \frac{n-1}{R} \Rightarrow d_1' = \frac{nR}{n-2} = -3R.$$

Ảnh S_1 lại là vật của gương cầu lõm có đỉnh gương là O_2 cho ảnh S_2 , ta có :

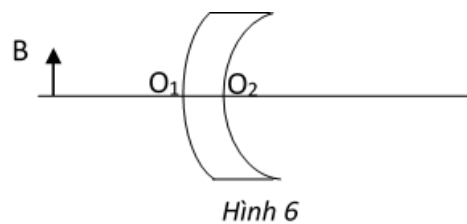
$d_2 = O_1 O_2 - d_1' = 5R$. Áp dụng công thức gương cầu, ta có :

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_2'} = \frac{1}{f} \Rightarrow d_2' = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{5R}{9}.$$

Ảnh S_2 qua lưỡng chất cầu lại cho ảnh S_3 , ta có : $d_3 = O_1 O_2 - d_2' = \frac{13R}{9}$.

Áp dụng công thức lưỡng chất cầu : $\frac{n}{d_3} + \frac{1}{d_3'} = \frac{1-n}{-R} \Rightarrow d_3' = \frac{13R}{4n-13} = -\frac{13R}{7}$.

Vậy ảnh cuối cùng qua hệ là ảnh ảo, cách O_1 một khoảng $\frac{13R}{7}$.



b. Khi vật dao động, tức vật dịch chuyển từ M đến N theo phương vuông góc với đường O_1O_2 thì ảnh cuối cùng qua hệ dịch chuyển từ M_3 đến N_3 cũng theo phương vuông góc với đường O_1O_2 . Sơ đồ tạo ảnh qua hệ được biểu diễn như sau :

$$MN \xrightarrow[d_1, d_1']{O_1} M_1N_1 \xrightarrow[d_2, d_2']{O_2} M_2N_2 \xrightarrow[d_3, d_3']{O_1} M_3N_3$$

Áp dụng công thức tính số phóng đại ảnh qua lưỡng chất cầu và qua gương cầu, ta có :

$$k_1 = \frac{\overline{M_1N_1}}{\overline{MN}} = -\frac{1}{n} \frac{d_1'}{d_1} = 2; \quad k_2 = \frac{\overline{M_2N_2}}{\overline{M_1N_1}} = -\frac{d_2'}{d_2} = -\frac{1}{9};$$

$$k_3 = \frac{\overline{M_3N_3}}{\overline{M_2N_2}} = -n \frac{d_3'}{d_3} = \frac{27}{14}.$$

Số phóng đại của ảnh qua hệ là :

$$k = \frac{\overline{M_3N_3}}{\overline{MN}} = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = -\frac{3}{7} \Rightarrow \overline{M_3N_3} = -\frac{3}{7} \overline{MN} \quad (*)$$

Gọi v là vận tốc của vật trong dao động, v' là vận tốc của ảnh cuối cùng qua hệ. Đạo hàm hai vế của (*) theo thời gian ta có : $v' = -\frac{3}{7}v$. Vậy chuyển động của ảnh cuối

cùng qua hệ ngược chiều chuyển động của vật và có độ lớn cực đại : $v'_{\max} = \frac{3}{7}v_{\max}$. Vì vật nhỏ dao động điều hòa nên vận tốc của cực đại của vật khi dao động là :

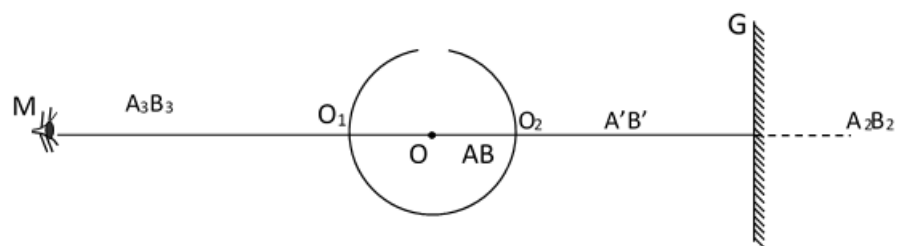
$$v_{\max} = \omega A = A \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

$$\text{Suy ra được: } v'_{\max} = \frac{3A}{7} \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Bài 29 .

Quan sát viên hai ảnh của cá AB, một tia sáng đi về phía mắt, một tia sáng đi về phía gương phẳng rồi phản xạ lại được mô tả bằng Hình 9 và hai sơ đồ tạo ảnh sau :

$$AB \xrightarrow[d, d']{O_1} A'B' ;$$

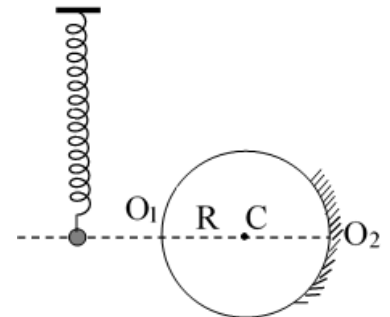


$$AB \xrightarrow[d_1, d_1']{O_2} A_1B_1 \xrightarrow[d_2, d_2']{G} A_2B_2 \xrightarrow[d_3, d_3']{O_1} A_3B_3$$

a. Xác định ảnh $A'B'$. Vật AB qua lưỡng chất cầu có đỉnh O_1 cho ảnh $A'B'$.

$$\text{Áp dụng công thức lưỡng chất cầu : } \frac{n_1}{d} + \frac{n_2}{d'} = \frac{n_2 - n_1}{R}.$$

$$\text{Theo quy ước, suy ra được : } \frac{n}{2R} + \frac{1}{d'} = \frac{1-n}{-R} \Rightarrow d' = \frac{2R}{n-2} = -3R.$$



Hình 8

Số phóng đại ảnh : $k = -\frac{n_1}{n_2} \frac{d'}{d} = -n \frac{d'}{d} = 2.$

Vậy ảnh A'B' của AB là ảnh ảo, cùng chiều và lớn gấp 2 lần AB. Mặt khác, theo số phóng đại ảnh : $k_a = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 2 \Rightarrow \overline{A'B'} = 2\overline{AB}$ (1)

Đạo hàm hai vế của (1) theo thời gian, thu được : $v_{A'} = 2v_A = 2v$ (2)

b. Vật AB nằm sát lưỡng chất cầu có đỉnh O_2 nên ảnh A_1B_1 là ảnh ảo nằm trùng với AB. Ảnh A_1B_1 là vật cho gương phẳng G, ta có :

$$d_2 = O_2G - d'_1 = O_2G = 2R \Rightarrow d'_2 = -d_2 = -2R.$$

Ảnh A_2B_2 là ảnh ảo cùng chiều và bằng với vật AB.

A_2B_2 lại là ảnh của kính cầu tâm O, ta có : $d_3 = OG - d'_2 = 3R - (-2R) = 3R.$

Áp dụng công thức kính cầu, ta có :

$$\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d'_3} = \frac{2}{R} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \Rightarrow \frac{1}{d'_3} = \frac{2}{R} \left(\frac{n-1}{n}\right) - \frac{1}{5R} \Rightarrow d'_3 = \frac{10R}{3}.$$

Số phóng đại của ảnh A_3B_3 :

$$k_b = k_1 k_2 k_3 = \frac{\overline{A_3B_3}}{\overline{AB}} = -\frac{d'_3}{d_3} = -\frac{2}{3} \quad (3)$$

Từ (3), ta có : $\overline{A_3B_3} = -\frac{2}{3}\overline{AB}$ (4)

Đạo hàm hai vế của (4) theo thời gian, thu được :

$$v_{A_3} = -\frac{2}{3}v_A = -\frac{2}{3}v \quad (5)$$

Vậy ảnh A_3B_3 của AB chuyển động ngược chiều với AB và có độ lớn là $\frac{2}{3}v$.

Vận tốc tương đối của hai ảnh A'B' và A_3B_3 được xác định như sau :

$$\overrightarrow{v_{A_3}} = \overrightarrow{v_{A'}} + \overrightarrow{v_{td}} \Rightarrow \overrightarrow{v_{td}} = \overrightarrow{v_{A_3}} - \overrightarrow{v_{A'}} \quad (6)$$

Vì A'B' chuyển động cùng chiều AB, A_3B_3 chuyển động ngược chiều AB nên A'B' chuyển động ngược chiều A_3B_3 . Từ (2) và (5), suy ra được :

$$v_{td} = 2v + \frac{2v}{3} = \frac{8v}{3}.$$

Bài 30. 1.(3 điểm) Ta chia hệ gồm hai thấu kính cùng tiêu cự f ghép hai bên một bản mặt song song ($e=2R, n$)

Ta có $\frac{1}{f} = (n-1)\frac{1}{R} \rightarrow f = \frac{R}{n-1}$ (5.1)

Khi đó ta có sơ đồ tạo ảnh:

$$AB(d_1) \xrightarrow{TKHT \ f} A_1B_1(d'_1) \xrightarrow{BM //} A_2B_2(d_2) \xrightarrow{TKHT \ f} A'B'(d'_2)$$

+ Tạo ảnh qua thấu kính thứ nhất:

$$d_1' = \frac{df}{d-f} = \frac{2R \frac{R}{n-1}}{2R - \frac{R}{n-1}} = \frac{2R}{2(n-1)-1} = \frac{2R}{2n-3} \quad (5.2)$$

+ Tạo ảnh qua bản mặt song song: $A_1 A_2 = e(1 - \frac{1}{n}) = 2R \frac{n-1}{n}$ (5.3)

+ Tạo ảnh qua thấu kính thứ hai:

$$d_1' + A_1 A_2 + d_2 = 2R \rightarrow d_2 = 2R - \frac{2R}{2(n-1)-1} - 2R \frac{n-1}{n}$$

$$\rightarrow d_2 = \left[\frac{n-3}{n(2n-3)} \right] 2R \quad (5.4)$$

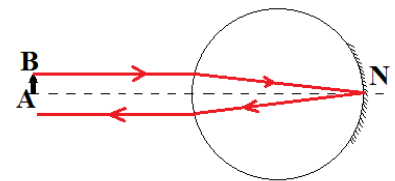
$$d_2' = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{\left[\frac{n-3}{n(2n-3)} \right] 2R \cdot \frac{R}{n-1}}{\left[\frac{n-3}{n(2n-3)} \right] 2R - \frac{R}{n-1}} = \frac{2R(n-3)}{6-5n} \quad (5.5)$$

Số phóng đại

$$k = \left(\frac{-d_1'}{d_1} \right) \cdot 1 \cdot \left(\frac{-d_2'}{d_2} \right) = \frac{-\frac{2R}{2n-3}}{2R} \cdot \frac{-\frac{2R(n-3)}{6-5n}}{\left[\frac{n-3}{n(2n-3)} \right] 2R}$$

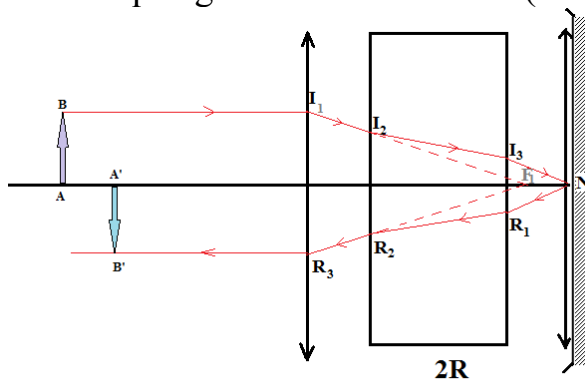
$$k = \frac{n}{6-5n} \quad (5.6)$$

2. Ta có thể hình dung đường đi tia sáng của bài toán như hình 5.cS



Hình 5cS

Cách 1. Hiện tượng có thể diễn ra như hình (5dS). Ta có thể phóng đại hình ảnh này để rõ bản chất. Với các này ta có thể coi tia sáng đi qua thấu kính thứ nhất, qua BM//, rồi đến quang tâm thấu kính thứ 2 (trùng N) tại đỉnh gương



Hình 5dS

Khi đó ta có $f_1 + e(1 - \frac{1}{n}) = MN$

$$\frac{R}{n-1} + 2R(1 - \frac{1}{n}) = 2R \rightarrow \frac{1}{n-1} + 2(1 - \frac{1}{n}) = 2 \rightarrow \frac{1}{n-1} + 2 - \frac{2}{n} = 2$$

$$\frac{1}{n-1} = \frac{2}{n} \rightarrow n = 2n - 2 \Rightarrow n = 2$$

Lúc này số phóng đại $k=-1$ và không phụ thuộc vào vị trí vật trước quả cầu.

Cách 2. Ta có thể coi vật ở xa vô cùng, qua lưỡng chất cầu cho ảnh tại N.

$$\frac{n_1}{d} + \frac{n_2}{d'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \rightarrow \frac{1}{\infty} + \frac{n}{2R} = \frac{n-1}{R} \rightarrow \frac{n}{2} = \frac{n-1}{1} \Rightarrow n = 2$$

VIII.5. NGUYÊN LÝ FEC-MA- HUYGHEN.

Bài toán tổng quát.

Cần tìm điều kiện để tia sáng truyền theo một quỹ đạo nào đó. Hoặc tìm góc lệch của tia sáng khi truyền qua một môi trường trong suốt có chiết suất thay đổi.

Phương pháp giải chung.

- Vận dụng nguyên lý Fec-ma về điều kiện cực trị của quang trình:
- + Trước hết xét đường đi bất kì của tia sáng theo quỹ đạo cần tìm.
- + Tính quang trình ứng với đường truyền đó.
- + Giải điều kiện cực trị quang trình, từ đó tìm được điều kiện thỏa mãn.
- Vận dụng nguyên lý Huy-ghen: (Xét mặt đầu sóng ở các mặt giới hạn môi trường)
- + Tính thời gian truyền sáng của các tia sáng giới hạn.
- + Từ đó tính được độ trễ về thời gian truyền sáng.
- + Vẽ mặt đầu sóng tại mặt giới hạn. Từ đó suy ra quỹ đạo tiếp theo của tia sáng.

Bài 1. Giả thiết rằng ở khoảng cách r , tính từ tâm hình trụ có tia sáng lan truyền xung quanh hình trụ theo một vòng tròn như hình vẽ.

Xét trên một đoạn quỹ đạo AB. Quang trình s của tia sáng trên đoạn này là:

$$s = r.d\varphi.n_{(r)}$$

$$\text{Khai triển: } s = d\varphi.n_0(1 - \gamma r).r = d\varphi.n_0(r - \gamma r^2)$$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Trên một cung AB xác định thì $d\varphi$ là hằng số, $n_0; \gamma$ là các hằng số bài cho.

Theo nguyên lí Fec-ma thì quang trình s phải có cực

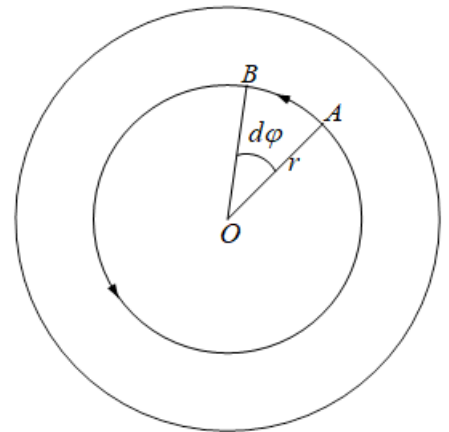
trị. Nghĩa là: $\frac{ds}{dr} = 0$

Giải điều kiện cực trị của quang trình cho ta:

$$d\varphi \cdot n_0(1 - 2\gamma r) = 0$$

Từ đó thu được

$$r = \frac{1}{2\gamma}$$



Bài 2. Để tính góc khúc xạ trong trường hợp này ta dùng nguyên lí Huy-ghe.

Ở gần bề mặt trên của khối thủy tinh thì sóng ánh sáng đạt đến điểm ngoài cùng sau thời gian (Xem hình 22)

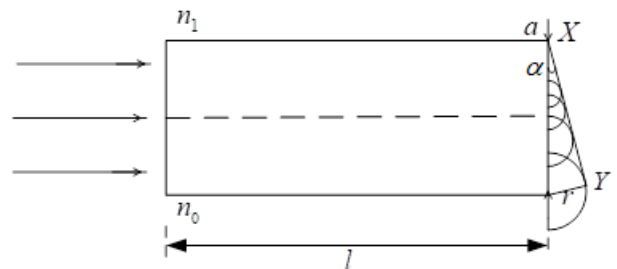
$$t_1 = \frac{n_1 \cdot l}{c} = \frac{(n_0 + \delta n) \cdot l}{c}$$

Còn ở gần mặt bên dưới thì sóng ánh sáng sẽ đạt đến điểm ngoài cùng sau thời gian:

$$t_2 = \frac{n_0 l}{c}$$

Sau hiệu thời gian $\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{\delta n \cdot l}{c}$ thì

mặt đầu sóng ở mặt dưới đã lan truyền được một quãng đường là $r = c \cdot \Delta t = \delta n \cdot l$



Do đó mặt đầu sóng XY sẽ quay một góc nhỏ: $\alpha = \frac{\delta n \cdot l}{d} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Rad}$

Dễ thấy ảnh trên màn sẽ dịch lên phía trên một đoạn: $\alpha \cdot f = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$

Bài 4. Sự thay đổi vận tốc ánh sáng trong không khí (nghĩa là cả chiết suất của nó) theo độ cao dẫn đến sự lệch của các tia sáng hay là sự khúc xạ. Chính sự khúc xạ này giải thích sự ảo cảnh của biển trong sa mạc.

- Tốc độ truyền của ánh sáng tại một điểm có độ cao z được cho bởi:

$$c(z) = c_0(1 - a \cdot z)$$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

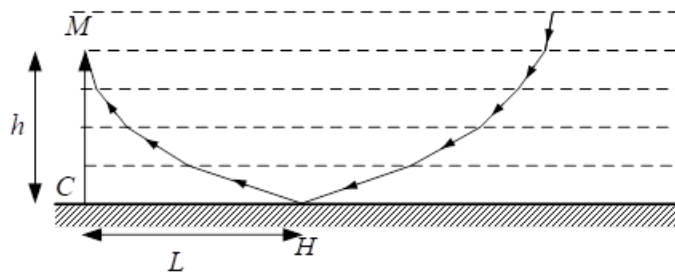
Chiết suất của không khí tại độ cao z là: $n = \frac{c_{ck}}{c(z)} = \frac{c_{ck}}{c_0(1-az)}$; trong đó c_{ck} là tốc

độ truyền của ánh sáng trong chân không.

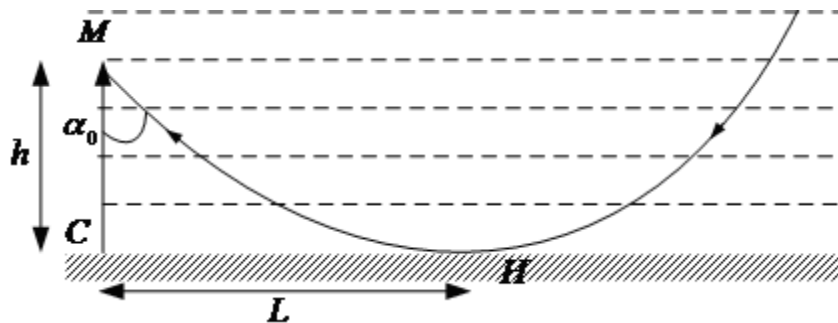
Rõ ràng rằng khi độ cao z giảm xuống thì chiết suất của lớp không khí giảm dần.

- Ta chia không khí thành những lớp song song với mặt đất. Tại mỗi lớp này chiết suất của không khí coi như có một giá trị xác định.

- Xét một tia sáng truyền từ rất xa xuống dưới sa mạc. Vì chiết suất thay đổi nên tia sáng bị khúc xạ qua từng lớp khí quyển (như hình vẽ 22). Tới các lớp gần sát mặt đất, tia sáng bị phản xạ toàn phần và đi ngược lên tới mắt người quan sát.



Các tia sáng khúc xạ qua các lớp liên tục, nên quỹ đạo của tia sáng thực tế là một đường cong trơn đều liên tục như hình 24.



Ở vùng $\alpha < \alpha_0$ các tia sáng đi vào sa mạc và bị hấp thụ, ở vùng $\alpha > \alpha_0$ người quan sát nhìn thấy bầu trời, nhưng vì các tia sáng từ bầu trời đi đến chỗ người quan sát từ phía dưới nên người đó có cảm giác nhìn thấy biển xanh.

- Áp dụng ĐL khúc xạ ánh sáng cho hai lớp: Lớp thứ nhất ở gần mặt đất (tại H) và lớp thứ hai ở chỗ mắt người quan sát (tại M)

$$\frac{c_{ck}}{c_0} \cdot \sin 90^\circ = \frac{c_{ck}}{c_0(1-ah)} \cdot \sin \alpha_0$$

Biến đổi thành: $\sin \alpha_0 = 1 - ah$ (1)

Có thể coi rằng sự lệch của các tia sáng là rất nhỏ, vì thế xem rằng tia sáng truyền từ M tới H là đường thẳng. Từ đó ta có:

$$L = h \cdot \tan \alpha_0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \rightarrow L = \frac{h(1-az)}{\sqrt{az(2-az)}}$$

Bài 5. Khác với các trường hợp khúc xạ liên tục qua các lớp liên tục ở các bài trước. Trong bài này sự khúc xạ qua các lớp xảy ra gián đoạn. Vì thế việc giải bài tập này đơn giản hơn một bước.

Tia sáng sẽ bị khúc xạ qua các lớp, góc tới tại mỗi lớp theo đó cũng tăng dần. Tại một lớp nào đó góc tới lớn hơn hoặc bằng góc giới hạn phản xạ toàn phần, khi đó tia sáng bị phản xạ toàn phần và đi ngược lên trên. Đây là cơ sở để tính độ sâu lớn nhất mà tia sáng đạt được.

Gọi r là góc khúc xạ. DL khúc xạ ánh sáng cho ta: $\sin i = n_0 \sin r$; $r = \frac{\pi}{2} - \varphi_0$

Tia này đi tới các lớp trên với góc tới bằng $r = \frac{\pi}{2} - \varphi_0$ và góc khúc xạ $\frac{\pi}{2} - \varphi_1$

Áp dụng định luật khúc xạ ánh sáng ta lại có: $n_0 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_0\right) = n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right)$

Biến đổi thành: $n_0 \cos \varphi_0 = n_1 \cos \varphi_1$.

Sang các lớp sau tương tự ta có: $n_0 \cos \varphi_0 = n_1 \cos \varphi_1 = \dots = n_k \cos \varphi_k$

Nhận xét: Ta thấy chiết giảm dần khi đi lên các lớp phía trên, có nghĩa là càng lên các lớp phía trên tia sáng càng lệch xa pháp tuyến, hay góc φ càng nhỏ.

Tại một lớp nào đó, tia sáng đạt tới giới hạn góc khúc xạ tăng đến 90° . Khi đó $\cos \varphi_k = 1$ và tia sáng bị phản xạ toàn phần truyền ngược trở lại.

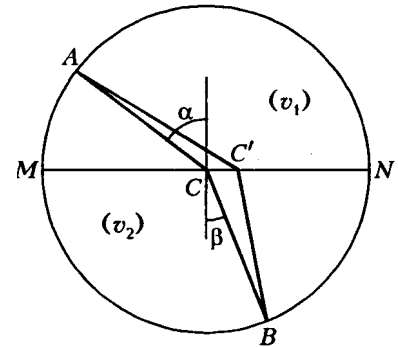
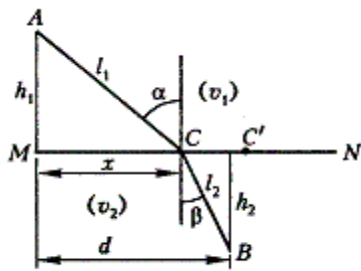
Vậy ta cần giải điều kiện: $\cos \varphi_k \leq 1 \Leftrightarrow \frac{n_0}{n_k} \cos \varphi_0 \leq 1 \Leftrightarrow \frac{n_0}{n_0 - kv} \cos \varphi_0 \leq 1$

Giải bất phương trình ta được: $k \leq 21,76$ Vì k là số nguyên nên lấy $k = 21$.

Vậy độ sâu nhất $h = (k + 1)d = 2,2mm$

Bài 6. a) Vẽ một đường tròn bán kính tùy ý (hình 8), đường kính MN phân chia hai môi trường: phía trên là môi trường kém chiết quang hơn, phía dưới là môi trường chiết quang hơn ($v_1 > v_2$). Đánh dấu hai điểm A và B, sau đó kẻ hai đường gấp khúc ACB và AC'B. Đường ACB qua tâm C với góc tới và góc khúc xạ lần lượt là α và β thỏa mãn

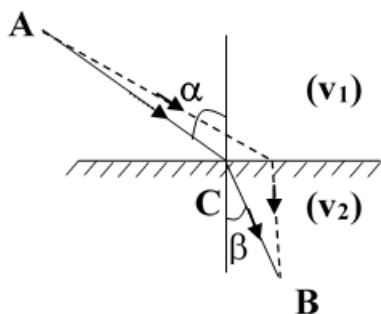
định luật khúc xạ: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \text{const}$



Ta cần chứng minh rằng thời gian ánh sáng truyền theo đường ACB nhỏ hơn khi theo đường AC'B. Chúng tôi xin dành chứng minh này cho bạn đọc.

b) Giả sử C là điểm di động dọc theo mặt phẳng phân cách giữa hai môi trường, khi đó thời gian ánh sáng đi từ A đến B qua C sẽ thay đổi (hình 9). Từ hình vẽ ta có:

$$t_{ACB} = t_{AC} + t_{CB} = \frac{AC}{v_1} + \frac{CB}{v_2} = \frac{\sqrt{x^2 + h_1^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{(d-x)^2 + h_2^2}}{v_2}$$



Từ điều kiện cần để có cực trị: $\frac{dt}{dx} = 0$, ta được

$$\frac{x}{v_1 \sqrt{x^2 + h_1^2}} - \frac{d-x}{v_2 \sqrt{(d-x)^2 + h_2^2}} = 0$$

hay

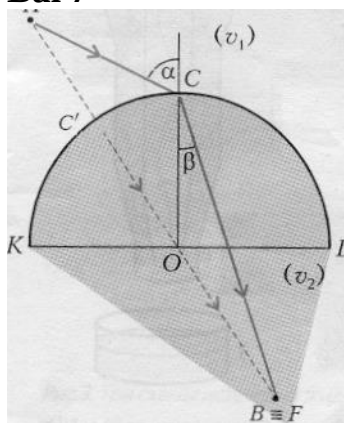
$$\frac{x}{v_1 l_1} = \frac{d-x}{v_2 l_2}$$

Mà $\frac{x}{l_1} = \sin \alpha$ và $\frac{d-x}{l_2} = \sin \beta$, suy ra

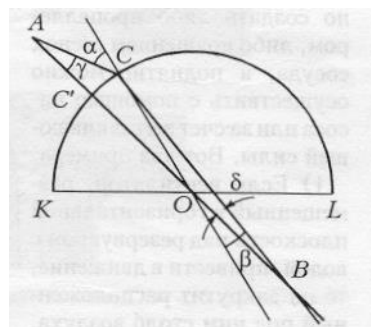
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} \quad (\text{đ.p.c.m.})$$

Lấy đạo hàm cấp hai, ta dễ dàng thấy rằng đạo hàm này dương, tức cực trị trong trường hợp này là cực tiểu.

Bài 7



Hình 10



Hình 11

Ký hiệu $\angle CAC' = \gamma$, $\angle CBC' = \delta$, $AC' = s$ và $C'B = s'$ (H.11). Ta có:

$$t_{ACB} = \frac{AC'}{v_1} + \frac{CB}{v_2} = \frac{s}{v_1} + \frac{s'}{v_2}$$

và

$$\begin{aligned} t_{ACB} &= \frac{AC}{v_1} + \frac{CB}{v_2} = \frac{AC'}{v_1 \cos \gamma} + \frac{CB}{v_2 \cos \delta} \\ &= \frac{s}{v_1 (1 - \gamma^2/2)} + \frac{s'}{v_2 (1 - \delta^2/2)} = \frac{s}{v_1} \left(1 + \frac{\gamma^2}{2}\right) + \frac{s'}{v_2} \left(1 + \frac{\delta^2}{2}\right) \end{aligned}$$

ở đây ta đã dùng các công thức gần đúng $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \approx 1 - \alpha^2/2$, vì ta chỉ xét những tia gần trục, nghĩa là các góc $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ là nhỏ. Nếu bỏ qua các số hạng bậc 2 và chỉ giữ lại các số hạng bậc nhất, ta được:

$$t_{ACB} = \frac{s}{v_1} + \frac{s'}{v_2} = t_{AC'B} \quad (\text{đ.p.c.m.})$$

Bài 8.

Trong môi trường đồng tính ánh sáng truyền theo đường thẳng, bởi vậy bất kỳ một quỹ đạo nào cũng gồm các đoạn thẳng. Bên cạnh quỹ đạo thực ACFB, ta dựng một quỹ đạo khả dĩ AC'B ở lân cận nó (hình 13). Cả hai quỹ đạo đều xuất phát từ A và kết thúc tại B. Ta phải chứng minh thời gian truyền ánh sáng dọc theo quỹ đạo thực là

lớn nhất, tức $t_{ACB} > t_{AC'B}$.

Dựng cung tròn nhỏ, tâm F, bán kính FB, cắt đường AOF tại B' (H.13). Dựng cung tròn lớn tâm ở C' bán kính C'B', cắt C'B trên đường kéo dài của nó tại D (nằm dưới điểm B). Vì F là ảnh thật của A nên $t_{ACF} = t_{AC'F}$ (xem Ví dụ 5). Mặt khác, do $FB = FB'$ và môi trường đồng tính nên $t_{FB} = t_{FB'}$. Hơn nữa, vì $C'D = C'B'$ và môi trường là đồng tính nên ta cũng có $t_{AC'D} = t_{AC'B'}$. Cuối cùng, vì B nằm phía trong D nên $t_{AC'B} < t_{AC'D}$. Suy ra:

$$t_{ACB} < t_{AC'B}$$

Vế trái của bất đẳng thức trên là thời gian của quỹ đạo khả dĩ. Bây giờ ta sẽ chứng minh rằng vế phải chính là thời gian ánh sáng truyền theo quỹ đạo thực. Thật vậy

$$t_{AC'B} = t_{AC'F} + t_{FB'} = t_{ACF} + t_{FB} = t_{ACFB} = t_{ACB}$$

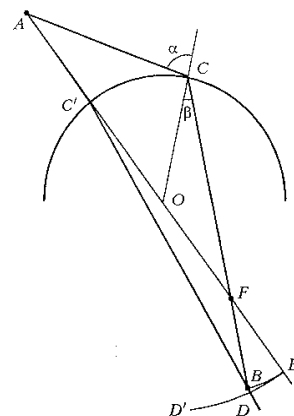
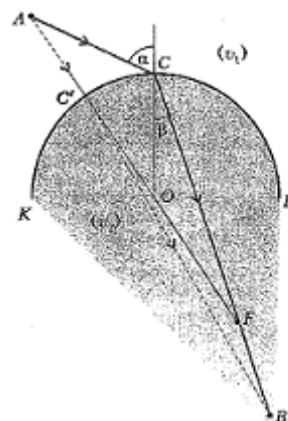
Do đó:

$$t_{AC'B} < t_{ACB}$$

(đ.p.c.m.)

Như vậy, khi khúc xạ qua một mặt cầu lồi trên đường truyền từ điểm A (trong môi trường 1) đến điểm B (trong môi trường 2 ở sau điểm F), thời gian truyền của ánh sáng theo quỹ đạo thực (có nghĩa là thỏa mãn định luật khúc xạ) là cực đại khi so với tất cả các quỹ đạo khả dĩ khác.

Tóm lại, chúng ta thấy rằng khi khúc xạ cũng như phản xạ ánh sáng, điều quan trọng là tính dừng (tức đạo hàm bậc nhất bằng không). Thời gian truyền có thể là cực tiểu (nếu điểm B ở gần hơn ảnh thật F của A), có thể là cực đại (nếu điểm B ở xa điểm F hơn), có thể không là cực tiểu mà cũng không là cực đại (B trùng với F).



Bài 9. Theo đề bài: $n(r) - 1 = \rho e^{\frac{r-R}{8700}}$ trong đó $R = 6400.10^3 m$ là bán kính quả đất; ρ là mật độ không khí.

$$\Rightarrow \frac{dn(r)}{dr} = -\frac{1}{8700} \rho e^{\frac{r-R}{8700}} \quad (1)$$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Theo giả thiết không khí có mật độ đủ lớn để làm cho ánh sáng bị bẻ cong theo mặt cong của trái đất ở mực nước biển.

Quang trình từ A đến B là: $l = n(r)r\theta$ theo nguyên lý Phéc-ma, l đạt cực trị tức là

$$\frac{dl}{dr} = 0 \Rightarrow \theta \left(\frac{dn(r)}{dr} r + n(r) \right) = 0 \Rightarrow \frac{dn(r)}{dr} = -\frac{n(r)}{r} \quad (2)$$

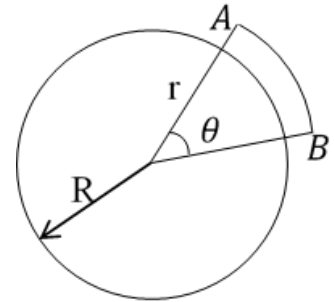
Từ (1) và (2) ta có: $\frac{1}{8700} \rho \cdot e^{\frac{r-R}{8700}} = \frac{n(r)}{r}$

Tại mực nước biển $r = R \Rightarrow \rho = 0,00136$

Mật độ thực tế của khí ở mực nước biển (ở 300K, áp suất 1atm, $n_0 = 1,0003$) là

$$\rho_0 = n_0 - 1 = 0,0003 \Rightarrow \frac{\rho}{\rho_0} = 4,53$$

Vậy chỉ khi không khí có mật độ bằng 4,53 lần mật độ của không khí thực tế (cho trong bài) thì mới thỏa mãn điều kiện của bài cho.



Bài 10. : Cách 1: Tại J: $n \cdot \sin i = (n + dn) \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow \sin i = \frac{n + dn}{n} \quad (1)$

Theo đề: $n = n_0 - a \cdot z \Rightarrow dn = -a \cdot dz$

Từ (1) $\Rightarrow \sin i = \frac{n_0 - az - a \cdot dz}{n_0 - az} \quad (2)$

Mặt khác, theo hình vẽ ta có:

$$\sin i = \frac{R + z}{R + z + dz} \quad (3)$$

Từ (2) và (3): $\frac{n_0 - az - a \cdot dz}{n_0 - az} = \frac{R + z}{R + z + dz} \Leftrightarrow n_0 - 2az - aR = 0$

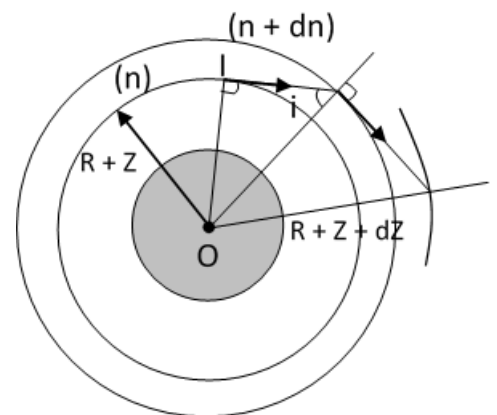
$$\Rightarrow h = z = \frac{n_0 - aR}{2a} = \frac{1}{2} \left(\frac{n_0}{a} - R \right)$$

★ **Cách 2:** Theo nguyên lý Fecma: Giữa 2 điểm A và B ánh sáng sẽ truyền theo con đường nào mà quang trình là cực đại (cực tiểu hay không đổi) gọi là cực trị.

Đường đi ánh sáng: $\ell = 2\pi(R + z)$

Quang trình: $L = n\ell = 2\pi n(R + z) = 2\pi(n_0 - az)(R + z)$

Tính đạo hàm của L theo z, ta được: $\frac{dL}{dz} = 0$



Hình 17

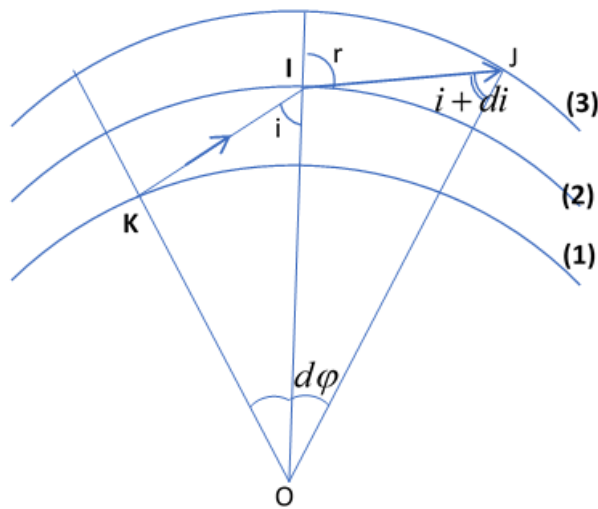
$$\Leftrightarrow 2\pi(n_0 - az - aR - az) = 0$$

$$\Rightarrow h = z = \frac{n_0 - aR}{2a} = \frac{1}{2} \left(\frac{n_0}{a} - R \right)$$

Bài 11. Tương tự **có:** $dl = n(R+h)d\theta \Rightarrow l = n(R+h)2\pi$

$$\frac{dl}{dh} = 0 \text{ (Nguyên lý Fermat)} \Rightarrow h = \frac{n_0}{2a} - \frac{R}{2}$$

1. Xét 3 lớp khí quyển (1); (2); (3), các lớp khí quyển cách nhau dh , lớp (2), có độ cao h . Theo hình vẽ ta có:



$$n \sin i = (n + dn) \sin r$$

$$\Rightarrow n \sin i = (n - a \cdot dh) \sin r \quad (1)$$

$$r = i + (di + d\varphi)$$

$$\Rightarrow \sin r = \sin i \cdot \cos(di + d\varphi) + \sin(di + d\varphi) \cdot \cos i$$

Gần đúng: $\sin r = \sin i + (di + d\varphi) \cos i$ thay vào (1)

$$\tan i \approx \frac{n(di + d\varphi)}{a \cdot dh} \quad (2) \text{ bỏ qua lượng } a \cdot dh(di + d\varphi) \cos i$$

$$\text{Tam giác KIE: } \tan i = \frac{(R + h - dh)d\varphi}{dh} \approx \frac{(R + h)d\varphi}{dh} \quad (3)$$

$$\Rightarrow [(R + h)a - n]d\varphi = ndi \Rightarrow (aR - n_0)d\varphi = n_0 di \quad (4)$$

Giả sử tại F có phản xạ toàn phần (do tính chất đối xứng của bài toán khi có phản xạ toàn phần tại F tia sáng đi gần như tiếp tuyến với mặt đẳng chiết ở đây là mặt cầu khi

đó φ tới giá trị $\frac{\pi}{2}$ và góc phản xạ toàn tại F phân coi như bằng $\frac{\pi}{2}$). Do đó:

$$aR - n_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi = n_0 \int_{i_0}^{\frac{\pi}{2}} di \Rightarrow i_0 = \pi \left(1 - \frac{aR}{2n_0}\right)$$

3. Theo kết quả ý 1 và 2 ta thấy ngay: nếu thực hiện được 1 thì không thực hiện được 2 và ngược lại.

Bài 12. Chia chùm sáng của ta thành các chùm mảnh có bề dày dz và coi mỗi chùm như vậy được truyền trong môi trường đồng tính với chiết suất riêng n_z . Khi đó mỗi chùm sẽ truyền tới mặt sau của bình theo một thời gian riêng và kích thích một sóng cầu thứ cấp riêng. Bao hình của tất cả các sóng cầu thứ cấp này sẽ là mặt sóng của chùm ló.

Giả thiết rằng mặt sóng vẫn còn là phẳng, ta sẽ khảo sát hai chùm con tại các tọa độ $z = a$ và $z = a + d$ với d là độ rộng của chùm ban đầu theo phương thẳng đứng. Thời gian để chùm có tọa độ $z = a$ đi qua bình là:

$$t_1 = \frac{n_a L}{c} = \left(n_0 - \frac{n_0 - n_1}{H} a \right) \frac{L}{c}$$

Tương tự, thời gian để chùm có tọa độ $z = a + d$ đi qua bình là:

$$t_2 = \frac{n_{a+d} L}{c} = \left(n_0 - \frac{n_0 - n_1}{H} (d + a) \right) \frac{L}{c}$$

Dễ dàng thấy rằng $t_1 > t_2$, bởi vậy sóng cầu thứ cấp sau thời gian $t_1 - t_2$ sẽ đi được quãng đường bằng:

$$r = c(t_1 - t_2) = \frac{n_0 - n_1}{H} dL$$

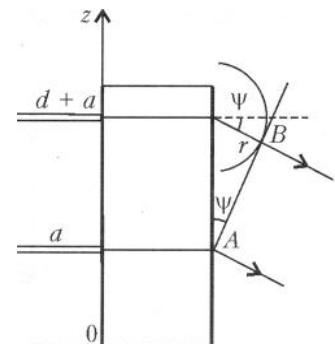
Góc quay ψ của mặt sóng AB sẽ được tìm từ hệ thức:

$$\sin \psi = \frac{r}{d} = \frac{n_0 - n_1}{H} L.$$

Từ đó suy ra:

$$\psi = \arcsin \left(\frac{n_0 - n_1}{H} L \right).$$

Từ biểu thức trên, dễ dàng thấy rằng góc quay của mặt sóng không phụ thuộc vào tọa độ a cũng như bề rộng d của chùm sáng, do đó giả thiết chùm ló ra có mặt sóng phẳng là đúng.



Bài 13.

Vì $d \gg a$ nên bỏ qua thời gian tia sáng truyền qua nêm, nên tia sáng sẽ truyền thẳng trong nêm, tới I và khúc xạ ra dưới góc φ như hình vẽ. Theo định luật khúc xạ ta có:

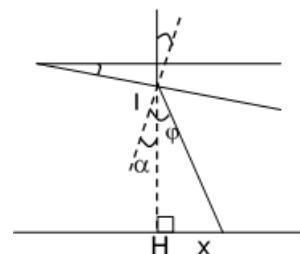
$$\sin \varphi = n_t \cdot \sin \alpha \Rightarrow \varphi \approx n_t \cdot \alpha.$$

Vị trí của vật sáng trên màn xác định bởi: $x = d \cdot \tan(\varphi - \alpha) \approx d(\varphi - \alpha)$

$$x \approx d \cdot \alpha(n_t - 1) = d \cdot \alpha \cdot n_0 \frac{t}{\tau}$$

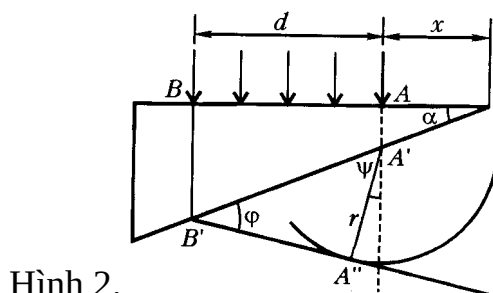
Vận tốc vật sáng: $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d \cdot \alpha \cdot n_0}{\tau}$

Vậy $v = \frac{n_0 \alpha d}{\tau}$



Bài 14. Đây là một bài toán đơn giản. Có thể dễ dàng giải bài toán này bằng quang hình học, tức là bằng định luật khúc xạ (cần nhớ rằng quang hình học chỉ là trường hợp giới hạn của quang học sóng!). Nhưng ta sẽ tiếp cận ví dụ này trên quan điểm truyền sóng phẳng và sử dụng nguyên lý Huyghen.

Ký hiệu bề rộng của chùm song song là d ($d \gg \lambda$, trong đó λ là bước sóng của ánh sáng) và coi biên của chùm sáng cách cạnh của nêm một khoảng bằng x (xem hình 2)



Hình 2.

Sau khi đi qua mặt trên AB của nêm sóng vẫn truyền theo hướng cũ với vận tốc $V = c/n$, với c là vận tốc truyền sóng trong chân không. Sau thời gian:

$$t_1 = \frac{AA'}{V} = \frac{n \cdot AA'}{c}$$

mặt sóng đạt tới điểm A' và, theo nguyên lý Huyghen, chúng ta có thể xem điểm A' như một nguồn phát sóng cầu thứ cấp tiếp tục truyền với vận tốc c . Sau thời gian:

$$t_2 = \frac{n \cdot BB'}{c}$$

mặt sóng phẳng sẽ truyền tới điểm B' . Bây giờ chúng ta sẽ tìm vị trí của mặt sóng mới (sau khi đi qua nêm) và tạm giả thiết rằng mặt đó là phẳng.

Tại thời điểm khi mặt sóng phẳng đạt tới B' , sóng cầu phát ra từ A' đã truyền được một khoảng cách:

$$r = c(t_2 - t_1) = n(BB' - AA')$$

$$= n((x+d)\operatorname{tg}\alpha - x\operatorname{tg}\alpha) = nd\operatorname{tg}\alpha$$

Vị trí của mặt sóng bây giờ được xác định bởi tiếp tuyến $B'A''$ với vòng tròn bán kính r . Từ tam giác $A'B'A''$, ta có:

$$\sin \varphi = \frac{r}{A'B'} = \frac{nd\operatorname{tg}\alpha}{d/\cos\alpha} = n\sin\alpha$$

Dễ dàng thấy rằng góc quay của mặt sóng (và cũng chính là góc lệch của chùm sáng) bằng:

$$\psi = \varphi - \alpha = \arcsin(n\sin\alpha) - \alpha$$

Từ biểu thức vừa thu được ta thấy rằng độ lớn của góc ψ không phụ thuộc vào x và d . Điều đó chứng tỏ rằng mặt sóng phẳng sau khi đi qua nêm vẫn còn thực sự là phẳng. Đối với góc α nhỏ, góc quay của mặt sóng bằng:

$$\psi \approx (n-1)\alpha.$$

CHƯƠNG IX. CHIẾT SUẤT

IX.1. XÁC ĐỊNH QUY LUẬT BIẾN ĐỔI CHIẾT SUẤT

Giả sử chiết suất môi trường $n = n(y)$. biết đường truyền tia sáng $y = y(x)$. tia sáng bay vào môi trường nói trên tại điểm x_0 với góc tới i_0 biết chiết suất môi trường ngoài là n_0 . Hãy tìm qui luật biến đổi chiết suất

PHƯƠNG PHÁP

Chia môi trường thành những lớp mỏng sao cho n không đổi tại điểm M tia sáng với góc tới i

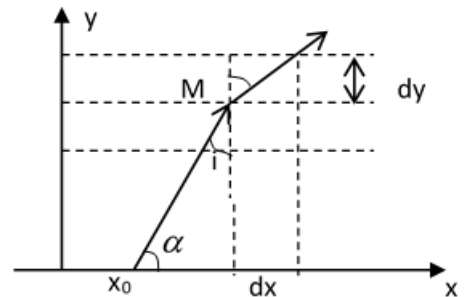
$$n \sin i = n_0 \sin i_0 = h.so$$

$$\tan i = \frac{dx}{dy}, \tan \alpha = \cot i = \frac{\cos i}{\sin i} = \frac{\sqrt{1 - \frac{n_0^2 \sin^2 i_0}{n^2}}}{\frac{n_0 \sin i_0}{n}} = \frac{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i_0}}{n_0 \sin i_0}$$

Mặt khác

$$\cot i = \frac{dy}{dx} = y' \Rightarrow \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i_0} = n_0 \sin i_0 y'$$

$$\Rightarrow n = n_0 \sin i_0 \sqrt{1 + (y')^2}$$



Các trường hợp riêng

$$1. \quad y = ax^2 \Rightarrow y' = 2ax \Rightarrow (y')^2 = 4a^2 x^2 = 4ay \Rightarrow n = n_0 \sin i_0 \sqrt{1 + 4ay}$$

$$2. \text{ đường truyền là một đoạn phương trình : } y = A \sin Bx$$

$$y' = AB \cos Bx \Rightarrow (y')^2 = A^2 B^2 \cos^2 Bx = A^2 B^2 - A^2 B^2 \sin^2 Bx = A^2 B^2 - B^2 y^2$$

$$\Rightarrow n = n_0 \sin i_0 \sqrt{1 - A^2 B^2 + B^2 y^2}$$

$$3. \text{ đường truyền là cung tròn : } (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$(y-b)^2 = R^2 - (x-a)^2 \text{ lấy đạo hàm hai vế}$$

$$\Rightarrow 2(y-b)y' = -2(x-a).x' = -2(x-a) \Rightarrow y' = -\frac{2(x-a)}{2(y-b)} = -\frac{x-a}{y-b}$$

$$y'^2 = \left(\frac{x-a}{y-b}\right)^2 = \frac{R^2 - (y-b)^2}{(y-b)^2} \Rightarrow n = n_0 \sin i_0 \sqrt{1 + y'^2} = n_0 \sin i_0 \frac{R}{y-b}$$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1

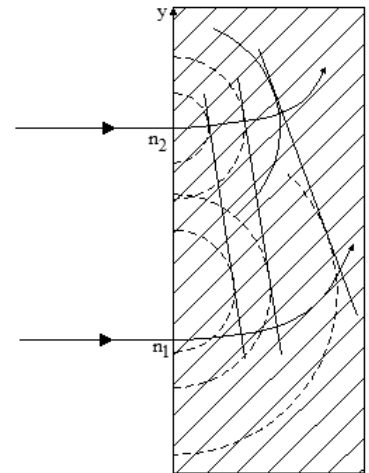
a) Tia sáng bị uốn cong

- Ta áp dụng thuyết sóng. Xét hai tia sáng theo phương tia tới chiếu đến mặt giới hạn tại hai điểm khác nhau trên trục y , tại đó các chiết suất khác nhau.

Giả sử $n_2 > n_1$, suy ra $v_2 < v_1$.

Các sóng cầu nguyên tố do các điểm tới phát ra có bán kính khác nhau.

Các mặt sóng không còn song song như đối với sóng tới do đó tia sáng uốn cong về phía chiết suất tăng.



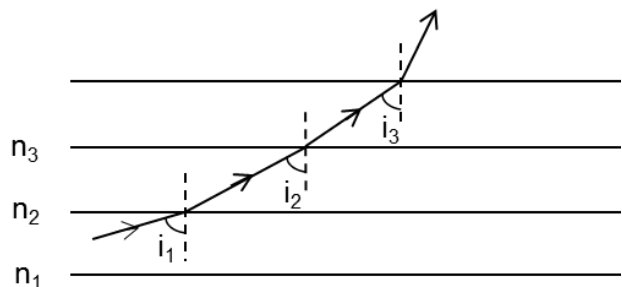
b) Định biểu thức của chiết suất

- Chia môi trường thành những lớp vô cùng mỏng sao cho trong mỗi lớp chiết suất coi như không đổi.

Định luật khúc xạ cho

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = \dots = \text{const}$$

Xét hai điểm trên đường truyền ánh sáng ứng với các tọa độ:



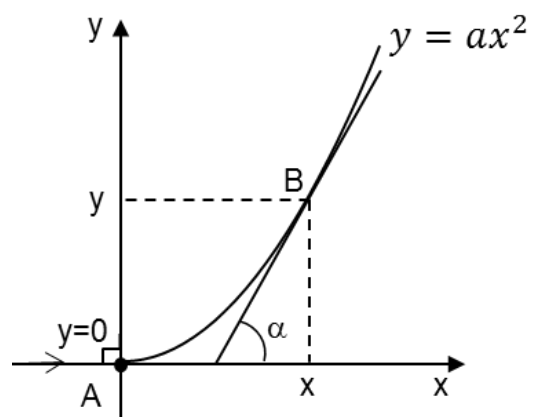
$$A \begin{cases} y=0 \\ x=0 \end{cases}; \quad B \begin{cases} y \\ x \end{cases}$$

Theo trên ta có:

$$n_A \sin i_A = n_B \sin i_B$$

$$\text{Nhưng } \begin{cases} n_A = 0 \\ i_A = 90^\circ \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \Rightarrow \sin i_B = \frac{n_0}{n_B} = \frac{n_0}{n(y)}.$$



Đối với parabol ta lại có:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx} = 2ax = 2\sqrt{ay}.$$

Vậy: $\sin i_B = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1+4ay}}.$

Suy ra: $\frac{n_0}{n(y)} = \frac{1}{\sqrt{1+4ay}},$

Do đó ta có biểu thức của chiết suất n theo biến số y như sau:

$$n(y) = n_0 \sqrt{1+4ay}.$$

Bài 2. Xây dựng ra được: $n = n_0 \sin i_0 \sqrt{1+(y')^2}$ (*)

1. Cho hàm: $y = ax^2 + bx + c$

- Tính đạo hàm của y theo x : $y' = 2ax + b$ (1)

- Từ $y = ax^2 + bx + c \Leftrightarrow ax^2 + bx + (c - y) = 0$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a(c - y)}}{2a} \quad (2)$$

- Thay (2) vào (1), ta được: $y' = \pm \sqrt{b^2 - 4a(c - y)}$ (3)

- Thay (3) vào (*):

$$n = n_0 \sin i_0 \sqrt{1+b^2 - 4a(c - y)}$$

2. Cho hàm: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$

- Đạo hàm hai vế theo x , ta được:

$$\begin{aligned} 2(x - x_0) + 2(y - y_0)y' &= 0 \rightarrow y' = -\frac{x - x_0}{y - y_0} \\ \Leftrightarrow (y')^2 &= \frac{(x - x_0)^2}{(y - y_0)^2} = \frac{R^2 - (y - y_0)^2}{(y - y_0)^2} = \frac{R^2}{(y - y_0)^2} - 1 \end{aligned} \quad (4)$$

- Thay (4) vào (*), ta được:

$$n = n_0 \sin i_0 \frac{R}{|y - y_0|}$$

3. Cho hàm: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

- Tính đạo hàm hai vế theo x:

$$\frac{2x}{a^2} - \frac{2y \cdot y'}{b^2} = 0 \rightarrow y' = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \cdot \frac{x}{y}$$

- Bình phương hai vế ta được:

$$(y')^2 = \frac{b^4}{a^4} \cdot \frac{x^2}{y^2} \quad (5)$$

- Từ $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{(y^2 + b^2)}{b^2} \cdot a^2 \quad (6)$

- Thay (6) vào (5):

$$(y')^2 = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{(y^2 + b^2)}{y^2} \quad (7)$$

- Thay (7) vào (*), ta được: $n = n_0 \cdot \sin i_0 \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{(y^2 + b^2)}{y^2}}$

Bài 3. Đạo hàm hai vế của phương trình : $2(x-a)+2(y-b)y' = 0$

$$\Rightarrow (y')^2 = (x-a)^2/(y-b)^2 = (R^2/(y-b)^2) - 1$$

$$n = n_0 \sin i_0 \frac{R}{|y-b|}$$

hay chiết suất n có dạng $n = C/(Ay-B)$

Bài 4.

1. Để tia sáng truyền theo dạng hình sin như hình vẽ thì phương trình đường đi của nó có dạng

$$y = a \cos(\omega x) \Rightarrow \tan(\alpha) = -\omega a \sin(\omega t) = -\cot i_y$$

Ta có: $n_x \sin i_x = \text{const} = n_A \sin i_A = n_A \sin \frac{\pi}{2} = n_A \Rightarrow n_y = \frac{n_A}{\sin i_y}$

mà: $\frac{1}{\sin^2 i_y} = \cot^2 i_y + 1 = 1 + \omega^2 a^2 \sin^2(\omega t) = 1 + \omega^2 (a^2 - y^2)$

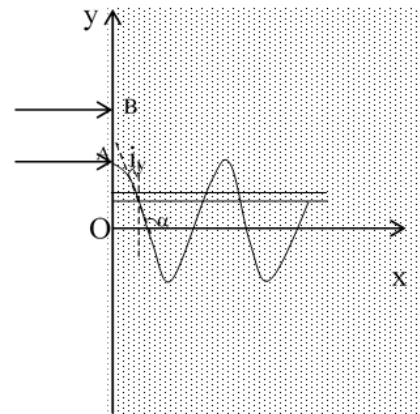
$$\Rightarrow \sin^2 i_y = \frac{1}{1 + \omega^2 (a^2 - y^2)} \Rightarrow \sin i_y = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 (a^2 - y^2)}}$$

từ phương trình: $n_y = \frac{n_A}{\sin i_y} = n_A \sqrt{1 + \omega^2 (a^2 - y^2)}$

Chiết suất n_y biến thiên theo quy luật sau: $(-a \leq y \leq a)$

$$n_y = n_A \sqrt{1 + \omega^2 (a^2 - y^2)} \quad (*)$$

2. Để khẳng định xem có tồn tại hàm $n(y)$ chung cho hai tia sáng chiếu vuông góc mặt phân cách tại A, B hay không, tức hai tia sáng ấy có cùng dạng đường đi là một sin hay



không. Ta xét chiều tia sáng vuông góc vào mặt phân cách tại điểm có tọa độ y_1 ($|y_1| \leq a$) và chiết suất trong khoảng từ $-a$ đến a biến thiên theo hàm có công thức (*)

Tại mọi vị trí ta luôn có: $n_y \sin i_y = \dots = \text{const} = n_1 \sin \frac{\pi}{2} = n_1$

$$\Rightarrow \sin i_y = \frac{n_1}{n_y} \text{ mà } |\cot i_y| = |\tan \alpha| \Rightarrow \cot^2 i_y = y'^2$$

$$\text{Mà } \cot^2 i_y + 1 = \frac{1}{\sin^2 i_y} = \frac{n_y^2}{n_1^2} = \frac{n_A^2 (1 + \omega^2 (a^2 - y^2))}{n_A^2 (1 + \omega^2 (a^2 - y_1^2))} = \frac{(1 + \omega^2 (a^2 - y^2))}{(1 + \omega^2 (a^2 - y_1^2))}$$

$$\Rightarrow \cot^2 i_y = \frac{\omega^2 (y_1^2 - y^2)}{1 + \omega^2 (a^2 - y_1^2)} \Rightarrow y'^2 = \frac{\omega^2}{1 + \omega^2 (a^2 - y_1^2)} (y_1^2 - y^2)$$

$$\text{Đặt } b^2 = \frac{\omega^2}{1 + \omega^2 (a^2 - y_1^2)} \Rightarrow y' = b \sqrt{(y_1^2 - y^2)} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = b \sqrt{(y_1^2 - y^2)}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{\sqrt{(y_1^2 - y^2)}} = b dx \Rightarrow \int \frac{dy}{\sqrt{(y_1^2 - y^2)}} = \int b dx$$

$$\text{Suy ra: } \arcsin \frac{y}{y_1} = bx + c \Rightarrow y = y_1 \sin(bx + c)$$

$$\text{tại } y=y_1; x=0 \text{ suy ra: } y_1 = y_1 \sin c \Rightarrow c = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{nên: } y = y_1 \cos \left(\frac{\omega}{\sqrt{1 + \omega^2 (a^2 - y_1^2)}} \cdot x \right)$$

Đường đi của tia sáng vẫn tuân theo quy luật hàm sin với mọi y_1 ($-a \leq y_1 \leq a$).

Vì vậy ta có thể nói luôn tồn tại hàm $n(y)$ chung (có thể vô số) để đường đi của tia sáng A, B là dạng hàm sin.

Vậy ta có kết luận:

Để đường đi tia sáng dạng hàm sin thì chiết suất của môi trường **biến** thiên theo biểu thức:

$n_y = n_A \sqrt{1 + \omega^2 (a^2 - y^2)}$. Chứng tỏ không chỉ tồn tại hai tia sáng thỏa mãn mà tồn tại vô số tia sáng trong khoảng từ $-a$ đến a đều có dạng đường đi là hàm sin

Bài 5. Xét một môi trường có bề dày d coi như chiết suất không đổi. Khi đó:

$$y' = \frac{dy}{dx} = ak \cos \left(kt + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\text{Mà } \frac{dy}{dx} = \tan \alpha = \cot i = \frac{\cos i_y}{\sin i_y} \quad (1)$$

$$\text{Với } n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = \dots = n_y \sin i_y = n_A$$

$$\Rightarrow \sin^2 i_y = \left(\frac{n_A}{n_y} \right)^2 \quad (2)$$

Từ (1) ta được:

$$\left(\frac{\cos i_y}{\sin i_y} \right)^2 = a^2 k^2 \cos^2 \left(kx + \frac{\pi}{2} \right) \quad (3)$$

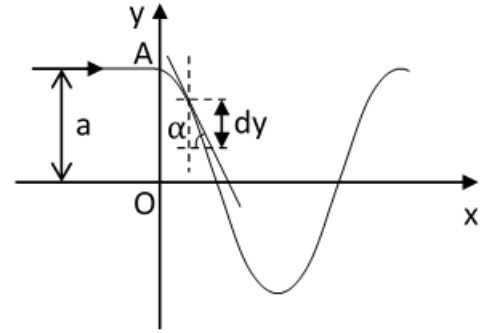
Từ (2) và (3), ta nhận được:

$$\frac{1 - \sin^2 i_y}{\sin^2 i_y} = a^2 k^2 \cos^2 \left(kx + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sin^2 i_y} - 1 = a^2 k^2 \left[1 - \sin^2 \left(kx + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

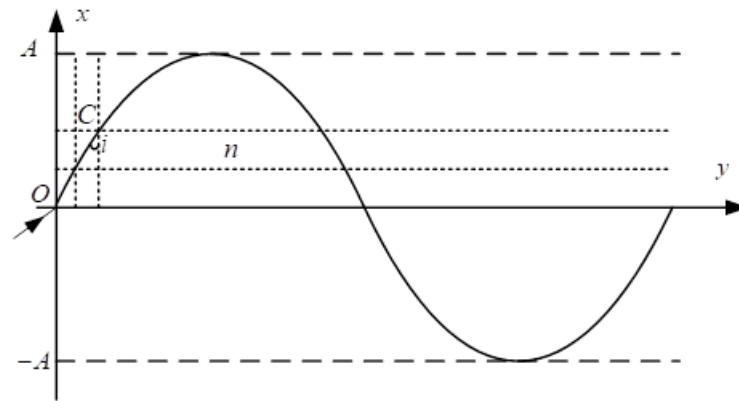
$$\Rightarrow \frac{n_y^2 - n_A^2}{n_A^2} = a^2 k^2 \left(1 - \frac{y^2}{a^2} \right) \Leftrightarrow \frac{n_y^2}{n_A^2} - 1 = k^2 (a^2 - y^2)$$

$$\Rightarrow n_y = n_A \sqrt{1 + k^2 (a^2 - y^2)}$$



Hình 15

Bài 6. Chiết suất của môi trường chỉ thay đổi theo phương của trục Ox, nên ta chia môi trường thành các lớp mỏng song song với Oy (Xem hình 14)



Tại điểm tới C bất kì từ lớp mỏng có chiết suất n , góc tới của tia sáng từ lớp này là i .

Ta có: $\cot i = \frac{dx}{dy}$, mặt khác $x = A \sin \frac{y}{B} \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{A}{B} \cos \frac{y}{B}$

Từ đó: $\cot i = \frac{A}{B} \cos \frac{y}{B}$

Áp dụng ĐL khúc xạ ánh sáng liên tiếp cho các điểm từ gốc tọa độ O đến điểm C ta có: $n_0 \sin i_0 = n \sin i$ (1)

Góc i_0 được cho bởi hệ thức: $\cot i_0 = \frac{A}{B} \cos \frac{y_0}{B} = \frac{A}{B} \Rightarrow \sin i_0 = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ (2)

Góc i được cho bởi hệ thức:

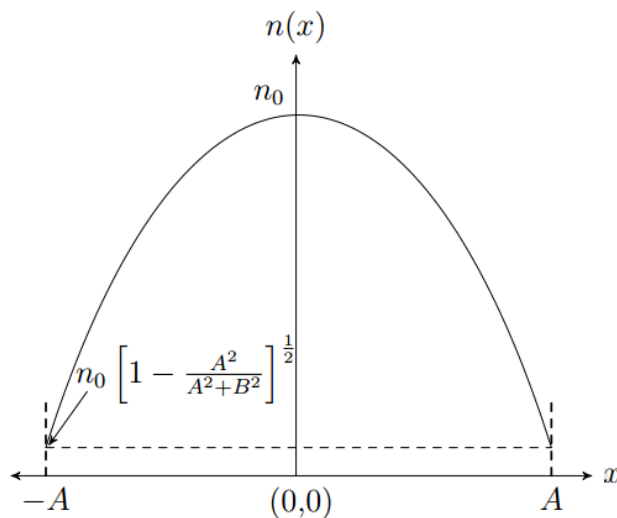
$$\cot i = \frac{A}{B} \cos \frac{y}{B} = \frac{A}{B} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \frac{y}{B}} = \frac{A}{B} \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} = \frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{B} \quad (3)$$

Từ (1) và (2) ta có: $\sin i = \frac{n_0 \sin i_0}{n} = \frac{n_0}{n} \cdot \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ (4)

Từ (3) và (4) sử dụng hệ thức $\frac{1}{\cot^2 i} = 1 + \sin^2 i$ biến đổi ta thu được:

$$n = n_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2 + B^2}}$$

Đồ thị chiết suất phụ thuộc tọa độ x như hình bên dưới



IX.2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRUYỀN ÁNH SÁNG

Cơ sở lý thuyết

Biết qui luật biến đổi n tìm phương trình biểu diễn đường truyền

Chia môi trường thành những lớp mỏng sao cho n không đổi xét tại điểm M tia sáng với góc tới i

$$n \sin i = n_0 \sin i_0 = h.so$$

$$\tan i = \frac{dx}{dy}, \tan \alpha = \cot i = \frac{\cos i}{\sin i} = \frac{\sqrt{1 - \frac{n_0^2 \sin^2 i_0}{n^2}}}{\frac{n_0 \sin i_0}{n}} = \frac{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i_0}}{n_0 \sin i_0}$$

Mặt khác

$$\cot i = \frac{dy}{dx} = y' \Rightarrow n_0 \sin i_0 y' = n_0 \sin i_0 \frac{dy}{dx}$$

$$\Rightarrow y = y_0 + \frac{1}{n_0 \sin i_0} \int_{x_0}^x \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i_0} dx, \text{ lấy nguyên hàm ta tìm}$$

được y

Bài 1. Khi đi từ không khí vào bản mặt song song thì có thể viết:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_0} = \frac{1}{n_1}.$$

(1)

Sau khi tia đi qua một khoảng nhỏ dh thì: $\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{n_1}{n_2}.$

Tiếp đó: $\frac{\sin \alpha_3}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_3} \dots \Rightarrow \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_{n-1}} = \frac{n_{n-1}}{n_n}.$

Nhân tất cả các biểu thức này với nhau, ta nhận được:

$$\frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_0} = \frac{1}{n_n}. \quad (2)$$

Nghĩa là có thể viết đối với một điểm bất kỳ của quỹ đạo:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_0} = \frac{1}{n}. \quad (3)$$

Ta nhận thấy rằng α là giữa tiếp tuyến của quỹ đạo tia sáng và phương đứng. Nếu khảo sát quỹ đạo của tia sáng như một hàm dịch chuyển theo độ sâu thì:

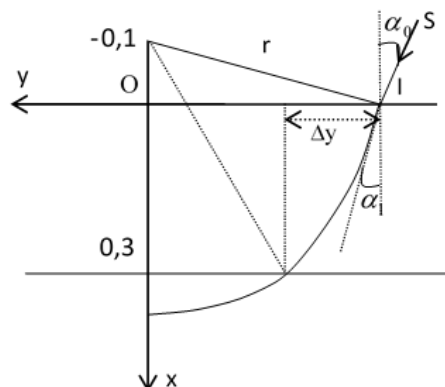
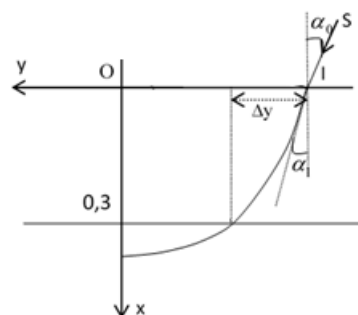
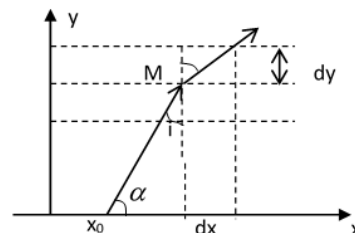
$f'(x) = \tan \alpha$. (hệ số góc của tiếp tuyến)

Từ (3) suy ra: $\frac{n}{\sin \alpha_0} = \frac{1}{\sin \alpha} \Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{n^2}{\sin^2 \alpha_0}.$

$$\frac{1}{\tan^2 \alpha} = \frac{n^2}{\sin^2 \alpha_0} - 1.$$

$$f'(x) = \pm \frac{\sin \alpha_0}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_0}} = \pm \frac{\sin \alpha_0}{\sqrt{\left(1 + \frac{x^2}{x_0^2}\right)^2 - \sin^2 \alpha_0}}. \quad (4)$$

Thay các giá trị đã cho vào phương trình (4), ta nhận được:



$$f(x) = \pm \int \frac{(10x+1)dx}{\sqrt{64-(1+10x)^2}} = \pm \frac{1}{10} \int \frac{(10x+1).d(10x+1)}{\sqrt{64-(1+10x)^2}} = \pm \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} \int \frac{d(10x+1)^2}{\sqrt{64-(1+10x)^2}} \quad \text{Từ hệ tọa độ đã}$$

$$= \pm \left(\frac{1}{20} \cdot (-2) \sqrt{64-(1+10x)^2} \right) + C = \pm \sqrt{0,64-(x+0,1)^2} + C. \quad (5)$$

cho, ta chỉ lấy nghiệm: $f(x) = -\sqrt{0,64-(x+0,1)^2} + C$

với hằng số C được xác định từ điều kiện đầu:

Khi $x = 0$ thì: $f(x) = -\sqrt{0,63} = -\sqrt{0,64-(0+0,1)^2} + C$. Suy ra $C = 0$.

Vậy phương trình quỹ đạo tia sáng có dạng: $f(x) = -\sqrt{0,64-(x+0,1)^2}$ (6)

Quỹ đạo của tia sáng có dạng là một phần đường tròn, bán kính: $r = 0,8m$.

Dựa vào hình vẽ, ta có độ sâu tia sáng đi được sẽ bằng:

$$x = r - 0,1 = 0,8 - 0,1 = 0,7(m) > 0,3(m).$$

Chúng tỏ tia sáng đi hết toàn bản và quỹ đạo của đường truyền của tia sáng là một cung tròn có bán kính là $0,8m$ có tâm nằm trên Ox có tọa độ $x = -0,1(m)$.

Độ lệch tia sáng so với điểm tới khi ra khỏi bản là:

$$\Delta y = \sqrt{0,8^2 - 0,1^2} - \sqrt{0,8^2 - 0,4^2} = 0,1(\sqrt{63} - \sqrt{48}) \approx 0,1009m.$$

Bài 2. a, Điều kiện α

Để tia sáng không xuyên qua bản thì chỉ có thể phản xạ toàn phần.

Chia bản thành nhiều bản mỏng song song có bề dày đủ nhỏ, sao cho có thể coi chiết suất của mỗi bản nhỏ này là không đổi. Ta có:

$$n_2 \sin \alpha = n_k \sin i_k \quad (1)$$

Giả sử có sự phản xạ tại lớp k $\Rightarrow i_k = 90^\circ$

$$(1) \Rightarrow \sin \alpha = \frac{n_k}{n_2} \text{ ta có } n_2 \geq n_k \geq n_0 \text{ suy ra } 1 \geq \sin \alpha \geq \frac{1}{n_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow 90^\circ \geq \alpha \geq 45^\circ$$

b, Xác định góc β

+ Chia bản thành nhiều bản mỏng song song có bề dày đủ nhỏ, sao cho có thể coi chiết suất của mỗi bản nhỏ này là không đổi. Ta có:

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = \dots = \text{const}$$

$$n_0 \sin i_0 = n_2 \sin i_n$$

$$\text{với } i_0 = \frac{\pi}{2}, n_0 = 1 \Rightarrow \sin i_n = \frac{1}{n_2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow i_n = \frac{\pi}{4}, \beta = \frac{\pi}{2} - i_n = 45^\circ$$

Sau khi ra khỏi bản tia sáng lệch khỏi phương ban đầu $\beta = \frac{\pi}{4}$ sau đó tia sáng truyền thẳng.

+ Xác định đường cong tia sáng trong bản.

Xét điểm M thuộc đường truyền trong bản song song M(x,y)

$$n_0 \sin i_0 = n_{(y)} \sin i_M \Rightarrow \sin i_M = \frac{1}{n_{(y)}} \quad (1)$$

Mặt khác: $tg\alpha = \frac{dy}{dx}; \sin i_M = \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \sqrt{1+tg^2\alpha} = n_{(y)} \Leftrightarrow tg^2\alpha = \frac{y}{b} \Rightarrow tg\alpha = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{b}}$

Suy ra $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{b}} \Leftrightarrow \frac{dy}{\sqrt{y}} = \frac{1}{\sqrt{b}} dx$

lấy nguyên hàm hai vế: $2\sqrt{y} = \frac{x}{\sqrt{b}} + c$

tại $x = 0$ suy ra $y = 0$ do đó $c = 0$ vậy $2\sqrt{y} = \frac{x}{\sqrt{b}}$ hay $y = \frac{x^2}{4b}$

Bài 3. 1. Tìm n_B :

- Chia bản thành nhiều lớp rất mỏng, coi như chiết suất hầu như không đổi ở mỗi lớp: $n_x = f(x)$

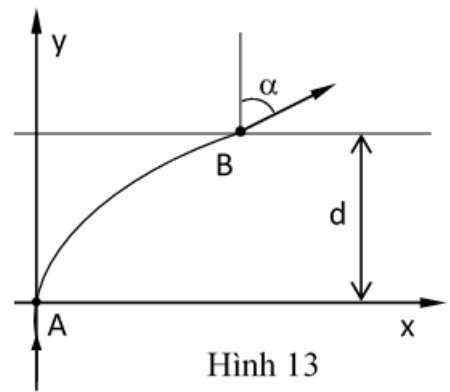
- Áp dụng định luật khúc xạ ánh sáng:

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = \dots = k = \text{const} \rightarrow n_x \cdot \sin i_x = k$$

- Tại A: $i_A = 90^\circ$; $n_x = n_A \rightarrow k = n_A$

Vậy: $\sin i_x = \frac{n_A}{n_x} = 1 - \frac{x}{R}$

- Tại B: $\sin i_B = \frac{n_A}{n_B}$, ở B ánh sáng đi từ môi trường



Hình 13

chiết suất n_B với góc tới $(90^\circ - i_B)$ ra không khí với góc khúc xạ α :

$$n_B \sin(90^\circ - i_B) = \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow n_B \cdot \cos i_B = n_B \sqrt{1 - \sin^2 i_B} = n_B \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{n_A}{n_B}\right)^2} = \sqrt{n_B^2 - n_A^2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow n_B = 1,3$$

2. Tìm x_B :

$$n_B = \frac{n_A}{1 - \frac{x_B}{R}} \rightarrow x_B = \frac{R(n_B - n_A)}{n_B} = 1\text{cm.}$$

3. Tìm d:

Chứng minh quỹ đạo là một phần của đường tròn:

- Tại M: $\tan i_x = \frac{dy}{dx}$

$$\sin i_x = 1 - \frac{x}{R} = X \rightarrow dx = -R.dX$$

$$\Rightarrow dy = -\frac{R.X.dX}{\sqrt{1-X^2}} \rightarrow y^2 + (x-R)^2 = R^2$$

$\Rightarrow$ quỹ đạo dạng đường tròn.

- Tại B: $y = d = \sqrt{R^2 - (x_B - R)^2} = 5\text{cm}$.

Bài 4. Chia quả cầu thành những lớp cầu rất mỏng có độ dày dr sao cho chiết suất trong mỗi lớp cầu không đổi là $n(r)$, phần tai khúc xạ trong lớp cầu này coi như một đoạn thẳng.

Áp dụng định luật khúc xạ: $n_0 \sin i = n_1 \sin r$ (1)

Xét tam giác OIA: $\frac{r_{(1)}}{\sin r} = \frac{R}{\sin i_1}$ (2)

Từ (1) và (2): $n_0 R \sin i = n_1 r_{(1)} \sin i_1$

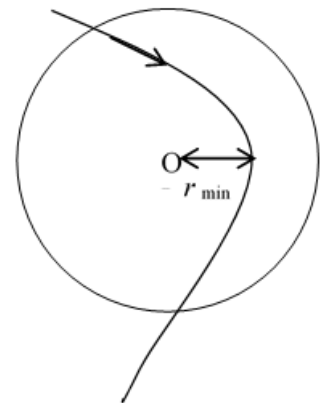
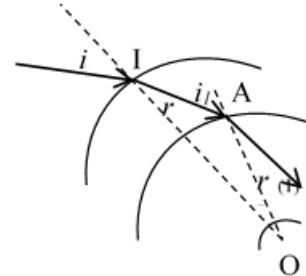
Tương tự cho các lớp tiếp theo ta có: $n_0 R \sin i = n_{(r)} r_{(r)} \sin i_r$

Trong đó i_r là góc tới tại lớp cầu có bán kính r . với chiết suất phụ thuộc vào bán kính nên càng vào trong tâm cầu chiết suất càng tăng do đó $i < i_2 < \dots < i_r$ nghĩa là tia khúc xạ bị uốn cong về phía tâm cầu và tới khi $i_r = 90^\circ$ thì tia khúc xạ lại tiếp tục truyền ra xa tâm cầu.

Tại điểm có $i_r = 90^\circ$ thì khoảng cách từ tâm cầu đến tia khúc xạ là nhỏ nhất và chính bằng bán kính tại đó: $n_0 R \sin i = n_{(r)} r_{(r)} \sin i_r$

$$\Rightarrow n_0 R \sin i = n_{(r)} r_{\min} \sin 90^\circ = \frac{R + a}{r_{\min} + a} \cdot r_{\min} \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow r_{\min} = \frac{a R n_0 \sin i}{a + R(1 - \sin i)}$$



Vẽ dạng đường truyền của tia sáng trong quả cầu.(hình vẽ)

Bài 5. Chia khối lăng trụ thành các lớp rất mỏng có mặt phân cách song song với mặt phẳng bên của lăng trụ (coi các lớp có chiết suất không đổi). Do tia tới đi vuông góc với các mặt phân cách, nên tia sáng chỉ bị lệch đi khi tới mặt trụ.

Ta có:

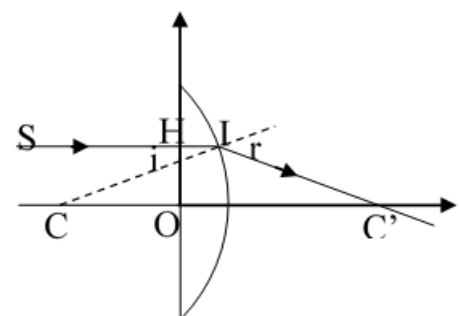
$$\sin r = n \cdot \sin i = \left(\sqrt{3} + \frac{2x_I}{R} \right) \cdot \frac{y_I}{R} = 2 \left(\frac{x_I + \sqrt{3} \cdot R/2}{R} \right) \frac{y_I}{R}$$

Để ý rằng:

$$OC = \frac{\sqrt{3}}{2} R \Rightarrow \frac{x_I + \sqrt{3} \cdot R/2}{R} = \frac{x_I + OC}{R} = \cos i$$

$$\rightarrow \sin r = 2 \sin i \cdot \cos i = \sin 2i \rightarrow r = 2i.$$

$\Delta ICC'$ có $ICC' = i = r - i = IC'C$ là tam giác cân. Khi điểm I dịch chuyển trên mặt cầu, dễ dàng



tính được điểm C' dịch chuyển trong khoảng $\frac{\sqrt{3}}{2}R \leq OC' \leq \left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R$ (*)

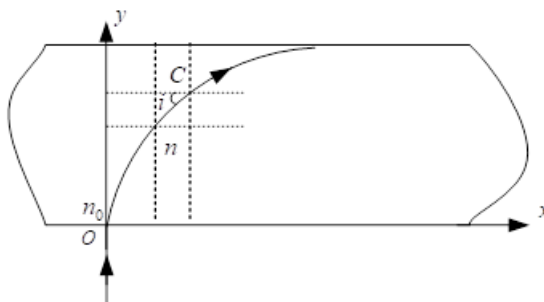
Vậy: các tia ló khỏi lăng trụ cắt mặt phẳng xOz trong một vùng hình chữ nhật, có cạnh hướng theo trục Oz là H và cạnh hướng theo trục Ox là tập các điểm thỏa mãn điều kiện (*) ở trên.

Chú ý: $0 \leq i \leq 30^\circ \rightarrow 0 \leq r \leq 60^\circ$ nên mọi tia sáng tới mặt trụ đều khúc xạ, không xảy ra hiện tượng phản xạ toàn phần

Bài 6. Chia bản thành những lớp mỏng song song với trục Ox. Xét một lớp có chiết suất n (coi như không đổi) (Xem hình 29)

Góc tới của tia sáng tới từ lớp này là i, điểm tới C.

Định luật khúc xạ ánh sáng dạng đối xứng cho ta: $n \cdot \sin i = n_0 \cdot \sin 90^\circ$ với $n = \frac{n_0}{1 - \gamma x}$



Từ đó ta có: $\sin i = 1 - \gamma x$. Suy ra: $\cos i = \sqrt{2\gamma x - \gamma^2 x^2}$

Từ hình vẽ ta có: $\tan i = \frac{\sin i}{\cos i} = \frac{dy}{dx}$

Biến đổi thành: $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - \gamma x}{\sqrt{2\gamma x - \gamma^2 x^2}} \Leftrightarrow dy = \frac{1 - \gamma x}{\sqrt{2\gamma x - \gamma^2 x^2}} dx$

Lấy tích phân hai vế

$$\int_0^y dy = \int_0^x \frac{1 - \gamma x}{\sqrt{2\gamma x - \gamma^2 x^2}} dx$$

Hướng dẫn HS kỹ năng nhận dạng tích phân: Chú ý rằng biểu thức trong dấu căn thức, nếu lấy đạo hàm theo x thì sẽ được một biểu thức có chứa tử số.

Ta có: $d(2\gamma x - \gamma^2 x^2) = 2\gamma(1 - \gamma x)dx$

Biến đổi tích phân thành: $\int_0^y dy = \frac{1}{2\gamma} \int_0^x \frac{d(2\gamma x - \gamma^2 x^2)}{\sqrt{2\gamma x - \gamma^2 x^2}}$

Thực hiện phép tính tích phân cho: $y = \frac{1}{2\gamma} \cdot 2\sqrt{2\gamma x - \gamma^2 x^2}$

Hay:

$$x^2 + y^2 - 2 \cdot \frac{1}{\gamma} x = 0$$

Vậy quỹ đạo của tia sáng là một cung tròn bán kính $R = \frac{1}{\gamma}$, tâm $I\left(\frac{1}{\gamma}; 0\right)$

Bài 7. Chia không khí trên sân bay thành các lớp $n_1, n_2, \dots$ Song song với mặt đất.

$$n_0 = n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 = \dots = n \sin \theta$$

Ta có: $n_0 = n \sin \theta = n_0(1 + ay)$

Từ hình vẽ ta có:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \cot \theta \text{ hay } \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 \theta}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2}}$$

$$1 + ay = \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} \Rightarrow 1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2 = 1 + 2ay + a^2 y^2$$

Vì a nhỏ, y hữu hạn nên bỏ qua $(ay)^2$ nên $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \sqrt{2ay}$ hay chuyển sang dạng vi phân

ta có:

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{2ax}$$

Tích phân hai vế ta được $y = \frac{a}{2} x^2$

Đường đi của tia sáng trên sân bay là một nhánh của parabol khi

$$y = h \Rightarrow d = \sqrt{\frac{2h}{a}} = 1500m.$$

Bài 8. Ta có

$$n \cos \theta d\theta + \sin \theta dn = 0$$

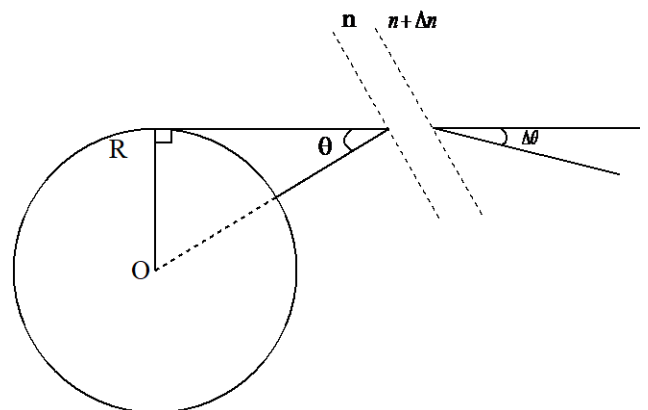
$$d\theta = -\frac{1}{n} \tan \theta dn \quad (2)$$

Hay với $n = n_0 - \alpha(r - R) \rightarrow \frac{dn}{dr} = -\alpha$

$$\text{Và } \tan \theta = \frac{R}{\sqrt{r^2 - R^2}} = \frac{R}{\sqrt{(r + R)(r - R)}}$$

với $r - R \leq 20km \ll 6400km = R$

$$\text{thì } \tan \theta = \sqrt{\frac{R}{2}} (\sqrt{r - R})^{-1}$$



thay vào (2) và đặt $dr=dx$, $r-R=x$

$$d\theta = \frac{\alpha}{n_0 - \alpha(r-R)} \sqrt{\frac{R}{r}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

$$\Delta\theta = \int d\theta = \alpha \sqrt{\frac{R}{2}} \int_0^{20} \frac{dx}{(n_0 - \alpha x)\sqrt{x}} \quad (3)$$

Tính thời gian mặt trời mọc lên khi thay đổi chiết suất từ n đến $n + \Delta n$ trong khoảng đúng của thực nghiệm: chiết suất thay đổi 20 km:

$$\Delta t = \frac{\Delta\theta}{\pi} \cdot 12 \text{ (giờ)} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra thời gian mặt trời mọc.

Bài 9.

1) Ta có $n_0 \sin i = \sin i_0 \rightarrow n_0 = \frac{\sin i_0}{\sin i}$

$$n_0 = \frac{\sin(i + \Delta i)}{\sin i} = \frac{\sin i \cos \Delta i + \cos i \sin \Delta i}{\sin i}$$

$$n_0 \approx \frac{\sin i + \Delta i \cos i}{\sin i} = 1 + \Delta i \cdot \cot gi$$

$$\Delta i = \frac{n_0 - 1}{\cot gi} = (n_0 - 1) tgi$$

Với $n_0 = 1,0003$, $i = 45^\circ \rightarrow \Delta i = 0,0003 \text{ rad}$.

2) Xét các lớp không khí mỏng liên tục có:

$$n_z \sin i_z = \dots = n_0 \sin i_0 = 1 \cdot \sin i_0$$

Từ hình vẽ $\rightarrow \sin i_z = \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dz^2}} \rightarrow$

$$\sqrt{n_0^2 - bz} \cdot \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dz^2}} = \sin i_0 \rightarrow \frac{n_0^2 - bz}{dx^2 + dz^2} \cdot dx^2 = \sin^2 i_0 = n_0^2 \sin^2 i$$

$$\rightarrow (n_0^2 - bz) dx^2 = n_0^2 \sin^2 i \cdot dx^2 + n_0^2 \sin^2 i \cdot dz^2 \rightarrow dx^2 = \frac{n_0^2 \sin^2 i \cdot dz^2}{n_0^2 \cos^2 i - bz} \rightarrow$$

$$\frac{dx}{n_0 \sin i} = (n_0^2 \cos^2 i - bz)^{-\frac{1}{2}} dz$$

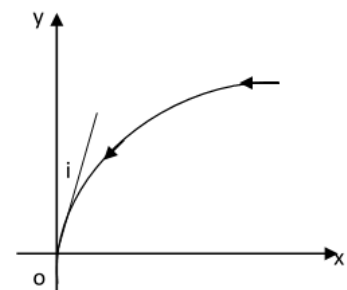
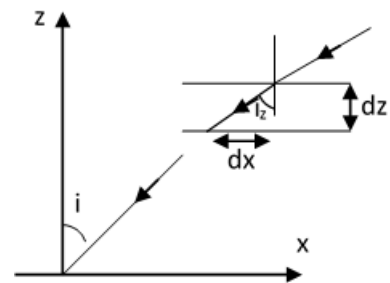
$$\rightarrow \frac{1}{n_0 \sin i} \int_0^x dx = \int \frac{(n_0^2 \cos^2 i - bz) d(n_0^2 \cos^2 i - bz)}{-b}$$

$$\frac{1}{n_0 \sin i} x = -\frac{2}{b} (n_0^2 \cos^2 i - bz)^{\frac{1}{2}} \Big|_0^z$$

$$\frac{1}{n_0 \sin i} x = \frac{2}{b} n_0 \cos i - \frac{2}{b} \sqrt{n_0^2 \cos^2 i - bz} \rightarrow$$

$$n_0^2 \cos^2 i - bz = \left(n_0 \cos i - \frac{bx}{2n_0 \sin i} \right)^2 \rightarrow z = -\frac{b}{4n_0^2 \cdot \sin^2 i} \cdot x^2 + \cot gi \cdot x$$

Đây là đường parabol có bề lõm quay xuống.



Bài 10. Tìm dạng đường đi của tia sáng.

- Lập luận dẫn đến: $dx = \frac{n_0 \sin i_0}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i_0}} .dy$

- Thay $n = n_0 \sqrt{1 - \frac{y}{H}}$ vào biểu thức trên, ta được:

$$dx = \frac{n_0 \sin i_0}{\sqrt{n_0^2 \left(1 - \frac{y}{H}\right) - n_0^2 \sin^2 i_0}} .dy = \frac{\sin i_0}{\sqrt{\cos^2 i_0 - \frac{y}{H}}} .dy$$

$$dx = \sin i_0 \left(\cos^2 i_0 - \frac{y}{H} \right)^{-\frac{1}{2}} (-H) .d \left(\cos^2 i_0 - \frac{y}{H} \right)$$

$$x = -H \sin i_0 \int_{\cos^2 i_0}^{\cos^2 i_0 - \frac{y}{H}} \left(\cos^2 i_0 - \frac{y}{H} \right)^{-\frac{1}{2}} .d \left(\cos^2 i_0 - \frac{y}{H} \right)$$

$$= -2H \sin i_0 \left(\cos^2 i_0 - \frac{y}{H} \right)^{\frac{1}{2}} \Big|_{\cos^2 i_0}^{\cos^2 i_0 - \frac{y}{H}}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{x^2}{4H \sin^2 i_0} + \frac{x}{\tan i_0}$$

Vậy quỹ đạo có dạng là parabol

2. Góc i_0 thỏa mãn điều kiện nào để tia sáng quay về môi trường ban đầu

- Để tia sáng quay trở lại môi trường cũ thì $y_{\max} \leq h_{\max}$

Ta có: $y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = H \cdot \cos^2 i_0$

$$H \cos^2 i_0 \leq H \left(1 - \frac{n}{n_0^2} \right) \Rightarrow \cos i_0 \leq \sqrt{1 - \frac{n}{n_0^2}}$$

3. Xác định khoảng cách giữa điểm tia sáng đi vào và đi ra là cực đại

$$y = 0 \Rightarrow x_1 = -H \cdot \sin 2i_0 \text{ hoặc } x_2 = H \cdot \sin 2i_0$$

Khoảng cách giữa điểm vào và điểm ra là: $S = x_2 - x_1 = 2H \cdot \sin 2i_0$

$S_{\max}$ khi $2i_0 = 90^\circ \Rightarrow i_0 = 45^\circ$

Bài 11. 1- Xét chùm tia sáng phát ra từ S, hai tia mép ngoài tạo với pháp tuyến các góc i và $i + \Delta i$.

Kí hiệu r và $r + \Delta r$ là các góc khúc xạ.

- Từ hình vẽ có: $IJ = HJ - HI = KJ - KI$

$$\Leftrightarrow h [\tan(i + \Delta i) - \tan i] = h' [\tan(r + \Delta r) - \tan r]$$

$$h \frac{\sin \Delta i}{\cos i \cos(i + \Delta i)} = h' \frac{\sin \Delta r}{\cos r \cos(r + \Delta r)}$$

- Vì $\Delta i \ll i$, $\Delta r \ll r$ nên phương trình trên có thể viết lại:

$$h \frac{\Delta i}{\cos^2 i} = h' \frac{\Delta r}{\cos^2 r} \Rightarrow h' = h \frac{\Delta i}{\Delta r} \times \frac{\cos^2 r}{\cos^2 i} \quad (1)$$

- Từ định luật khúc xạ: $n_0 \sin i = \sin r$

$$n_0 \sin(i + \Delta i) = \sin(r + \Delta r)$$

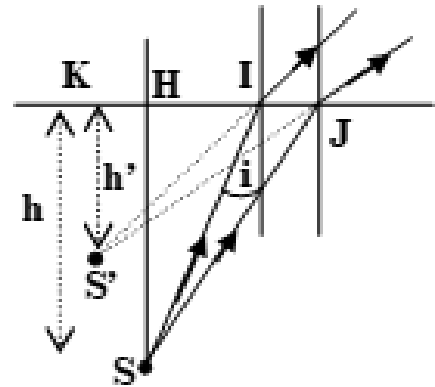
- Trừ từng vế của hai phương trình và biến đổi được:

$$2n_0 \cos\left(i + \frac{\Delta i}{2}\right) \sin \frac{\Delta i}{2} = 2 \cos\left(r + \frac{\Delta r}{2}\right) \sin \frac{\Delta r}{2}$$

$$\Leftrightarrow n_0 \cos i \times \Delta i = \cos r \times \Delta r \Rightarrow \frac{\Delta i}{\Delta r} = \frac{\cos r}{n_0 \cos i}.$$

- Thay vào (1) có $h' = h \frac{\cos^3 r}{n_0 \cos^3 i}$.

- Chú ý là $\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 i}$ ta được: $h' = h \frac{\sqrt{(1 - n_0^2 \sin^2 i)^3}}{n_0 \cos^3 i}$



2- Trước hết ta có nhận xét là quỹ đạo tia sáng nằm trong mặt phẳng OXY và vì chiết suất n thay đổi dọc theo phương OY nên ta sẽ chia môi trường thành nhiều lớp mỏng bề dày dy bằng các mặt phẳng $\perp$ Oy sao cho trong mỗi lớp phẳng đó, chiết suất n có thể coi là không đổi.

Giả sử tia sáng tới điểm M(x, y) dưới góc tới i và tới điểm M'(x + dx, y + dy) trên lớp tiếp theo. Ta có:

$$n_0 \sin \alpha = \dots = n \sin i \Rightarrow \sin i = \frac{n_0 \sin i_0}{n} \quad (1)$$

- Từ hình vẽ có: $\frac{dx}{dy} = \tan i = \frac{\sin i}{\sqrt{1 - \sin^2 i}} = \frac{n_0 \sin i_0}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i_0}}$

$$\Rightarrow x = \int_0^y \frac{n_0 \sin i_0 dy}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i_0}} = \int_0^y \frac{n_0 \sin i_0 dy}{\sqrt{n_0^2 \left(1 - \frac{y^2}{H^2}\right) - n_0^2 \sin^2 i_0}}$$

$$x = \int_0^y \frac{\sin i_0 dy}{\sqrt{\cos^2 i_0 - \frac{y^2}{H^2}}} = \int_0^y \frac{\tan i_0 dy}{\sqrt{1 - \frac{y^2}{\cos^2 i_0 H^2}}}$$

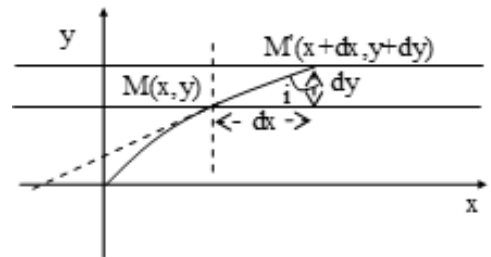
- Sử dụng nguyên hàm đề bài cho tìm được:

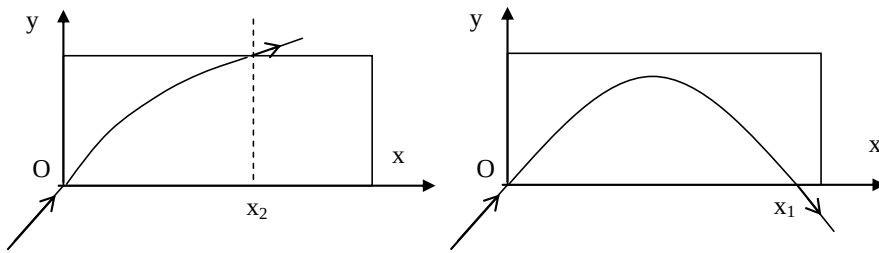
$$x = H \sin i_0 \text{Arc sin} \left(\frac{y}{H \cos i_0} \right) \Rightarrow y = H \cos i_0 \sin \left(\frac{x}{H \sin i_0} \right) \quad (2)$$

Quỹ đạo tia sáng là đường hình sin

- Tìm $y_{\max} = H \cos i_0$.

Ta xét hai trường hợp:





- Nếu $H \cos i_0 < d \Leftrightarrow \frac{n_0 d}{\sqrt{n_0^2 - 1}} \cos i_0 < d \Rightarrow \sin i_0 > \frac{1}{n_0}$ thì tia sáng sẽ phản xạ toàn phần tại một điểm trong bản mặt và ló ra khỏi bản mặt tại điểm có $y = 0$.

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{x}{H \sin i_0}\right) = 0 \Rightarrow x = x_1 = \pi H \sin i_0$$

- Nếu $H \cos i_0 > d \Leftrightarrow \frac{n_0 d}{\sqrt{n_0^2 - 1}} \cos i_0 > d \Rightarrow \sin i_0 < \frac{1}{n_0}$ thì tia sáng sẽ ló ra khỏi bản mặt và ra ngoài không khí tại điểm có $y = d$.

$$\Leftrightarrow H \cos i_0 \sin\left(\frac{x}{H \sin i_0}\right) = d \Rightarrow x = x_2 = H \sin i_0 \text{Arc sin}\left(\frac{d}{H \cos i_0}\right)$$

Bài 12.

1) Chia sợi quang thành nhiều lớp mỏng hình trụ đồng tâm. Xét trong mặt phẳng xOy , các lớp đó dày dy và có chiết suất là $n = n_0 \sqrt{1 - 2|y|}$ với

$$n_0 = 2/\sqrt{3}$$

+ Tại O: $\sin \alpha = n_0 \sin \beta$ (với $n_0 = 2/\sqrt{3}$) $\Rightarrow \beta = 60^\circ \Rightarrow i_0 = 30^\circ$

+ Xét điểm M có tọa độ (x, y) ($y > 0$) ở lớp có chiết suất $n = n_0 \sqrt{1 - 2y}$

$$\text{Ta có: } n_0 \cdot \sin i_0 = n \cdot \sin i \Rightarrow \sin i = \frac{n_0 \cdot \sin i_0}{n} = \frac{1}{2\sqrt{1 - 2y}}$$

$$\text{Mà } \tan \theta = \cot i = \frac{dy}{dx} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{\sin^2 i} - 1} = \frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \sqrt{3 - 8y} \Leftrightarrow dx = \frac{dy}{\sqrt{3 - 8y}}$$

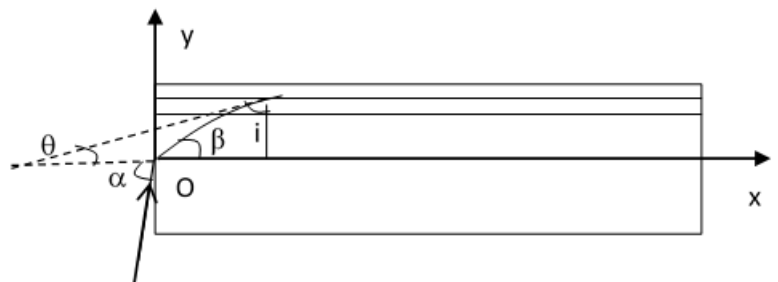
Nguyên hàm hai vế ta được: $4x = -\sqrt{3 - 8y} + C$

Điều kiện ban đầu: khi $x = 0$ thì $y = 0 \Rightarrow C = \sqrt{3}$

$\Rightarrow$ phương trình quỹ đạo của tia sáng: $y = -2x^2 + \sqrt{3} \cdot x$

$\Rightarrow$ Vậy quỹ đạo của tia sáng là đường parabol

2) C1. Điều kiện để tia sáng không bị ló ra ngoài thành sợi quang là tọa độ y của đỉnh parabol phải nhỏ hơn $R \Rightarrow R \geq \frac{3}{8} = 0,375 \text{ cm}$



C2. Điều kiện để tia sáng không bị ló ra ngoài thành sợi quang lớp chiết suất dẫn ra phản xạ toàn phần của tia sáng phải cách trục ox một khoảng nhỏ hơn R

$$\Rightarrow R \geq \frac{3}{8} = 0,375 \text{ cm}$$

Bài 13. 1) Tại I tia sáng từ môi trường có chiết suất n_1 khúc xạ vào trong quả cầu với góc tới i_1 ; Tại J từ môi trường có chiết suất n_2 tia sáng khúc xạ tiếp vào trong quả cầu với góc tới i_2

Áp dụng ĐL khúc xạ ánh sáng tại I ta có:

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r_1 \quad (r_1 = \angle OIJ)$$

Áp dụng định lí hàm số Sin cho tam giác OIJ ta có:

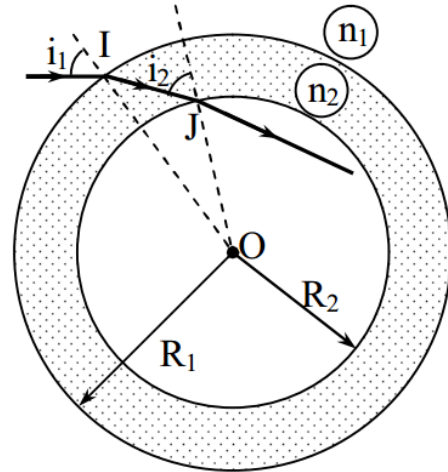
$$\frac{R_2}{\sin r_1} = \frac{R_1}{\sin i_2} \rightarrow \sin r_1 = \frac{R_2 \sin i_2}{R_1}$$

Thay vào biểu thức của ĐL khúc xạ ánh sáng tại I ta được

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \frac{R_2 \sin i_2}{R_1}. \text{ Biến đổi về dạng đối}$$

xúng ta được

$$n_1 R_1 \sin i_1 = n_2 R_2 \sin i_2$$



Nhận xét: Dạng của ĐL khúc xạ ánh sáng qua các lớp mỏng liên tiếp khác với trường hợp lớp mỏng được chia thành nhiều bản mỏng song song. Đó là vì góc khúc xạ tại lớp này không bằng góc tới của lớp kia.

a) Chia quả cầu thành nhiều lớp mỏng giới hạn bởi các mặt cầu bán kính r và $r + dr$. Chiết suất của lớp mỏng này là n và coi như không đổi (Xem hình vẽ 13)

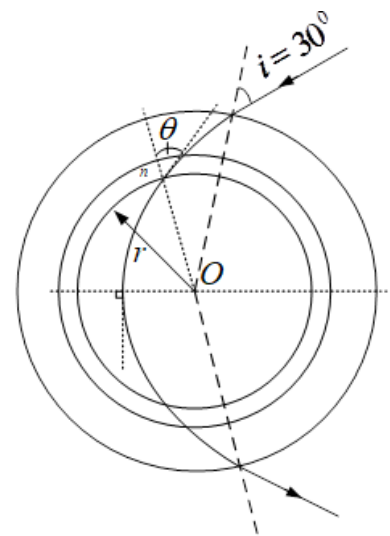
Áp dụng ĐL khúc xạ ánh sáng cho các lớp cầu mỏng liên tiếp ta được

$$n.r.\sin \theta = 1.R.\sin 30^\circ$$

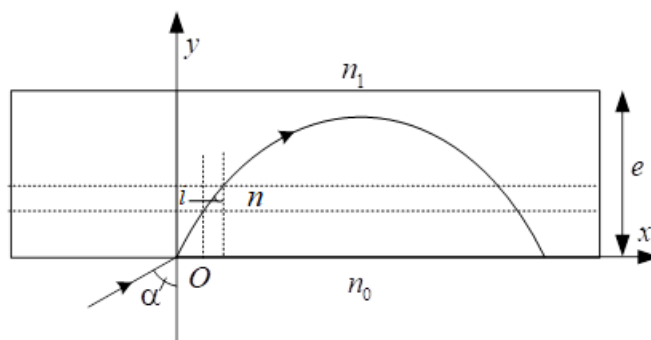
Dễ thấy rằng khi khoảng cách giữa tâm của quả cầu và tia sáng nhỏ nhất thì góc tới tại điểm đó bằng 90° .

Thay ĐK đó vào phương trình trên ta được:

$$\frac{2R}{R + r_{\min}}.r_{\min} = \frac{R}{2}; \text{ Dễ dàng giải được: } r_{\min} = \frac{R}{3}$$



Bài 14. a) Lập phương trình quỹ đạo.



Ta chia bản mặt song song thành nhiều lớp mỏng, mỗi lớp coi như có chiết suất không đổi n . Xét một lớp bất kì như hình vẽ trên. Lớp này có chiết suất n , góc tới của tia sáng từ lớp này tới mặt phân cách là i (Xem hình 17)

Áp dụng ĐL khúc xạ ánh sáng liên tiếp từ điểm O đến điểm đang xét ta có:

$$n \sin i = n_0 \sin \alpha \quad \text{với} \quad n = n_0 \sqrt{1 - ky}$$

$$\text{Từ đó ta có: } \sin i = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - ky}} \rightarrow \cos i = \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha - ky}{1 - ky}}$$

$$\text{Theo hình vẽ ta có: } \cot i = \frac{\cos i}{\sin i} = \frac{dy}{dx}$$

Thay $\cos i$ và $\sin i$ từ trên vào phương trình này ta được:

$$\frac{\sqrt{\cos^2 \alpha - ky}}{\sin \alpha} = \frac{dy}{dx}$$

$$\text{Thực hiện phân li biến số: } \frac{dy}{\sqrt{\cos^2 \alpha - ky}} = \frac{dx}{\sin \alpha}$$

Lấy tích phân hai vế (chú ý thể cận từ điểm gốc tọa độ $(0,0)$ đến điểm khảo sát (x,y) ta được

$$\int_0^y \frac{dy}{\sqrt{\cos^2 \alpha - ky}} = \int_0^x \frac{dx}{\sin \alpha}$$

$$\text{Thực hiện đổi biến: } \frac{-1}{k} \int_0^y \frac{d(\cos^2 \alpha - ky)}{\sqrt{\cos^2 \alpha - ky}} = \int_0^x \frac{dx}{\sin \alpha}$$

Sau khi thực hiện phép lấy tích phân và vài biến đổi đơn giản ta đi đến biểu thức:

$$y = -\frac{k}{4\sin^2 \alpha} \cdot x^2 + \cot \alpha \cdot x$$

Nhận xét: Đường truyền của tia sáng là một phần của Parabol đi qua gốc tọa độ, bề lõm quay lên.

b) Xác định vị trí mà tia sáng ló ra khỏi bản.

Tùy thuộc vào mối quan hệ giữa tung độ đỉnh của Parabol và bề dày của bản, có hai tình huống xảy ra:

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

TH1: $y_{\max} < e$ thì tia sáng sẽ ló ra khỏi mặt dưới của bản (mặt mà tia sáng đã đi vào)

TH2: $y_{\max} \geq e$ thì tia sáng sẽ ló ra khỏi mặt trên của bản.

Ta đi xác định $y_{\max}$.

Biến đổi phương trình quỹ đạo về dạng: $y = -\frac{k}{4\sin^2 \alpha} \left(x^2 - \frac{2\sin 2\alpha}{k} x \right)$

$$y = \frac{-k}{4\sin^2 \alpha} \left(x^2 - 2x \cdot \frac{\sin 2\alpha}{k} + \frac{\sin^2 2\alpha}{k^2} \right) + \frac{\cos^2 \alpha}{k}$$

$$y = \frac{-k}{4\sin^2 \alpha} \left(x - \frac{\sin 2\alpha}{k} \right)^2 + \frac{\cos^2 \alpha}{k}$$

$$\text{Ta thấy: } y_{\max} = \frac{\cos^2 \alpha}{k}$$

TH1: Nếu $\frac{\cos^2 \alpha}{k} < e$ thì tia sáng sẽ ló ra khỏi bản ở mặt dưới. Tọa độ điểm mà tia sáng ló ra là: $\left(\frac{2\sin 2\alpha}{k}; 0 \right)$

TH2: Nếu $\frac{\cos^2 \alpha}{k} \geq e$ thì tia sáng sẽ ló ra khỏi bản ở mặt trên. Để tính được

$$\text{tọa độ điểm ló là } x_2 = \frac{en_0^2 \sin 2\alpha}{n_0^2 - n_1^2} - \frac{en_0^2 \sin \alpha}{n_0^2 - n_1^2} \sqrt{\frac{n_1^2}{n_0^2} - \sin^2 \alpha}; y_2 = e$$

Bài 15.1. Vẽ hai tia SB và SA đến mặt thoáng với các góc i và $i + di$ (di rất nhỏ) ló ra với góc tới $r = 90^\circ - \alpha$ và $r + dr$. Đường kéo dài của hai tia ló cắt nhau ở S'

$$\text{Từ } n \sin i = \sin r \Rightarrow n \cos i \cdot di = \cos r \cdot dr \Rightarrow \frac{di}{dr} = \frac{1}{n} \frac{\cos r}{\cos i}$$

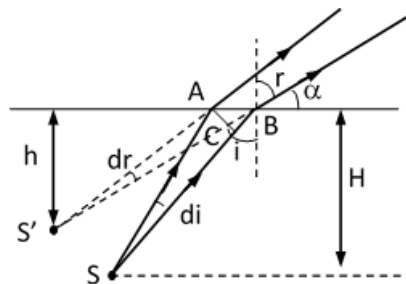
$$AB = \frac{AC}{\cos i} = \frac{1}{\cos i} SB di = \frac{H}{\cos^2 i} di$$

$$\text{Tương tự } AB = \frac{h}{\cos^2 r} dr. \text{ Do đó } \frac{h}{\cos^2 r} dr = \frac{H}{\cos^2 i} di$$

$$h = \frac{H \cos^3 r}{n \cos^3 i} \text{ với } i = 90^\circ - \alpha = 30^\circ;$$

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{1}{3}; \cos r = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Do đó } h = H \frac{64.4}{27.9} \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0,86H.$$



2. Chia môi trường thành nhiều lớp mỏng bằng các mặt phẳng vuông góc Oy, bề dày dy. Đặt gốc tọa độ tại điểm tia sáng ló ra. Tại điểm xét M có tọa độ (x,y), tia sáng hợp với Oy một góc i .

Tại điểm ló, góc khúc xạ là $90^\circ - \alpha$, ta có

$$n \sin i = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha \Rightarrow \sin i = \frac{\cos \alpha}{n}$$

$$\frac{dx}{dy} = \tan i = \frac{\sin i}{\sqrt{1 - \sin^2 i}} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}}$$

$$\text{nên } x = \int_0^H \frac{\cos \alpha dy}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}} = \int_0^H \frac{\cos \alpha dy}{\sqrt{2 - \cos^2 \alpha + \frac{y}{H}}}$$

$$x = 2H \cos \alpha \sqrt{2 - \cos^2 \alpha + \frac{y}{H}} \Big|_0^H = 2H \cos \alpha (\sqrt{3 - \cos^2 \alpha} - \sqrt{2 - \cos^2 \alpha})$$

$$\text{Thay } \alpha = 60^\circ \text{ ta có } x = \frac{H}{2} (\sqrt{11} - \sqrt{7}) \approx 0,34H.$$

Bài 16. a, Tại hai mặt ở O (bên ngoài và bên trong sợi), theo định luật khúc xạ, ta có:

$$n_0 \sin \theta_i = n_1 \sin \alpha \theta_i \quad (1)$$

Với θ_i là giá trị của góc θ tại điểm O bên trong sợi.

Quỹ đạo của tia sáng nằm trong mặt phẳng xOz. Bởi vì chiết suất n thay đổi dọc theo phương x, ta chia trục Ox thành các thành phần nhỏ dx , sao cho trong phần sợi tương ứng n có thể coi là không đổi. Như vậy: $n \sin i = (n + dn) \sin(i + di)$ (2)

Với i là góc gì? quỹ đạo của tia sáng và trục x.

$$\text{Vì: } \theta + i = \frac{\pi}{2} \text{ nên } n \cos \theta = (n + dn) \cos(\theta + d\theta) \quad (3).$$

Như vậy, tại mỗi điểm có tọa độ x trên quỹ đạo tia sáng, ta có:

$$n \cos \theta = n_1 \sqrt{1 - \alpha^2 x^2} \cos \theta = n_1 \cos \theta_1 \quad (4)$$

$$\text{Vì } \cos \theta_1 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_1} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{n_1^2}} \quad (5)$$

$$\text{Nên } n \cos \theta = n_1 \cos \theta_1 = n_1 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{n_1^2}} = \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \theta_i}$$

$$\text{Do đó } n \cos \theta = C = \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \theta_i} \quad (6)$$

$$\text{B, Bởi vì: } \frac{dz}{dx} = x' = \tan \theta \text{ và } \cos \theta = (1 + \tan^2 \theta)^{-\frac{1}{2}} \text{ nên thay vào (6)}$$

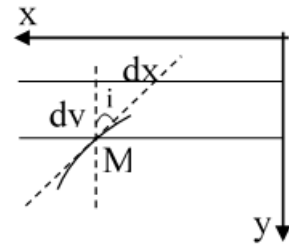
$$\text{ta được: } n_1 \sqrt{1 - \alpha^2 x^2} \cos \theta = n_1 \sqrt{1 - \alpha^2 x^2} (1 + \tan^2 \theta)^{-\frac{1}{2}} = C \quad (7)$$

$$\text{Bình phương hai vế, ta thu được: } (1 - \alpha^2 x^2) (1 + \tan^2 \theta)^{-1} = \frac{C^2}{n_1^2} \text{ và } (1 + x'^2) = (1 - \alpha^2 x^2) \frac{n_1^2}{C^2} \quad (8)$$

$$\text{đạo hàm hai vế của (8) theo z và biến đổi, ta có: } x'' + \frac{\alpha^2 n_1^2}{C^2} x = 0 \quad (9)$$

$$\text{Bởi vì: } n = n_1 \sqrt{1 - \alpha^2 x^2} \text{ và } n = n_1 \text{ tại } x = 0; n = n_2 \text{ tại } x = a$$

$$\text{Nên } \alpha = \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{a.n_1}. \text{ Cuối cùng ta thu được phương trình cho } x'':$$



$$x'' + \frac{n_1^2 - n_2^2}{a^2(n_1^2 - \sin^2 \theta_i)} x = 0 \quad (!0)$$

C, Ta tìm phương trình cho quỹ đạo của tia sáng bằng cách giải phương trình (10). Phương trình này giống phương trình của dao động điều hoà nên: $x = x_0 \sin(pz + q)$ (11)

$$\text{Với } p = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{(n_1^2 - \sin^2 \theta_i)}}$$

Tham số q và p được xác định từ điều kiện giới hạn:

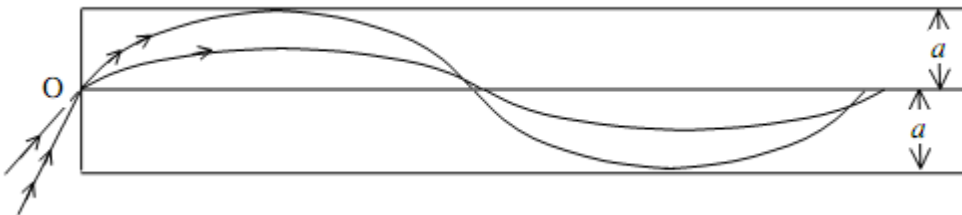
- Tại $z = 0$, $x = 0$, do đó $q = 0$
- Tại $z = 0$ bên trong sợi quang học, $x' = \frac{dx}{dz} = \tan \theta_1$

$$\text{Do đó: } x_0 = \frac{\tan \theta_1}{p} = \frac{a \cdot \sin \theta_i}{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}} \quad (12)$$

Phương trình biểu diễn đường truyền của tia sáng trong sợi là:

$$x_0 = \frac{a \cdot \sin \theta_i}{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}} \sin \left(\sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 - \sin^2 \theta_i}} \frac{z}{a} \right) \quad (13)$$

quỹ đạo của 2 tia sáng với góc tới khác nhau



2.a, Điều kiện cho tia sáng truyền dọc theo ống là $x_0 \leq a$:

$$\frac{a \cdot \sin \theta_i}{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}} \sin \leq a \text{ hay } \sin \theta_i \leq \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (14)$$

Do đó, góc tới θ_i , không vượt quá θ_{im}

$$\text{Với } \sin \theta_{Mi} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 0,344 \quad (14a)$$

$$\text{Ta có: } \theta_i \leq \theta_M \leq \text{Arc sin}(\sqrt{n_1^2 - n_2^2}) = \text{Arc sin } 0,344 = 0,351 \text{ rad} = 20,13^\circ$$

B, Điểm cắt của chùm tia với trục Oz phải thỏa mãn điều kiện $pz = k\pi$, với k là số nguyên. Toạ độ z của những điểm trên là:

$$z = \frac{k\pi}{p} = k\pi a \sqrt{\frac{n_1^2 - \sin^2 \theta_i}{n_1^2 - n_2^2}} \quad (15)$$

Không xét giá trị $\theta_i = 0$.

3. a, Tia sáng vào trong sợi quang học tại các góc khác nhau có các quỹ đạo khác nhau. Hệ quả là vận tốc truyền dọc theo sợi cũng sẽ khác nhau.

Quỹ đạo tia sáng là hình sin như đã mô tả trong (13). Ta tìm thời gian τ để ánh sáng truyền từ điểm O tới điểm cắt đầu tiên với trục Oz. Thời gian đó bằng 2 lần thời gian tia sáng đi từ điểm O tới vị trí xa nhất theo trục Oz.

Thời gian cần thiết cho ánh sáng đi một đoạn nhỏ ds dọc theo quỹ đạo là:

$$dt = \frac{n}{c} ds = \frac{n}{c} \sqrt{dx^2 + dz^2} = \frac{n}{c} \sqrt{1 + \frac{dz^2}{dx^2}} dx = \frac{n}{c} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\tan \theta}\right)^2} dx = \frac{n}{c \sin \theta} dx$$

Từ (6), ta có: $dt = \frac{n_1^2(1 - \alpha^2 x^2)}{c \sqrt{\sin^2 \theta_i - n_1^2 \alpha^2 x^2}} dx$

$$\text{Và } \frac{\tau}{2} = \int_0^{x_0} dt = \frac{n_1^2}{2} \left[\int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{\sin^2 \theta_i - n_1^2 \alpha^2 x^2}} - \alpha^2 \int_0^{x_0} \frac{x^2 dx}{\sqrt{\sin^2 \theta_i - n_1^2 \alpha^2 x^2}} - \alpha^2 \right] \quad (16)$$

$$= \frac{n_1^2}{2} [I_1 - \alpha^2 I^2] \text{ với } I_1 = \frac{1}{n_1 \alpha} \arcsin \frac{n_1 \alpha x}{\sin \theta_i} \Big|_0^{x_0} = \frac{\pi \alpha}{2 \sqrt{n_1^2 - n_2^2}} \quad (17)$$

$$I_2 = \frac{-x \sqrt{\sin^2 \theta_i - n_1^2 \alpha^2 x^2}}{2 n_1^2 \alpha^2} \Big|_0^{x_0} + \frac{\sin^2 \theta_i \arcsin \frac{n_1 \alpha x}{\sin \theta_i}}{2 n_1^3 \alpha^3} \Big|_0^{x_0} = \frac{\pi \sin^2 \theta_i}{4 n_1^3 \alpha^3} \quad (18)$$

Sử dụng (16), (17), (18) ta được: $\tau = \frac{\pi \alpha n_1^2}{c \sqrt{n_1^2 - n_2^2}} \left(1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{2 n_1^2} \right) \quad (19)$

Vận tốc lan truyền dọc theo sợi quang học là $v = \frac{z}{\tau}$, z là tọa độ của điểm cắt đầu tiên, được xác định từ (15) với $k = 1$, vì z và τ phụ thuộc vào góc tới θ_i , v nên cũng phụ thuộc vào θ_i

Với $\theta_i = \theta_{im}$, từ (14a) ta đạt được: $v_M = \frac{\pi \alpha n_2}{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}} \frac{2c \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{\pi \alpha n_1^2} \left(1 + \frac{n_2^2}{n_1^2} \right)^{-1} = \frac{2c n_2}{n_1^2 + n_2^2} \quad (20)$

Và $v_M = \frac{2.2,998.10^8.1,460}{1,500^2 + 1,460^2} = 1,998.10^8 \text{ m/s} \quad (20a)$

Vì chiết suất trên trục của sợi quang học là n_1 , nên vận tốc truyền của tia sáng dọc theo trục Oz là: $v = \frac{c}{n_1}$

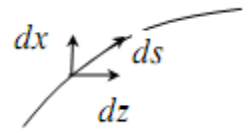
Giá trị bằng hằng số là: $v_0 = \frac{2,998.10^8}{1,5} = 1,999.10^8 \text{ m/s} \quad (21a)$

B, nếu chùm sáng hình thành từ các xung ánh sáng hội tụ tại O, thì xung có các góc tới khác nhau sẽ có vận tốc lan truyền khác nhau. Hai xung với các góc tới $\theta_i = \theta_{im}$ $\theta_i = 0$

đến mặt phẳng z thời gian khác nhau một lượng: $\Delta t = \frac{z}{v_M} - \frac{z}{v_0} = \frac{z}{c} \cdot \frac{(n_1^2 - n_2^2)^2}{2 n_2} \quad (22)$

Từ đó ta coi xung rất ngắn là xung có bề rộng giới hạn theo Δt cho bởi (22) tại mặt phẳng z. nếu cho hai xung vào sợi quang học với thời gian chênh nhau là Δt , thì tại mặt phẳng z, chúng sẽ tách rời nhau. Do đó tần số lặp lại của xung tín hiệu không được vượt quá giá trị: $f_M = (\Delta t)^{-1} = \frac{2c n_2}{z(n_1^2 - n_2^2)^2}$ nếu $z = 1000 \text{ m}$ thì: $f_M = \frac{2.2,998.10^8.1,460}{1000.(1,500 - 1,460)^2} = 547,1 \text{ Mhz}$

Bài 17.



1. Tại O: $\sin \alpha = n_1 \sin \theta_0$

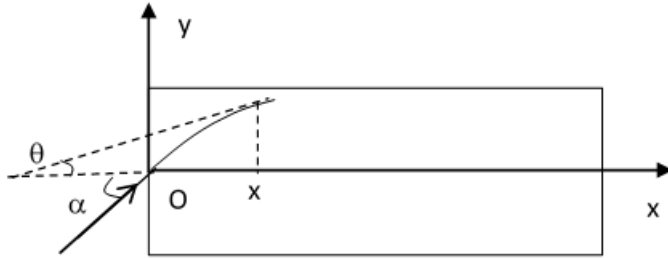
Chia sợi quang thành nhiều lớp mỏng hình trụ đồng tâm. Xét trong mặt phẳng xOy, các lớp đó dày dy. Tại mỗi điểm góc tới của tia sáng là $(90^\circ - \theta)$, ta có

$$n(y) \sin(90^\circ - \theta) = n_1 \sin(90^\circ - \theta_0)$$

$$n(y) \cos \theta = n_1 \cos \theta_0 = C$$

$$C = n_1 \cos \theta_0 = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \theta_0} = n_1 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_1^2}} = \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}.$$

$$\text{Vậy, } C = \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}$$



Hình 28

2. Xét M có toạ độ (x,y), tia sáng có góc tới $i = (90^\circ - \theta)$

$$n(y) \cos \theta = C; \quad \cos \theta = \frac{C}{n(y)}$$

$$\frac{dx}{dy} = \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}} = \frac{C}{\sqrt{n^2(y) - C^2}}$$

$$\Rightarrow x = \int_0^y \frac{C dy}{\sqrt{n^2(y) - C^2}}; \quad x = \int_0^y \frac{C dy}{\sqrt{n_1^2(1 - k^2 y^2) - C^2}}.$$

$$\text{Áp dụng } \int \frac{dy}{\sqrt{a^2 - b^2 y^2}} = \frac{1}{b} \arcsin \frac{by}{a} \text{ với } a = \sqrt{n_1^2 - C^2} = \sin \alpha; \quad b = kn_1$$

$$x = \frac{C}{kn_1} \arcsin \frac{kn_1 y}{\sin \alpha} + C_1. \text{ Điều kiện ban đầu: } x = 0 \text{ thì } y = 0 \text{ suy ra } C_1 = 0$$

$$y = \frac{\sin \alpha}{kn_1} \sin \frac{kn_1}{C} x = \frac{\sin \alpha}{kn_1} \sin \frac{kn_1}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}} x$$

Vậy quỹ đạo của tia sáng là đường hình sin.

3. Điều kiện để tia sáng truyền trong sợi quang là: $\frac{\sin \alpha}{kn_1} \leq R$. Muốn đúng với mọi

α thì $kn_1 R \geq 1$.

4. Muốn ló ra theo phương song song Ox thì tại $x = L$, y có độ lớn cực đại

$$\text{Hay } \frac{kn_1}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}} L = \frac{\pi}{2} + p\pi \text{ với } p \text{ là số nguyên không âm.}$$

Suy ra:
$$L = \frac{(2p+1)\pi\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}}{kn_1} \text{ với } p = 0, 1, 2 \dots$$

Bài 18.

1a. Ta chia tấm (P) thành vô số các tấm rất mỏng sao cho chiết suất trên một tấm là như nhau và mặt phẳng các tấm đều vuông góc trục Oz.

Ta có $n(z) \sin i = 1 \cdot \sin \alpha \rightarrow \sin i = \frac{\sin \alpha}{n_0} \left(1 - k \frac{z}{a}\right)$ (1)

Mặt khác về mặt hình học ta có

$$\sin i = \frac{dx}{ds} = \frac{dx}{\sqrt{(dx)^2 + (dz)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}} = \frac{\sin \alpha}{n_0} \left(1 - k \frac{z}{a}\right)$

$$\frac{1}{\frac{\sin^2 \alpha}{n_0^2} \left(1 - k \frac{z}{a}\right)^2} = 1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \rightarrow \frac{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_0^2} \left(1 - k \frac{z}{a}\right)^2}{\frac{\sin^2 \alpha}{n_0^2} \left(1 - k \frac{z}{a}\right)^2} = \left(\frac{dz}{dx}\right)^2$$

$$\frac{\frac{\sin \alpha}{n_0} \left(1 - k \frac{z}{a}\right)}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_0^2} \left(1 - k \frac{z}{a}\right)^2}} (-dz) = dx \quad (3)$$

Vì $n(z) = \frac{n_0}{\left(1 - k \frac{z}{a}\right)^2} > 1 \rightarrow 0 < \frac{\sin \alpha}{n_0} \left(1 - k \frac{z}{a}\right) < 1$

Do đó ta đặt $\sin u = \frac{\sin \alpha}{n_0} \left(1 - k \frac{z}{a}\right) \Rightarrow \begin{cases} \cos u du = -\frac{\sin \alpha}{n_0} \frac{k}{a} dz \\ z_I = a \rightarrow \sin u_I = \frac{\sin \alpha}{n_0} (1 - k) \end{cases} \quad (4)$

Thay (4) vào (3) ta được $\frac{\sin u \cos u du}{\frac{\sin \alpha}{n_0} \frac{k}{a} \cos u} = dx$

$$-\frac{an_0}{k \sin \alpha} \int_{u_I}^u d(\cos u) = x - x_I$$

Vì giả thiết cho $x_I = 0$ nên $\frac{an_0}{k \sin \alpha} (\cos u - \cos u_I) = x$

Hay $x = \frac{an_0}{k \sin \alpha} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n_0} (1 - k)\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n_0} \left(1 - k \frac{z}{a}\right)\right)^2} \right] \quad (5)$

b. Tại J có $y_I=a$; $z_I=0$ và $x_I = \frac{an_0}{k \sin \alpha} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n_0} (1-k) \right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n_0} (1-k \frac{0}{a}) \right)^2} \right]$

$$x_I = \frac{an_0}{k \sin \alpha} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n_0} (1-k) \right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n_0} \right)^2} \right]$$

2a. Độ dời ảnh qua tấm (P) là

$$AA' = \int_a^0 \left(1 - \frac{1}{n(z)} \right) (-dz) = \int_0^a \left(1 - \frac{1}{\frac{n_0}{1-k \frac{z}{a}}} \right) dz = \int_0^a \left(1 - \frac{1-k \frac{z}{a}}{n_0} \right) dz$$

$$AA' = \left(z - k \frac{z^2}{2a} \right) \bigg|_0^a = \left(a - k \frac{a^2}{2a} \right) = a \left(1 - \frac{k}{2} \right)$$

Hay $AA' = \frac{a}{2n_0} (2n_0 + k - 2)$ (6)

2b. Thời gian ánh sáng đi trong tấm P là thời gian đi theo phương Oz.

$$\tau = \int_a^0 \frac{dL}{c} = \int_a^0 \frac{-ndz}{c} = \int_a^0 \frac{-\frac{n_0}{1-k \frac{z}{a}} dz}{c} = \int_0^a \frac{n_0 dz}{c(1-k \frac{z}{a})} = \frac{n_0}{c} \int_0^a \frac{\frac{d(1-k \frac{z}{a})}{-k \frac{1}{a}}}{(1-k \frac{z}{a})}$$

$$\tau = -\frac{a n_0}{k c} \int_0^a \frac{d(1-k \frac{z}{a})}{(1-k \frac{z}{a})} = -\frac{a n_0}{k c} \ln \frac{(1-k \frac{a}{a})}{(1-k \frac{0}{a})} = \frac{a n_0}{k c} \ln \frac{1}{(1-k)}$$

3.a Sự tạo ảnh qua tấm (P) thỏa điều kiện tương điểm, coi như là sự tạo ảnh qua hai thấu kính phân kì có tiêu cự lần lượt f_1, f_2 . Áp dụng số: $n_0=1,2$; $k=0,4$; $a=20\text{cm}$

$$\frac{1}{f_1} = (n(a) - 1) \frac{1}{\frac{-a}{2}} = \left(\frac{n_0}{1-k} - 1 \right) \frac{2}{-a} = \frac{2(1-k-n_0)}{(1-k)a} \rightarrow f_1 = \frac{(1-k)a}{2(1-k-n_0)}$$

$$f_1 = \frac{(1-0,4)20}{2(1-0,4-1,2)} = \frac{12}{-2,0,6} = -10\text{cm}$$

$$\frac{1}{f_2} = (n(0) - 1) \frac{1}{\frac{-a}{2}} = \left(\frac{n_0}{1} - 1 \right) \frac{2}{-a} = \frac{2(1-n_0)}{a}$$

$$\rightarrow f_2 = \frac{a}{2(1-n_0)} = \frac{20}{2 \cdot (-0,2)} = -50\text{cm}$$

Ta có sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow{O_1-f_1} A_1B_1 \xrightarrow{O_2-f_2} A_2B_2$
 $d_1 \quad d_1' \quad d_2 \quad d_2'$

Theo giả thiết $OA=a$, nên $d_1 = \frac{a}{2} = 10cm$

$$d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{10 \cdot (-10)}{10 - (-10)} = -5cm$$

$$d_2 = O_1O_2 - d_1' = 20 - (-5) = 25cm$$

$$d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{25 \cdot (-50)}{25 - (-50)} = -\frac{50}{3}cm$$

Vậy A_2B_2 là ảnh ảo, nằm trong tấm (P), cách mặt giới hạn thứ 2 là $\frac{50}{3}cm$

$$3b. \text{ Số phóng đại } k = \frac{d_1' d_2'}{d_1 d_2} = \frac{(-5) \cdot \left(-\frac{50}{3}\right)}{10 \cdot 25} = \frac{1}{3}$$

Bài 19. a. Ta có $n_R R \sin i_R = n \rho \sin i$

$$\text{Hay } 1. R \sin \alpha = n \rho \sin i$$

$$\text{Với } \frac{\sin \alpha}{\sin r_R} = \frac{n_R}{1} \rightarrow \sin i_R \approx \sin r_R = \frac{\sin \alpha}{n_R}$$

$$\text{Nên } n_R R \frac{\sin \alpha}{n_R} = n \rho \sin i \rightarrow \sin i = \frac{R \sin \alpha}{n \rho} \quad (1)$$

Khi $\rho = \rho_{\min}$ thì $i = 90^\circ$

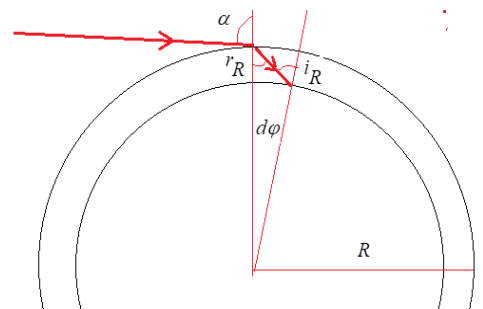
$$\text{Nên } \sin 90^\circ = \frac{R \sin \alpha}{n \rho} = \frac{R \sin \alpha}{\left(\frac{n_0}{\frac{\rho}{R} + a}\right) \rho}$$

$$n_0 \rho = R \sin \alpha \left(\frac{\rho}{R} + a\right) = \rho \sin \alpha + a R \sin \alpha$$

$$\rho_{\min} = \frac{a R \sin \alpha}{n_0 - \sin \alpha} \quad (2)$$

$$b. \text{ Mặt khác } -d\rho = ds \cdot \cos r = \frac{\rho d\varphi}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - r\right)} \cos r = \frac{\rho d\varphi}{\sin r} \cos r = \frac{\rho d\varphi}{\tan r} \quad (3)$$

$$\text{Với } \frac{1}{\tan r} = \frac{\cos r}{\sin r} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 r}}{\sin r} \quad (4)$$



$$\text{Và } \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n + dn}{n}$$

$$\text{Suy ra } \sin r = \frac{n}{n + dn} \sin i \quad (5)$$

Từ (4), (5) ta có

$$\frac{1}{\tan r} = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{n}{n + dn} \sin i\right)^2}}{\frac{n}{n + dn} \sin i} = \frac{\sqrt{(n + dn)^2 - (n \sin i)^2}}{n \sin i}$$

$$\frac{1}{\tan r} = \frac{\sqrt{n^2 + 2ndn + (dn)^2 - (n \sin i)^2}}{n \sin i} \approx \frac{\sqrt{n^2 + 2ndn - (n \sin i)^2}}{n \sin i}; (dn)^2 = 0$$

$$\frac{1}{\tan r} \approx \frac{\sqrt{n^2(1 - \sin^2 i) + 2ndn}}{n \sin i} = \frac{n\sqrt{1 - \sin^2 i} \sqrt{1 + \frac{2dn}{n(1 - \sin^2 i)}}}{n \sin i}$$

$$\frac{1}{\tan r} \approx \frac{n\sqrt{1 - \sin^2 i} \left(1 + \frac{dn}{n(1 - \sin^2 i)}\right)}{n \sin i} \quad (6)$$

Thay (6) vào (3) ta được

$$-d\rho = \left[\frac{\sqrt{1 - \sin^2 i} \left(1 + \frac{dn}{n(1 - \sin^2 i)}\right)}{\sin i} \right] \rho d\varphi$$

$$-d\rho = \left[\frac{\sqrt{1 - \sin^2 i} \left(\rho d\varphi + \frac{\rho d\varphi dn}{n(1 - \sin^2 i)}\right)}{\sin i} \right]$$

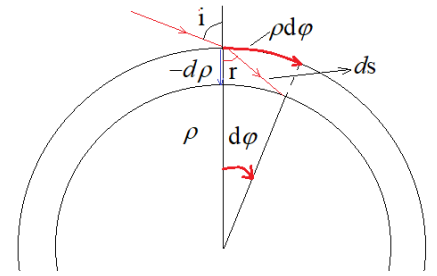
ta bỏ qua vô cùng bé bậc hai $d\varphi dn = 0$

$$-d\rho = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i}}{\sin i} \rho d\varphi \quad (7)$$

Thay (1) vào (7) ta được

$$-d\rho = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{n_R R \sin i_R}{n\rho}\right)^2}}{\frac{n_R R \sin i_R}{n\rho}} \rho d\varphi = \frac{\sqrt{(n\rho)^2 - (n_R R \sin i_R)^2}}{n_R R \sin i_R} \rho d\varphi$$

$$-d\rho = \frac{\sqrt{(n\rho)^2 - (n_0 R \sin \alpha)^2} \rho d\varphi}{n_0 R \sin \alpha}$$



Với $\sin i_R \approx \frac{\sin \alpha}{n_R}$

Nên $-d\rho = \frac{\sqrt{(n\rho)^2 - (n_R R \frac{\sin \alpha}{n_R})^2}}{n_R R \frac{\sin \alpha}{n_R}} \rho d\varphi = \frac{\sqrt{(n\rho)^2 - (R \sin \alpha)^2}}{R \sin \alpha} \rho d\varphi$

Hay $\frac{d\rho}{d\varphi} = -\frac{\sqrt{(n\rho)^2 - (R \sin \alpha)^2}}{R \sin \alpha} \rho = -\frac{\sqrt{(\frac{n_0}{R} \rho)^2 - (R \sin \alpha)^2}}{R \sin \alpha} \rho$ (8)

Vậy $f(\rho) = -\frac{\sqrt{(n\rho)^2 - (R \sin \alpha)^2}}{R \sin \alpha} \rho = -\frac{\sqrt{(\frac{n_0}{R} \rho)^2 - (R \sin \alpha)^2}}{R \sin \alpha} \rho$ (9)

Kiểm tra lại kết quả câu a:

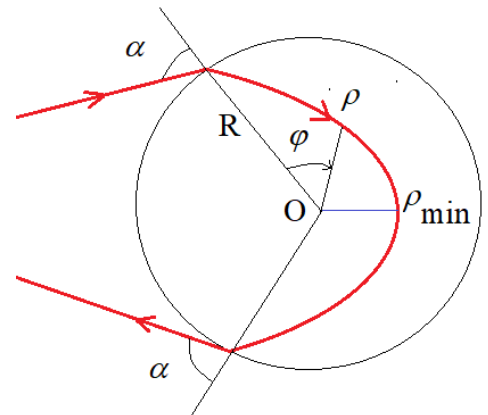
$$\rho = \rho_{\min} \rightarrow \frac{d\rho}{d\varphi} = 0 \rightarrow (n\rho)^2 - (R \sin \alpha)^2 = 0 \rightarrow \frac{n_0}{R} \rho = R \sin \alpha$$

$$n_0 \rho = (\frac{\rho}{R} + a) R \sin \alpha = (\rho \sin \alpha + a R \sin \alpha)$$

$$\rho_{\min} = \frac{a R \sin \alpha}{n_0 - \sin \alpha} \quad (10)$$

(10) giống kết quả câu a trong (2)

c. Học sinh tự vẽ phác họa



IX.3. CHIẾT SUẤT TỔNG HỢP

Bài 1. Các tấm trong suốt nên tia sáng không qua hết các

tấm thì chỉ có thể phản xạ toàn phần. các tấm song

song

với nhau nên có hệ thức

$$\sin \alpha = n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = \dots = n_N \sin i_N$$

Giả thiết phản xạ toàn phần giữa tấm m và tấm

m+1

khi đó:

$$\sin i_m \geq \frac{n_{m+1}}{n_m} = \frac{1}{k} \Rightarrow \sin \alpha = n_m \sin i_m \geq n_{m+1} = \frac{n}{k^m}$$

Vì $k > 1$ nên số thứ tự của m càng lớn thì α càng nhỏ

vì $\alpha \leq 90^\circ$, nên điều kiện $\sin \alpha \geq \frac{n}{k^m}$ có nghĩa là lớp thứ m+1 có chiết suất nhỏ hơn 1.

trái với giả thiết

Vậy lớp gây ra phản xạ toàn phần với α nhỏ nhất chỉ có thể là lớp thứ N-1. Nên

$$\sin \alpha_{\min} = \frac{n}{k^{N-1}}$$

Bài 2. Càng lên cao, không khí càng loãng, nhiệt độ càng lạnh. Do đó chiết suất của khí cũng giảm. Sự thay đổi của chiết suất cũng làm cho tia sáng từ ngôi sao phát ra khi tới mặt đất không đi theo đường thẳng mà lại theo một đường vòng. Vị trí của các ngôi sao nhìn từ Trái Đất bị sai lệch ít nhiều vì sự khúc xạ tia sáng trong khí quyển.

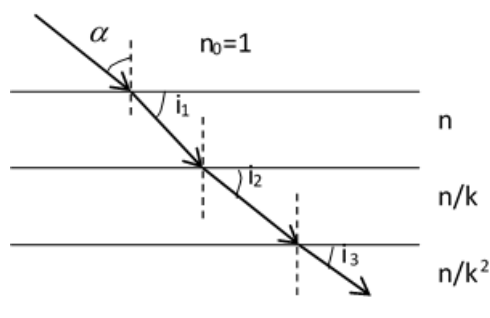
Để giải quyết bài toán này, ta cần phải chia khí quyển thành các lớp vô cùng mỏng, và coi rằng trong các lớp đấy, môi trường là đồng nhất (chiết suất không đổi) và ánh sáng đi theo đường thẳng.

Gọi là chiết suất của lớp thứ p.

Là góc tới mặt phân cách của lớp thứ p và p+1.

Áp dụng định luật khúc xạ ta có:

$$n_0 \sin i_0 = n_1 \sin i_1 = \dots = n_p \sin i_p$$



Trong đó:

$$n_0 = 1; i_h = 45^\circ$$

$$i_0 = i_h + \delta$$

$$(1) \Rightarrow \sin(i_h + \delta) = n_h \sin i_h$$

$$\Rightarrow \sin i_h \cos \delta + \sin \delta \cos i_h = n \sin i_h (2)$$

Vì δ rất nhỏ nên $\cos \delta \approx 1; \sin \delta \approx \delta$

Thay vào (2) ta được: $\delta = (n_h - 1) \operatorname{tg} i_h = 0,0003(\text{rad})$

Kết luận: Trong những bài toán dạng môi trường có chiết suất thay đổi, ta nên chia môi trường thành những lớp đẳng chiết để áp dụng định luật khúc xạ và tính. Trong một số trường hợp cụ thể có thể sử dụng một số công thức gần đúng để thuận lợi cho việc tính toán.

Bài 3.

Xét tia sáng truyền vòng quanh trái đất ở một khoảng cách r , tính từ tâm trái đất.

Quang trình của tia sáng trên cung AB (như hình vẽ) là:

$$s = r \cdot d\varphi \cdot n \quad (1)$$

Nhận thấy rằng: chiết suất n phụ thuộc vào khoảng

cách r tính từ tâm là một hàm khá phức tạp $n = \rho e^{-\frac{r-R}{8700}} + 1$

(2)

Khi thay hàm chiết suất n phụ thuộc vào bán kính r vào pt (1) rồi sau đó đạo hàm hai vế để giải điều kiện cực trị quang trình $\rightarrow$ khá phức tạp.

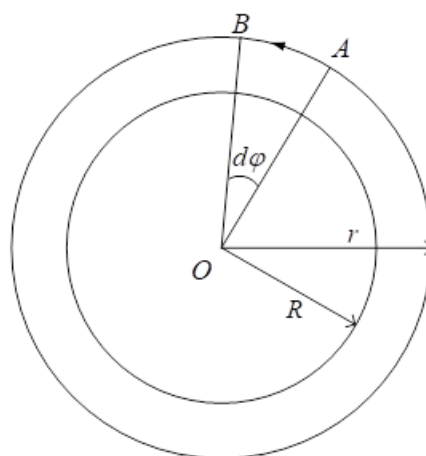
Ta có thể dùng cách khác đơn giản hơn như sau:

+ Lấy vi phân hai vế phương trình (1), chú ý rằng $d\varphi$ là một hằng số, coi r và n là hai biến độc lập.

$$ds = d\varphi(n dr + r dn) \quad (3)$$

+ Tính dn bằng cách lấy vi phân hai vế pt (2)

$$dn = \frac{-1}{8700} \rho (n-1) dr \quad \text{Thay vào (3) và viết điều kiện cực trị quang trình ta được}$$



$$\frac{ds}{dr} = d\varphi \left[n - \frac{r}{8700} \rho(n-1) \right] = 0. \text{ Biến đổi được: } \frac{n}{r} = \frac{1}{8700} \rho e^{-\frac{r-R}{8700}}$$

Đến đây ta thay các điều kiện của đề bài vào (Tia sáng truyền một vòng quanh trái đất ở sát mực nước biển)

$$n = 1,003; r = R = 6400 \text{ km.}$$

Thu được: $\rho = 0,00136$

Ở sát mực nước biển ta tính được:

$$n_0 - 1 = \rho_0 = 0,0003$$

Vậy tỉ số: $\frac{\rho}{\rho_0} = 4,53$

Như vậy chỉ khi không khí có mật độ bằng 4,53 lần mật độ khí thực thì ánh sáng mới bị uốn quanh quả đối với độ cong bằng độ cong của mặt quả đất tại mực nước biển.

Bài 4. Trong mặt phẳng xác định bởi tâm O của cầu nhỏ B và đường thẳng, đường đi của tia sáng BCDE khúc xạ 2 lần như hình vẽ. Tia tới BC và tia DE kéo dài giao nhau ở điểm G. Theo định luật khúc xạ :

$$n_0 \sin \alpha = n \sin \beta(1)$$

Từ hình vẽ dễ dàng nhận thấy $\sin \alpha = \frac{L}{r}$ (2)

Chùm tia qua 2 lần khúc xạ, tần số không đổi, cho nên độ lớn động lượng của 1 photon trước và sau 2 lần khúc xạ bằng nhau : $p = \frac{h\nu}{c} - p'(3)$.

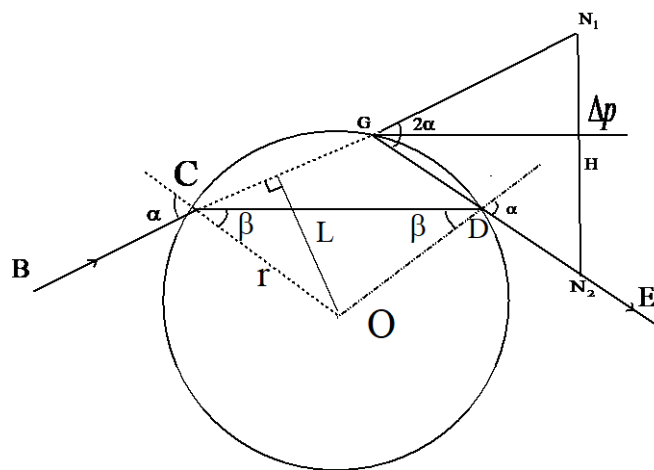
Vì động lượng photon của chùm sáng tới theo hướng BC, chùm ra theo hướng DE, Góc lệch là $2\theta = 2(\alpha - \beta)$ (4)

Lấy độ dài GN_1 tỷ lệ với động lượng tia tới p , độ dài GN_2 tỉ lệ với độ dài tia khúc xạ p' , thì độ dài N_1N_2 tỷ lệ với độ biến thiên động lượng của photon

$$\Delta p = 2p \sin \theta = 2 \frac{h\nu}{c} \sin \theta (5)$$

Tam giác $\triangle GN_1N_2$ là tam giác cân, chiều cao thuộc cạnh đáy của nó GH song song với CD, còn hướng của Δp từ G chỉ vào tâm cầu O. Thời gian tác dụng của chùm sáng vào

quả cầu xem như thời gian truyền của tia sáng trong quả cầu : $\Delta t = \frac{2r \cos \beta}{c \frac{n_0}{n}}$ (6) trong đó



cn_0/n là vận tốc của tia sáng trong quả cầu. Theo định luật 2 niuton, photon chịu lực tác dụng của quả cầu là :

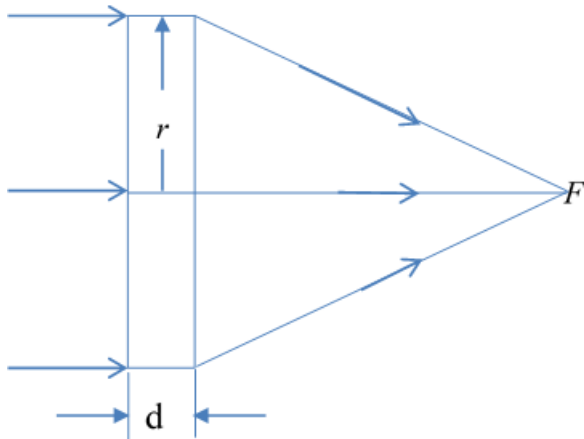
$$f = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{n_0 h v \sin \theta}{nr \cos \beta} \quad (7)$$

Cũng theo định luật 2 niuton photon tác dụng vào quả cầu một lực trung bình $F=f$, phương của lực hướng từ O ra G. từ biểu thức (1,2,4,7) và áp dụng các hệ thức trong tam giác cuối cùng ta tìm được :

$$F = \frac{n_0 L h \gamma}{nr^2} \left(1 - \frac{\sqrt{r^2 - L^2}}{\sqrt{\left(\frac{nr}{n_0}\right)^2 - L^2}} \right) \quad (8)$$

Bài 5. Gọi chiết suất của đĩa là n và sự phân bố theo bán kính của chiết suất của đĩa lần tạp chất là $n(r); n(0) = n_0$. Xét các sóng phẳng tới đĩa (thấu kính có bề dày không đổi), sóng phẳng khúc xạ hội tụ tại tiêu điểm F

(hình vẽ)



Xét điều kiện tương đương ta có: $n(0).d + f = n(r)d + \sqrt{f^2 + r^2} \rightarrow n(r) = n_0 - \frac{\sqrt{f^2 + r^2} - f}{d}$

Theo bài thấu kính mỏng (**1**): $f \ll r$ theo công thức gần đúng

$$\sqrt{f^2 + r^2} \approx f \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \frac{r^2}{f^2} \right)$$

$$\Rightarrow n(r) = n_0 - \frac{r^2}{2df}$$

Bài 6. Chia môi trường thành từng lớp mỏng sao cho chiết suất trong mỗi lớp hầu như không đổi. Áp dụng định luật khúc xạ tại mặt phân cách giữa các lớp trên ta được:

$$n_0 \sin \alpha_0 = n(y) \sin \alpha(y)$$

Theo định nghĩa đạo hàm ta có

$$\frac{dy}{dz} = \frac{1}{\tan \alpha}.$$

Lúc đó

$$1 + \left(\frac{dy}{dz} \right)^2 = 1 + \frac{1}{\tan^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{n^2(y)}{n_0^2 \sin^2 \alpha_0}.$$

Lấy đạo hàm theo z:

$$\begin{aligned} 2 \frac{dy}{dz} \cdot \frac{d^2 y}{dz^2} &= \frac{2n(y)}{n_0^2 \sin^2 \alpha_0} \cdot \frac{dn(y)}{dy} \cdot \frac{dy}{dz} \\ \Rightarrow \frac{d^2 y}{dz^2} &= \frac{n(y)}{n_0^2 \sin^2 \alpha_0} \cdot \frac{dn(y)}{dy}, \end{aligned}$$

Nếu $y > 0$, $n(y) = n_0(1 + py)$ và $\frac{dn}{dy} = n_0 p$, lúc đó

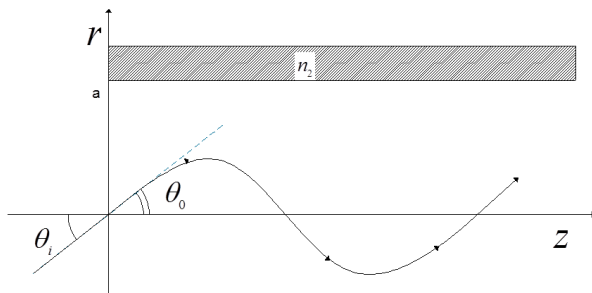
$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{p(1 + py)}{\sin^2 \alpha_0};$$

Nếu $y < 0$, $n(y) = n_0(1 - py)$ và $\frac{dn}{dy} = -n_0 p$, lúc đó $\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{p(1 + py)}{\sin^2 \alpha_0}$,

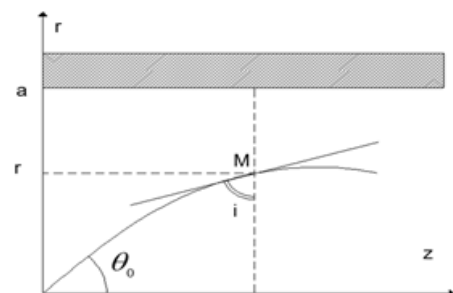
Với sự liên tục của độ dốc tại $y=0$ vì có sự liên tục của chiết suất.

Bài 7. Ta có $\sin \theta_i = n_1 \sin \theta_0$ ở O. Định luật Descartes:

$$n(r) \sin i = \text{cte} = n_1 \sin \theta_0$$



Hình 13.1



Hình 13.2

Và ở M,

$$\left(\frac{dr}{dz} \right)^2 = \frac{1}{(\tan i)^2} = \frac{1}{(\sin i)^2} - 1.$$

$$\text{và } \left(\frac{dr}{dz}\right)^2 = \left(\frac{n}{A}\right)^2 - 1,$$

$$\text{với } A = n_1 \cos \theta_0$$

$$\text{b) Lấy } n^2 = n_1^2 \left[1 - 2\Delta \left(\frac{r}{a}\right)^2 \right] \text{ và đạo hàm hệ thức nhận được trước đây:}$$

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = -\frac{2\Delta}{a^2 \cos^2 \theta_0} r.$$

Kể đến các điều kiện áp đặt ở đầu vào (tại $z=0, r=0, \frac{dr}{dz} = \tan \theta_0$) nghiệm được viết:

$$r = \frac{a \sin \theta_0}{\sqrt{2\Delta}} \sin \left(\frac{\sqrt{2\Delta}}{a \cos \theta_0} z \right).$$

Tia sáng có quỹ đạo hình $\sin$ và $d = \frac{\pi a \cos \theta_0}{\sqrt{2\Delta}}, d = 0,55\text{mm}.$

Bài 8. 1. Biến đổi được $n = \sqrt{\frac{b}{1-kz}}$.

- Chia không khí thành các lớp rất mỏng có độ dày dz , gọi $\alpha(z)$ là góc hợp giữa tia sáng với phương ngang ở độ cao h , định luật Snell cho:

$$n(z) \cos \alpha(z) = \text{const} = n(0) \cos \alpha_0 = \cos \alpha_0 \sqrt{b}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \cos \alpha_0 \sqrt{1-kz}$$

$$\text{- Từ đó } z = \frac{1}{k} \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha_0} \right) \Rightarrow dz = \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha}{k \cos^2 \alpha_0} d\alpha,$$

$$\text{- Mặt khác } \tan \alpha = \frac{dz}{dx} \Rightarrow dx = \frac{2 \cos^2 \alpha}{k \cos^2 \alpha_0} d\alpha$$

- Tích phân hai vế cho ta

$$x = \frac{1}{k \cos^2 \alpha_0} \left(\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right) \Big|_{\alpha_0}^{\alpha} = \frac{1}{2k \cos^2 \alpha_0} \left[(2\alpha + \sin 2\alpha) - (2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0) \right]$$

$$\text{- Cuối cùng: } \begin{cases} z = \frac{1}{2k \cos^2 \alpha_0} (\cos 2\alpha_0 - \cos 2\alpha) \\ x = \frac{1}{2k \cos^2 \alpha_0} (2\alpha + \sin 2\alpha) - \frac{2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0}{2k \cos^2 \alpha_0} \end{cases}$$

- Đây chính là phương trình tham số của đường cycloid với $R = \frac{1}{2k \cos^2 \alpha_0}$

2. – Đường truyền các tia sáng bị giới hạn bởi tia ứng với $\alpha_0 = 0$, hay

$$\begin{cases} z = \frac{1}{2k}(1 - \cos 2\alpha) \\ x = \frac{1}{2k}(2\alpha + \sin 2\alpha) \end{cases}$$

- Khoảng cách xa nhất L thỏa:

$$\begin{cases} \frac{1}{2k}(1 - \cos 2\alpha) = h \\ \frac{1}{2k}(2\alpha + \sin 2\alpha) = L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos 2\alpha = 1 - 2kh \\ \frac{1}{2k}(\arccos(1 - 2kh) + \sqrt{1 - (1 - 2kh)^2}) = L \end{cases}$$

- Với trường hợp $kh \ll 1$ thì $L = \sqrt{\frac{4h}{k}}$

Bài 9.

1. Theo phương trình C – M ta có:

$$p_0 V = \frac{m}{\mu} RT \text{ mà } \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{p_0 \mu}{RT}$$

Như vậy ta có biểu thức: $n = 1 + a \frac{p_0 \mu}{RT}$ (1)

Ở 15 °C tức là $T = 288$ K thì $n = 1,000276$ nên ta có:

$$1,000276 = 1 + a \frac{10^5 \cdot 0,029}{8,31 \cdot 288}$$

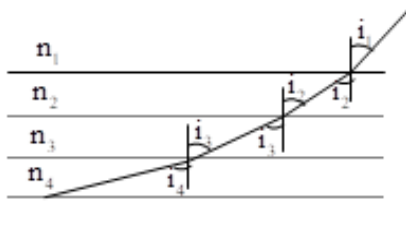
$$\Rightarrow a = 2,28 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^3/\text{kg)} \text{ (2)}$$

2. Từ biểu thức (1) và giá trị hằng số a (2) ta tính được chiết suất của không khí ở sát mặt đường:

$$n_0 = 1 + 2,28 \cdot 10^{-4} \frac{10^5 \cdot 0,029}{8,31 \cdot 330} = 1,000241$$

Chiết suất của không khí ở độ cao lớn hơn 0,5m là:

$$n' = 1 + 2,28 \cdot 10^{-4} \frac{10^5 \cdot 0,029}{8,31 \cdot 307} = 1,000259$$

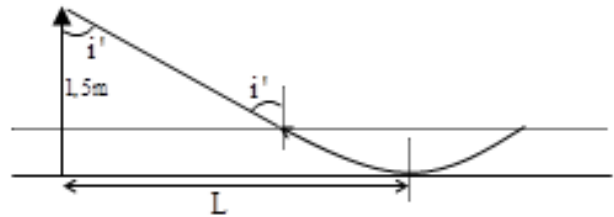


BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Chia không khí ở độ cao dưới 0,5m thành nhiều lớp rất mỏng bằng các mặt phẳng song song nằm ngang sao cho chiết suất của không khí trong một lớp coi như là không đổi. Theo định luật khúc xạ ánh sáng khi có tia sáng truyền từ lớp này sang lớp khác là

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = n_3 \sin i_3 = \dots \text{const}$$

Để nhìn thấy “nước” thì các tia sáng tới mắt phải bị phản xạ toàn phần ở mặt đường lúc đó góc tới của lớp sát mặt đường bằng 90° .



Ta có $n_0 \sin 90^\circ = n' \sin i'$

$$\Rightarrow \sin i' = n_0/n' = 0,99998 \Rightarrow i' = 89,64^\circ$$

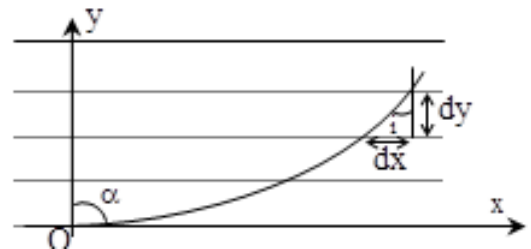
Khoảng cách từ người đó đến “nước” là:

$$L = 1,5 \cdot \tan i' = 238 \text{ m.}$$

3. Thay $T = \frac{ap_o\mu}{R \left[\left(1 + \frac{ap_o\mu}{RT_o}\right) \sqrt{1 + b \cdot y} - 1 \right]}$ vào (1) ta được:

$$n = \left(1 + a \frac{p_o\mu}{RT_o} \right) \sqrt{1 + by} \quad (3)$$

Chọn trục tọa độ Oxy với gốc O tại vị trí chiếu tia sáng (sát mặt đường), trục Ox nằm ngang sát mặt đường, theo hướng chiếu tia sáng, trục Oy thẳng đứng hướng lên. Chia lớp không khí có độ cao dưới 0,5 m thành những lớp rất mỏng nằm ngang có độ cao dy , sao cho có thể coi chiết suất của lớp đó gần như không đổi, và tia sáng đi trong đó coi như thẳng. Giả sử tia sáng tới điểm $M(x,y)$ dưới góc tới i và tới điểm $M'(x+dx, y+dy)$ trên lớp tiếp theo.



Tương tự trên ta có: $n_0 \sin \alpha = n \sin i \Rightarrow \sin i = \frac{n_0}{n} \sin \alpha \quad (4)$

Thay (3) vào (4): $\sin i = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 + by}}$

Ta có: $\frac{dx}{dy} = \tan i$ với $\tan i = \frac{\sin i}{\sqrt{1 - \sin^2 i}}$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{\cos^2 \alpha + by}} \Rightarrow dx = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{\cos^2 \alpha + by}} dy$$

Tích phân hai vế ta có:

$$\int_0^x dx = \int_0^y \frac{\sin \alpha}{\sqrt{\cos^2 \alpha + by}} dy \Rightarrow x = 2 \frac{\sin \alpha}{b} \sqrt{\cos^2 \alpha + by} \Big|_0^y$$

$$\Rightarrow x = 2 \frac{\sin \alpha}{b} (\sqrt{\cos^2 \alpha + by} - \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow \sqrt{\cos^2 \alpha + by} = \cos \alpha + \frac{bx}{2 \sin \alpha}$$

Bình phương hai vế ta có: $y = \frac{b}{4 \sin^2 \alpha} x^2 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} x$

Như vậy đường truyền của tia sáng trong lớp không khí có độ cao nhỏ hơn 0,5 m là một phần của đường parabol.

Bài 10. 1. a) Sơ đồ đường đi của các tia sáng có dạng như hình vẽ. Từ đó ta có góc lệch của các tia sáng ló ra ở K là

$$D_{KC} = 2(\beta - \phi)$$

Sử dụng định luật khúc xạ ánh sáng ta có

$$\sin(2\beta - \phi) = n \sin \beta$$

Hay

$$D_{KC} = 2 \arcsin(n \sin \beta) - 2\beta$$

Từ đó ta có

$$\frac{dD_{KC}}{d\beta} = 2 - 2 \frac{n \cos \beta}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \beta}}$$

Vì thế nên D_{KCmin} khi $n = 1$, điều này trái với giả thiết ($n \approx 1,33$)

Tương tự ta có

$$D_{I'B} = \pi + 2\phi$$

Nên

$$\frac{dD_{I'B}}{d\beta} = 4 - 2 \frac{n \cos \beta}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \beta}}$$

Vì thế nên $D_{I',Bmin}$ khi $\sin \beta = \frac{\sqrt{4-n^2}}{n\sqrt{3}}$

$$D_{I',Bmin} = \pi + 4 \arcsin \frac{\sqrt{4-n^2}}{n\sqrt{3}} - 2 \arcsin \frac{\sqrt{4-n^2}}{\sqrt{3}}$$

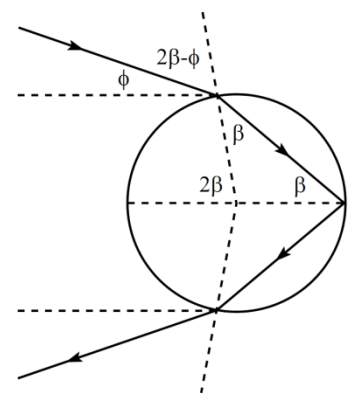
b) Ta có

$$\frac{d(\phi_{min})}{dn} = \frac{2(n^2 - 2)}{n\sqrt{(n^2 - 1)(4 - n^2)}}$$

Tức là ϕ_{min} là hàm nghịch biến của n vì vậy nếu n tăng thì ϕ_{min} giảm, do đó độ rộng góc của các cầu vòng là

$$\Delta D_{I',Bmin} = \left| \frac{d(2\phi_{min})}{dn} \right| \Delta n = \frac{4|n^2 - 2|\Delta n}{n\sqrt{(n^2 - 1)(4 - n^2)}}$$

Để thấy ϕ_{min} là hàm nghịch biến của n vì vậy nếu n tăng thì ϕ_{min} giảm, do đó thứ tự màu của các cầu vòng sắp xếp từ trên xuống là đỏ, cam, vàng, lục, lam, chàm, tím (thứ tự tăng của chiết suất).



2. Từ ý 1 ta thấy không tồn tại giá trị nào của β để D_{KC} cực trị, do đó không thể có cầu vồng theo phương CK.

3. Để có cầu vồng, nhất thiết phải có ánh sáng từ Mặt Trời rọi vào khí quyển Trái Đất, do đó cầu vồng chỉ có thể xuất hiện sau 6h00 và trước 18h00. Mặt khác dễ dàng nhận thấy rằng khi mặt Trời càng lên cao thì đỉnh cầu vồng càng bị hạ thấp xuống, do đó khi Mặt Trời cách đường chân trời trên 42° thì ta sẽ không còn quan sát thấy cầu vồng nữa. Chính vì thế thời điểm quan sát được cầu vồng là từ 6h00 đến khoảng 9h và từ khoảng 15h đến 18h00.

4. Cầu vồng tay vịn được tạo thành khi các tia sáng lọt vào bên trong các hạt nước sẽ phản xạ hai lần trước khi khúc xạ ra bên ngoài. Từ sơ đồ trên đây ta thấy góc lệch giữa tia ló và tia tới là

$$D' = 180^\circ - 2\phi$$

Với

$$\begin{aligned} \sin(\phi + 3\beta - 90^\circ) &= n \sin \beta \\ \Leftrightarrow \phi &= 90^\circ - 3\beta + \arcsin(n \sin \beta) \end{aligned}$$

Nên

$$\begin{aligned} D' &= 6\beta - 2\arcsin(n \sin \beta) \\ \Rightarrow \frac{dD'}{d\beta} &= 6 - \frac{2n \cos \beta}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \beta}} \end{aligned}$$

Do đó D' đạt cực đại khi

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{9 - n^2}}{2n\sqrt{2}}$$

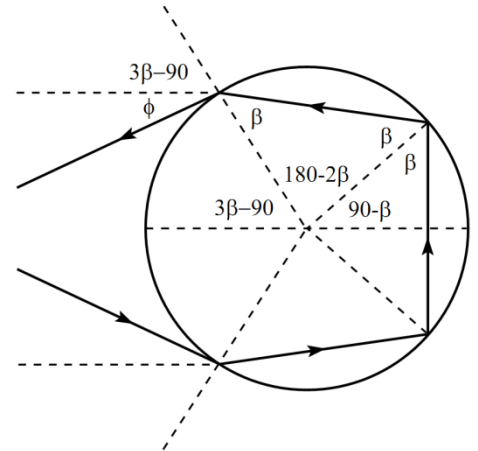
Và

$$D'_{\max} = 6\arcsin \frac{\sqrt{9 - n^2}}{2n\sqrt{2}} - 2\arcsin \frac{\sqrt{9 - n^2}}{2\sqrt{2}} \approx 51^\circ$$

Vậy có một cầu vồng bậc 2 xuất hiện bên ngoài cầu vồng bậc 1, đó là cầu vồng tay vịn. Ta lại có

$$\frac{dD'_{\max}}{dn} = \frac{2(n^2 - 27)}{3n\sqrt{(n^2 - 1)(9 - n^2)}} < 0$$

Do đó ta có $D'_{\max}$ giảm theo chiết suất, hay nói cách khác màu cầu vồng tay vịn có thứ tự màu ngược lại với màu của cầu vồng thường.

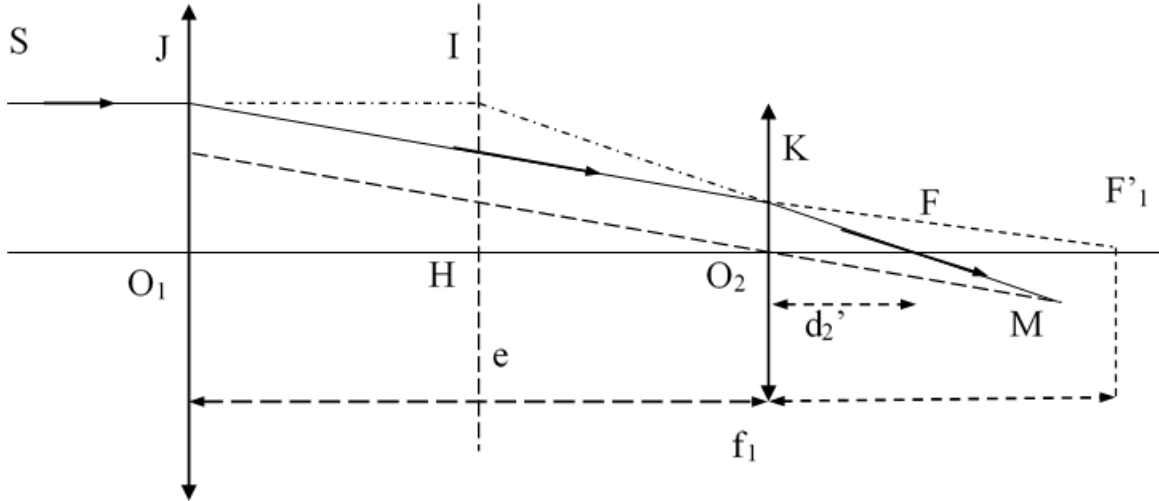


Bài 11. 1. Coi chùm song song xuất phát từ vật ở xa vô cùng. Vì điều kiện tương điểm thỏa mãn nên chùm tia ló sẽ đồng quy tại F trên trục chính. F là tiêu điểm chính của hệ. Quá trình tạo ảnh như sau:

$$\begin{array}{ccccccc} S \text{ ở } \infty & \xrightarrow{O_1} & S_1 \text{ ở } F'_1 & \xrightarrow{O_2} & S_2 \text{ ở } F & & \\ d_1 = \infty & & d'_1 = f_1 & & d_2 & & d'_2 \end{array}$$

Từ $d_1 = \infty$, ta tính được $d'_1 = f_1$; $d_2 = O_1O_2 - d'_1 = e - f_1$, $d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(f_1 - e)f_2}{f_1 + f_2 - e} = O_2F$.

Xét tia song song bất kì truyền như hình vẽ.



Do hai tam giác F'_1KO_2 và F'_1JO_1 là đồng dạng nên

$$\frac{KO_2}{JO_1} = \frac{F'_1O_2}{F'_1O_1} = \frac{f_1 - e}{f_1}.$$

Do hai tam giác FKO_2 và FIH là đồng dạng nên $\frac{FO_2}{FH} = \frac{KO_2}{IH} = \frac{d'_2}{f}$.

Từ các kết quả trên suy ra $HF = f = \frac{f_1 d'_2}{f_1 - e} = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e}$ không đổi

Kết quả đúng với mọi tia. Như vậy, F và H không phụ thuộc vào tia tới SJ .

2. Ta có $D_1 = \frac{1}{f_1}$ là độ tụ của kính trường, $D_2 = \frac{1}{f_2}$ là độ tụ của kính mắt và $D = \frac{1}{f}$ là độ tụ của

thị kính đối với ánh sáng có bước sóng λ . Đặt $D_1 = (n-1)A$, $D_2 = (n-1)B$ với A, B là các hằng số dương phụ thuộc vào dạng hình học của thấu kính.

Từ $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e}$ suy ra $D = D_1 + D_2 - eD_1 D_2$, hay:

$$D = (n-1)A + (n-1)B - e(n-1)^2 AB$$

Từ đó: $\frac{dD}{dn} = A + B - 2eAB(n-1)$

Để D hầu như không phụ thuộc vào n gần n_0 thì giá trị của đạo hàm $\frac{dD}{dn}$ tại $n = n_0$

(ứng với $\lambda = \lambda_0$) phải bằng không. Kí hiệu e thỏa mãn điều kiện đó là e_0 :

$$\left. \frac{dD}{dn} \right|_{n_0} = A + B - 2e_0 AB(n_0 - 1) = 0. \text{ Thay } A = \frac{1}{f_{01}(n_0 - 1)}; B = \frac{1}{f_{02}(n_0 - 1)} \text{ ta có:}$$

$$e_0 = \frac{A+B}{2eAB(n_0-1)} = \frac{f_{01}+f_{02}}{2}.$$

b) Giả thiết cho khoảng cách giữa hai kính là ke_0 . Từ $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$ suy ra $\Delta n = -\frac{2b}{\lambda^3} \Delta \lambda$;

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta D}{\Delta n} \right)_{n=n_0} &= A+B-2ke_0AB(n_0-1) = \frac{1}{(n_0-1)}(D_{01}+D_{02}-2ke_0D_{01}D_{02}); \\ \Delta D &= \frac{D_{01}+D_{02}-2ke_0D_{01}D_{02}}{n_0-1} \left(-\frac{2b}{\lambda_0^3} \right) \Delta \lambda = -\frac{2b(D_{01}+D_{02}-2ke_0D_{01}D_{02})}{(n_0-1)\lambda_0^3} \Delta \lambda. \\ \Delta D &= \frac{-2b \left(\frac{1}{f_{01}} + \frac{1}{f_{02}} - 2k \frac{f_{01}+f_{02}}{2} \frac{1}{f_{01}} \cdot \frac{1}{f_{02}} \right)}{(n_0-1)\lambda_0^3} \Delta \lambda = -\frac{2b(f_{01}+f_{02})}{(n_0-1)\lambda_0^3 f_{01}f_{02}} (1-k) \Delta \lambda. \end{aligned}$$

Bài 12.Cách 1:

Chia môi trường thành nhiều lớp đẳng chiết. Độ nghiêng của tia ló ra khỏi bản mặt có thể được tính bằng phương pháp tích phân.

Áp dụng định luật khúc xạ ánh sáng ta có:

$$n \cdot \sin i = (n + dn) \cdot \sin(i + di)$$

Bỏ qua số hạng nhỏ: $\cos(di)=1; \sin(di)=di$

$$\text{Suy ra: } tgi = \frac{-n}{dn} \cdot di$$

$$\text{Lại có } tgi = \frac{dx}{dy}; dn = ady \quad \text{và} \quad dx = \frac{-n}{a} di \quad (1)$$

Do chiết suất biến đổi nhỏ nên $n \approx n_0$

$$\text{Lấy tích phân 2 vế của (1)} \Rightarrow \int_0^b dx = \frac{-n}{a} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\alpha} di \Rightarrow b = \frac{n_0}{a} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

Sau đó ánh sáng ló ra khỏi không khí $n=1$

$$\gamma \text{ nhỏ} \Rightarrow n_0 \gamma = \beta \Rightarrow \beta = ba$$

Cách 2:

Xem một cách gần đúng chiết suất của mỗi tia là không đổi trên đường truyền, cũng như chiều dài hình học của mỗi tia là b .

Hiệu quang trình được xác định theo công thức:

$$\delta = b(n_0 + ay_2) - b(n_0 + ay_1) = ab(y_2 - y_1) \quad (1)$$

$$\text{Lại có } \delta = (y_2 - y_1) \sin \beta \approx (y_2 - y_1) \beta \quad (2)$$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Từ (1) và (2) $\Rightarrow ab = \beta$

Đây là một cách giải khác ngắn gọn hơn, và cũng không kém phần thú vị: **PP áp dụng nguyên lý Ferma.**

Bài 13. a. Vẽ tia sáng

Ta thấy $r_1 = i_1$; $r_2 = i_2$

Theo định luật khúc xạ ánh sáng ta có

$$n_0 \sin i = n_1 \sin i_1$$

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

$$n_2 \sin i_2 = n_0 \sin r_3$$

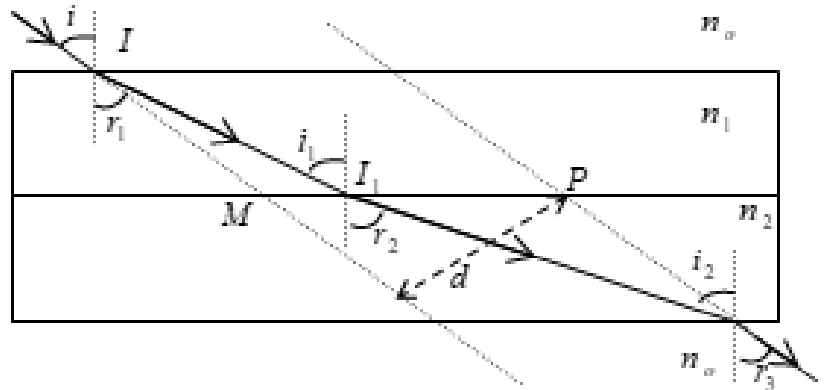
$$\Rightarrow n_0 \sin i = n_0 \sin r_3$$

$\Rightarrow r_3 = i$ như vậy ta có tia ló song song với tia tới

$$\text{Ta có } MI_1 = e(\tan r_1 - \tan i) = 5,69 \text{ mm};$$

$$I_1P = e(\tan i_2 - \tan i) = 15,13 \text{ mm}$$

$$\text{Khoảng cách cần tính } d = (MI_1 + I_1P) \cos i = 10,41 \text{ mm}.$$



b. Tương tự câu a ta có

$$n_0 \sin i = n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = \dots = n_k \sin i_k.$$

$$\Rightarrow \sin i_k = n_0 \sin i / n_k$$

Để tia sáng không ló ra khỏi mặt dưới của tấm vật liệu thì tia sáng thứ k phải phản xạ toàn phần trên mặt phân cách giữa lớp k và lớp k + 1

$$\text{Lúc đó ta có góc giới hạn phản xạ toàn phần là } \sin i_{gh} = n_{k+1} / n_k$$

$$\text{Để tia sáng phản xạ ở mặt này thì } \sin i_k > \sin i_{gh} \Rightarrow n_0 \sin i > n_{k+1}$$

$$\Rightarrow n_0 \sin i > n_0 - (k+1)/20$$

$$\Rightarrow k+1 > n_0(1 - \sin i) \cdot 20 = 4,02$$

Như vậy để không có tia sáng ló ra mặt dưới thì $N \geq k+1$ hay $N \geq 5$

Bài 1 Lấy đỉnh O của trục đối xứng trên mặt

W làm gốc tọa độ, trục đối xứng của mặt

làm trục hoành Ox, trục Oy vuông góc với

Ox trong mặt phẳng kinh tuyến của W.

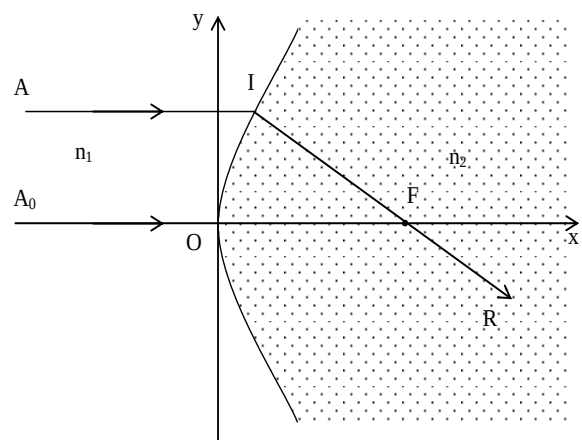
Trong chùm tia sáng song song ta hai tia sáng:

4.

- Tia A_0O đi dọc theo trục đối xứng của W

truyền qua W vào môi trường có chiết suất

n_2 , không bị lệch. - Tia AI bất kì song song



với A_0O , tới điểm tới $I(x,y)$ trên mặt W ,

khúc xạ theo IR cắt Ox tại F , với $OF = f$.

Quang trình (OF) của tia thứ nhất là: $(OF) = n_2 f$

Quang trình (HIF) của tia thứ 2 là:

$$(HIF) = n_1 HI + n_2 IF = n_1 x + n_2 \sqrt{(f-x)^2 + y^2}$$

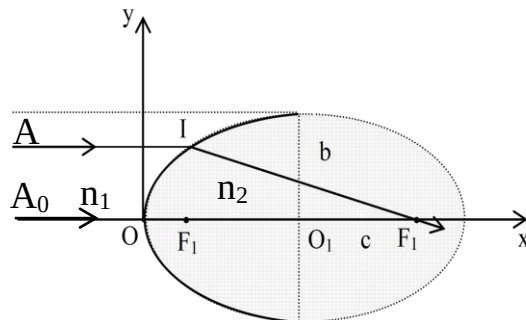
Quang trình của hai tia này phải bằng nhau với mọi (x,y) trên W , ta có:

$$n_2 f = n_1 x + n_2 \sqrt{(f-x)^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow (n_2^2 - n_1^2)x^2 - 2n_2 f(n_2 - n_1)x + n_2^2 y^2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\left(x - \frac{n_2 f}{n_2 + n_1}\right)^2}{\left(\frac{n_2 f}{n_2 + n_1}\right)^2} + \frac{y^2}{f^2 \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}} = 1 \quad (**)$$

1. Nếu $n_2 > n_1$, thì phương trình (**) có dạng với mặt phân cách hai môi trường là mặt lồi. với các bán trục là:

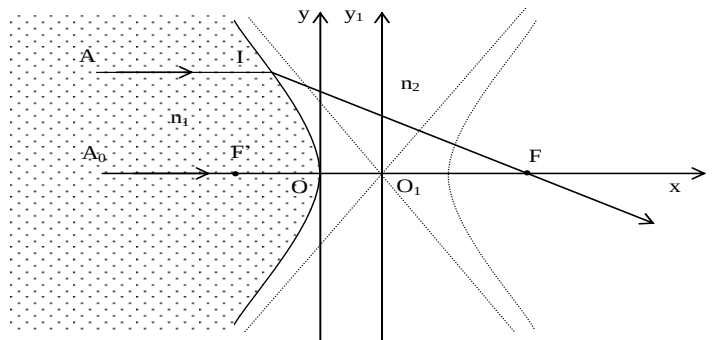


$$a = \frac{n_2 f}{n_2 + n_1}; \quad b = f \sqrt{\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}}; \quad \text{nửa tiêu cự } c = \sqrt{a^2 - b^2}; \quad \text{tâm sai: } e = \frac{c}{a}$$

2. Nếu $n_2 < n_1$ thì phương trình (4) có dạng hypebol với mặt phân cách hai môi trường là mặt lõm, có các bán trục:

$$a = \frac{n_2 f}{n_2 + n_1};$$

$$b = f \sqrt{\frac{n_1 - n_2}{n_2 + n_1}}$$



Bài 15. a) Theo đề bài ta có: $i - r = \alpha$ (1)

Từ định luật khúc xạ ánh sáng:

$$\sin i = n \sin r \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\sin(r + \alpha) = n \sin r = (1 + \vartheta) \sin r$$

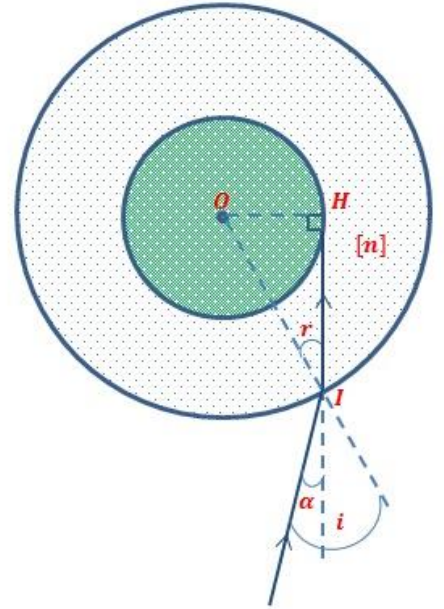
$$\sin r \cdot \cos \alpha + \cos r \cdot \sin \alpha = (1 + \vartheta) \sin r$$

$$r = \arctan \left(\frac{\sin \alpha}{1 + \vartheta - \cos \alpha} \right) \approx 86,630^\circ$$

Xét $\triangle OHI$: $(R + h) \sin r = R$

$$\rightarrow h = \frac{R}{\sin r} - R \approx 11,098 \text{ km}$$

b) Như ta đã biết, bề dày của khí quyển dao động trong khoảng từ 80 → 100 km, trong đó tầng điện li đã chiếm cỡ hơn 60 km còn tầng đối lưu chỉ có bề dày xấp xỉ 10 km. Do sự khúc xạ của ánh sáng trong khí quyển chỉ phụ thuộc chủ yếu vào tính chất của tầng đối lưu, nên kết quả của mô hình khá phù hợp với thực tế.



Bài 16.

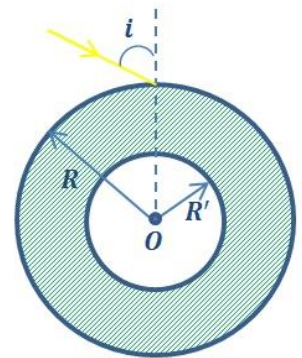
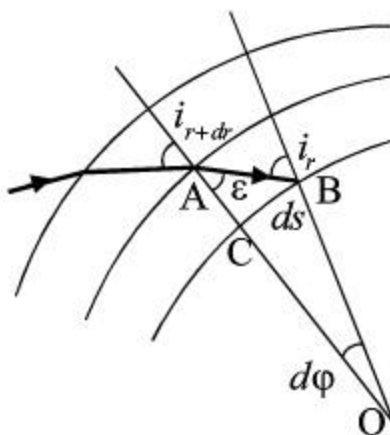
a) Xét sự khúc xạ tại một lớp cầu mỏng.

Định lý hàm sin trong tam giác OAB cho ta:

$$\frac{\sin B}{\sin A} = \frac{OA}{OB} \rightarrow \frac{\sin i_r}{\sin \varepsilon} = \frac{r + dr}{r}$$

Lại có: Áp dụng định luật khúc xạ ánh sáng:

$$n_{r+dr} \cdot \sin i_{r+dr} = n_r \cdot \sin \varepsilon$$



Từ đó suy ra:

$$(r + dr) \cdot n_{r+dr} \cdot \sin i_{r+dr} = r \cdot n_r \cdot \sin i_r = \text{const}$$

Hằng số được xác định từ điều kiện biên:

$$r \cdot n_r \cdot \sin i_r = R \cdot \sin i$$

b) Thay biểu thức của n_r vào công thức vừa chứng minh ở câu a) ta được:

$$\sqrt{8r^2 + R^2} \cdot \sin i_r = 2R \cdot \sin i$$

Vậy tia sáng càng đi vào sâu bên trong khối thủy tinh thì góc i_r càng rộng ra. Điều kiện để tia sáng tiếp xúc được với mặt trong của khối là: Tại $r = R/2$ thì $i_r = 90^\circ$.

Suy ra:

$$\sqrt{8\left(\frac{R}{2}\right)^2 + R^2} \cdot \sin 90^\circ = 2R \cdot \sin i \rightarrow \sin i = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow i = 60^\circ$$

Vậy với $i \leq 60^\circ$ thì tia sáng tới được mặt trong của khối.

c) Với điều kiện ở câu b) được thỏa mãn thì khi:

$$r = \frac{R}{2} \rightarrow \begin{cases} n_{R/2} = \sqrt{3} \\ \sin i_r = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sin i \end{cases}$$

Để tia sáng có thể đâm xuyên vào tiếp thì tại đây không được xảy ra hiện tượng phản xạ toàn phần cho nên:

$$\sin i_r < \frac{1}{n_{R/2}}$$

Vậy $i < 30^\circ$ thì tia sáng lọt được vào trong hốc trụ không khí.

d) Đặt:

$$u = \frac{R}{2\sqrt{2} \cdot r}$$

Khi đó có thể viết lại:

$$\sqrt{1 + u^2} \cdot \sin i_r = 2u \cdot \sin i \rightarrow \sin i_r = \frac{2u \cdot \sin i}{\sqrt{1 + u^2}}$$

Ta dễ dàng tính được:

$$-\frac{dr}{r} = \frac{du}{u} \quad (dr < 0)$$

$$\tan i_r = \frac{2u \cdot \sin i}{\sqrt{1 + u^2(1 - 4\sin^2 i)}}$$

Mặt khác: Xét tam giác vuông ABC:

$$d\varphi = \frac{ds}{r} = -\frac{dr \cdot \tan i_r}{r}$$

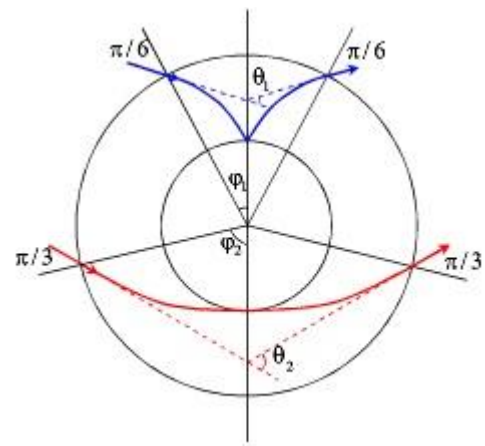
Vậy:

$$d\varphi = \frac{2 \cdot \sin i \cdot du}{\sqrt{1 + u^2(1 - 4\sin^2 i)}}$$

Với $i = 30^\circ$ thì:

$$\varphi_1 = \int_{\frac{1}{2\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} du = \frac{1}{2\sqrt{2}} \rightarrow \theta_1 = \pi - 2\left(\varphi_1 + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{2\pi}{3} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Với $i = 60^\circ$ thì:



$$\varphi_2 = \int_{\frac{1}{2\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{\sqrt{3} \cdot du}{\sqrt{1-2u^2}} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \rightarrow \theta_2 = \pi - 2\left(\pi - \varphi_2 - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{\sqrt{6}} - \frac{\pi}{3}$$

Bài 17. a. Chia khối trụ thành những lớp trụ rất mỏng sao cho chiết suất ở trong mỗi lớp mỏng là không đổi và được biểu diễn như hình vẽ 12.

Áp dụng định luật khúc xạ ánh sáng tại I : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r_1$ (1)

Áp dụng định lí hàm số sin cho tam giác OIJ ta có $\frac{r_2}{\sin r_1} = \frac{r_1}{\sin i_2}$

(2)

Từ (1) và (2) suy ra được : $n_1 r_1 \sin i_1 = n_2 r_2 \sin i_2 = n_{(r)} r \sin i_{(r)} = \text{const}$

(3)

b. – Tính góc tới i_A để tia sáng tới được mặt trong của hình trụ : Từ (3), tia sáng càng vào trong khối trụ rỗng thì $n_{(r)} r$ càng giảm nên góc tới $i_{(r)}$ càng tăng. Để tia sáng tới được thành trong của khối trụ rỗng thì góc tới $i_{(r)}$ ngay tại thành trong của khối trụ rỗng phải thỏa :

$$i_{(r)} \leq 90^\circ \Rightarrow \sin i_{(r)} \leq 1 \quad (4)$$

Áp dụng (3) cho điểm A và một điểm trên thành trong của khối trụ, ta có :

$$n_A r_A \sin i_A = n_{(r)} r \sin i_{(r)} \Leftrightarrow 3\sqrt{3}R \sin i_A = 2\sqrt{2}R \sin i_{(r)} \quad (5)$$

Từ (4) và (5), suy ra được : $\sin i_A \leq \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \Rightarrow i_A \leq 33^\circ$.

– Tính góc tới i_A để tia sáng tới đi vào phần rỗng của khối trụ : Để tia sáng đi vào trong phần rỗng của khối trụ thì phải thỏa mãn điều kiện không xảy ra phản xạ toàn phần tại thành trong của khối trụ, ta có :

$$\sin i_{(r)} \leq \sin i_{(r)\text{gh}} \quad (6)$$

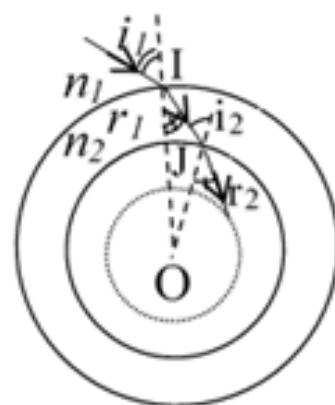
Từ (5) và (6), rút được : $\frac{n_A r_A \sin i_A}{n_{(r)} r} \leq \frac{1}{n_{(r)}} \quad (7)$

Thay $r = 2R$; $n_{(r)} = \sqrt{2}$ vào (7) thu được : $i_A \leq 22,6^\circ$.

c. Khoảng cách nhỏ nhất từ trục của hình trụ đến tia sáng khi góc tới $i_{(r)} = 90^\circ$.

Từ (3), ta có : $n_A r_A \sin i_A = n_{(r_{\min})} r_{\min} \Rightarrow r_{\min} = \sqrt{\frac{81}{4}} R \approx 2,73R$.

Vậy khoảng cách nhỏ nhất từ trục hình trụ đến tia sáng là $r_{\min} \approx 2,73R$; ($2R \leq r_{\min} \leq 3R$)



Bài 18. Chia môi trường thành các lớp cầu đồng tâm, có độ dày rất nhỏ để có thể xem môi trường trong từng lớp là đồng nhất có cùng chiết suất. Xét hai lớp kề nhau bất kỳ có chiết suất n_1 và n_2 như trên hình vẽ. Theo định luật Snell ta có

$$n_1 \sin \beta = n_2 \sin \gamma \quad (1)$$

Mặt khác ta cũng có $\frac{R_1}{\sin \beta} = \frac{R_2}{\sin \alpha}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $n_1 R_1 \sin \alpha = n_2 R_2 \sin \gamma$ (3)

Tổng quát, dọc theo đường đi của tia laser ta có $rn(r) \sin \varphi(r) = \text{const} = \dots = r_1 n_1 \sin \varphi_1$ (4)

Trong đó $\varphi(r)$ là góc giữa tia laser và phương bán kính tại điểm tới trên mặt cầu bán kính r .

Mặt khác giả thiết cho $n(r) = \begin{cases} n_0 \frac{r}{r_0} & \text{khi } r \geq r_0 \\ n_0 & \text{khi } r < r_0 \end{cases}$ (5)

Thay (5) vào (4) ta được

$$n_0 \frac{r^2}{r_0} \sin \varphi(r) = n_0 \frac{r_1^2}{r_0} \sin \varphi_1 \quad \text{khi } r \geq r_0 \quad (6)$$

$$\text{và } n_0 r \sin \varphi(r) = n_0 \frac{r_1^2}{r_0} \sin \varphi_1 \quad \text{khi } r < r_0 \quad (7)$$

Tại khoảng cách cực tiểu $r = r_{\min}$

$$\text{ta có } d(r^2) = d(\vec{r})^2 = 0 \rightarrow \vec{r} d\vec{r} = 0 \quad (8)$$

Điều này có nghĩa hướng truyền của tia laser tại đó vuông góc với phương bán kính, tức là $\varphi(r_{\min}) = 90^\circ$

Do đó (6) và (7) viết lại

$$n_0 \frac{r_{\min}^2}{r_0} = n_0 \frac{r_1^2}{r_0} \sin \varphi_1 \quad \text{khi } r_{\min} \geq r_0 \quad (6')$$

$$\text{Và } n_0 r_{\min} = n_0 \frac{r_1^2}{r_0} \sin \varphi_1 \quad \text{khi } r_{\min} < r_0 \quad (7')$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} r_{\min} = r_1 \sqrt{\sin \varphi_1} & \text{khi } r_{\min} \geq r_0 \\ r_{\min} = \frac{r_1^2}{r_0} \sin \varphi_1 & \text{khi } r_{\min} < r_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} r_{\min} = r_1 \sqrt{\sin \varphi_1} & \text{khi } r_1 \sqrt{\sin \varphi_1} \geq r_0 \\ r_{\min} = \frac{r_1^2}{r_0} \sin \varphi_1 & \text{khi } \frac{r_1^2}{r_0} \sin \varphi_1 < r_0 \end{cases}$$

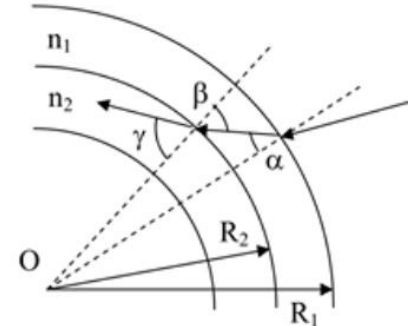
$$\rightarrow \begin{cases} r_{\min} = r_1 \sqrt{\sin \varphi_1} & \text{khi } \sin \varphi_1 \geq \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 \quad (8) \\ r_{\min} = \frac{r_1^2}{r_0} \sin \varphi_1 & \text{khi } \sin \varphi_1 < \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 \quad (9) \end{cases}$$

Từ (9), nếu $r_1 \sqrt{\sin \varphi_1} < r_0$, tức là $\sin \varphi_1 < \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2$ thì góc $\varphi(r_0)$ giữa hướng truyền của tia laser với phương bán kính bán kính tại khoảng cách r_0 nhỏ hơn 90° . Tia laser sẽ đi thẳng trong miền $r < r_0$.

Áp dụng tính khoảng cách nhỏ nhất đó với $r_0 = 30\text{cm}$, $r_1 = 40\text{cm}$, $\varphi_1 = 30^\circ$

$$\text{Khi đó } \sin \varphi_1 = \frac{1}{2} < \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 = \frac{9}{16} \quad (10)$$

Do đó $r_{\min}$ được xác định bằng biểu thức (9):



$$\rightarrow r_{\min} = \frac{r_1^2}{r_0} \sin \varphi_1 = \frac{40^2}{30} \cdot \frac{1}{2} \approx 26,67 \text{ cm} \quad (11)$$

Bài 19. Xét lớp khí quyển trên bề mặt hành tinh có độ cao dh (Hình 13). Để chùm tia sáng có thể đi dọc theo bề mặt vòng quanh hành tinh thì tại I, J... chùm tia khúc xạ phải đi theo phương ngang, tức là chùm tia khúc xạ vuông góc với các bán kính OI, OJ... Áp dụng công thức : $n_{(r)} r \sin i_{(r)} = \text{const}$ cho hai điểm I, J ta có :

$$nR \sin i_1 = (n+dn)(R+dh) \sin i_2$$

Vì $\sin i_1 = \sin i_2$ nên suy ra được :

$$nR = (n+dn)(R+dh) \quad (1)$$

Triển khai biểu thức (1), lấy các số hạng bậc nhất theo h , ta

có :

$$R = -\frac{n}{\frac{dn}{dh}} \quad (2)$$

Vì $n_{(p)} = 1 + \varepsilon \rho$, nên $\frac{dn}{dh} = \frac{\varepsilon d\rho}{dh}$ và do đó : $R = -\frac{n}{\frac{\varepsilon d\rho}{dh}}$

(3)

Như vậy, ta cần phải xác định $\frac{d\rho}{dh}$. Ta cần phải có ba dữ liệu :

a. Đối với khí quyển trên bề mặt hành tinh, ta có :

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{\rho}{\mu} RT \quad (4)$$

Thành phần khí quyển ở trên bề mặt hành tinh cũng giống trái đất, nhiệt độ bầu khí quyển không phụ thuộc vào độ cao nên hằng số khí R cũng không phụ thuộc vào độ cao.

Từ (4) suy ra được : $\frac{p}{p_E} = \frac{\rho}{\rho_E} \Rightarrow \rho = \rho_E \frac{p}{p_E} \quad (5)$

Do đó : $\frac{d\rho}{dh} = \frac{\rho_E}{p_E} \cdot \frac{dp}{dh} \quad (6)$

b. Nếu xét một cột không khí nhỏ có độ cao dh và đáy có diện tích S thì độ giảm áp suất của cột khí được xác định : $-S \frac{dp}{dh} = \frac{d}{dh} (\rho V g) = \rho S g \quad (7)$

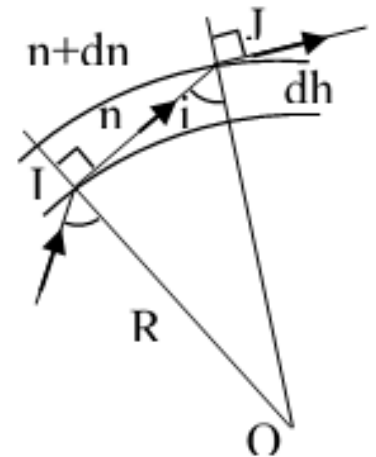
Từ (7) suy ra được : $\frac{dp}{dh} = -g\rho. \quad (8)$

c. Từ $g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow g = g_E \frac{R_E^2}{R^2} \frac{M}{M_E} \quad (9)$

Vì khối lượng riêng của hành tinh giống khối lượng riêng của trái đất nên ta có :

$$\frac{M}{M_E} = \frac{R^3}{R_E^3} \quad (10)$$

Kết hợp (9) và (10) suy ra được : $g = \frac{g_E}{R_E} \cdot R \quad (11)$



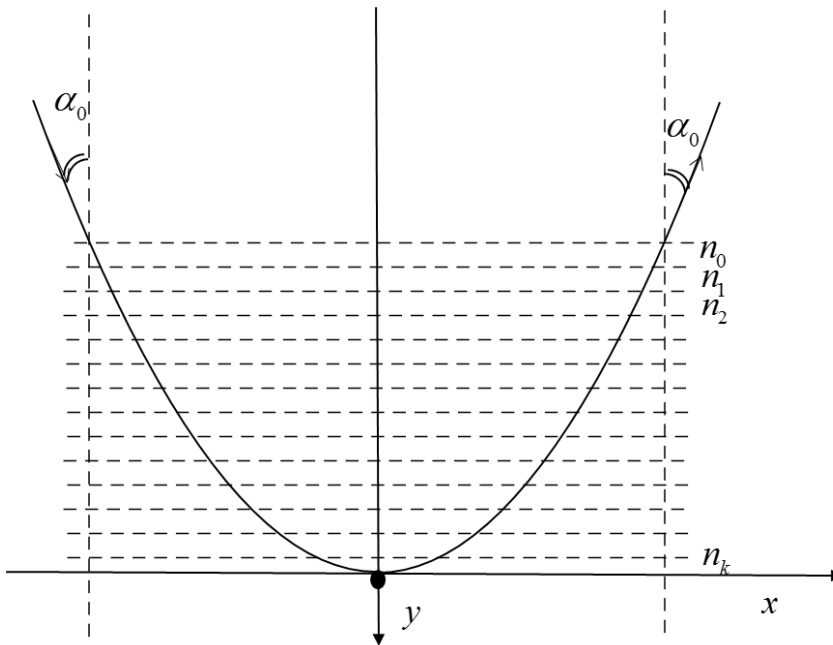
Hình 13

Thay (8) và (11) vào (6) ta thu được : $\frac{d\rho}{dh} = -\rho R \left(\frac{\rho_E}{p_E} \right) \left(\frac{g_E}{R_E} \right)$ (12)

Thay (12) vào (3) ta tìm được : $R = \frac{n R_E p_E}{\varepsilon g_E \rho_E \rho R}$ (13)

Với $n_{(\rho)} = 1 + \varepsilon \rho$, $\rho = \rho_E$ kết hợp (13) ta thu được : $R = \sqrt{\frac{(1 + \varepsilon \rho_E) R_E p_E}{\varepsilon g_E \rho_E^2}}$.

Bài 20. Chia môi trường thành những lớp nằm ngang mỏng sát nhau có chiết suất hầu như không đổi trong lớp đó. Theo định luật khúc xạ ánh sáng, tia sáng mỗi khi đi qua mỗi lớp lại bị lệch đi với góc khúc xạ lớn hơn góc tới vì chiết suất giảm. Góc ló của tia sáng ra khỏi lớp này là góc tới của tia sáng đối với lớp kế tiếp.



Hình 7

Đến lúc nào đó góc tới bằng góc giới hạn sẽ có phản xạ toàn phần.

Ta có: $\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_1} = \frac{n_1}{n_0}$; $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$; $\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_3} = \frac{n_3}{n_2}$; ...

Tại lớp thứ K ta có: $\frac{\sin \alpha_{K-1}}{\sin \alpha_K} = \frac{n_K}{n_{K-1}}$.

Nhân các vế đẳng thức trên với nhau ta có:

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_1} \cdot \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \cdot \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_3} \dots \frac{\sin \alpha_{K-1}}{\sin \alpha_K} = \frac{n_1}{n_0} \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{n_3}{n_2} \dots \frac{n_K}{n_{K-1}}$$

Hay $\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_K} = \frac{n_K}{n_0} \Rightarrow n_0 \sin \alpha_0 = n_K \sin \alpha_K.$

Tại lớp thứ K có phản xạ toàn phần thì

$$\sin \alpha_K = 1 \Rightarrow n_0 \sin \alpha_0 = n_K.$$

Quỹ đạo của tia sáng trong môi trường là đường parabol có dạng như hình ... vì chiết suất giảm theo độ cao. Đỉnh của parabol là điểm phản xạ toàn phần. Do tính đối xứng của tia sáng sau khi ra khỏi môi trường thì góc ló cũng bằng α_0 .

Bài 21. a) Chia bản mỏng thành nhiều lớp mỏng sao cho chiết suất của mỗi lớp coi như không đổi: $n_1, n_2, \dots, n_k$

Ta có: $n_A \sin \alpha = n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 = n_k \sin \alpha_k = n_B \sin \beta$ (1)

b) Lớp không khí càng gần mặt đường càng nóng, chiết suất giảm theo độ cao. Tia sáng đi từ M theo đường cong với góc khúc xạ tăng dần, tới P thì góc ấy bằng 90° có sự phản xạ toàn phần nên tia sáng đi cong lên và lọt vào mắt. Mắt nhìn thấy ảnh M' theo phương cuối cùng của tia sáng tới mắt, ảnh lộn ngược nên ảnh ảo có nước.

c) Ta có $pV = \frac{m}{\mu} RT \Leftrightarrow p\mu = \rho RT \Leftrightarrow \rho \sim \frac{1}{T}$

Khối lượng riêng của chất khí ở áp suất không đổi tỉ lệ nghịch với T (nhiệt độ tuyệt đối)

Theo giả thiết $\rho \sim n - 1 \Leftrightarrow n - 1 = k' \rho \Leftrightarrow n = 1 + \frac{k}{T}$

Xác định k : tại $t = 15^\circ\text{C}$ (288K) thì

$$n = 1,000276 = 1 + \frac{k}{288} \Leftrightarrow k = 0,079488$$

$$n = 1 + \frac{0,079488}{T} \quad (2)$$

Theo (1), tia sáng có phản xạ toàn phần tại P khi $\alpha = 90^\circ$ nên:

$$n_P = n(T_1) \sin \beta \quad (3)$$

Với $T_1 = 303\text{K}$ là nhiệt độ không khí ở H có độ cao lớn hơn 1m còn n_P là chiết suất không khí ở sát mặt đường có nhiệt độ T cần xác định $n_P = n(T)$

$$\sin^2 \beta = \frac{l^2}{l^2 + h^2} = \frac{1}{1 + (h/l)^2} \approx 1 - \frac{h^2}{l^2}$$

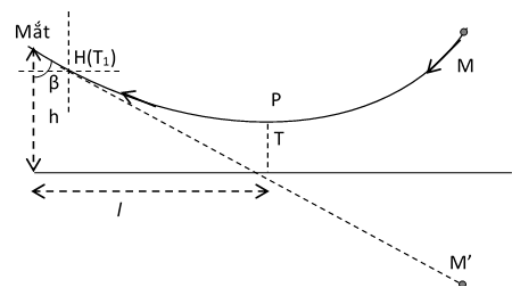
$$h = 1,6\text{m}$$

$$l = 250\text{m} \text{ suy ra } \sin \beta \approx 0,99998$$

mà ta có $n_P = n(T_1) = n(303) = 1,000262$

thay vào (3) ta được

$$n_P = 1,000262 \cdot 0,99998 = 1,000242$$



thay vào (2) ta được : $T = 328K = 55^{\circ}C$

Bài 22. 1/ Không khí bên trên mặt đường dưới tác dụng của ánh nắng Mặt trời bị nóng lên, càng lớp phía dưới nhiệt độ càng tăng, tức chiết suất càng giảm. Các tia sáng từ Mặt trời qua các đám mây chứa các giọt nước, từ lớp nóng náo đó thỏa mãn điều kiện phản xạ toàn phần và đi tới mắt người qua sát làm cho có cảm giác mặt đường bị ướt.

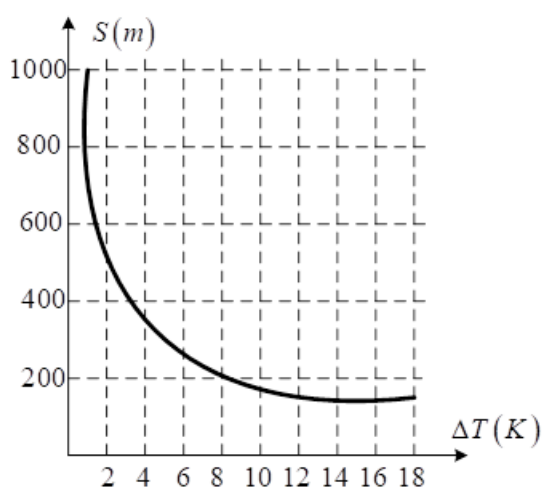
Chia không khí thành các lớp đủ mỏng, áp dụng định luật khúc xạ và phản xạ toàn phần ta tìm được $n(T_0)c\alpha = n(T)$

Từ hình vẽ ta có: $\cos \alpha = \frac{s}{\sqrt{s^2 + h^2}} \approx 1 - \frac{h^2}{2s^2}$

Mặt khác:
$$\frac{n(T)}{n(T_0)} = \frac{n(T_0 + \Delta T)}{n(T_0)} = \frac{1 + \frac{a}{T_0 + \Delta T}}{1 + \frac{a}{T_0}} \approx 1 - \frac{a\Delta T}{T_0(T_0 + \Delta T)}$$

$$\Rightarrow s = h \sqrt{\frac{T_0(T_0 + \Delta T)}{2a\Delta T}}$$

Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc $s=s(\Delta T)$ như hình vẽ.



2/ Dễ dàng tính được $b=2f=40cm$

3/ Nguồn sáng S dường như được kéo lại gần thấu kính hơn một đoạn $l(1 - 1/n) \approx 6,7cm$

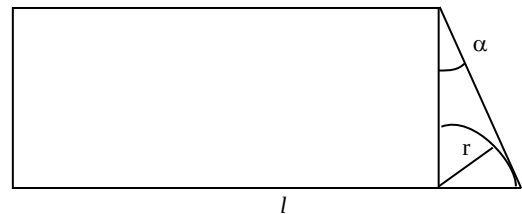
Dùng công thức thấu kính ta tìm được $b'=50cm$.

4/ Để tính toán khúc xạ trong trường hợp này ta sử dụng nguyên lý Huyghen. Ở gần bề mặt trên của khối thủy tinh thì sóng ánh sáng đạt đến điểm ngoài cùng sau thời gian

$$t_1 = \frac{n_1 \cdot l}{c} = \frac{(n_0 + \delta n)l}{c}$$

Còn ở gần mặt biên dưới thì sau thời gian $t_0 = \frac{n_0 l}{c}$

Sau hiệu thời gian đó ở phía sau của mặt sau thì ánh sáng ở điểm thấp nhất đi được một quãng đường $r = c(t_1 - t_0) = l\delta n$. Do đó mặt sóng (và các tia vuông góc với nó) sẽ quay một góc nhỏ $\alpha \approx \frac{l\delta n}{d} \approx 1,0 \cdot 10^{-3}$ vì vậy ảnh trên màn sẽ dịch lên phía trên một đoạn $\delta z = \alpha f = 2,0 \cdot 10^{-2}$ cm.



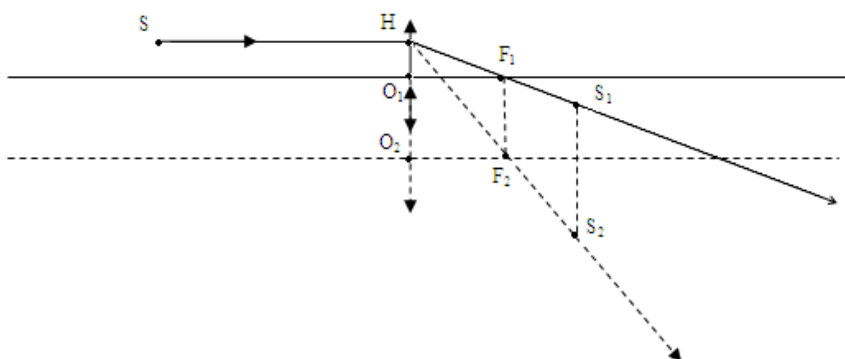
CHƯƠNG X. THẤU KÍNH

X.1. THẤU KÍNH

Bài 1. Xét trường hợp thấu kính là thấu kính hội tụ:

Hầu như mọi HS đều bắt đầu việc giải bằng cách vẽ tia tới song song với trục chính, và vẽ tia ló tương ứng qua tiêu điểm giả định. Dĩ nhiên, đây là một trong cách tiếp cận tốt bài toán. Nhưng phần đa HS sẽ trong việc sử lý tiếp theo. Chỉ một số ít đi đến kết quả cuối cùng sau nhiều phép biến đổi.

Cách 1: Bây giờ ta làm theo cách vẽ tia sáng song song với trục chính (Hình 1):



Hình 1

Do điểm nguồn không dịch chuyển, còn thấu kính dịch chuyển theo phương vuông góc, tức là trục chính của thấu kính tịnh tiến, nên chỉ cần một tia song song duy nhất với trục chính của thấu kính, nhưng có hai tia ló tương ứng, đồng thời tiêu điểm chính và ảnh đều dịch theo phương vuông góc với trục chính.

***/ Xét trường hợp ảnh thật:**

Ta có cặp tam giác đồng dạng F_1F_2H và S_1S_2H , có đỉnh chung tại H, và hai đáy song song là các đoạn $O_1O_2 = F_1F_2 = a = 3 \text{ cm}$; $S_1S_2 = a' = 4,5 \text{ cm}$.

- Tìm được: khoảng cách ảnh $d' = 1,5f$.

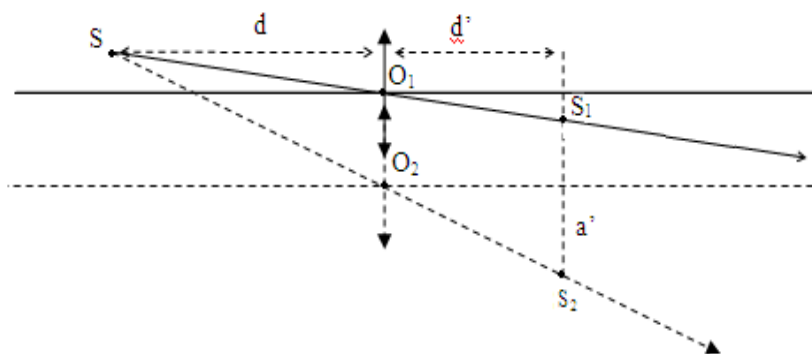
- Áp dụng công thức thấu kính: $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$, suy ra: $d = 3f$.

Vậy: $f = 34 \text{ cm}$

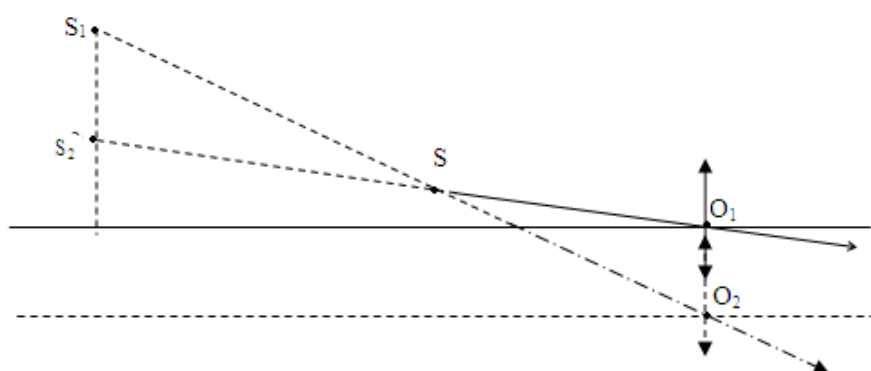
***/ Xét trường hợp là ảnh là ảnh ảo:**

Thì bằng cách làm tương tự, suy ra: $f = 20 \text{ cm}$.

Cách 2: Thật ra cách làm hiệu quả nhất trong trường hợp này là tận dụng đặc tính của tia qua quang tâm thấu kính (hình 1.1 và hình 1.2).



Hình 1.1



Hình 1.2

Đó là, do tia qua quang tâm thấu kính truyền thẳng, nên ba điểm: Vật S, ảnh S', và quang tâm Oluoon nằm thẳng hàng. Khi dịch thấu kính thì đường thẳng đó dịch đi và quay quanh điểm vật, ta sẽ thu được một cặp tam giác O_1SO_2 và S_1SS_2 đồng dạng, có đỉnh S chung và hai đáy $O_1O_2 = a = 3 \text{ cm}$ và $S_1S_2 = a' = 4,5 \text{ cm}$.

- **Nhận xét:** do đáy gấp rưỡi nhau ($a' = 1,5a$) nên chiều cao hai tam giác cũng gấp rưỡi nhau: $d + d' = 1,5d$.

Suy ra: Nếu cho ảnh thật thì $d' = 6 \text{ cm}$; $f = 4 \text{ cm}$

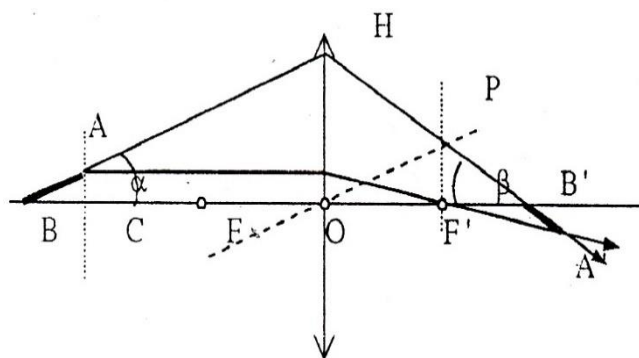
Nếu cho ảnh ảo thì $d' = -30 \text{ cm}$; $f = 20 \text{ cm}$.

Xét trường hợp thấu kính là thấu kính phân kỳ:

Để xét trường hợp thấu kính là phân kỳ, ta lợi dụng thêm đặc điểm tạo ảnh của nó. Vật thật có ảnh ảo nằm giữa thấu kính và nguồn, do đó khi vẽ tia sáng qua quang tâm ta thấy ngay rằng độ dịch chuyển của ảnh không thể vượt quá độ dịch chuyển ngang của thấu kính.

Bài 2. Xem rằng thấu kính thỏa mãn điều kiện tương điểm. Khi đó một tia sáng đi dọc vật từ A đến B, đến thấu kính (tia BAH trên hình 6.2) là chung cho mọi điểm vật. Do đó mọi điểm ảnh phải nằm trên tia ló tương ứng với tia tới này

Nói cách khác, khi thỏa mãn điều kiện tương điểm thì *ảnh của đoạn thẳng cũng là một đoạn thẳng*. Để tìm đường đi của tia ló ứng với tia tới kể trên có thể có vài cách. Tuy nhiên, cách tổng quát cho mọi bài toán loại này là kẻ trục phụ song song với tia BAH. Giao điểm của nó với mặt phẳng tiêu kẻ từ F' cho tiêu điểm phụ F₁'. Nối H với P ta được tia ló cần tìm. Giao của tia ló với trục chính chính là ảnh B' của đầu vật B. Ảnh A' của vật A tìm được bằng cách vẽ tia ló liên hợp với tia tới song song kẻ từ A.



Góc nghiêng β của ảnh xác định theo biểu thức:

$$\tan \beta = \frac{OH}{OB'} \quad (1)$$

Trong đó OB' được xác định theo công thức cơ bản cho thấu kính:

$$OB' = \frac{OB \cdot f}{OB - f} = \frac{2,5 \cdot f}{1,5 \cdot f - f} = \frac{5}{3} f$$

Thay vào (1), và chú ý rằng: $\tan \alpha = \frac{OH}{OB} = \frac{OH}{2,5f}$, ta được: $\tan \beta = \frac{3}{2} \cdot \tan \alpha$

Bài 3. Gọi chiết suất của đĩa là n và sự phân bố theo bán kính của chiết suất của đĩa lần tạp chất là $n(r)$; $n(0) = n_0$. Xét các sóng phẳng tới đĩa (thấu kính có bề dày không đổi), sóng phẳng khúc xạ hội tụ tại tiêu điểm F. Xét điều kiện tương điểm ta có:

$$n(0) \cdot d + f = n(r) \cdot d + \sqrt{f^2 + r^2} \rightarrow n(r) = n_0 - \frac{\sqrt{f^2 + r^2} - f}{d}$$

Theo bài thấu kính mỏng ($d \ll a$): $f \ll r$ theo công thức gần đúng

$$\sqrt{f^2 + r^2} \approx f \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \frac{r^2}{f^2} \right) \Rightarrow n(r) = n_0 - \frac{r^2}{2df}$$

Bài 4.

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

1. + Sơ đồ tạo ảnh $AB \xrightarrow{BMSS} A_1B_1 \xrightarrow{TK HT} A_2B_2$

+ Vì $\Delta d = x \frac{n-1}{n} = \text{const}$ nên $l = \Delta d + d_2 + d_2'$ bé nhất

thì $d_2 + d_2'$ bé nhất khi $d_2 = d_2' = 2f$

$$\Rightarrow d_2 + d_2' = l - \Delta d = 2d_2 \Rightarrow d_2 = \frac{l - \Delta d}{2} \quad (1)$$

mà $d_2 = a - \Delta d + x$ thay (1) vào ta có

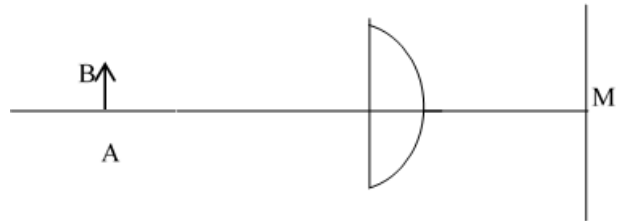
$$\frac{l - \Delta d}{2} = a - \Delta d + x \quad (2)$$

+ Thay số $x = 3 \text{ cm}$ và $\Delta d = 1 \text{ cm}$.

Ta có $d_2 = 16 \text{ cm}$.

$$f = \frac{d_2}{2} = 8 \text{ cm}$$

$$+ \frac{1}{f} = (n-1) \frac{1}{R} \Rightarrow R = f(n-1) = 4 \text{ cm}$$



2. + Hệ thấu kính mỏng và gương cầu tương đương với gương cầu tương đương có độ tụ: $D_{GCTĐ} = 2D_{TK} + D_{GC}$

$$\frac{1}{f_{GCTĐ}} = \frac{2}{f_{TK}} + \frac{2}{R} = \frac{2}{8} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow f_{GCTĐ} = \frac{4}{3} \text{ cm}$$

+ Sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow{BMSS} A_1B_1 \xrightarrow{GCTĐ} A_2B_2 \xrightarrow{BMSS} A_3B_3$$

+ $\Delta d = 1 \text{ cm}$

AB cách $GCTĐ$ $d_2 = a - \Delta d + x = 16 \text{ cm}$

A_1B_1 đóng vai trò vật thật với $GCTĐ$ qua nó cho ảnh A_2B_2

$$d_2' = \frac{d_2 f_{td}}{d_2 - f_{td}} = \frac{16 \cdot \frac{4}{3}}{16 - \frac{4}{3}} = \frac{16}{11} \text{ cm} > 0$$

+ A_2B_2 là ảnh thật đóng vai trò là vật ảo đối với $BMSS$, qua nó cho ảnh A_3B_3 dịch chuyển một đoạn $\Delta d = 1 \text{ cm}$ theo chiều truyền ánh sáng, nghĩa là A_3B_3 cách gương

cầu một đoạn $d_3' = d_2' + \Delta d = \frac{16}{11} + 1 = \frac{27}{11} \text{ cm}$

$d_3' > 0$ nên A_3B_3 là ảnh thật cách đỉnh gương một đoạn $d_3' = \frac{27}{11} \text{ cm}$

+ Độ phóng đại do gương cầu tương đương tạo nên $k = -\frac{d_2'}{d_2} = -\frac{1}{16} < 0$

Ảnh A_3B_3 là ảnh thật ngược chiều với vật có số phóng đại của hệ là $k = -\frac{1}{16}$

Bài 5. Chia thấu kính bán cầu thành một hệ ghép sát của một bản mặt song song có bề dày R và một thấu kính mỏng phẳng - lồi có bán kính mặt lồi là R .

Sơ đồ tạo ảnh: $S \text{ --(bản song song)--> } S' \text{ --(thấu kính mỏng)--> } S''$

Độ dịch ảnh qua bản mặt song song: $\Delta d = (1 - \frac{1}{n})R$

Khoảng cách từ S' đến thấu kính mỏng: $d = R + R/2 + R - R/n = R \frac{n+2}{2n}$

Công thức thấu kính mỏng: $\frac{1}{f} = (n-1) \frac{1}{R}$

Khoảng cách từ S'' đến thấu kính mỏng:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \frac{1}{R} = \frac{2n}{R(n+2)} + \frac{1}{d'}$$

$$d' = \frac{R(n+2)}{n+2-n^2}$$

Khoảng cách từ S'' đến mặt phẳng thấu kính: $X = -\frac{R(n+2)}{n+2-n^2} + R = \frac{R.n^2}{n^2-n-2} = -18\text{cm}$

Độ lớn $X = 18\text{cm}$

Bài 6. Giả sử tại một thời điểm nào đó, con ruồi nằm ở khoảng cách nhỏ OM kể từ trục chính của thấu kính. Dùng công thức thấu kính, ta có thể tìm khoảng cách từ ảnh M' của nó đến thấu kính:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{f} \Rightarrow d' = \frac{df}{2d-f} = 22 \text{ (cm)}$$

Trong đó: d' là khoảng cách từ ảnh của con ruồi đến thấu kính, còn số 2 trong vế phải của công thức là tính đến đường đi của tia sáng hai lần qua thấu kính.

Từ các tam giác đồng dạng $OO'M$ và $M'CO'$ rút ra được:

$$\frac{d}{d'} = \frac{OM}{M'C}$$

Rõ ràng là:

$$\frac{OM}{M'C} = \frac{v}{u}$$

Trong đó u là vận tốc của ảnh con ruồi. Do đó:

$$u = v \frac{d'}{d} = 0,2 \text{ (cm/s)}$$

Bài 7. + Qua hệ L_1, L_2

$$S \xrightarrow{L_1} S_1 \xrightarrow{L_2} S_2$$

$$d_1 \quad d_1' d_2 \quad d_2'$$

$$d_1 = 20\text{cm}, d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = 20\text{cm}$$

$$d_2 = l - d_1' = 10\text{cm} \quad d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = -20\text{cm}$$

S_2 là ảnh ảo cho vật sáng trên màn

+ S qua L_2 do $D_1 < D_2$

$$S \xrightarrow{L_2} S'$$

$$d \quad d'$$

$$d = 20 + 30 = 50\text{cm}$$

$$d' = \frac{d f_2}{d - f_2} = \frac{100}{3} > 0 \text{ ảnh thật}$$

Nhận xét: đường kính vật sáng trên màn là cực tiểu tại chỗ giao nhau của hai chùm tia (1) và (2)

$$O_2 H = x, HM = D$$

Ta có tam giác $S_2 O_2 I$ đồng dạng với tam giác $S_2 H M$

$$\text{Nên } \frac{O_2 I}{HM} = \frac{S_2 O_2}{S_2 H} = \frac{|d_2'|}{|d_2'| + x}$$

tam giác $O_1 P S_1$ đồng dạng với tam giác $S_1 I O_2$

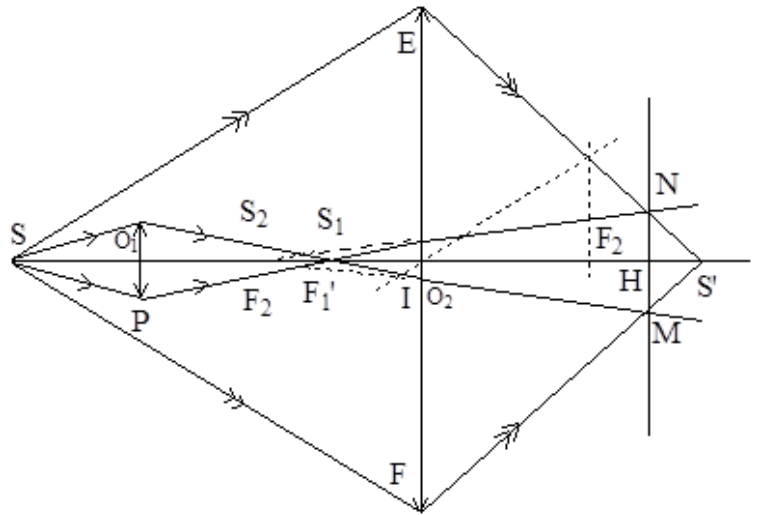
$$\text{nên } \frac{O_2 I}{O_1 P} = \frac{S_1 O_2}{O_1 S_1} = \frac{d_2}{d_1'} = \frac{1}{2} \text{ suy ra } O_2 I = \frac{1}{4} D_1$$

$$HM = D = \frac{1}{4} D_1 \frac{20 + x}{20}$$

$$\text{Tam giác EFS' đồng dạng NMS' : } \frac{D_2}{2D} = \frac{O_2 S'}{HS'} = \frac{d'}{d' - x}$$

$$\text{Suy ra } D = \frac{1}{2} \left(\frac{100}{3} - x \right) \frac{D_2}{100/3} = \frac{20 + x}{80} D_1$$

$$\text{Thay số được } x = \frac{380}{13} \text{cm suy ra } D = \frac{8}{13} \text{cm}$$



Bài 8.a. Ảnh của vật thật qua thấu kính có kính thước bằng vật, suy ra :

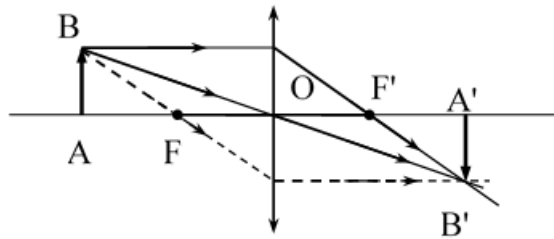
+ Thấu kính là thấu kính hội tụ,

+ Ảnh là ảnh thật ngược chiều với vật: $d' = d$

$$\text{Sơ đồ tạo ảnh: } AB \xrightarrow{L} A'B'$$

$$d \quad d' = d$$

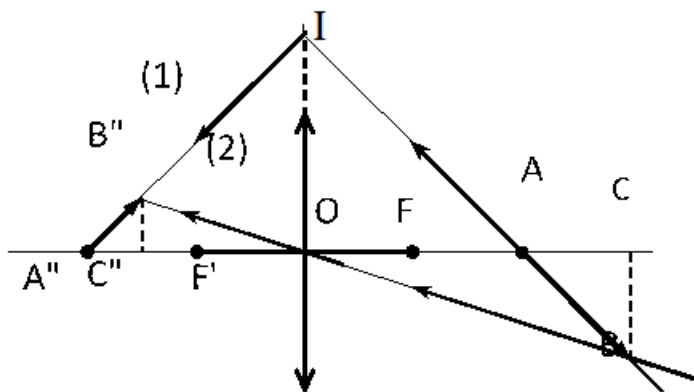
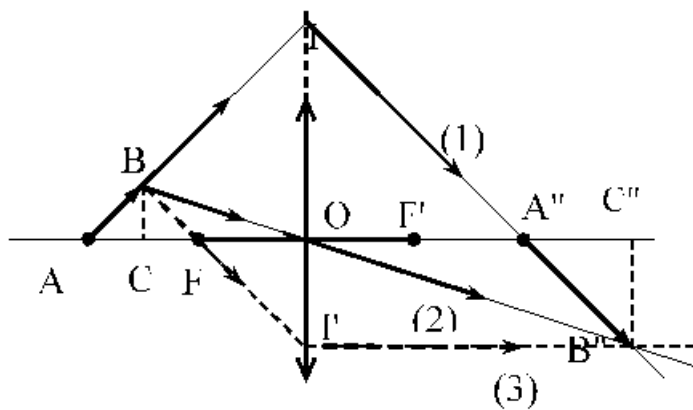
$$\text{Áp dụng công thức thấu kính: } \frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} \Rightarrow f = 10\text{cm.}$$



b1. - Vị trí của A không thay đổi nên vị trí ảnh A" của A qua thấu kính cũng không thay đổi: $A'' \equiv A'$

- Vẽ tia sáng tới trùng với đường thẳng AB. Tia sáng này xuất phát từ tất cả các điểm trên vật vì thế tia ló (1) sau thấu kính đi qua tất cả các điểm trên ảnh của vật. Ảnh A"B" cũng là một đoạn thẳng

- Vẽ tia sáng xuất phát từ B qua quang tâm, tia ló (2) truyền thẳng và đi qua B".
Vậy B" là giao điểm của tia ló (1) và tia ló (2)



b. ii. Ảnh lớn hơn vật, trường hợp hình vẽ 1

Từ hình vẽ: $\frac{AB}{AI} = \frac{BC}{IO}$; $\frac{A''B''}{A''I} = \frac{B''C''}{IO}$ (3); Mặt khác: $AO = A'O = A''O \Rightarrow AI = I'A$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{A''B''}{AB} = \frac{B''C''}{BC} = 2$; Cũng từ hình vẽ: $\frac{B''C''}{BC} = \frac{OI'}{BC} = \frac{OF}{CF} \Rightarrow CF = 5\text{cm}$

$\Rightarrow AC = AF - CF = 5\text{cm} \Rightarrow AB = 5\sqrt{2}\text{cm}$

Bài 9. 1. Đặt $\begin{cases} d = \overline{SO} \\ |d'| = \overline{S'O} \end{cases}$

Ảnh S' có thể là ảnh thật ($d' > 0$) hoặc ảnh ảo ($d' < 0$).

Ta có:
$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = \frac{OI}{d} \\ \operatorname{tg} \beta = \frac{OI}{|d'|} \end{cases} \Rightarrow \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{|d'|}{d} \quad (1)$$

Mặt khác: $|d'| = \left| \frac{df}{d-f} \right| \quad (2)$

(1)(2) $\Rightarrow |d-f| = f \cdot \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} \Rightarrow d = f \left(1 \pm \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} \right)$

(3)

Thay $\frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{3}$ vào (3) $\Rightarrow d = \begin{cases} 40\text{cm} \\ 20\text{cm} \end{cases}$

Bài 10.

a, Theo công thức thấu kính

$$d'_B = \frac{d_B \cdot f}{d_B - f} = \frac{30d_B}{d_B - 30} \quad (1)$$

$d_A = d_B + 15; \quad d'_A = d'_B - 30 = \frac{30d_A}{d_A - 30} \quad (2)$

Thay (1) vào (2) ta được: $\frac{30d_B}{d_B - 30} - 30 = \frac{30(d_B + 15)}{d_B + 15 - 30}$

$\Rightarrow d_B^2 - 45d_B = 0 \Rightarrow \begin{cases} d_B = 45\text{cm} \\ d_B = 0 \text{ (loại)} \end{cases}$

Vậy $d_B = 45\text{cm}$

$\Rightarrow d'_B = 90\text{cm}; \quad d_A = d'_A = 60\text{cm}$

b, Để vết sáng nhỏ nhất thì màn M phải đặt ở vị trí như hình vẽ

- Sử dụng tam giác đồng dạng trên hình vẽ: (D là đường kính vết sáng nhỏ nhất trên màn, D_0 là đường kính mép thấu kính)

$$\frac{D}{D_0} = \frac{L - d'_A}{d'_A} = \frac{d'_B - L}{d'_B} \Rightarrow L = \frac{2d'_A \cdot d'_B}{d'_A + d'_B} = 72\text{cm}$$

Bài 11. Trước khi dịch chuyển thấu kính: $d'_0 = \frac{30f}{30-f}$

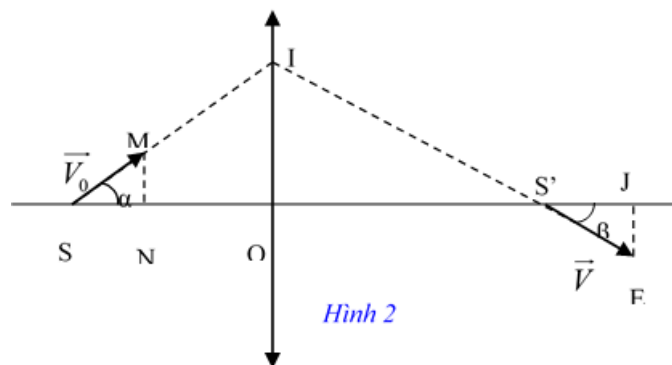
+ Sau khi dịch chuyển thấu kính: $d'_t = \frac{(30+5t)f}{30+5t-f}$

+ Độ dịch chuyển của ảnh:

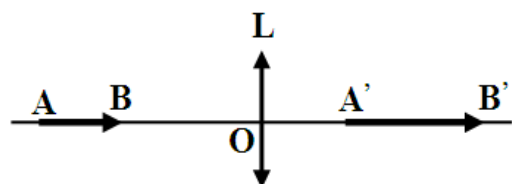
$$y = (d_t + d'_t) - (d_0 + d'_0) = 5t + \frac{(30+5t)f}{30+5t-f} - \frac{30f}{30-f}$$

+ Vận tốc của ảnh: $v_B = 5 + \frac{5f(30+5t-f) - 5f(30+5t)}{(30+5t-f)^2}$

+ Khi $t=2\text{s}$, ảnh đổi chiều chuyển động tức $v_B = 0 \Rightarrow f = 20\text{cm}$



Hình 2



Hình 5

Bài 12. a. Ta có : $L = d + d' = d + \frac{df}{d-f} \Rightarrow d^2 - Ld + Lf = 0$ (1)

- Để có hai vị trí của thấu kính đều cho ảnh rõ nét của AB trên màn thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm phân biệt

$$\Delta = L^2 - 4Lf > 0 \Rightarrow L > 4f \quad (2)$$

b. (1 đ)

- Nghiệm của (1) : $d_{1,2} = \frac{L \pm \sqrt{\Delta}}{2} \Rightarrow d_2 - d_1 = a$ (3)

- Xác định được $\sqrt{\Delta} = a$ và rút ra được $d_1 = \frac{L+a}{2}$ (4)

- Áp dụng công thức thấu kính

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{L-d_1} \quad (5)$$

- Kết hợp (4), (5) thu được : $f = \frac{L^2 - a^2}{4L}$

- Áp dụng bằng số : $f = 20\text{cm}$.

c. (1 đ)

- Xét nửa trên trục chính thấu kính

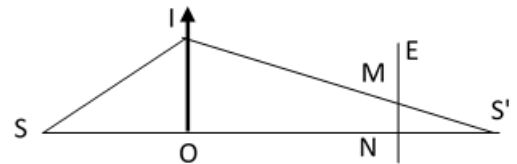
Chứng minh được : $\Delta S'MN \sim \Delta S'IO \Rightarrow \frac{MN}{IO} = \frac{S'N}{S'O}$

Thay được : $\frac{MN}{IO} = \frac{d+d'-L}{d'} = \frac{d}{f} + \frac{L}{d} - \frac{L}{f}$

Vì $\frac{L}{f}$ không đổi, IO không đổi nên :

- $MN_{\min}$ khi $\frac{d}{f} = \frac{L}{d} \Rightarrow d = \sqrt{Lf} = 30\text{cm}$

Như vậy để vùng sáng hiện trên màn E có kích thước nhỏ nhất thì điểm sáng S phải cách thấu kính 30 cm.



Bài 13. Gọi k là hệ số phóng đại, d là khoảng cách vật và d' là khoảng cách ảnh. Nhìn vào H.1 ta có: $x = d + d'$; $k = -d'/d = -y/h$ và $d' = -kd$ (h cố định, vật và ảnh ở khác phía nhau so với trục chính nên $k < 0$). Ta có: $x = d - kd = (1-k)d$.

Sử dụng công thức thấu kính: $f = \frac{dd'}{d+d'} = -\frac{kd}{1-k} \Rightarrow d = -\frac{1-k}{k} f$

$$x = (1-k)d = -\frac{(1-k)^2}{k} f = \frac{(1+y/h)^2}{k} hf = \frac{(h+y)^2}{hy} f$$

$$y = \frac{hx}{2f} - h \pm \sqrt{\frac{h^2 x^2}{4f^2} - \frac{x}{f}}$$

Chú ý rằng, khi $x \rightarrow \infty$, xảy ra hai trường hợp:

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

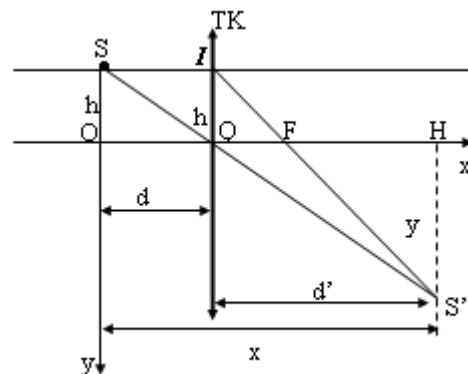
* Khi thấu kính ở rất xa vật, tia từ vật đi qua quang tâm gần như trùng với trục chính, thì $y \rightarrow 0$;

* Khi vật ở sát tiêu diện

$$d \rightarrow f \cdot d' \rightarrow \infty; k = -d'/d \rightarrow \infty; y \rightarrow \infty$$

$$y = \frac{hx}{2f} - h \pm \sqrt{\frac{h^2 x^2}{4f^2} - \frac{x}{f}} = \frac{hx}{2f} - h \pm \frac{hx}{2f} \sqrt{1 - \frac{4f}{h^2 x}}$$

$$\approx \frac{hx}{2f} - h \pm \left(\frac{hx}{2f} - h \right)$$



Hình 1

Chúng ta thấy trường hợp đầu ứng với dấu (-) tương ứng

nhánh trên, trường hợp sau ứng với dấu (+) tương ứng nhánh dưới. Vậy phương trình quỹ đạo của ảnh S' trên trục tọa độ đã cho là:

$$y = \frac{hx}{2f} - h \pm \sqrt{\frac{h^2 x^2}{4f^2} - \frac{x}{f}}$$

với $x \geq 4f$. Quỹ đạo ảnh S' được vẽ trên hình 2.

1b. Thấu kính đặt tại B:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \rightarrow f^2 = (d - f)(d' - f)$$

$$= x \cdot x' \Rightarrow f^2 = x \cdot x' \quad (6)$$

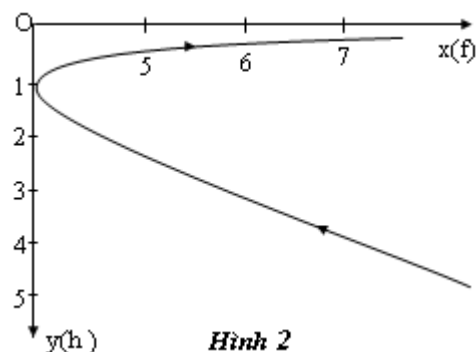
Thấu kính đặt tại A: x giảm 6cm, x' tăng $6 + 9 = 15$ cm.

$$f^2 = (x - 6)(x' + 15) \quad (7)$$

Khi thấu kính đặt tại C: x tăng 4cm, x' giảm 5cm.

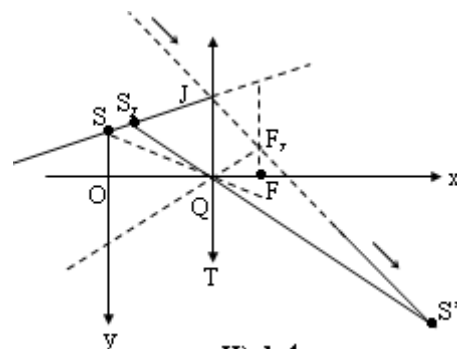
$$f^2 = (x + 4)(x' - 5) \quad (8)$$

Giải hệ phương trình ba ẩn: $x = 16$ cm; $x' = 25$ cm; $f = 20$ cm



Hình 2

2. Giữ thấu kính cố định, dịch chuyển S lại gần thấu kính theo đường thẳng SJ cố định bất kỳ (J là điểm cắt của đường thẳng SJ với TK). Dựng tiêu điểm phụ F_1 đối với tia SJ. Qua cách dựng ảnh của S, ta thấy rằng khi S tiến tới J ở ngoài khoảng tiêu cự, ảnh S' của nó là ảnh thật nằm trên đường thẳng cố định JF_1 phía bên phải thấu kính, tiến tới ∞ theo chiều JF_1 . Khi $S \rightarrow J$ ở trong khoảng tiêu cự, ảnh S' của nó là ảnh ảo, nằm trên đường thẳng cố định JF_1 phía bên trái thấu kính, tiến tới J theo chiều JF_1 (Hình 4).



Hình 4

Bài 14.

a. $+ d' = \frac{df}{d-f} = \frac{15 \cdot 10}{15-10} = 30\text{cm} > 0$: Ảnh thật, cách TK 30 cm

$+ k = -\frac{d'}{d} = -2 < 0$: Ảnh ngược chiều vật; có độ cao 2 cm

b. $+ k = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f-d} = \pm 4$

+ Nếu $k = 4$ thì $d = 7,5\text{cm} \rightarrow$ Dịch vật lại gần TK 7,5 cm

+ Nếu $d = 12,5\text{cm} \rightarrow$ Dịch vật lại gần TK 2,5 cm

c. + Vì giá trị của d thay đổi từ 15cm đến 25cm luôn lớn hơn f, do đó vật thật luôn cho ảnh thật)

+ Khoảng cách vật - ảnh:

$$L = d + d' = d + \frac{df}{d-f} \Rightarrow d^2 - Ld + Lf = 0$$

+ Phương trình trên có nghiệm khi:

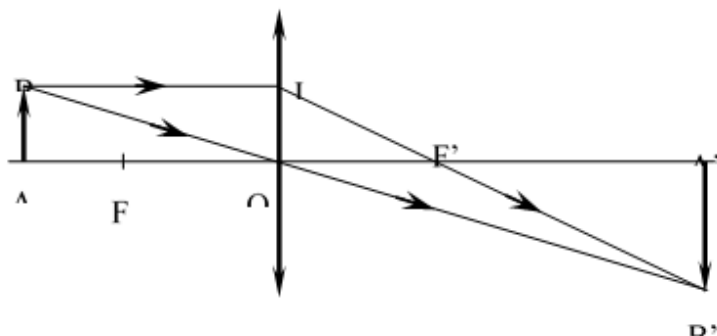
$$\Delta = L^2 - 4Lf \geq 0 \Leftrightarrow L(L - 4f) \geq 0 \Leftrightarrow L \geq 4f = 40\text{cm} \Rightarrow L_{\min} = 40\text{cm}$$

Dấu “=” xảy ra khi $\Delta = 0 \Leftrightarrow d = 20\text{cm}$ và $d' = 20\text{cm}$

+ Ban đầu $d = 15\text{cm}$ thì $L = 45\text{cm} \rightarrow$ Khi TK dịch ra xa vật thì ảnh dịch chuyển lại gần vật đến khi $d = 20\text{cm}$ ($L_{\min} = 40\text{cm}$). Khi đó ảnh dịch chuyển được $S_1 = 5\text{cm}$.

+ Sau đó, ảnh dịch chuyển ra xa vật đến khi $d = 25\text{cm}$ ($L = 125/3\text{cm}$). Khi đó ảnh dịch chuyển thêm $S_2 = 5/3\text{cm}$

+ Vậy quãng đường ảnh đi được trong quá trình trên là



$$S_{\text{anh}} = S_1 + S_2 = \frac{20}{3} \text{cm} = 6,67 \text{cm}$$

Bài 15. 1) Tính d và d' để $L_{\min}$

Ta có sơ đồ tạo ảnh: $S \xrightarrow{(L_1)} S'_1$

- Khi ảnh hiện rõ trên màn, khoảng cách vật –màn là khoảng cách L giữa vật thật và ảnh thật.

Ta có: $L = d + d'$ (1)

Để dàng thấy L phải thoả mãn điều kiện: $L \geq 4f$ (2)

Suy ra: $L_{\min} = 4f = 96 \text{cm}$

Vậy: $d = d' = L_{\min}/2 = 48 \text{cm}$. (3)

2) Tìm f_2 và vẽ hình (2,00 điểm):

Sơ đồ tạo ảnh: $S \xrightarrow{(L_1)} S'_1 \xrightarrow{(L_2)} S'_2$

Ta có: $d_1 = d'_1 = 48 \text{cm}$

a) Vì vết sáng trên màn có đường kính không đổi khi tịnh tiến màn nên chùm tia ló tạo bởi L_2 phải là chùm song song với trục chính. Tức là ảnh của S tạo bởi hệ hai thấu kính phải ở xa vô cùng.

Ta có: $d'_2 = \infty \rightarrow d_2 = f_2$

Mà: $d_2 = l - d'_1 = 18 - 48 = -30 \text{cm}$

Vậy: $f_2 = -30 \text{cm}$: L_2 là thấu kính phân kì.

b) Chùm tia ló có thể là hội tụ hoặc phân kì

- Nếu chùm tia ló hội tụ: L_2 có thể là thấu kính hội tụ hoặc phân kì

+ Nếu L_2 là thấu kính hội tụ:

Từ hình vẽ, ta có: $\frac{D'}{D} = \frac{40 - d'_2}{30 - d'_2} = 2$

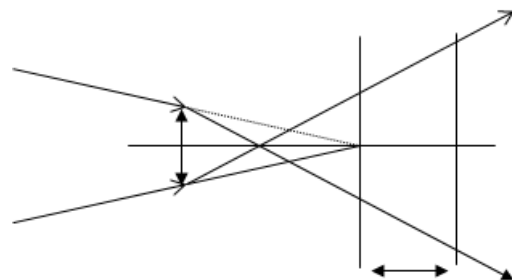
Vậy: $40 - d'_2 = 60 - 2d'_2 \Rightarrow d'_2 = 20 \text{cm}$

Từ đó: $f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{-30 \cdot 20}{-10} = 60 \text{cm}$

+ Nếu L_2 là thấu kính phân kì

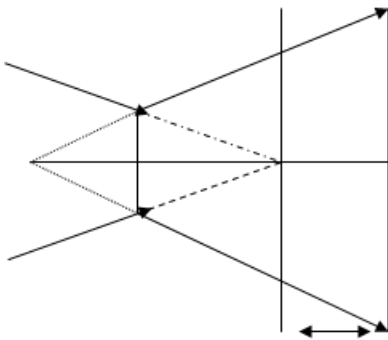
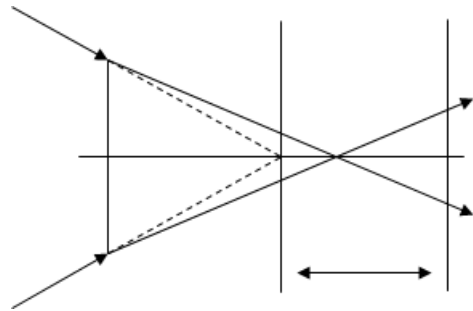
Lúc này S'_2 nằm trong khoảng giữa hai vị trí của màn E , ta có:

$$\frac{D'}{D} = \frac{40 - d'_2}{d'_2 - 30} = 2$$



Vậy: $40 - d_2' = 2d_2' - 60 \Rightarrow d_2' = \frac{100}{3} \text{ cm}$

Từ đó: $f_2 = \frac{d_2 d_2'}{d_2 + d_2'} = \frac{-30 \cdot \frac{100}{3}}{-30 + \frac{100}{3}} = -300 \text{ cm}$



- Nếu chùm tia ló là chùm phân kì (L_2 là thấu kính phân kì), ảnh S_2' là ảnh ảo.

Từ hình vẽ, ta có:

$O_2 S_2' = |d_2'|$, $O_2 S_1' = |d_2|$

Vậy: $\frac{D'}{D} = \frac{|d_2| + |d_2'| + 10}{|d_2| + |d_2'|} = \frac{40 - d_2'}{30 - d_2'} = 2$

Suy ra: $d_2' = 20 \text{ cm} > 0$: điều này vô lí.

Bài 16. Vị trí đặt màn $d' = \frac{df}{d-f} = 3f$

+ $k = \frac{-d'}{d} = -2$. Vòng tròn quỹ đạo ảnh có bán kính lớn gấp đôi quỹ đạo vật.

+ Vận tốc góc của vật và ảnh như nhau, nên vận tốc dài của ảnh có độ lớn $v' = 2v_0$.

+ Chọn tia sáng đi qua quang tâm để khảo sát, ta nhận thấy chiều vận tốc ảnh ngược với chiều vận tốc của vật. Vậy vận tốc của ảnh luôn có phương tiếp tuyến với quỹ đạo của nó và có chiều ngược chiều chuyển động của S.

Bài 17.

1. Nếu $d = 2f$ thì $d' = 2f$ nên quỹ đạo ảnh cũng tạo với trục chính góc α đối xứng qua mặt phẳng thấu kính.

→ Nên góc hợp bởi giữa quỹ đạo ảnh và vật là góc 2α .

$$\vec{v}_v - \vec{v}_a = \vec{v}_{va}$$

Dựa vào giản đồ ta thấy vận tốc tương đối giữa ảnh và vật nhỏ nhất khi $\vec{v}_{va}$ vuông góc với $\vec{v}_a$ khi

$$\text{đó } v_{va \min} = v_v \sin 2\alpha = v \sin 2\alpha \text{ khi đó } v_a = v_0 \cos 2\alpha$$

2. Theo quy ước thì từ điểm O về bên trái là trục toạ độ cho vật còn chiều từ O về phía phải là trục toạ độ của ảnh đạo hàm theo thời gian hai vế công thức thấu kính:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$$

$$\rightarrow -\frac{v}{d^2} - \frac{v'}{d'^2} = 0 \rightarrow v' = -v \left(\frac{d'}{d} \right)^2 = -v \left(\frac{f}{d-f} \right)^2$$

$$\frac{f}{d-f} = \frac{d'}{d} = \sqrt{\frac{-v'}{v}} = \sqrt{\cos 2\alpha} \rightarrow d = f + \frac{f}{\sqrt{\cos 2\alpha}}$$

$$d' = \frac{df}{d-f} = f + f\sqrt{\cos 2\alpha}$$

$$HH' = d + d' = 2f + \frac{f}{\sqrt{\cos 2\alpha}} + f\sqrt{\cos 2\alpha} = f \frac{(\sqrt{\cos 2\alpha} + 1)^2}{\sqrt{\cos 2\alpha}}$$

Bài 18. a) Vì thấu kính là thấu kính hội tụ và hai ảnh đều là thật, vật dịch đến gần thấu kính một đoạn 30 cm mà ảnh vẫn cách vật một khoảng như cũ nên ảnh phải dịch chuyển ra xa thấu kính so với ảnh cũ một đoạn là 30 cm

- Tại vị trí đầu ta có phương trình:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

- Tại vị trí sau, ta có phương trình:

$$\frac{1}{d-30} + \frac{1}{d'+30} = \frac{1}{f} \quad (2)$$

- Theo đề bài $\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = 4$ và do $d > 0$ và $d' > 0$, ta có :

$$\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{A_2B_2}{AB} \cdot \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{d'+30}{d-30} \cdot \frac{d}{d'} = 4 \quad (3)$$

- Từ (1) và (2) ta có

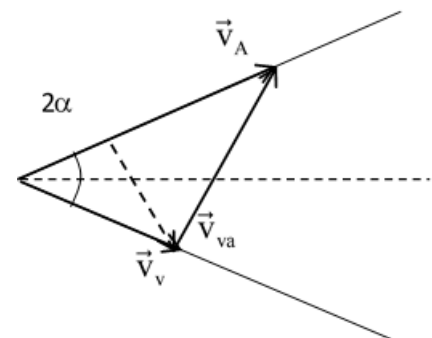
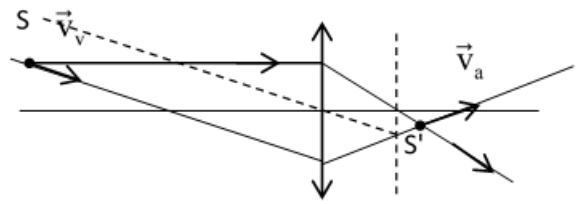
$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{d-30} + \frac{1}{d'+30}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{d} - \frac{1}{d-30} = \frac{1}{d'+30} - \frac{1}{d'}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d'+30}{d-30} = \frac{d}{d'} \quad (4)$$

- Thay (4) vào (3) ta được $d = 2d'$

- Thay $d = 2d'$ vào phương trình (4) ta tìm được $d' = 30 \text{ cm} \Rightarrow d = 60 \text{ cm}$



$$\text{Vậy } f = \frac{d \cdot d'}{d + d'} = \frac{30 \cdot 60}{30 + 60} = 20 \text{ cm}$$

b) Vì ảnh ảo của thấu kính hội tụ luôn lớn hơn vật, nên ảnh trong trường hợp này là ảnh thật. Theo đề bài ảnh bằng vật suy ra $d_1 = d'_1$. Mà

$$f = \frac{d_1 \cdot d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{d_1^2}{2d_1} \Rightarrow d_1 = 2f = 40 \text{ cm}$$

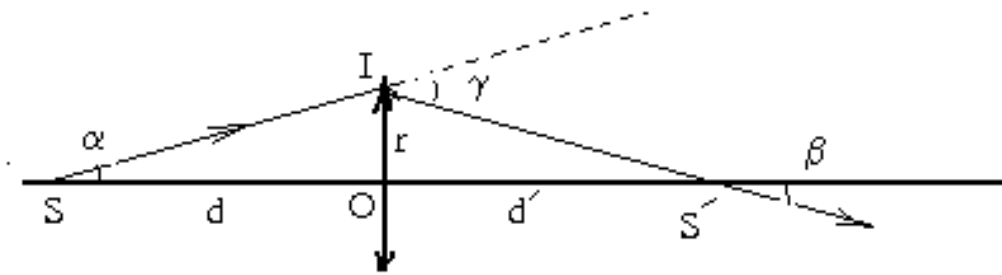
Vậy phải dịch vật lại gần thấu kính một đoạn $\Delta d = d - d_1 = 60 - 40 = 20 \text{ cm}$

Bài 19. Góc lệch cực đại nhận được ứng với tia sáng đến mép thấu kính.

-Do điểm S nằm bên ngoài tiêu điểm F của thấu kính nên cho ảnh thật S' ở bên kia thấu kính. (hình vẽ)

- Gọi γ là góc lệch của tia tới và tia ló, β là góc hợp bởi tia ló và trục chính

Từ hình vẽ ta có: $\gamma = \alpha + \beta$



• Theo giả thiết thì $d, d' \gg r$, khi đó $\alpha \approx \tan \alpha = r/d$; $\beta \approx \tan \beta = r/d'$

- Suy ra: $\gamma = \alpha + \beta = r/d + r/d' = r \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} \right) = \frac{r}{f} = \frac{1}{20} \text{ rad}$

$= 2,9^\circ$

Bài 20.

$$\text{a.} \begin{cases} d_2 = d_1 + 5 \\ d'_2 = d'_1 - 40 \end{cases}; \frac{k_1}{k_2} = 2 = \frac{d_1' d_2}{d_1 d_2'} = \frac{(d_1 + 5) d'_1}{(d_1' - 40) d_1} \hat{=} 2d_1(d'_1 - 40) = (d_1 + 5) d'_1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{d_1 + 5} + \frac{1}{d'_1 - 40} \hat{=} d'_1(d'_1 - 40) = 8d_1(d_1 + 5) \quad (2)$$

Từ (1), (2) $d_1 = 25 \text{ cm}, d'_1 = 100 \text{ cm}, f = 20 \text{ cm}, AB = 1 \text{ mm}$

$$\text{b. Khoảng cách vật - ảnh: } L = d + d' = 90 \rightarrow d + \frac{df}{d - f} = 90 \rightarrow \begin{cases} d = 30 \text{ cm} \\ d = 60 \text{ cm} \end{cases}$$

Ban đầu thấu kính cách vật $d_2 = 30 \text{ cm}$ do vậy để lại có ảnh rõ nét trên màn thì phải dịch thấu kính lại gần vật thêm một đoạn $\Delta d = 60 - 30 = 30 \text{ cm}$

$$\text{Xét } L = d + d' = d + \frac{df}{d - f} = \frac{d^2}{d - 20} \text{ ® } d^2 - Ld + 20L = 0$$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Để phương trình có nghiệm thì: $\Delta = L^2 - 80L \geq 0 \rightarrow L_{\min} = 80\text{cm}$ khi đó $d = \frac{L_{\min}}{2} = 40\text{cm}$

Vậy khi dịch chuyển thấu kính lại gần vật thì lúc đầu ảnh của vật dịch lại gần vật, khi thấu kính cách vật 40 cm thì khoảng cách từ vật tới thấu kính cực tiểu, sau đó ảnh dịch ra xa vật.

Bài 21.a.. Gọi a là khoảng cách giữa vật và ảnh thật của nó, ta có:

$$a = d' + d = \frac{d^2}{d - f} \Rightarrow d^2 - ad + fa = 0$$

Để tồn tại ảnh thật thì (1) phải có nghiệm từ đó ta có

$$f = \frac{a_{\min}}{4} = 18\text{cm}$$

Bán kính mặt cầu được tính bởi

b. Để thỏa mãn điều kiện của bài toán thì chùm tia ló khỏi thấu kính là chùm song song – Nghĩa là ảnh S' lúc này ở vô cực

Vậy thấu kính phải đặt cách S một đoạn đúng bằng $f = 18\text{cm}$

Và đường kính của vệt sáng cũng là đường kính của rìa thấu kính

$$R = f(n - 1) = 9\text{cm}$$

c. Gọi D là đường kính của vệt sáng trên màn, ta có

$$\frac{D}{D_0} = \frac{d' + d - L}{d'}$$

$$\text{Hay: } \frac{D}{D_0} = 1 + \frac{(d - L)(d - f)}{d \cdot f}$$

$$\text{Xét hàm số: } y = \frac{x^2 - x(f + L) + fL}{x \cdot f}$$

$$y' = \frac{x^2 - fL}{x^2 \cdot f}$$

Bảng biến thiên:

x	f	$\sqrt{fL}$	
	2f		
y'	—	0	+
y		y _{min}	

Vậy D có kích thước nhỏ nhất khi

$$d = \sqrt{fL} = 18\sqrt{3}\text{cm}$$

Giá trị của $D_{\min}$

$$D_{\min} = D_0 \sqrt{\frac{L}{f}} \left(2 - \sqrt{\frac{L}{f}} \right)$$

Hay $D = 6\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})\text{cm}$

Bài 22.

a/ $L = d + d' = d + \frac{df}{d-f} \Rightarrow d^2 - Ld + Lf = 0;$

$\Delta = L^2 - 4Lf$

Để có hai vị trí của thấu kính đều cho ảnh rõ nét trên của AB trên màn. thì pt phải có 2 nghiệm $\Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow L > 4f$.

b/ Nghiệm

$\Rightarrow f = \frac{L^2 - a^2}{4L}$

Thay số $f = 20\text{cm}$.

c/ $\Delta S'MN \approx \Delta S'IO \Rightarrow \frac{MN}{IO} = \frac{S'N}{S'O}$

$\frac{MN}{IO} = \frac{d + d' - L}{d'} = \frac{d}{f} + \frac{L}{d} - \frac{L}{f}$

Theo Côsi $MN_{\min}$ khi $d = \sqrt{Lf} = 30\text{cm}$.

Bài 23. Có thể coi bán cầu như một hệ quang học gồm một bản mặt song song có bề dày x ghép sát với một thấu kính hội tụ phẳng – lồi. Sơ đồ tạo bởi ảnh :

$AB \xrightarrow{\text{Bmssong}} A_1B_1 \xrightarrow{\text{TKHT}} A_2B_2$

Gọi a là độ dời ảnh : Ta thấy $L_{\min}$ khi $(d + d')_2$

$\Rightarrow d = d' = \frac{L_{\min} - a}{2}$

$\Leftrightarrow f = \frac{L_{\min} - a}{4} \quad (1)$

Theo hình : $d = b - a + x = \frac{17 - a}{2}$

Với $a = x \left(1 - \frac{1}{n}\right) \Rightarrow x = 3\text{cm} \Rightarrow a = 1\text{cm}$

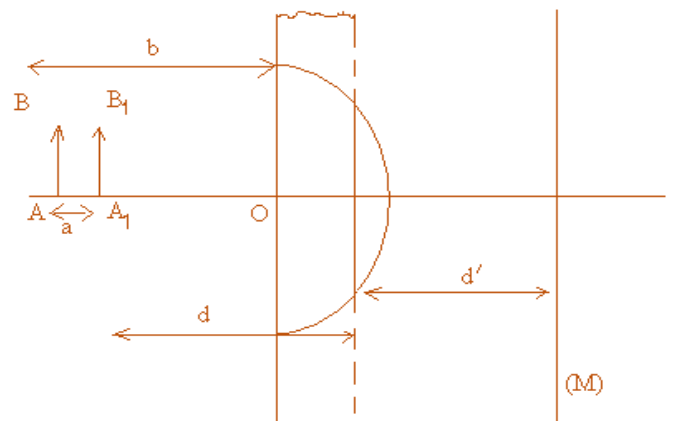
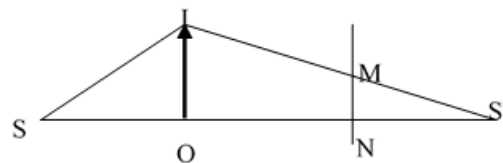
Từ : $\frac{1}{f} = \frac{(n-1)}{R} \Rightarrow R = f(n-1) \quad (2)$

$\Rightarrow f = 4\text{cm} \Rightarrow R = 2\text{cm}$

Bài 24. Nhận xét : vật thật cho ảnh thật $\Rightarrow$ Đây là thấu kính hội tụ.

Ta có:

$\frac{r}{R} = \frac{d + d' - L}{d'}$

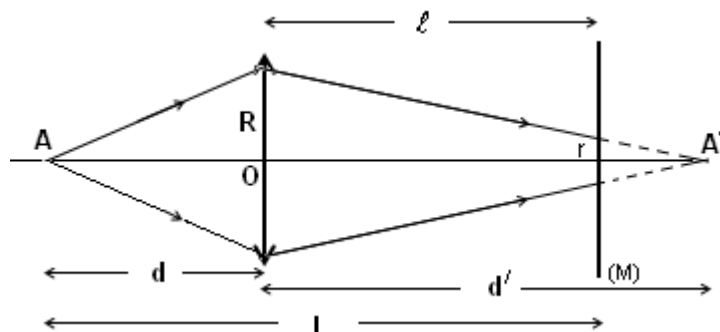


$$\Leftrightarrow \frac{r}{R} = \frac{d + \frac{d \cdot f}{d - f} - L}{\frac{d \cdot f}{d - f}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{r}{R} = \frac{d^2 - Ld + Lf}{fd} = \frac{d}{f} - \frac{L}{f} + \frac{L}{d}$$

Vì R không đổi, để r nhỏ nhất thì $\left(\frac{d}{f} + \frac{L}{d}\right)$ nhỏ nhất.

Điều kiện này xảy ra khi : $f = \frac{d^2}{L} = \frac{(L - \ell)^2}{L}$



* Khi thấu kính cách màn một đoạn $\ell = \ell_1 = 40$ cm.

$$f = \frac{(L - 40)^2}{L} \quad (1)$$

* Khi thấu kính cách màn một đoạn $\ell = \ell_2 = 55$ cm và màn dịch chuyển ra xa A một đoạn 21 cm ta có :

$$f = \frac{(L + 21 - \ell_2)^2}{L + 21} = \frac{(L + 21 - 55)^2}{L + 21} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $\frac{(L - 40)^2}{L} = \frac{(L - 34)^2}{L + 21}$

$$\Leftrightarrow (L + 21)(L^2 - 80L + 1600) = (L^2 - 68L + 1156)L$$

$$\Leftrightarrow L^3 - 80L^2 + 1600L + 21L^2 - 1680L + 33600 = L^3 - 68L^2 + 1156L$$

$$\Leftrightarrow 9L^2 - 1236L + 33600 = 0$$

$$L = 100 \text{ (cm)}$$

$$L = 37,33 \text{ (cm)} \quad \text{Loại}$$

Từ (1) ta tính được : $f = 36$ cm

Bài 25. Chứng minh một bổ đề:

$$k_1 k_2 = -\frac{\Delta d'}{\Delta d} \quad (*)$$

Trong đó: k_1 là độ phóng đại của ảnh khi ở vị trí ban đầu, k_2 là độ phóng đại của ảnh khi đã dịch chuyển, $\Delta d = d_2 - d_1$ là độ dịch chuyển của vật, $\Delta d' = d'_2 - d'_1$ là độ dịch chuyển của ảnh.

Thật vậy:

$$\text{Xét: } \Delta d' = d'_2 - d'_1 = \frac{f \cdot d_2}{d_2 - f} - \frac{f \cdot d_1}{d_1 - f} = \frac{-f^2(d_2 - d_1)}{(d_2 - f)(d_1 - f)}$$

Mặt khác: $k_1 = \frac{f}{f-d_1}$; $k_2 = \frac{f}{f-d_2}$

$\rightarrow \Delta d' = -k_1.k_2.\Delta d \rightarrow \text{đpcm.}$

2. Các hệ quả:

a. Nếu hai ảnh cùng tính chất $\rightarrow k_1.k_2 > 0 \rightarrow \Delta d$ và $\Delta d'$ trái dấu $\rightarrow$ ảnh và vật qua thấu kính luôn dịch chuyển cùng chiều. Tức là nếu vật dịch chuyển cùng chiều truyền ánh sáng thì ảnh cũng dịch chuyển cùng chiều truyền ánh sáng. Ta có thể làm rõ hơn vấn đề này như sau:

- nếu các ảnh đều là thật: giả sử vật dịch chuyển lại gần thấu kính $\rightarrow \Delta d < 0 \rightarrow \Delta d' < 0 \rightarrow d'_2 > d'_1$, vì các ảnh là thật nên $d'_2 > d'_1 > 0 \rightarrow |d'_2| > |d'_1|$ tức là khoảng cách từ ảnh sau đến thấu kính lớn hơn khoảng cách từ ảnh trước $\rightarrow$ ảnh dịch chuyển ra xa thấu kính.

- nếu các ảnh đều là ảo: giả sử vật dịch chuyển lại gần thấu kính $\rightarrow \Delta d < 0 \rightarrow \Delta d' < 0 \rightarrow d'_2 > d'_1$, vì các ảnh là ảo nên $0 > d'_2 > d'_1 \rightarrow |d'_2| < |d'_1|$ tức là khoảng cách từ ảnh sau đến thấu kính nhỏ hơn khoảng cách từ ảnh trước $\rightarrow$ ảnh dịch chuyển lại gần thấu kính.

- trong cả hai trường hợp ta dễ dàng nhận thấy nếu vật dịch chuyển lại gần thấu kính tức là dịch chuyển từ trái sang phải thì ảnh cũng dịch chuyển từ trái sang phải $\rightarrow$ ảnh và vật dịch chuyển cùng chiều (theo chiều truyền ánh sáng).

b. Tính chất thuận nghịch của ánh sáng:

- Với các bài toán giữ nguyên vị trí của vật và màn, khi dịch chuyển vật trong khoảng giữa vật và màn ta tìm được hai vị trí của thấu kính cho ảnh rõ nét của vật trên màn, độ phóng đại của hai ảnh lúc đó là k_1 và k_2 và sử dụng tính chất thuận nghịch của ánh sáng ta chứng minh được: $k_1.k_2 = 1$ ($d_1 = d_2'$, $d_2 = d_1'$).

- Ở đây nếu dùng công thức (*) ta cũng có thể dễ dàng chứng minh được điều trên. Thật vậy:

Vì vật và màn (ảnh) cố định chỉ di chuyển thấu kính nên dễ có: $\Delta d = -\Delta d' \rightarrow k_1.k_2 = 1$ (**đpcm**)

ÁP DỤNG CHO BÀI 25.

Theo giả thiết: $\Delta d = -20 \text{ cm}$, hai ảnh có cùng tính chất $\rightarrow \Delta d' > 0 \rightarrow \Delta d' = 10 \text{ cm}$.

Sử dụng công thức (*) ta được: $k_1 k_2 = -\frac{\Delta d'}{\Delta d} = \frac{1}{2}$

Mặt khác theo giả thiết: $\frac{k_2}{k_1} = 2$ (càng dịch chuyển lại gần thì ảnh phải lớn lên).

Từ đây ta tìm được: $k_1 = -\frac{1}{2}$ và $k_2 = -1$.

Với $k_1 = \frac{f}{f-d_1} = -\frac{1}{2} \rightarrow d_1 = 3f$

$k_2 = \frac{f}{f-d_2} = -1 \rightarrow d_2 = 2f$

$\rightarrow \Delta d = d_2 - d_1 = -f = -20 \text{ cm} \rightarrow f = 20 \text{ cm}$.

X.2. THẤU KÍNH GHÉP CÁC QUANG CỤ

Bài 1.

Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[d_1]{(L_1)} A'B' \xrightarrow[d_2]{(L_2)} A''B''$

Từ đầu bài, ta có: $L_{12} = 30(\text{cm})$; $f_1 = 10(\text{cm})$; $f_2 = 5(\text{cm})$; $d_1 = 20(\text{cm})$.

a. Xét quá trình tạo ảnh qua thấu kính L_1 . Ta có:

$$d_1' = d_1 \cdot f_1 / (d_1 - f_1) = 20(\text{cm})$$

Vị trí của $A'B'$ đối với thấu kính L_2 là

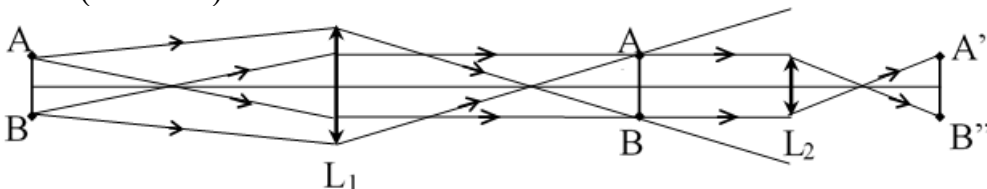
$$d_2 = L_{12} - d_1' = 10(\text{cm})$$

Xét quá trình tạo ảnh qua thấu kính L_2 . Ta có:

$$d_2' = d_2 \cdot f_2 / (d_2 - f_2) = 10(\text{cm})$$

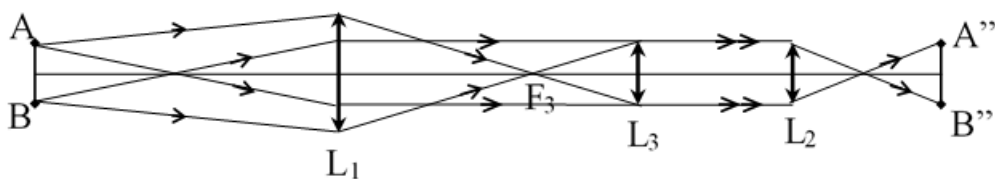
Vậy để hứng được ảnh rõ nét của đĩa AB cần đặt màn sau thấu kính L_2 và cách thấu kính L_2 một đoạn bằng $10(\text{cm})$.

b. Ánh sáng từ đĩa AB sau khi qua thấu kính L_1 sẽ đến thấu kính L_2 và tạo ảnh $A''B''$ (hình vẽ)



Quan sát hình vẽ ta thấy lượng ánh sáng từ nguồn sẽ tới rìa của ảnh $A''B''$ ít hơn tâm của ảnh $A''B''$. Do đó rìa của ảnh không sáng rõ bằng tâm ảnh.

c. Để độ sáng của ảnh $A''B''$ đồng đều nhau, ta cần ghép thêm thấu kính L_3 như hình vẽ



Để vị trí của ảnh $A''B''$ không thay đổi thì ta phải đặt vào đúng vị trí của ảnh $A'B'$ thấu kính L_3 . Thấu kính này phải có bán kính đường rìa sao cho hứng được toàn bộ ánh sáng ló ra từ thấu kính L_1 . Đồng thời ánh sáng ló ra khỏi L_3 đều phải tới được L_2 .

Từ hình vẽ, sử dụng tam giác đồng dạng, ta có tiêu cự của thấu kính L_3 là $f_3 = 6,67\text{cm}$. Vị trí của L_3 cách thấu kính L_1 một đoạn là 20cm và cách thấu kính L_2 là 10cm , bán kính đường rìa của thấu kính L_3 nhỏ nhất bằng bán kính đường rìa của thấu kính L_2 .

Bài 2.

a. Với $d = 45\text{ cm}$. Áp dụng công thức của thấu kính ta tìm được: $d' = \frac{fd}{d-f} = \frac{20 \cdot 45}{45-20} = 36$

cm. Xét hai tam giác đồng dạng $\triangle EFS'$ và $\triangle MNS'$ ta có:

$$\frac{D'}{D} = \frac{MN}{EF} = \frac{IS'}{OS'} = \frac{d+d'-L}{d'} = \frac{45+36-50}{36} = \frac{31}{36}$$

$$\rightarrow D' \approx 5,16\text{ cm}.$$

b. Ta vẫn sử dụng công thức:

$$\frac{D'}{D} = \frac{MN}{EF} = \frac{IS'}{OS'} = \frac{d+d'-L}{d'}$$

Thay $d' = \frac{fd}{d-f} = \frac{20 \cdot d}{d-20}$ ta được:

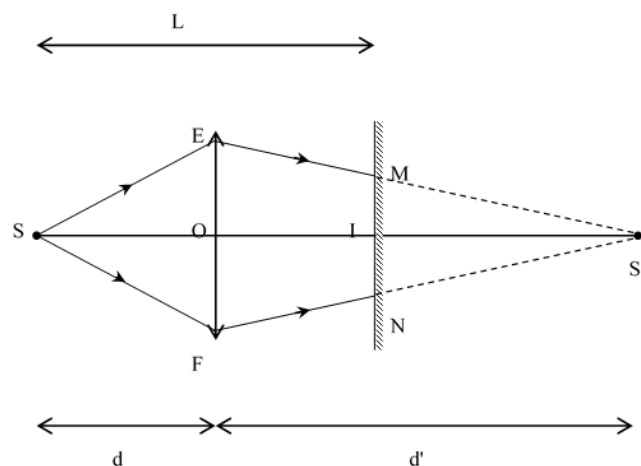
$$\begin{aligned} \frac{D'}{D} &= \frac{d + \frac{20d}{d-20} - 50}{\frac{20d}{d-20}} = \frac{d^2 - 50d + 1000}{20d} \\ &= \frac{d-50 + \frac{1000}{d}}{20} \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta được:

$$\frac{D'}{D} \geq \frac{2\sqrt{1000} - 50}{20}$$

$$\rightarrow D'_{\min} = 3,97\text{ cm}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $d = \sqrt{1000} \approx 31,6\text{ cm}$.



Bài 3. Độ tụ của thấu kính thủy tinh phẳng – lõm:

$$D_1 = (n-1) \frac{1}{R} = -4dp$$

Độ tụ của thấu kính lõng phẳng – lồi:

$$D_2 = (n-1) \frac{1}{R} = 6,5dp$$

Độ tụ của hệ thấu kính ghép sát:

$$D = D_1 + D_2 = 2\text{ dp}$$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Tiêu cự của hệ thấu kính:

$$f = \frac{1}{D} = 0,4m$$

Chọn trục Oy thẳng đứng, hướng lên trên, gốc tọa độ tại điểm ném, phương trình chuyển động của viên bi là:

$$y = 3t^2 - 5t$$

Khi vật qua vị trí tiêu cự F:

$$3t - 5t^2 = 0,4$$

Giải ra ta được $t_1 = 0,2s$; $t_2 = 0,4s$.

Thời gian vật cho ảnh thật từ t_1 đến t_2 : $\Delta t_1 = t_2 - t_1 = 0,2s$.

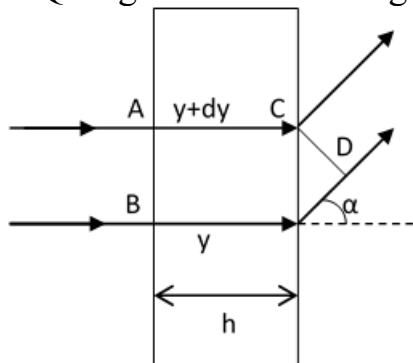
Thời gian vật cho ảnh ảo: $\Delta t_2 = 2 t_1 = 0,4s$.

Bài 4.a. Xét chùm tia rất hẹp, giới hạn bởi hai tia sáng song song ở độ cao y và $y+dy$, các tia ló ra khỏi bản bị lệch góc α so với tia tới. Sự thay đổi chiết suất có thể bỏ qua vì đường truyền tia sáng trong bản mặt gần như thẳng và vuông góc với bản mặt.

+ Vẽ hình

+ Quang trình của tia AB là: $h(n_0 + k(y+dy))$ và của tia BD là: $h(n_0 + ky) + dy \cdot \sin \alpha$.

+ Quang trình của hai tia giữa hai mặt đầu sóng AB và CD bằng nhau:



$h(n_0 + k(y+dy)) = h(n_0 + ky) + dy \cdot \sin \alpha$. Từ đó suy ra: $\sin \alpha = k \cdot h$.

α không phụ thuộc vào y nên chùm sáng qua bản mặt song song là chùm sáng song song lệch góc α so với trục chính. Vì vậy, chùm ló khỏi L_2 hội tụ tại S' là ảnh của S nằm trên tiêu diện ảnh của L_2 và cách tiêu điểm ảnh F_2' của nó đoạn:

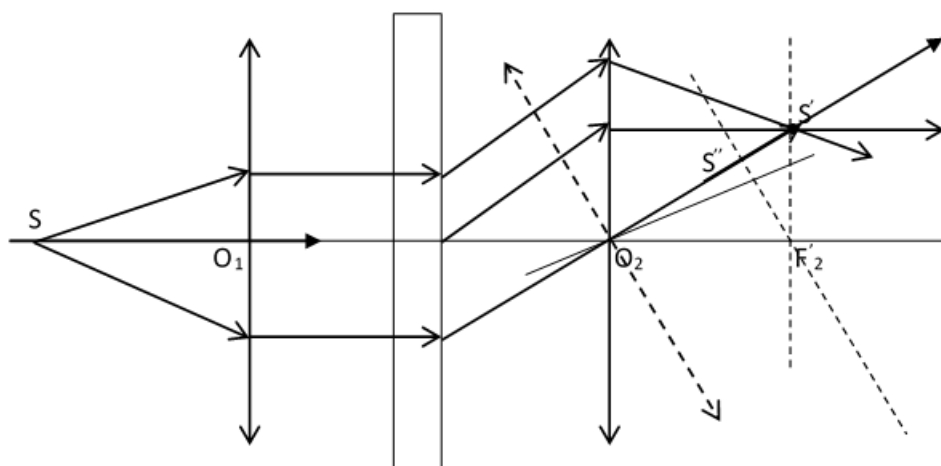
$$S'F_2' = f \cdot \tan \alpha = \frac{k h f}{\sqrt{1 - k^2 h^2}}$$

b. Vẽ hình đúng.

+ Khi thấu kính L_2 quay quanh O_2 , tia tới O_2 có tia ló không đổi nên ảnh của S qua hệ luôn nằm trên đường thẳng O_2S' .

+ Khi quay thấu kính góc φ thì trục chính và tiêu diện của nó cũng quay góc φ và ảnh S'' của S lúc này là giao điểm giữa O_2S' và tiêu diện ảnh của L_2 .

Vậy S'' nằm trên O_2S' và cách O_2 đoạn: $O_2F'' = \frac{f}{\cos(\varphi - \alpha)}$



Bài 5. Khi chưa đặt bản mặt song song:

Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[d]{G} A_1B_1$

$$d' = \frac{df}{d-f} \quad (1)$$

Số phóng đại $k_1 = \frac{f}{f-d}$ với $k_1 = -\frac{A_1B_1}{AB}$

$$\text{Suy ra: } \frac{0,9}{AB} = \frac{f}{d-f} \quad (2)$$

- Khi đặt bản mặt song song:

Sơ đồ tạo ảnh:

$AB \xrightarrow{BMSS} A_1'B_1' \xrightarrow{G} A_2'B_2' \xrightarrow{BMSS} A_2B_2$

Ta đã biết qua bản mặt song song (BMSS) vật thật luôn cho ảnh ảo tiến theo chiều tia sáng tới một đoạn $\Delta d = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ và cho ảnh cao bằng vật.

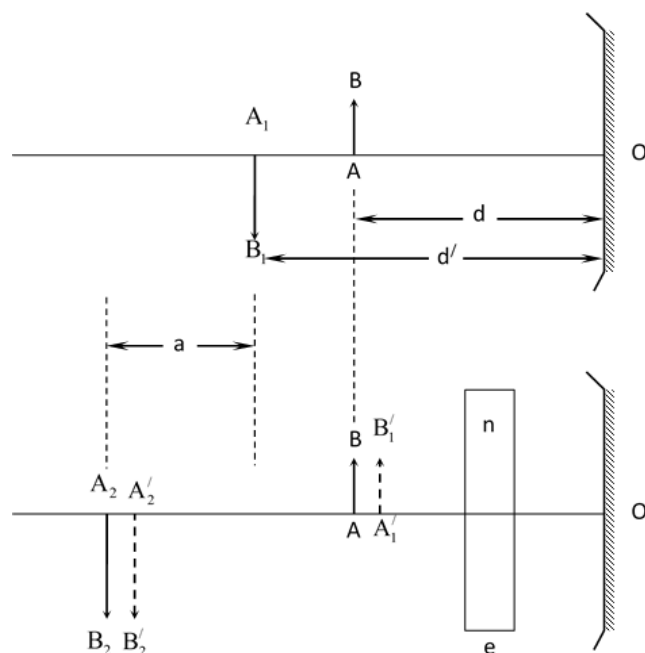
$A_1'B_1'$ cách GC một đoạn: $d - \Delta d$

Ảnh $A_2'B_2'$ của $A_1'B_1'$ qua GC, cách GC một đoạn: $d' + a - \Delta d$

$$\text{Ta có: } d' + a - \Delta d = \frac{(d - \Delta d)f}{d - \Delta d - f} \quad (3)$$

Số phóng đại: $k_2 = \frac{f}{f - (d - \Delta d)}$ với $k_2 = -\frac{A_2B_2}{AB} = -\frac{1,2}{AB}$

$$\text{Suy ra: } \frac{1,2}{AB} = \frac{f}{d - \Delta d - f} \quad (4)$$



Từ (2) và (4), ta suy ra: $\frac{3}{4} = \frac{d - \Delta d - f}{d - f} \Rightarrow d = f + 4\Delta d$ (5)

Từ (1), (3) và (5), ta được: $(\Delta d)^2 - 13\Delta d + 12 = 0$

Suy ra: $\Delta d = 12\text{cm}$ và $\Delta d = 1\text{cm}$

Ta có: $\Delta d = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) \Rightarrow n = \frac{e}{e - \Delta d}$

- với $\Delta d = 12\text{cm}$ thì $n = -0,2 < 0$: loại

- với $\Delta d = 1\text{cm}$ thì $n = 2$

Vậy $n = 2$

Bài 6. a) - Khi đặt thấu kính trong không khí

$$\frac{1}{f_1} = (n-1) \frac{1}{R}; d'_1 = 5\text{cm}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{d'_1} = (n-1) \frac{1}{R} - \frac{1}{d'_1} \quad (1)$$

- Khi đặt thấu kính trong nước $\frac{1}{f_2} = \left(\frac{n}{n'} - 1 \right) \frac{1}{R};$

- Khi đặt trong nước, tiêu cự của thấu kính tăng, khoảng cách vật – thấu kính không đổi
 $\Rightarrow$ ảnh dịch chuyển ra xa thấu kính so với ảnh ban đầu $d'_2 = d'_1 + 25 = 30\text{cm}$

$$\Rightarrow \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{d'_2} = \left(\frac{n}{n'} - 1 \right) \frac{1}{R} - \frac{1}{d'_2} \quad (2)$$

- Từ (1, 2) và $d_1 = d_2$ tính được $R = \frac{(n - \frac{n}{n'})d'_1d'_2}{d'_2 - d'_1} = 2,25\text{cm}$

- Tính được $f_1 = 4,5\text{cm}; f_2 = 18\text{cm}; d_1 = d_2 = 45\text{cm}$

b) Xác định ảnh cuối cùng của vật khi thấu kính nằm sát mặt nước.

- Lớp nước mỏng phía trên sát mặt thoáng tiếp xúc với không khí nên có thể coi là một lưỡng chất phẳng không khí – nước, lưỡng chất phẳng này ghép sát với thấu kính đặt trong nước.

- Sơ đồ tạo ảnh $AB \xrightarrow{LCP} A_1B_1 \xrightarrow{TK} A_2B_2$

- Ảnh A_1B_1

$$\frac{1}{d_1} + \frac{n'}{d'_1} = 0 \Rightarrow d'_1 = -n'd_1 = -60\text{cm}$$

- Vật AB thật, ảnh A_1B_1 ảo

- Ảnh A_2B_2 $d_2 = l - d'_1 = 60\text{cm}$

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow d'_2 = 25,7\text{cm}$$

Ảnh A_2B_2 là ảnh thật

- Số phóng đại ảnh $k = -\frac{d'_2}{d_2} = -0,43$

- Vậy ảnh cuối cùng của vật là ảnh thật, cách thấu kính 25,7cm và có số phóng đại $k = -0,43$.

Bài 7. a. Ta có: $d'_1 = \frac{6d_1}{d_1-6}$; $d_2 = \frac{24d_1-180}{d_1-6}$; $d'_2 = \frac{60-8d_1}{3d_1-22}$ (1)

Khi $d_1 = 15 \text{ cm} \rightarrow d'_2 = -2,6 \text{ cm} < 0$: A'B' là ảnh ảo cách L_2 một khoảng 2,6 cm.

Độ phóng đại: $k = \frac{f_1}{f_1-d_1} \cdot \frac{f_2-d'_2}{f_2} = -\frac{2}{23} < 0$

ảnh A'B' ngược chiều với AB, có độ lớn là $A'B' = 2/23 \text{ (cm)}$.

b. Khi hoán vị hai thấu kính: $d_1 \rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_2}{d_1 - f_2} = \frac{-3d_1}{d_1 + 3}$

$\rightarrow d_2 = l - d'_1 = \frac{33d_1 + 90}{d_1 + 3} \rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f_1}{d_2 - f_1} = \frac{2(11d_1 + 30)}{3d_1 + 8}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có : $\frac{60-8d_1}{3d_1-22} = \frac{2(11d_1+30)}{3d_1+8} \rightarrow 3d_1^2 - 14d_1 - 60 = 0$ (*)

Phương trình (*) có 1 nghiệm dương duy nhất là $d_1 = 7,37$.

Vậy phải đặt vật AB cách thấu kính gần nó nhất một khoảng 7,37 cm.

Bài 8. Khoảng cách giữa hai thấu kính không đổi : $d'_1 + d_2 = l$

$\Rightarrow \frac{d_1 \cdot f_1}{d_1 - f_1} + \frac{d'_2 \cdot f_2}{d'_2 - f_2} = l$ (1)

Vị trí ban đầu của hai thấu kính: $\frac{15f_1}{15-f_1} + \frac{12f_2}{12-f_2} = 30$

$\Rightarrow 19f_1f_2 - 180f_1 - 210f_2 + 1800 = 0$ (2)

Vị trí sau của hai thấu kính: $\frac{15f_2}{15-f_2} + \frac{10f_1}{10-f_1} = 30$

$\Rightarrow 11f_1f_2 - 120f_1 - 90f_2 + 900 = 0$ (3)

Từ 2,3 $\Rightarrow f_1 \cdot f_2 = 20f_1 - 10f_2$ thay vào 2,3 được các phương trình:

$f_1 = 2f_2 - 9$ (4) và $2f_2^2 - 39f_2 + 180 = 0$ (5)

Phương trình (5) có hai nghiệm : $f_{21} = 12 \text{ cm} \Rightarrow f_{11} = 15 \text{ cm}$ (loại)

$f_{22} = 7,5 \text{ cm} \Rightarrow f_{12} = 6 \text{ cm}$

Vậy tiêu cự của hai thấu kính là: $f_1 = 6 \text{ cm}$, $f_2 = 7,5 \text{ cm}$

Độ phóng đại ảnh của hệ hai thấu kính ở hai vị trí :

$k_1 = \frac{f_1}{d_1 - f_1} \cdot \frac{d'_2 - f_2}{f_2} = 0,4$ và $k_2 = \frac{f_2}{d_1 - f_2} \cdot \frac{d'_2 - f_1}{f_1} = \frac{2}{3}$

Bài 9. Kí hiệu d là khoảng cách từ AB đến L (vị trí I) thì ở vị trí II AB cách O một khoảng là $d+\ell$. Ta có sơ đồ tạo ảnh trong hai trường hợp như sau:

Ở vị trí I: $AB \xrightarrow[d]{d'} A'B' \xrightarrow[d_1]{d'_1} A_1B_1$

Ở vị trí II: $AB \xrightarrow[d+\ell]{d} A''B'' \xrightarrow{d_2} A_2B_2$

Ta nhận thấy, nếu ở vị trí II ta đặt vật ở vị trí màn thì ảnh của nó lại ở đúng chỗ của vật và ta lại có đúng như ở vị trí I. Từ đó ta suy ra được: $d'_1 = d + \ell$

$$+ |k_I| = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{AB}{A_2B_2} = \frac{1}{|k_{II}|}$$

$$\Rightarrow k_I^2 = \frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow k_I = \pm \frac{1}{2}$$

Nhận thấy ảnh A_1B_1 ngược chiều với AB do đó: $k_I = -\frac{1}{2}$ (1)

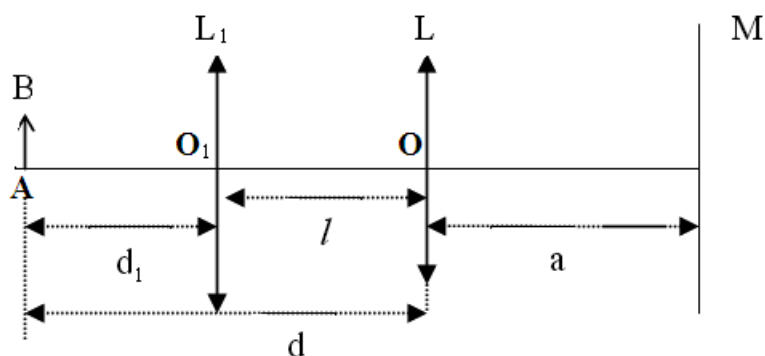
Mặt khác: $k_I = \frac{f_2}{d-f_2} \cdot \frac{(d+\ell)-f_1}{f_1}$ (2) thay số với $\ell = 30cm$, $f_2 = -10cm$ từ (1) và (2) ta tìm được $f_1 = 20cm$

$$b) \text{Ta lại có: } k_I = \frac{f_2}{d-f_2} \cdot \frac{d+\ell}{1-\frac{df_2}{d-f_2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow d = 15cm$$

Ở vị trí I khoảng cách từ AB đến O là $d+\ell = 45cm$ và khoảng cách từ màn đến O là $d'_1 = d+\ell = 45cm$.

Như vậy O cách đều vật và màn. Ở vị trí II kết quả tương tự

Bài 10.



a. Hệ thức liên hệ giữa d và l :

- Sơ đồ tạo ảnh qua quang hệ:

$$AB \xrightarrow[d_1]{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow[d_2]{(L)} A_2B_2$$

Xét các quá trình tạo ảnh qua quang hệ:

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

* Với ảnh A_1B_1 : $d_1 = d - l = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1}$ (1)

* Với ảnh A_2B_2 : $d_2 = l - d'_1 = \frac{d'_1 f}{d'_1 - f}$

Trong đó: $d'_2 = a = 2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$. Suy ra: $d_2 = 50 \text{ cm}$

Mặt khác, ta có: $d'_1 = l - d_2 = l - 50$ (2)

Thay (2) vào (1), ta được: $d_1 = \frac{10l - 500}{l - 60} = d - l$

* Hệ thức liên hệ giữa các đại lượng d và l như sau: $d = \frac{l^2 - 50l - 500}{l - 60}$ (3)

Vẽ đồ thị hàm số: $d = \frac{l^2 - 50l - 500}{l - 60}$ **biểu diễn sự phụ thuộc của d vào l :**

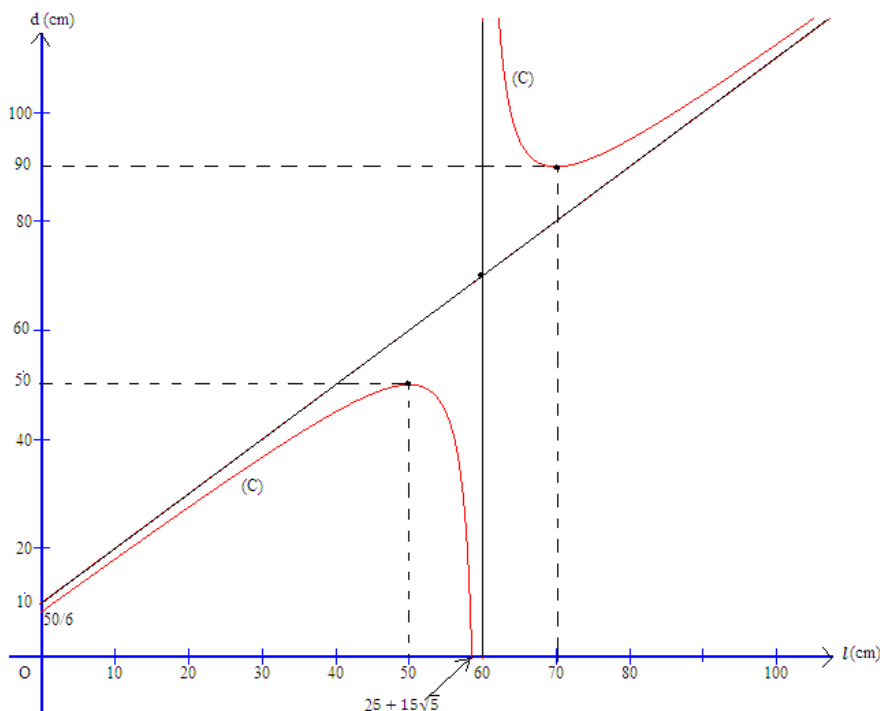
Theo giả thiết AB là vật thật đặt trước thấu kính nên: $d > 0$ và $l > 0$

Do đó: $d = \frac{l^2 - 50l - 500}{l - 60} > 0$

Ta có: $d' = \frac{l^2 - 120l + 3500}{(l - 60)^2} = 0 \Leftrightarrow l = 70 \text{ cm}$ hoặc $l = 50 \text{ cm}$

Ta có bảng biến thiên hàm số d như sau:							0,5
$l(\text{cm})$	0	50	$(25+15\sqrt{5})$	60	70	$+\infty$	
d'		+	0	-	-	-	+
$d(\text{cm})$		$50/6$	$\nearrow 50$	$\searrow 0$	$\searrow -\infty$	$+\infty$	$\nearrow 90$

Đồ thị (C) như sau:

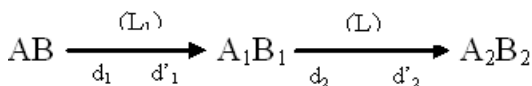


Biến luận theo 1 giá trị của d như sau:

Theo đồ thị (C) ta có: $+ / 0 < l < 25 + 25\sqrt{5} \text{ cm}$ thì $0 < d < 50 \text{ cm}$
 $+ / 60 \text{ cm} < l < +\infty$ thì $d > 90 \text{ cm}$.

b. Xác định vị trí và độ phóng đại của ảnh qua quang hệ.

Sơ đồ tạo ảnh qua quang hệ:



$$\text{Theo giả thiết: } l = 20 \text{ cm} \Rightarrow d = \frac{l^2 - 50l - 500}{l - 60} = \frac{20^2 - 50 \cdot 20 - 500}{20 - 60} = 27,5 \text{ cm}$$

$$\text{và } d_1 = d - l = 27,5 - 20 = 7,5 \text{ cm}$$

$$d'_1 = l - 50 = 20 - 50 = -30 \text{ cm}; d_2 = 50 \text{ cm}; d'_2 = a = 2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$$

Nên, số phóng đại của ảnh qua quang hệ:

$$k = \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) \cdot \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) = -16$$

Kết luận: Ta phải đặt vật cách thấu kính (L_1) khoảng là 7,5 cm; và số phóng đại ảnh $k = -16$ ($k < 0$ - ảnh ngược chiều với vật) lớn gấp 16 lần so với vật.

Bài 11. Gọi R là bán kính mặt lồi của thấu kính

Sử dụng công thức sự tạo ta có

- Trong không khí: $1/d + 1/5 = (n-1)/R$

- Trong nước: $1/d + 1/30 = (n/n' - 1)/R$

Từ đó tính được: $d = 45 \text{ cm}; R = 22,5 \text{ cm}$

tiêu cự của thấu kính khi chìm trong nước là $f' = 18 \text{ cm}$, ở trong không khí là 4,5 cm

a) Đặt thấu kính chìm trong nước, mặt phẳng của thấu kính sát mặt nước
Coi như có một lớp nước rất mỏng giữa mặt phẳng của thấu kính và không khí. Vậy ánh sáng từ S đi qua lưỡng chất phẳng không khí – nước để đi vào trong nước sau đó đi qua thấu kính có tiêu cự f' nằm trong nước

sơ đồ tạo ảnh: $S \xrightarrow{\text{LCP}} S_1 \xrightarrow{f'} S_2$

$d_1 = 45\text{cm}$, $d_1' = -60\text{cm}$, $d_2 = 60\text{cm}$, $d_2' = 25,7\text{cm}$. Vậy ảnh qua hệ là ảnh thật nằm dưới mặt nước 25,7cm

b) Đặt thấu kính chìm trong nước, mặt lồi của thấu kính sát mặt nước

Trường hợp này vật S ở dưới nước. Ánh sáng từ S đi lên qua một thấu kính có tiêu cự f' nằm trong nước rồi sau đó khúc xạ qua lưỡng chất phẳng ra ngoài mặt nước

sơ đồ tạo ảnh: $S \xrightarrow{f'} S_1 \xrightarrow{\text{LCP}} S_2$

$d_1 = 45\text{cm}$; $d_1' = 30$; $d_2 = -30\text{cm}$; $d_2' = 22,5\text{cm}$

Vậy ảnh qua hệ là ảnh thật nằm ngoài không khí 22,5cm

Bài 12. a) Tính f_1 và f_3 :

- Khi chưa đặt L2. Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[d_1; d_1]{L_1} A_1B_1 \xrightarrow[d_3; d_3]{L_3} A'B'$

- Gt: $d_1 + 70 + d_3 = 370 \Rightarrow d_1 + \frac{d_3 f_3}{d_3 - f_3} = 300 \quad (1);$

với $d_3 = 70 - d_1' = 70 - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} \quad (2)$

- ảnh gấp 6 lần vật nên: $k = \frac{d_1' d_3'}{d_1 - d_3} = 6 \Rightarrow \frac{f_1}{d_1 - f_1} \cdot \frac{f_3}{d_3 - f_3} = 6 \quad (3)$

- Đặt thêm L2: Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[d_1; d_1]{L_1} A_1B_1' \xrightarrow[d_2; d_2]{L_2} A_2B_2 \xrightarrow[d_3; d_3]{L_3} A'B'$

- Với $O_1O_2 = 36\text{cm}$: ảnh $A'B'$ không đổi $\Rightarrow A_1B_1' = A_2B_2 = A_1B_1$
 $\Rightarrow d_2 = d_2' = 0 \Rightarrow d_1' = 36\text{cm}$; $d_3 = 70 - 36 = 34\text{cm}$

Mặt khác: $d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = 36 \Rightarrow \frac{f_1}{d_1 - f_1} = \frac{36}{d_1} \quad (4)$

- Thay (1), (4) vào (3) được: $\frac{36}{d_1} \cdot \frac{300 - d_1}{d_3} = 6$

Thay $d_3 = 34\text{cm}$ và giải được: $d_1 = 45\text{cm}$; $f_1 = \frac{d_1 d_1'}{d_1 + d_1'} = 20\text{cm}$

$d_3' = 300 - d_1 = 255\text{cm}$; $f_3 = \frac{d_3 d_3'}{d_3 + d_3'} = 30\text{cm}$

- Với $O_1O_2' = 46\text{cm}$; ảnh $A'B'$ ở xa vô cùng

$\Rightarrow d_3' = \infty \Rightarrow d_3 = f_3 = 30\text{cm}$

$\Rightarrow d_2' = O_2O_3 - d_3 = -6\text{cm}$; $d_2 = O_1O_2 - d_1' = 10\text{cm}$;

$\Rightarrow f_2 = \frac{d_2 d_2'}{d_2 + d_2'} = -15\text{cm}$

b) Với $O_1O_2 = x$, để độ lớn của ảnh $A'B'$ không thay đổi với mọi $d_1 \Rightarrow$ tia tới hệ song song với trục chính phải cho tia ló khỏi hệ cũng song song với trục chính

$$\Rightarrow d_1 = \infty \Rightarrow d'_1 = f_1 = 20\text{cm}; d'_3 = \infty \Rightarrow d_3 = f_3 = 30\text{cm};$$

$$\text{Mặt khác: } O_2O_3 = d_1 + d_2 + d'_2 + d_3 = 70 \Rightarrow d_2 + d'_2 = 20$$

$$\Rightarrow d_2 + \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = 20 \Rightarrow \begin{cases} d_2 = 30\text{cm} \Rightarrow x = d'_1 + d_2 = 50\text{cm} \\ d_2 = -10\text{cm} \Rightarrow x = d'_1 + d_2 = 10\text{cm} \end{cases}$$

Bài 13. 1. Vì thấu kính là thấu kính hội tụ và hai ảnh đều là thật, vật dịch đến gần thấu kính một đoạn 30 cm mà ảnh vẫn cách vật một khoảng như cũ nên ảnh phải dịch chuyển ra xa thấu kính so với ảnh cũ một đoạn là 30 cm

$$\text{- Tại vị trí đầu ta có phương trình: } \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

$$\text{- Tại vị trí sau, ta có phương trình: } \frac{1}{d-30} + \frac{1}{d'+30} = \frac{1}{f} \quad (2)$$

$$\text{- Do } d > 0 \text{ và } d' > 0 \text{ nên: } \frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{A_2B_2}{AB} \cdot \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{d'+30}{d-30} \cdot \frac{d}{d'} = 4 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{- Từ (1) và (2) ta có: } \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} &= \frac{1}{d-30} + \frac{1}{d'+30} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{d} - \frac{1}{d-30} &= \frac{1}{d'+30} - \frac{1}{d'} \Leftrightarrow \frac{d'+30}{d-30} = \frac{d}{d'} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\text{- Thay (4) vào (3) ta được } d = 2d'$$

$$\text{- Thay } d = 2d' \text{ vào phương trình (4) ta tìm được } d' = 30 \text{ cm} \Rightarrow d = 60\text{cm}$$

$$\text{Vậy } f = \frac{d \cdot d'}{d + d'} = \frac{30 \cdot 60}{30 + 60} = 20\text{cm}$$

2a) Tính l để ảnh cuối cùng A_2B_2 có độ cao $\neq$ vị trí đặt vật AB .

Xác định khoảng cách l giữa hai thấu kính để ảnh cuối cùng A_2B_2 có độ cao không phụ thuộc vị trí đặt vật AB .

$$\text{- Sơ đồ tạo ảnh: } \underset{d_1}{AB} \xrightarrow{\frac{f_1}{4} \text{ (1)}} \underset{d'_1}{A_1B_1} \xrightarrow{\frac{f_2}{4} \text{ (2)}} \underset{d_2}{A_2B_2}$$

$$\text{- Ta có: } d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}, d_2 = l - d'_1 = \frac{d_1(l - f_1) - l f_1}{d_1 - f_1}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{f_2 [d_1(l - f_1) - l f_1]}{d_1(l - f_1 - f_2) - l f_1 + f_1 f_2}$$

$$\text{- Độ phóng đại ảnh qua hệ: } k = k_1 \cdot k_2 = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = \frac{f_1 f_2}{d_1(l - f_1 - f_2) - l f_1 + f_1 f_2}$$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

- Để ảnh A_2B_2 có độ cao không phụ thuộc vị trí vật AB thì độ phóng đại k không phụ thuộc vị trí vật AB, tức là k không phụ thuộc vào d_1 . Hay: $1 - f_1 - f_2 = 0$

$$\Rightarrow 1 = |f_1 + f_2| = 10 \text{ cm}$$

b) Xác định vị trí của vật sáng AB Sơ đồ tạo ảnh cho vật AB trước và sau khi hoán vị hai thấu kính:

$$AB_{d_1} \xrightarrow{\frac{f_1}{d_1}} A_1B_1_{d'_1} \xrightarrow{\frac{f_2}{d'_1}} A_2B_2_{d'_2} ; AB_{d_3} \xrightarrow{\frac{f_2}{d_3}} A_3B_3_{d'_3} \xrightarrow{\frac{f_1}{d'_3}} A_4B_4_{d'_4}$$

- Trong đó: $d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{20d_1}{d_1 - 20}$; $d'_2 = 1 - d'_1 - 40 = \frac{20d_1 - 800}{d_1 - 20}$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-30(20d_1 - 800)}{50d_1 - 1400}$$

- Tính theo sơ đồ tạo ảnh: $d_3 = d_1$; $d'_3 = \frac{d_3 f_2}{d_3 - f_2} = \frac{-30d_1}{d_1 + 30}$

$$d_4 = 1 - d'_3 = \frac{70d_1 + 1200}{d_1 + 30} ; d'_4 = \frac{20(70d_1 + 1200)}{50d_1 + 600}$$

- Do hai ảnh của vật nằm tại cùng một vị trí nên:

$$d'_2 = d'_4 \Leftrightarrow \frac{-30(20d_1 - 800)}{50d_1 - 1400} = \frac{20(70d_1 + 1200)}{50d_1 + 600} \Leftrightarrow d_1^2 - 16d_1 - 480 = 0$$

- Phương trình có hai nghiệm: $d_1 = 31,3 \text{ cm}$ và $d_1 = -15,3 \text{ cm}$.

- Vì vật AB là vật thật nên khoảng cách từ vật tới thấu kính L_1 là $d_1 = 31,3 \text{ cm}$

Bài 14. 1. Sơ đồ tạo ảnh

$$AB \xrightarrow{O_1} A_1B_1 \xrightarrow{O_2} A_2B_2 \xrightarrow{O_3} A'B$$

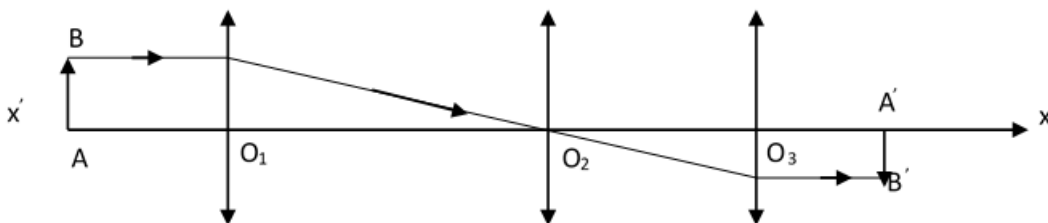
$$d_1 \quad d'_1 \quad d_2 \quad d'_2 \quad d_3 \quad d'_3$$

Theo giả thiết: $d_1 = -f_1$ và $d'_3 = -f_3$

từ đó $d'_1 = 3a$, $d_2 = 3a$; $d'_2 = \frac{3af}{3a - f}$; $d_3 = 1,5a$

Mà $d'_2 + d_3 = 3a$ suy ra $f = a$

2.



Với mọi vị trí của AB và A'B' Ta có $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_2O_3}}{\overline{O_1O_2}} = \frac{f_3}{f_1}$ (1)

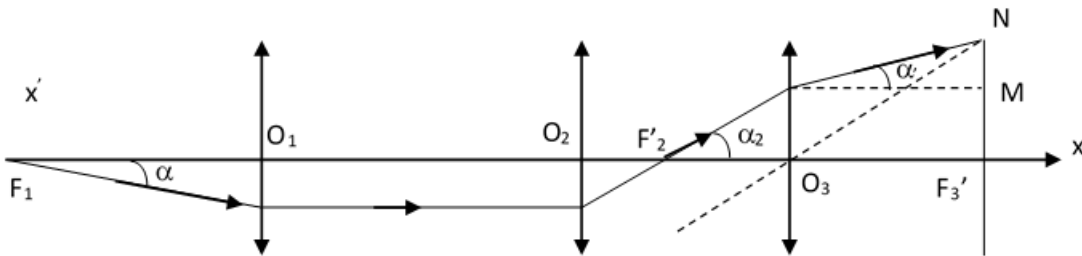
Xét tia sáng đi qua F_1 nh hình bên Ta có

$$\frac{\alpha_2}{\alpha} = \frac{f_1}{f_2} \Rightarrow \alpha_2 = \alpha \frac{f_1}{f_2} \quad (2)$$

$$NF_3' = MN + MF_3' \Rightarrow \alpha_2 f_3 = \alpha' f_3 + \alpha_2 (f_3 - f_2)$$

suy ra $\alpha_2 = \alpha' \frac{f_3}{f_2}$ (3)

Từ (1) (2) và (3) $\Rightarrow \alpha' \cdot A'B' = \alpha \cdot AB$

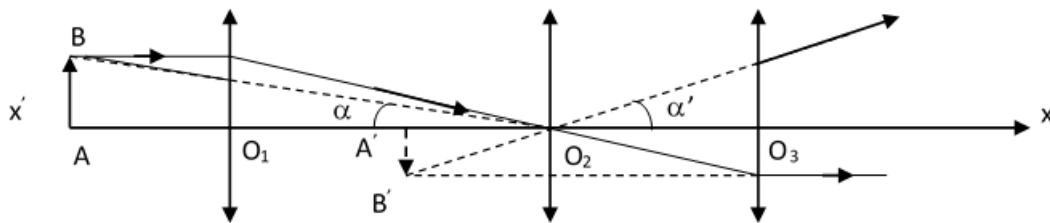


3. Xét tia sáng đi qua O_2 cho tia ló đi qua O_2

$$\alpha' = \frac{A'B'}{x'} \text{ còn } \alpha = \frac{AB}{x} \Rightarrow \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{AB}{A'B'} \cdot \frac{x}{x'}$$

Mặt khác từ (1) $\Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{2}$

Nên cuối cùng : $x = 4x'$



Bài 15.

Khi vật dịch chuyển trước TK O_1 , đầu A của vật có quỹ đạo là đường thẳng song song trục chính. Nếu hệ số phóng đại qua hệ không đổi thì ảnh A_3 của A có quỹ đạo cũng là đường thẳng song song trục chính

Nếu xét một tia sáng tới trùng với quỹ đạo của A, tia sáng ló ra sau hệ sẽ phải trùng với quỹ đạo của ảnh A₃

Vậy điều kiện để hệ số phóng đại không thay đổi là **tia sáng tới song song trục chính sau khi qua hệ phải cho tia ló song song trục chính**

Tia tới song song trục chính suy ra $d_1 = \infty$, tia ló song song trục chính suy ra $d'_3 = \infty$

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau:

$$AB \xrightarrow{O_1} A_1B_1 \xrightarrow{O_2} A_1B_2 \xrightarrow{O_3} A_3B_3$$

Gọi $x = O_1O_2$, khi đó $O_2O_3 = 80 - x$. Ta có:

$$d_1 = \infty \Rightarrow d'_1 = f_1 = 30\text{cm} \dots \dots \dots [0, 25\text{đ}]$$

$$d_2 = x - d'_1 \Rightarrow d_2 = x - 30\text{cm} \dots \dots \dots [0, 25\text{đ}]$$

$$d'_3 = \infty \Rightarrow d_3 = f_3 = 40\text{cm} \dots \dots \dots [0, 25\text{đ}]$$

$$d'_2 = O_2O_3 - d_3 \Rightarrow d'_2 = 40 - x \dots \dots \dots [0, 25\text{đ}]$$

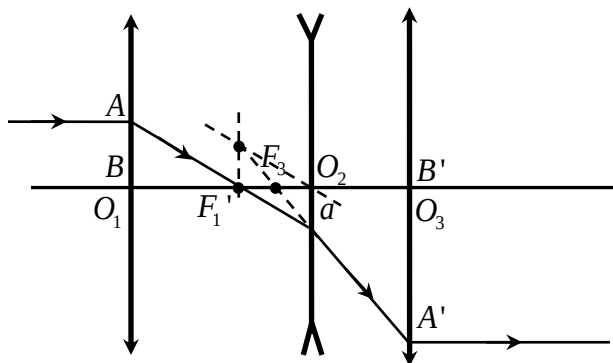
Theo công thức thấu kính:

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{x-30} + \frac{1}{40-x} = \frac{1}{-20}$$

$$\Rightarrow x^2 - 70x + 1000 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 20\text{cm} \\ x = 50\text{cm} \end{cases}$$

Cả hai nghiệm đều thỏa điều kiện $0 < x < 80\text{cm}$ nên đều được nhận

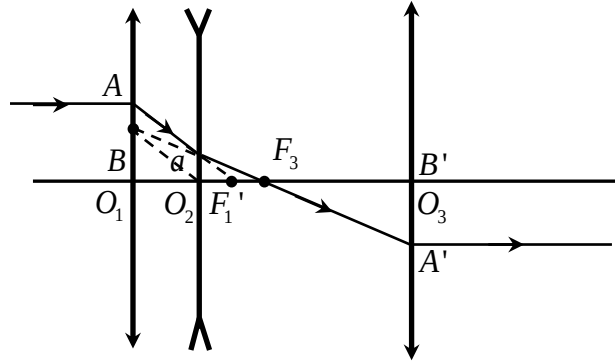
+ Nếu $x = 50\text{cm} \Rightarrow d_2 = 20\text{cm}$ và $d'_2 = -10\text{cm}$; ta có hình vẽ sau:



Số phóng đại k:

$$k = -\frac{A'B'}{AB} = -\frac{\left(\frac{A'B'}{a}\right)}{\left(\frac{AB}{a}\right)} = -\frac{\left(\frac{O_3F_3}{O_2F_3}\right)}{\left(\frac{O_1F_1'}{O_2F_1'}\right)} = -\frac{\left(\frac{40}{10}\right)}{\left(\frac{30}{20}\right)} = -\frac{8}{3}$$

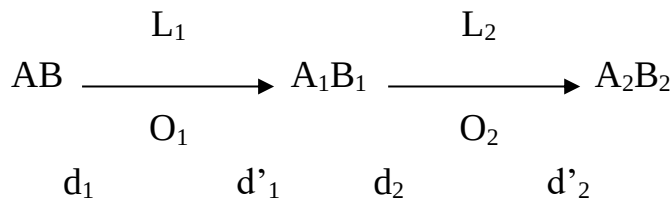
+ Nếu $x = 20\text{cm} \Rightarrow d_2 = -10\text{cm}$ và $d_2' = 20\text{cm}$; ta có hình vẽ sau:



Số phóng đại k :

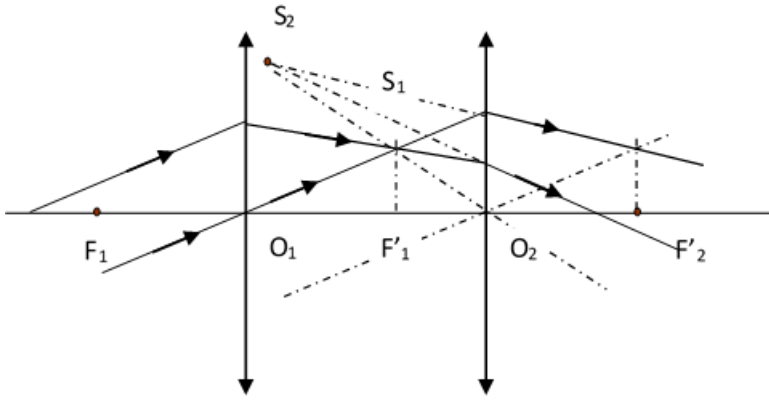
$$k = -\frac{A'B'}{AB} = -\frac{\left(\frac{A'B'}{a}\right)}{\left(\frac{AB}{a}\right)} = -\frac{\left(\frac{O_3F_3}{O_2F_3}\right)}{\left(\frac{O_1F_1'}{O_2F_1'}\right)} = -\frac{\left(\frac{40}{20}\right)}{\left(\frac{30}{10}\right)} = -\frac{2}{3}$$

Bài 16. a) Sơ đồ tạo ảnh:

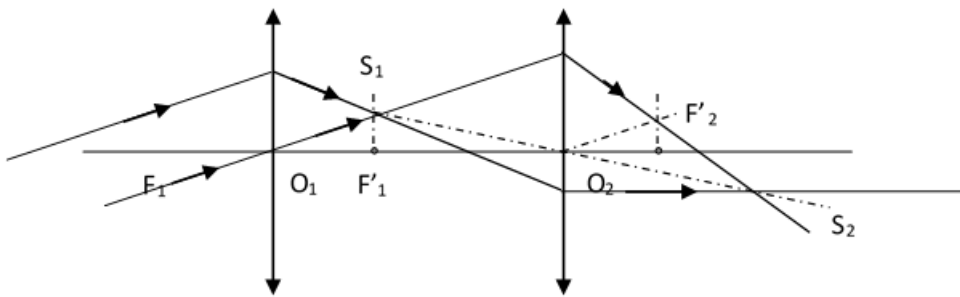


- Chùm sáng tới $\parallel$: $d_1 = \infty \Rightarrow d'_1 = f$
 $\Rightarrow d_2 = l - d'_1 = l - f$
 $\Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{(l - f)f}{l - 2f}$

+ Khi $f < l < 2f \Rightarrow d'_2 < 0$: Chùm tia ló là chùm phân kỳ.



+ Khi $l = 2f \Rightarrow d'_2 > 0$: Chùm tia ló là chùm hội tụ.



b) Ban đầu điểm sáng đặt sát thấu kính thứ nhất $\Rightarrow$ cách thấu kính thứ hai: $d_0 = l = 2f = 20\text{cm} \Rightarrow$ ảnh của hệ ở vị trí cách thấu kính $d'_0 = \frac{d_0 f}{d_0 - f} = 20\text{cm}$.

- Đoạn đường điểm sáng đi được trong thời gian t :

$$d_1 = V \cdot t = 5 \cdot t \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{10t}{t - 2} \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow d_2 = l - d'_1 = 20 - \frac{10t}{t - 2} = \frac{10 \cdot (t - 4)}{t - 2}$$

$$\Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = 5 \cdot (4 - t) \Rightarrow V' = \frac{d'_2 - d'_0}{t} = \frac{20 - 5 \cdot (4 - t)}{t} = 5\text{cm/s}$$

$\Rightarrow$ + Tính chất chuyển động: Ảnh sau cùng của hệ chuyển động đều từ vị trí cách thấu kính thứ hai một đoạn 20cm, với vận tốc $V' = 5\text{cm/s}$, cùng chiều với chiều chuyển động của vật.

+ Tính chất của ảnh sau cùng của hệ:

* Khi $0 < t < 4\text{s} \Rightarrow 0 < d'_2 < 20\text{cm}$: Ảnh thật.

* Khi $t = 4\text{s} \Rightarrow d'_2 = 0$: Ảnh sát với thấu kính thứ hai.

* Khi $t > 4\text{s} \Rightarrow d'_2 < 0$: Ảnh ảo.

Bài 17. Xét tia sáng truyền như hình vẽ

$A \xrightarrow{O_1} B \xrightarrow{O_2} C$

$AI O_1 \sim CJO_2$; $BIO_1 \sim BJO_2$ nên

$$\frac{IO_1}{JO_2} = \frac{O_1B}{O_2B} = \frac{d'_1}{d_2} \quad ; \quad \frac{IO_1}{JO_2} = \frac{O_1A}{O_2C} = \frac{d_1}{d'_2}.$$

Từ đó: $\frac{d'_1}{d_2} = \frac{d_1}{d'_2}$ hay $\frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = 1$.

$$k = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = \frac{f_1 f_2}{d_1(a - f_1 - f_2) - f_1 a + f_1 f_2} = 1$$

$d_1 = \frac{f_1 a}{a - (f_1 + f_2)}$. Bài toán có nghiệm ứng với hình

vẽ khi $(f_1 + f_2) < a$.

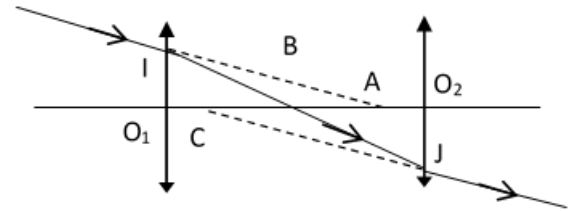
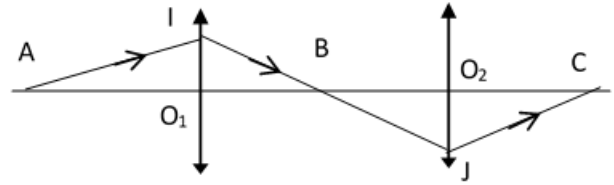
Biện luận :

$(f_1 + f_2) = a$; điểm A ở xa vô cùng.

$(f_1 + f_2) > a$

$(f_1 + f_2) < a$ Chứng minh tương tự ta cũng có

$$\frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = 1 \quad \text{và} \quad d_1 = \frac{f_1 a}{a - (f_1 + f_2)}; \text{ điểm A là ảo ở sau } O_1.$$



Bài 18.1.

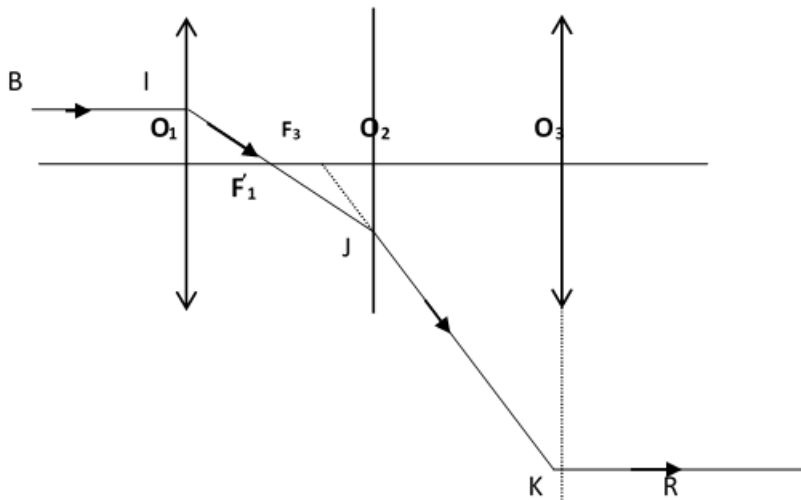
a. Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $\overline{AB} \xrightarrow{TK O_1} \overline{A_1 B_1} \xrightarrow{TK O_3} A_2 B_2$

- Áp dụng công thức thấu kính, ta có:

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = 30 \text{ cm}. \quad d_2 = l - d'_1 = 10 \text{ cm}. \quad d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = -\frac{50}{3} \text{ cm}$$

- Độ phóng đại: $k = \frac{d'_1 d'_2}{d_1 d_2} = -\frac{50}{15} \Rightarrow A_2 B_2 = |k| AB = \frac{50}{15} \text{ cm}.$

- Vậy ảnh $A_2 B_2$ qua hệ thấu kính là ảnh ảo, ngược chiều với vật và bằng $\frac{50}{15}$ lần vật



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

- Khi vật dịch chuyển dọc theo trục chính thì tia BI song song trục chính không đổi.
- Để độ phóng đại ảnh không phụ thuộc vị trí đặt vật thì tia ló KR phải song song với trục chính
- Suy ra tia JK kéo dài phải qua F_3 , từ hình vẽ, ta có F_3 là ảnh của F_1' qua TK O_2 .
- Ta có: $d_2 = 10\text{cm}$; $d_2' = -5\text{cm} \Rightarrow f_2 = \frac{d_2 d_2'}{d_2 + d_2'} = -10(\text{cm})$
- Vậy cần phải đặt một TKPK có tiêu cự $f_2 = -10\text{cm}$ tại O_2 .

Bài 19. a. Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$

$$d_1 \quad d_1' \quad d_2 \quad d_2'$$

Với $l = 68\text{ cm}$, $d_1 = 88 - l = 20\text{ cm}$; $d_1' = d_1 f_1 / (d_1 - f_1) = -12\text{ cm}$

$d_2 = l - d_1' = 80\text{ cm}$; $d_2' = d_2 f_2 / (d_2 - f_2) = 120\text{ cm} > 0$

A_2B_2 là ảnh thật cách thấu kính L_2 một khoảng 120 cm .

* Độ phóng đại: $k = d_1' d_2' / d_1 d_2 = -9/10 < 0$

ảnh A_2B_2 ngược chiều và có độ lớn: $A_2B_2 = |k| AB = 0,9\text{ cm}$.

b. Ta biết TKPK L_1 cho vật thật AB một ảnh ảo A_1B_1 , do đó $d_1' < 0$. Vị trí A_1B_1 đối với L_2 : $d_2 = l - d_1' > 0$, nghĩa là A_1B_1 là vật thật đối với L_2 . Muốn A_2B_2 là ảnh thật thì ta phải có điều kiện $d_2 > f_2$ hay $l - d_1' > f_2$ (1)

- Theo đề bài: $d_1 = 88 - l \Rightarrow d_1' = -30(88 - l)/(118 - l)$

$\Rightarrow l - d_1 = l + 30(88 - l)/(118 - l) = (-l^2 + 88l + 2640)/(118 - l)$

- Vậy điều kiện trên trở thành: $(-l^2 + 88l + 2640)/(118 - l) > 48$.

Vì $0 \leq l \leq 88 \Rightarrow 118 - l > 0$

nên muốn (2) thỏa mãn thì ta phải có: $l^2 - 136l + 3024 < 0 \Rightarrow 28\text{ cm} < l < 108\text{ cm}$.

Suy ra: $28 < l \leq 88$ (theo đề bài)

Bài 20. 1.. Xác định vị trí của vật, màn đối với thấu kính để khoảng cách vật và màn là nhỏ nhất.

Khi hứng ảnh của vật trên màn, khoảng cách L giữa vật và màn là khoảng cách giữa ảnh thật và vật thật.

Ta có: $d + d' = L$

$$\Leftrightarrow d + \frac{df}{d - f} = L$$

$$\Leftrightarrow d^2 - df + df = Ld - Lf$$

$$\Leftrightarrow d^2 - Ld + Lf = 0 \quad (1)$$

Ta có: $\Delta = L^2 - 4Lf$

Để khoảng cách vật và màn là nhỏ nhất thì $L_{\min} = 4f = 4.25 = 100\text{ cm}$.

Phương trình (1) cho nghiệm $d = 50\text{ cm}$.

Vậy vị trí của vật và màn đối xứng nhau qua thấu kính $d = d' = 2f = 50\text{ cm}$.

2.. Tính tiêu cự f_2 .

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

2a. Trường hợp 1.

* Sơ đồ tạo ảnh:

$$S \xrightarrow{(L_1)} S' \xrightarrow{(L_2)} S''$$

$\left\{ \begin{matrix} d_1 \\ d_1' \end{matrix} \right\}$

$\left\{ \begin{matrix} d_2 \\ d_2' \end{matrix} \right\}$

Nếu vết sáng trên màn có đường kính không đổi khi tịnh tiến màn, chùm tia ló tạo bởi thấu kính (L_2) là chùm tia song song với trục chính.

$$\Rightarrow d_2' \rightarrow \infty \Rightarrow f_2 = d_2$$

Mà $d_2 = -30$ cm. (d_2 là ảnh ảo cách L_2 30 cm)

Vậy (L_2) là thấu kính phân kỳ có tiêu cự $f_2 = -30$ cm.

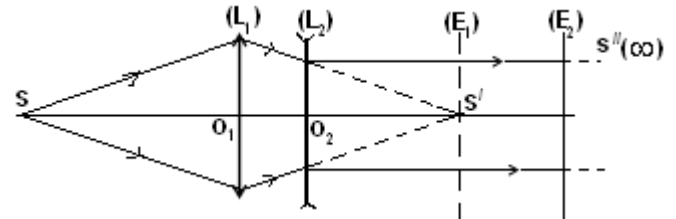
- Trường hợp 2.

* Sơ đồ tạo ảnh:

$$S \xrightarrow{(L_1)} S' \xrightarrow{(L_2)} S''$$

$\left\{ \begin{matrix} d_1 \\ d_1' \end{matrix} \right\}$

$\left\{ \begin{matrix} d_2 \\ d_2' \end{matrix} \right\}$



Theo đề bài, chùm tia ló tạo bởi (L_2) có thể là chùm tia phân kỳ hay chùm hội tụ.

+ Nếu chùm tia ló là chùm tia phân kỳ (S'' ảo) ta có:

$$\frac{D_2}{D_1} = 2 = \frac{|d_2'| + |d_2| + 10}{|d_2'| + |d_2|}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|d_2'| + 30 + 10}{|d_2'| + 30} = 2$$

$$\Leftrightarrow |d_2'| + 40 = 2|d_2'| + 60$$

$$\Rightarrow |d_2'| = -20 \text{ (loại)}$$

+ Vậy chùm tia ló tạo bởi (L_2) là chùm tia hội tụ (S'' thật).

2b. Ta có 2 trường hợp sau:

* TH1:

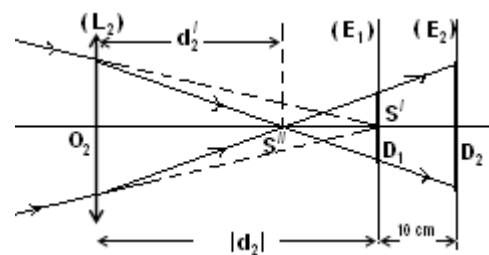
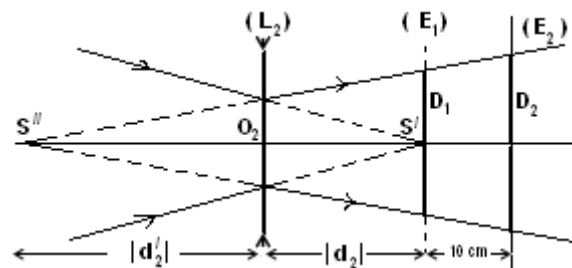
$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{|d_2| - d_2' + 10}{|d_2| - d_2'} = 2$$

$$\frac{30 - d_2' + 10}{30 - d_2'} = 2$$

$$30 - d_2' + 10 = 60 - 2d_2'$$

$$\Rightarrow d_2' = 20 \text{ cm.}$$

Vậy (L_2) là thấu kính hội tụ có $f_2 = \frac{d_2 \cdot d_2'}{d_2 + d_2'} = \frac{(-30) \cdot 20}{(-30) + 20} = 60$ cm.



Bài 21. Xác định tiêu cự của hai thấu kính và số phóng đại của ảnh ở mỗi vị trí.

Ta có: $d'_1 + d_2 = \ell$. Thay d'_1 và d_2 lần lượt bằng các giá trị tính theo d_1 và d'_2 , ta được hệ thức sau:

$$\frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} + \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \ell$$

Ban đầu $d_1 = 15\text{cm}$, $d'_2 = 12\text{cm}$, $\ell = 30\text{cm}$.

$$\text{Ta có: } \frac{15f_1}{15-f_1} + \frac{12f_2}{12-f_2} = 30; \text{ ĐK: } f_1 \neq 15, f_2 \neq 12 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow 5f_1(12-f_2) + 4f_2(15-f_1) = 10(15-f_1)(12-f_2) \quad (2)$$

Sau khi hoán vị (L_1), (L_2) thì d_1 và ℓ không đổi, nhưng $d'_2 = 10\text{cm}$.

$$\text{Ta có: } \frac{d_1 f_2}{d_1 - f_2} + \frac{d'_2 f_1}{d'_2 - f_1} = \ell$$

$$\frac{15f_2}{15-f_2} + \frac{10f_1}{10-f_1} = 30 \quad (3)$$

$$3f_2(10-f_1) + 2f_1(15-f_2) = 6(15-f_2)(10-f_1) \quad (4)$$

Khai triển và rút gọn (2) và (4), ta được:

$$19f_1 f_2 - 180f_1 - 210f_2 + 1800 = 0 \quad (5)$$

$$11f_1 f_2 - 120f_1 - 90f_2 + 900 = 0 \quad (6)$$

Lấy (5) trừ (6), ta được:

$$8f_1 f_2 - 60f_1 - 120f_2 + 900 = 0 \quad (7)$$

Lấy (6) trừ (7), ta được:

$$3f_1 f_2 - 60f_1 + 30f_2 = 0 \text{ hay } f_1 f_2 = 20f_1 - 10f_2 \quad (8)$$

Thay (8) vào (7) ta được: $f_1 = 2f_2 - 9$ (9)

Thay (9) vào (8) ta được:

$$2f_2^2 - 39f_2 + 180 = 0$$

Phương trình này cho ta 2 nghiệm dương:

$$f_2 = 12\text{cm}; f_2 = 7,5\text{cm}.$$

Tương ứng ta có: $f_2 = 12\text{cm} \rightarrow f_1 = 15\text{cm}$. (loại)

$$f_2 = 7,5\text{cm} \rightarrow f_1 = 6\text{cm}.$$

Vậy tiêu cự của hai thấu kính là: $f_1 = 6\text{cm}$; $f_2 = 7,5\text{cm}$.

Số phóng đại của ảnh ở các vị trí:

$$k_1 = \frac{f_1}{d_1 - f_1} \cdot \frac{d'_2 - f_2}{f_2} = \frac{6}{15-6} \cdot \frac{12-7,5}{7,5} = 0,4.$$

$$K_1 = \frac{f_2}{d_1 - f_2} \cdot \frac{d'_2 - f_1}{f_1} = \frac{7,5}{15-7,5} \cdot \frac{10-6}{6} = \frac{2}{3}.$$

Bài 22.

Tính tiêu cự của hai thấu kính và khoảng cách ℓ .

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

- Khi chưa đặt bản L, thì số phóng đại của ảnh $A'B'$ là:

$$k' = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1,5}{6} = \frac{1}{4}$$

$$k_1 = \frac{A_1B_1}{AB}; k_2 = \frac{A'B'}{A_1B_1}.$$

- Khi bản L đặt giữa hai thấu kính, thì vật A_1B_1 , đối với O_2 bị dịch chuyển lại gần O_2 một đoạn:

$$\begin{aligned}\Delta d_2 &= A_1A'_1 = e \left(1 - \frac{1}{n}\right) \\ &= 8 \cdot \left(1 - \frac{1}{1,6}\right) = 3\text{cm}.\end{aligned}$$

làm cho ảnh $A'B'$ dịch chuyển một đoạn $\Delta d'_2 = 3\text{cm}$.

* Gọi k'_2 là số phóng đại của ảnh này, ta có:

$$\frac{\Delta d'_2}{\Delta d_2} = k_2 \cdot k'_2 = \frac{3}{3} = 1.$$

Mặt khác $\frac{k'_2}{k_2} = \frac{A''B''}{A'B'} = \frac{6}{1,5} = 4$

$$\Rightarrow k'_2 = -2; k_2 = -\frac{1}{2}.$$

Ta có: $k_2 = \frac{-d'_{2a}}{d_{2a}} = \frac{-f_2}{d_{2a} - f_2} = -\frac{1}{2}$
 $\Rightarrow d_{2a} = 3f_2$ (1)

$$k'_2 = \frac{-f_2}{d_{2b} - f_2} = -2$$
 (2)

$$d_{2b} = d_{2a} - 3$$
 (3)

Từ (1), (2) và (3) ta được:

$$\frac{-f_2}{3f_2 - 3 - f_2} = -2$$

$$\Leftrightarrow f_2 = 2\text{cm}.$$

$$d_{2a} = 3f_2 = 3 \cdot 2 = 6\text{cm}.$$

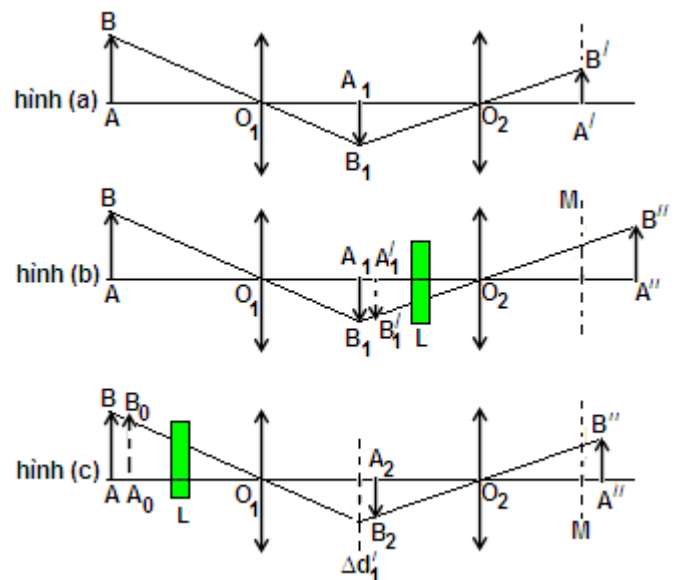
$$d_{2b} = 6 - 3 = 3\text{cm}.$$

$$d'_{2a} = \frac{d_{2a}}{2} = \frac{6}{2} = 3\text{cm}.$$

Ta có:

$$|k_2| = \frac{A'B'}{A_1B_1} \Rightarrow A_1B_1 = \frac{A'B'}{|k_2|} = \frac{1,5}{0,5} = 3\text{cm}.$$

Số phóng đại $k_1 = \frac{A_1B_1}{AB} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}.$



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

- Khi đặt bản L giữa AB và O_1 , thì vật đối với O_1 là A_0B_0 , bị dịch chuyển lại gần O_1 , một đoạn: $\Delta d_1 = 3\text{cm}$.

Sự dịch chuyển này của vật AB lại gây ra độ dịch chuyển $\Delta d'_1$ của ảnh A_1B_1 ra xa O_1 . Vật A_1B_1 đối với O_2 bị dịch chuyển một đoạn $\Delta d_2 = \Delta d'_1$ về phía O_2 làm cho ảnh cuối cùng bị dịch chuyển $\frac{1}{3}\text{cm}$ ra xa O_2 , tức là $\Delta d'_2 = \frac{1}{3}\text{cm}$.

Ta có:

$$d_2 - \Delta d_2 = \frac{(d'_2 + \Delta d'_2) f_2}{d'_2 + \Delta d'_2 - f_2} = \frac{(3 + \frac{1}{3})^2}{3 + \frac{1}{3} - 2} = 5$$

$$\Delta d'_1 = \Delta d_2 = d_2 - 5 = 6 - 5 = 1\text{cm}.$$

Mặt khác ta có:

$$\frac{\Delta d'_2}{\Delta d_1} = \frac{\Delta d'_2}{\Delta d_2} \cdot \frac{\Delta d_2}{\Delta d_1} = \frac{\Delta d'_2}{\Delta d_2} \cdot \frac{\Delta d'_1}{\Delta d_1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3 \cdot 3} = \frac{1}{3} \cdot k_1 \cdot k'_1$$

$$\text{Nên: } k_1 \cdot k'_1 = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Khi chưa đặt bản L thì: } k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1,5}{6} = \frac{1}{4} = k_1 \cdot k_2 = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \cdot k_1 = \frac{1}{4} \Rightarrow k_1 = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Từ } k_1 \cdot k'_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow k'_1 = -\frac{2}{3}$$

Giải tương tự (trường hợp hình b) ta có:

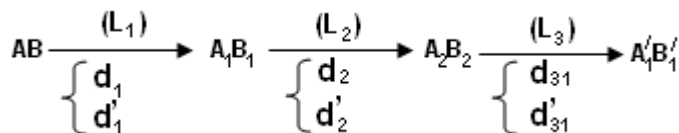
$$f_1 = 6\text{cm}; d_1 = 18\text{cm}; d'_1 = 9\text{cm}.$$

$$\text{Khoảng cách } \ell \text{ giữa hai thấu kính: } \ell = d'_1 + d_2 = 9 + 6 = 15\text{cm}.$$

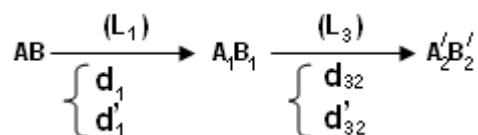
Bài 23. a. Tìm các tiêu cự f_1, f_2, f_3 của các thấu kính.

- Ta có :

+ Sơ đồ tạo ảnh với hệ ba thấu kính :



+ Sơ đồ tạo ảnh với hệ hai thấu kính $(L_1), (L_3)$:



Vì: $\overline{A_2B_2'} = \overline{A_1B_1'}$; $d_{31}' = d_{32}'$ nên: $d_{32} = d_{31} \Rightarrow d_2' = d_2 = 0$

Ta có: $d_2 = O_1O_2 - d_1' \Rightarrow d_1' = O_1O_2 = 36 \text{ (cm)}$

$d_3 = O_2O_3 - d_2' \Rightarrow d_3 = O_2O_3 = 34 \text{ (cm)}$

Tiêu cự của thấu kính (L_1):

$$f_1 = \frac{d_1 d_1'}{d_1 + d_1'} = \frac{45.36}{45 + 36} = 20 \text{ (cm)}$$

Tiêu cự của thấu kính (L_3):

$$f_3 = \frac{d_3 d_3'}{d_3 + d_3'} = \frac{34.255}{34 + 255} = 30 \text{ (cm)}$$

Khi dịch chuyển (L_2) ta có sơ đồ tạo ảnh bởi (L_2) (vị trí mới) và (L_3) như sau:

$$A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A_2B_2 \xrightarrow{(L_3)} A_3B_3' (\infty)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{22} \\ d_{22}' \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_{33} \\ d_{33}' \end{array} \right\}$$

Vì $d_{33}' \rightarrow \infty \Rightarrow d_{33} = f_3 = 30 \text{ (cm)}$

Mà $d_{33} = O_2'O_3 - d_{22}' \Rightarrow d_{22}' = O_2'O_3 - d_{33} = 24 - 30 = -6 \text{ (cm)}$

$d_{22} = O_1O_2' - d_1' = 46 - 36 = 10 \text{ (cm)}$

Tiêu cự của thấu kính (L_2):

$$f_2 = \frac{d_{22} d_{22}'}{d_{22} + d_{22}'} = \frac{10.(-6)}{10 - 6} = -15 \text{ (cm)}$$

b. Tìm các vị trí của (L_2) trong khoảng O_1O_3 :

- Khi tịnh tiến vật AB trước thấu kính (L_1), tia tới từ B song song với trục chính không đổi. Có thể coi là tia này do một điểm vật ở vô cực trên trục chính phát ra.

Nếu ảnh sau cùng có độ lớn không đổi, ta có một tia ló khỏi (L_3) song song với trục chính cố định. Có thể coi tia này tạo điểm ảnh ở vô cực trên trục chính. Hai tia này tương ứng với nhau qua hệ thấu kính.

Ta có: $d_1 \rightarrow \infty \Rightarrow d_1' = f_1 = 20 \text{ (cm)}$

$d_3' \rightarrow \infty \Rightarrow d_3 = f_3 = 30 \text{ (cm)}$

Gọi x là khoảng cách từ (L_1) đến (L_2) thỏa yêu cầu đề bài; ta có:

$$d_2 = x - d_1' = x - 20 \quad (1)$$

$$d_3 = 70 - x - d_2' = 30 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được: $70 - x - \frac{(x-20)(-15)}{x-20+15} = 30$

$$\Leftrightarrow 70x - 350 - x^2 + 5x + 15x - 300 = 30x - 150$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 60x + 500 = 0 (*)$$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

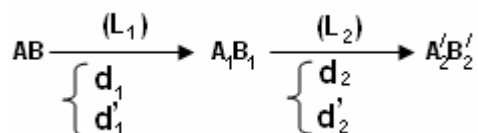
Phương trình (*) cho ta 02 giá trị

$$x = 50 \text{ (cm)}$$

$$x = 10 \text{ (cm)}$$

c. Tiêu cự f_1 :

Ta có sơ đồ tạo ảnh:



Lần lượt xét mỗi ảnh ta có:

$$\text{Với } A_1B_1 : d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$$

$$\text{Với } A'_2B'_2 : d_2 = \ell - d'_1 = 9 - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{9d_1 - 9f_1 - d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{9d_1 - f_1(9 + d_1)}{d_1 - f_1}$$

$$\begin{aligned} d'_2 &= \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{\frac{[9d_1 - f_1(9 + d_1)](-15)}{d_1 - f_1}}{\frac{[9d_1 - f_1(9 + d_1)]}{d_1 - f_1} + 15} \\ &= \frac{15[d_1(f_1 - 9) + 9f_1]}{d_1(24 - f_1) - 24f_1} ; \text{ĐK : } f_1 \neq d_1 \end{aligned}$$

Muốn ảnh $A'_2B'_2$ là ảnh thật thì: $d'_2 > 0$; (với mọi d_1 thuộc $[24 \text{ cm} ; 45 \text{ cm}]$

$$+ \text{ Với } d_{11} = 24 \text{ (cm)} ; d'_{21} = \frac{15[24(f_1 - 9) + 9f_1]}{24(24 - f_1) - 24f_1} = \frac{15(33f_1 - 216)}{48(12 - f_1)}$$

$$\text{Ta có : } d'_{21} > 0 \Leftrightarrow \frac{33f_1 - 216}{12 - f_1} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{72}{11} \text{ (cm)} < f_1 < 12 \text{ (cm)}$$

Giải sử:

$$f_1 = 12 \text{ cm} ; d'_{21} = \frac{15(33f_1 - 216)}{48(12 - f_1)} = \frac{15(33 \cdot 12 - 216)}{48(12 - 12)} = //$$

$$f_1 = \frac{72}{11} \text{ cm} ; d'_{21} = \frac{15(33f_1 - 216)}{48(12 - f_1)} = \frac{15(33 \cdot \frac{72}{11} - 216)}{48(12 - \frac{72}{11})} = 0$$

Bài 24.

1. Gọi hai vị trí của con kiến cách thấu kính là d_1 và d_2 ($d_1 > d_2$), ảnh cách thấu kính tương ứng là d'_1 và d'_2 .

Ta có: $d_1' = \frac{d_1 \cdot f}{d_1 - f} = \frac{15d_1}{d_1 - 15}$ (1)

$$d_2' = \frac{d_2 \cdot f}{d_2 - f} = \frac{15d_2}{d_2 - 15} \quad (2)$$

Vì $d_1 \neq d_2$ nên con kiển có một ảnh thật và một ảnh ảo

$$\Rightarrow d_2 = -d_1$$

Theo giả thiết, hai vị trí của con kiển cách nhau 20cm nên

$$\Rightarrow d_1 - d_2 = 20 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{15(d_1 - 20)}{d_1 - 20 - 15} = -\frac{15d_1}{d_1 - 15} \quad (3)$$

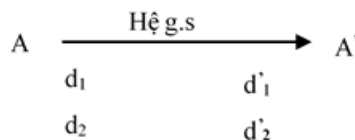
Biến đổi (3) ta được: $d_1^2 - 35d_1 + 150 = 0$

Giải phương trình với điều kiện $d_1 > f = 15 \text{ cm}$

$$\Rightarrow \text{Tìm được: } d_1 = 30 \text{ cm và } d_2 = 10 \text{ cm}$$

$\Rightarrow$ 2. Đồ chất lỏng vừa đủ ngập thấu kính, ta có hệ hai thấu kính mỏng ghép sát gồm TK phẳng-lồi tiêu cự f ban đầu và TK chất lỏng phẳng-lõm (phía dưới) tiêu cự f' .

$$\Rightarrow \text{Với } d_1 = 30 \text{ cm; } d_1' = \frac{30 \cdot f_h}{30 - f_h}$$



$$\Rightarrow \text{Với } d_2 = 10 \text{ cm; } d_2' = \frac{10 \cdot f_h}{10 - f_h}$$

Hai ảnh ở hai bên TK nên một ảnh thật và một ảnh ảo

$$\Rightarrow \Rightarrow d_1' > 0; d_2' < 0$$

Từ giả thiết: khoảng cách hai ảnh đến TK gấp nhau 9 lần

$$* \text{ Với } d_1' = -9d_2' \Rightarrow \frac{30 \cdot f_h}{30 - f_h} = -9 \frac{10 \cdot f_h}{10 - f_h}$$

$$\Rightarrow \text{tiêu cự của hệ là: } f_H = 25 \text{ cm}$$

Tiêu cự của hệ ghép sát: $\frac{1}{f_H} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} = (n-1)\frac{1}{R} - (n'-1)\frac{1}{R}$

$$\Rightarrow f_H = \frac{R}{n - n'} \quad (1)$$

$$\text{Từ } \frac{1}{f} = (n-1)\frac{1}{R} \Rightarrow R = 7,5 \text{ cm. Thay vào (1) } \Rightarrow n' = 1,2$$

$$\text{Với } d'_2 = -9d'_1 \Rightarrow \frac{10.f_h}{10-f_h} = -9 \frac{30.f_h}{30-f_h}$$

$$\Rightarrow f_H = 75/7 \text{ (cm)} \Rightarrow n' = 0,8. \text{ Ta loại nghiệm này}$$

Vậy chiết suất chất lỏng là: $n' = 1,2$

Bài 25. Xác định tiêu cự của các thấu kính.

- Sơ đồ tạo ảnh:

$$\text{* Khi chưa có TK O: } \begin{matrix} AB & O_1 & \rightarrow & A_1B_1 & O_2 & \rightarrow & A_2B_2 \\ d_1 & & & d'_1 & & & d_2 & & & d'_2 \end{matrix}$$

$$\text{* Khi có TK O: } \begin{matrix} AB & O_1 & \rightarrow & A_1B_1 & O & \rightarrow & A'_2B'_2 & O_2 & \rightarrow & A_3B_3 \\ d_1 & & & d'_1 & & d & & d' & & d_3 & & & d'_3 \end{matrix}$$

+ TH1: Khi O ở M.

- Do ảnh cuối cùng không đổi nên TK O không có tác dụng.

$$\Rightarrow A_1B_1 \equiv A'_2B'_2 \equiv O \Rightarrow d = d' = 0.$$

$$\text{- Ta có: } d + d'_1 = O_1O = O_1M \Rightarrow d'_1 = O_1M - d = 36(\text{cm}) \Rightarrow f_1 = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = 20(\text{cm}).$$

$$\text{- Ta có: } d' + d_3 = OO_2 = 34(\text{cm}) \Rightarrow d_3 = 34(\text{cm}) \Rightarrow f_2 = \frac{d_3 d'_3}{d_3 + d'_3} = 30(\text{cm})$$

+ TH2: Khi O ở N.

- Để độ phóng đại ảnh qua hệ không đổi bất chấp vị trí của AB thì tia tới hệ song song với trục chính cho tia ló ra khỏi hệ song song với trục chính.

- Tia tới hệ song song với trục chính nên vật AB ở vô cùng.

$$\Rightarrow d_1 = \infty \Rightarrow d'_1 = f_1 = 20(\text{cm}).$$

$$d + d'_1 = O_1O \Rightarrow d = O_1O - d'_1 = x - d'_1 = x - 20 \quad (x = O_1O = O_1N)$$

- Tia ló ra khỏi hệ song song với trục chính.

$$\Rightarrow d'_3 = \infty \Rightarrow d_3 = f_2 = 30(\text{cm}).$$

$$d_3 + d' = O_2O = O_1O_2 - x \Rightarrow d' = O_1O_2 - x - d_3 = 70 - x - 30 = 40 - x$$

$$\text{- Xét TK O ta có: } \frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{x-20} + \frac{1}{40-x} \Rightarrow x^2 - 60x + 800 + 20f = 0 \quad (*)$$

$$\Delta' = 900 - (800 + 20f) = 100 - 20f.$$

$$\text{- Do N là duy nhất nên } (*) \text{ có một nghiệm } \Rightarrow \Delta' = 0 \Rightarrow 100 - 20f = 0 \Rightarrow f = 5(\text{cm})$$

$$\text{- Vậy: } x = O_1N = 30(\text{cm})$$

Bài 26.

$$\text{a. } \begin{cases} d_2 = d_1 + 5 \\ d'_2 = d'_1 - 40 \end{cases}; \frac{k_1}{k_2} = 2 = \frac{d_1' d_2}{d_1 d_2'} = \frac{(d_1 + 5)d'_1}{(d'_1 - 40)d_1} \hat{=} 2d_1(d'_1 - 40) = (d_1 + 5)d'_1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{d_1 + 5} + \frac{1}{d'_1 - 40} \hat{=} d'_1(d'_1 - 40) = 8d_1(d_1 + 5) \quad (2)$$

Từ (1), (2) $d_1 = 25\text{cm}, d'_1 = 100\text{cm}, f = 20\text{cm}, AB = 1\text{mm}$

b. Khoảng cách vật - ảnh: $L = d + d' = 90 \rightarrow d + \frac{df}{d-f} = 90 \rightarrow \begin{cases} d = 30cm \\ d = 60cm \end{cases}$

Ban đầu thấu kính cách vật $d_2 = 30cm$ do vậy để lại có ảnh rõ nét trên màn thì phải dịch thấu kính lại gần vật thêm một đoạn $\Delta d = 60 - 30 = 30cm$ Xét

$$L = d + d' = d + \frac{df}{d-f} = \frac{d^2}{d-20} \text{ ® } d^2 - Ld + 20L = 0$$

Để phương trình có nghiệm thì: $\Delta = L^2 - 80L \geq 0 \rightarrow L_{\min} = 80cm$ khi đó $d = \frac{L_{\min}}{2} = 40cm$

Vậy khi dịch chuyển thấu kính lại gần vật thì lúc đầu ảnh của vật dịch lại gần vật, khi thấu kính cách vật 40 cm thì khoảng cách từ vật tới thấu kính cực tiểu, sau đó ảnh dịch ra xa vật.

Bài 27. 1) Tính tiêu cự :

- Sơ đồ tạo ảnh : $S \xrightarrow{(L)} S_1 \xrightarrow{(G)} S_2 \xrightarrow{(L)} S'$ (1)
 $d_1 \quad d_1' d_2 \quad d_2' d_3 \quad d_3'$

- Theo điều kiện của bài , ta có : $d_3' = d_1$, suy ra : $d_1' = d_3$, hay : $l - d_2 = l - d_2'$.
 Với l là khoảng cách giữa gương cầu và thấu kính.

Vậy : $d_2' = d_2$, do đó : $d_2 \left(\frac{f_2}{d_2 - f_2} - 1 \right) = 0$ (2)

- Từ (14) , ta có : $d_2 = 0$, suy ra : $l - d_1' = 0$, vậy : $l = d_1'$ (3)

- Mà ta có : $l + d_1 = 120cm$ (4)

- Từ (15) và (16), ta có phương trình : $d_1 + d_1' = 120cm$

Hay : $d_1 + \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = 120$

Đưa về phương trình bậc hai : $d_1^2 - 120d_1 + 120f_1 = 0$ (5)

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi : $\Delta \geq 0$, suy ra : $f_1 \leq 30cm$ (6)

- Cũng từ (14), ta có : $\frac{f_2}{d_2 - f_2} - 1 = 0$, suy ra : $d_2 = 2f_2 = l - d_1'$.

Vậy : $l = d_1' + 2f_2 = d_1' + 72$ (7)
 0,25đ

- Thay (19) vào (16) , ta có : $d_1' + d_1 = 120 - 72 = 48$

Vậy ta đi đến phương trình : $d_1^2 - 48d_1 + 48f_1 = 0$ (8)

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi : $\Delta \geq 0$, hay : $f_1 \leq 12cm$ (9)
 0,25đ

- Từ (18) và (21), ta suy ra : $f_1 \leq 12\text{cm}$
 (10) 0,25đ
 + Với $f_1 < 12\text{cm}$, sẽ có 4 vị trí cho ảnh trùng vật, điều này không phù hợp với giả thiết. Vậy : ta chỉ chọn $f_1 = 12\text{cm}$ là hợp lý
 (11) 0,25đ

2) Các vị trí của thấu kính giữa (G) và điểm sáng S:

- Thay $f_1 = 12\text{cm}$ vào phương trình (20), ta có : $d_1 = 24/1 = 24\text{cm}$
 (12) 0,25đ

- Thay $f_1 = 12\text{cm}$ vào phương trình (17), ta được phương trình :

$$d_1^2 - 120d_1 + 1440 = 0$$

Phương trình này cho nghiệm : $d_1 = 106,475\text{cm}$ và $d_1 = 13,525\text{cm}$
 (13) 0,25đ

Bài 28. 1. Sơ đồ tạo ảnh : $AB \xrightarrow[d_2, d'_2]{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2.B_2$

Theo đề bài : $d_1 = 16\text{ cm}$, $d'_2 = 20\text{ cm}$.

Suy ra : $a = 7,2$ $f_2 = 16 + 1 + 2 \Rightarrow 1 = 7,2.f_2 - 36$

$$\Rightarrow d_2 = l - d'_1 = (7,2.f_2 - 36) - \frac{d_1.f_1}{d_1 - f_1} = \frac{d'_2.f_2}{d'_2 - f_2} \Rightarrow \frac{20.f_2}{20 - f_2} = 7,2.f_2 - 36 - \frac{16.f_1}{16 - f_1} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác, theo đề bài : } k = 1 = \frac{f_1}{16 - f_1} \cdot \frac{20 - f_2}{f_2} \Rightarrow \frac{f_1}{16 - f_1} = \frac{f_2}{20 - f_2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta suy ra : } \frac{20.f_2}{20 - f_2} = (7,2.f_2 - 36) - \frac{16.f_2}{16 - f_2}$$

$$\Rightarrow -f_2^2 - 20.f_2 + 100 = 0, \text{ giải ra ta được : } f_2 = 10\text{ cm}.$$

Thay vào (2) ta tìm được $f_1 = 8\text{ cm}$.

2. Ta có :

$$\overline{AA_2} = 7,2.f_2 + 23 = 95.\text{cm} \Rightarrow d_1 + l + d'_2 = 95 \rightarrow d'_2 = 95 - (l + d_1) \quad (3)$$

$$\text{Mặt khác, theo đề bài : } k = 8 = \frac{f_1}{f_1 - d_1} - \frac{f_2 - d_2}{f_2} \rightarrow \frac{8}{8 - d_1} \cdot \frac{10 - d'_2}{10} = 8 \Rightarrow d'_2 = 10.(d_1 - 7) \quad (4)$$

4)

$$\text{Từ (3) và (4) rút ra : } l = 165 - 11d_1 \rightarrow d_2 = l - d'_1 = 165 - 11.d_1 - \frac{8.d_1}{d_1 - 8} \quad (5)$$

$$\text{Mặt khác : } d_2 = \frac{d'_2.f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{10.d'_2}{d'_2 - 10} = \frac{10.(d_1 - 7)}{d_1 - 8} \quad (6)$$

$$\text{Từ (5) và (6), ta tìm được : } (165 - 11.d_1) - \frac{8.d_1}{d_1 - 8} = \frac{10.(d_1 - 7)}{d_1 - 8} \Rightarrow$$

$$11.d_1^2 - 235.d_1 + 1250 = 0$$

Phương trình mới có hai nghiệm (vị trí mới của L_1 : $d_{11} = \frac{125}{11} = 11,4\text{cm}$ và $d_{12} = 10\text{cm}$

Từ đó có hai giá trị của l :

$$l_1 = 165 - 11d_{11} = 40\text{ cm} \quad \text{và} \quad l_2 = 165 - 11.d_{12} = 55\text{ cm}.$$

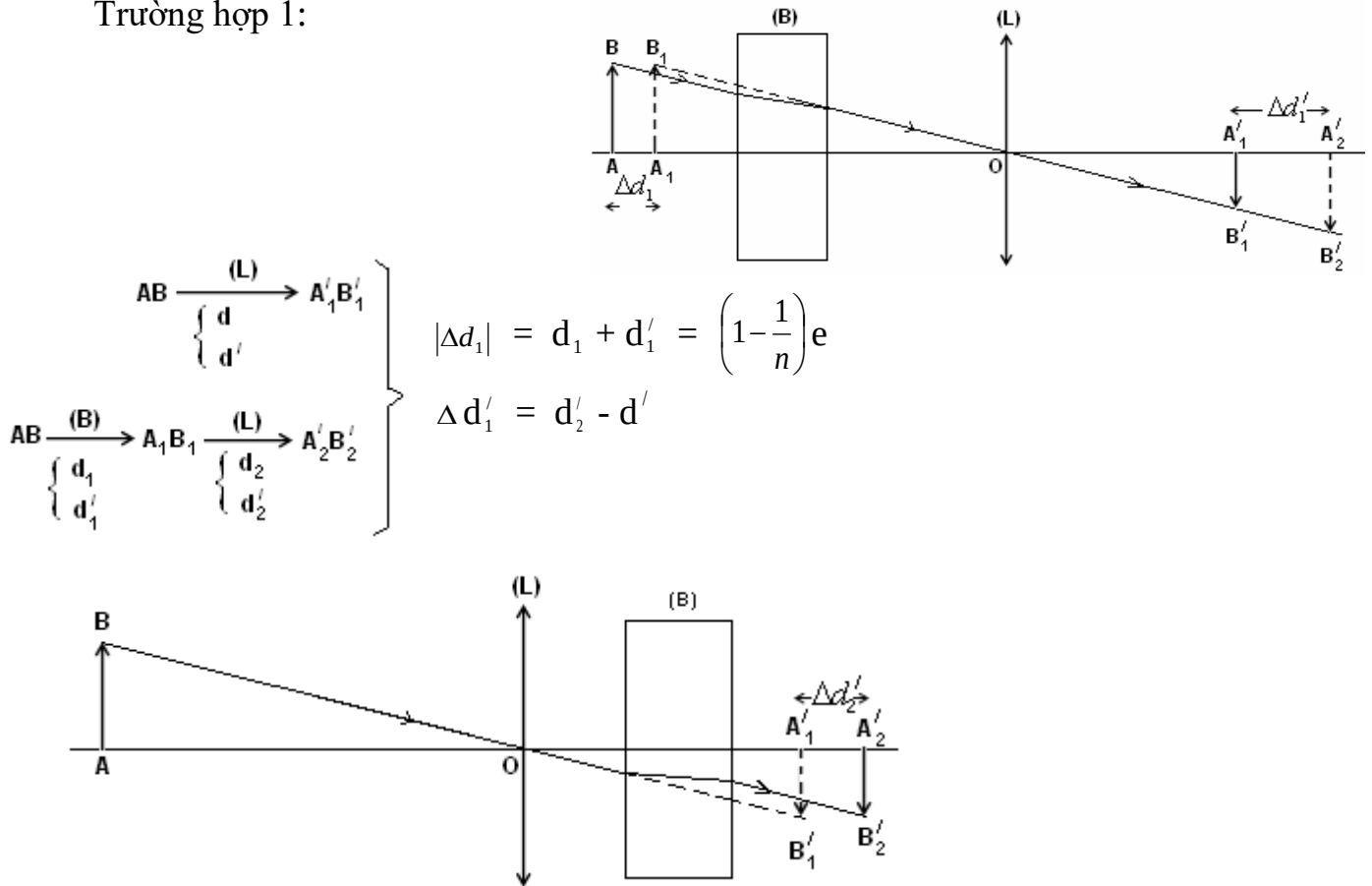
BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Cả hai kết quả đều thích hợp vì đều có $1 < 95 \text{ cm}$. Tương ứng có hai vị trí mới của L_2 cách AB :

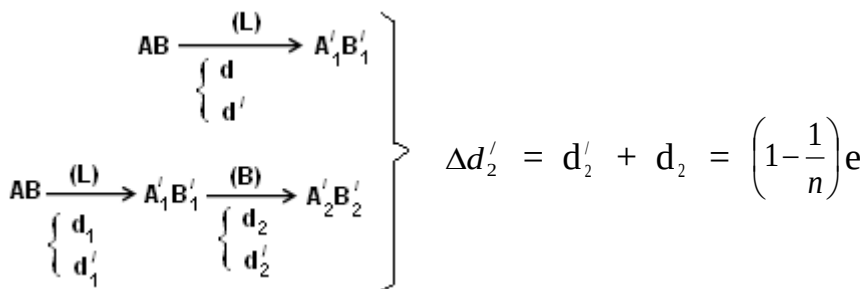
$$\overline{AO_2} = d_{11} + l_1 = 51,4 \text{ cm} \quad \text{và} \quad \overline{AO_2} = d_{12} + l_2 = 65 \text{ cm}.$$

Bài 29. Theo đề bài ta có hai trường hợp:

Trường hợp 1:



Trường hợp 2:



a. Tiêu cự f của thấu kính.

Trong cả hai trường hợp, khoảng cách vật - ảnh tạo bởi bản song song là:

$$| \Delta d_1 | = \Delta d_2' = \left(1 - \frac{1}{n}\right) e$$

Theo đề bài ta có $\Delta d_2' = 3 \text{ cm} \Rightarrow \Delta d_1 = -3 \text{ cm}$.

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Áp dụng công thức về sự tạo ảnh của thấu kính (với $\Delta d_1 = -3 \text{ cm}$; $d_1 = d = 30 \text{ cm}$) ta có:

$$\frac{\Delta d_1'}{\Delta d_1} = -\frac{f^2}{(d-f)(d+\Delta d_1-f)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3,75}{-3} = -\frac{f^2}{(30-f)(30-3-f)} = -\frac{f^2}{(30-f)(27-f)}$$

$$\Leftrightarrow f^2 - 285f + 4050 = 0 \quad (1)$$

Giải phương trình (1) ta được nghiệm $f = 270 \text{ cm}$ và $f = 15 \text{ cm}$.

Vì ảnh thật nên chỉ nhận giá trị $f < d \Rightarrow f = 15 \text{ cm}$.

b. Chiết suất n của thủy tinh.

Công thức tính tiêu cự của thấu kính:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \frac{2}{R}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{15} = (n - 1) \frac{2}{15}$$

$$\Leftrightarrow 1 = 2n - 2$$

$$\Rightarrow n = 1,5.$$

c. Độ dày e của bản.

Ta có: $\Delta d_2' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)e$

$$\Leftrightarrow 3 = \left(1 - \frac{1}{1,5}\right)e$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{1}{3}e$$

$$\Rightarrow e = 9 \text{ cm}.$$

Bài 30. 1. Sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$$

L_1 : vật thật - ảnh thật $\rightarrow$ hội tụ

L_2 : vật ảo (tại M_2) cho ảnh thật gần thấu kính hơn vật $\rightarrow$ hội tụ.

2. + Xét L_2 : $k_2 = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = -\frac{d_2'}{d_2} = \frac{1}{2}$

$$(-d_2) - d_2' = 6 \text{ cm}$$

$$\rightarrow d_2 = -12 \text{ cm}; d_2' = 6 \text{ cm} \rightarrow f_2 = 12 \text{ cm}$$

$$+ \text{ Bỏ } L_2, \text{ chỉ có } L_1: k_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{d_1'}{d_1} = -3 \rightarrow \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{3d_1} \quad (1)$$

Dịch chuyển vật: $d_{1c} = d_1 + 12$

Ảnh cao bằng vật $\rightarrow$ ảnh thật: $d_{1c}' = d_{1c} = d_1 + 12$

$$\rightarrow \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_1 + 12} + \frac{1}{d_1 + 12} \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow d_1 = 24\text{cm}; d_1' = 72\text{cm}; f_1 = 18\text{cm}.$$

$$\ell = O_1O_2 = d_1' + d_2 = 60\text{cm}$$

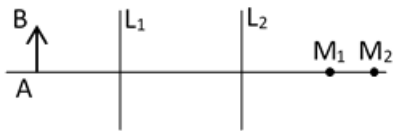
3. Đề $\rightarrow$ chùm tới L_1 song song trục chính thì chùm ló khỏi L_2 cũng song song trục chính. Chùm tới L_1 song song trục chính cho ảnh ở F_1' , vật ở F_2 qua L_2 cho chùm ló song song trục chính. Vậy, với L_3 : F_1' là vật, F_2 là ảnh.

Gọi x là chiều dài đại số từ L_1 đến L_3 , chiều dương chiều truyền sáng. Có:

$$\frac{1}{-x + 18} + \frac{1}{60 - (x + 12)} = \frac{1}{f_3} = -\frac{3}{40}$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} x = 58\text{cm} \\ x = 8\text{cm} \end{cases}$$

Vậy, có hai vị trí L_3 thỏa mãn, cách L_1 các khoảng 8cm và 58cm!



Bài 31. 1) $AB \xrightarrow[d_1d_1]{O_1} A_1B_1 \xrightarrow[d_2d_2]{O_2} A_2B_2 \xrightarrow[d_3d_3]{O_3} A_3B_3$

$$d_3' = \infty \Rightarrow d_3 = f_3 = 1\text{cm} \Rightarrow d_2' = O_2O_3 - d_3 = 1\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{d_2' \cdot f_2}{d_2' - f_2} = -3/2\text{cm} \Rightarrow d_1' = O_2O_1 - d_2 = 19\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{d_1' \cdot f_1}{d_1' - f_1} = 19/37\text{cm}$$

$$\alpha_0 = \tan \alpha_0 = AB / \text{Đ}; \alpha = \tan \alpha = A_2B_2 / f_3$$

* Tìm G_∞ : $\Rightarrow G_\infty = \frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{A_2B_2 \cdot \text{Đ}}{AB \cdot f_3} = \left| \frac{d_1' \cdot d_2'}{d_1 \cdot d_2} \right| \cdot \frac{\text{Đ}}{f_3} = 616,7$

2) Thay O_2, O_3 bằng thấu kính O_4

$$AB \xrightarrow[d_1d_1]{O_1} A_1B_1 \xrightarrow[d_4d_4]{O_4} A_4B_4$$

$$\text{Có: } G_\infty = \frac{\delta \text{Đ}}{f_1 f_4} = \frac{(L - f_1 - f_4) \text{Đ}}{f_1 f_4} \quad (1)$$

$$\text{Mà } d_1' = 19\text{cm} \Rightarrow d_4 = L - d_1' \Rightarrow L - f_4 = 19\text{cm} \quad (2)$$

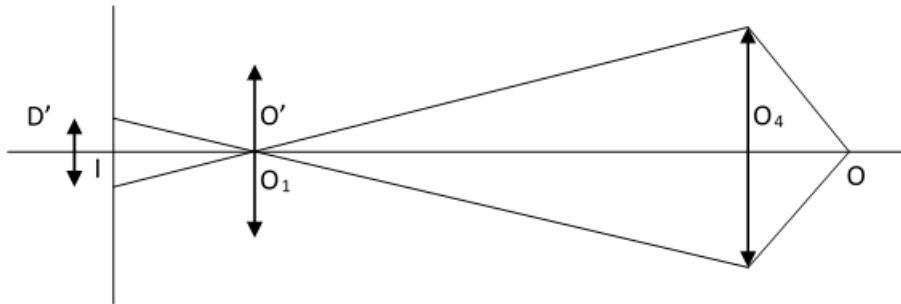
$$\text{Từ (1) và (2) có } f_4 = \frac{(L - f_1 - f_4)D}{f_1 G_\infty} = \frac{(19 - f_1)D}{f_1 G_\infty} = 1,5\text{cm}$$

$$\Rightarrow O_1 O_4 = 20,5\text{cm}$$

* Vị trí vòng tròn thị kính: Thấu kính O_1 qua O_4 cho ảnh O_1' :

$$d' = \frac{d.f_4}{d - f_4} = \frac{20,5.1,5}{20,5 - 1,5} = 123/76\text{cm}$$

Khi mắt đặt tại vòng tròn thị kính qua O_4 cho ảnh O' trùng với O_1 . Khi đó đường kính vùng quan sát được trên tiêu bản là D' với



$$\text{Ta có: } \frac{D'}{D_4} = \frac{O_1 I}{O_1 O_4} = \frac{d_1}{L} \Rightarrow D' = 47/1230(\text{cm}) = 382,1\mu\text{m}$$

Bài 32

a) Trên hình vẽ biểu diễn đường đi của các tia sáng khi vật nặng (điểm B) nằm ở khoảng cách cực đại A đối với trục chính OO' của hệ. Ảnh của vật tạo ra sau khi tia sáng hai lần đi qua thấu kính và phản xạ gương là điểm B' ở cách quang tâm của hệ một khoảng l. Theo công thức thấu kính:

Số 2 ở vế bên phải thể hiện 2 lần ánh sáng đi qua thấu kính.

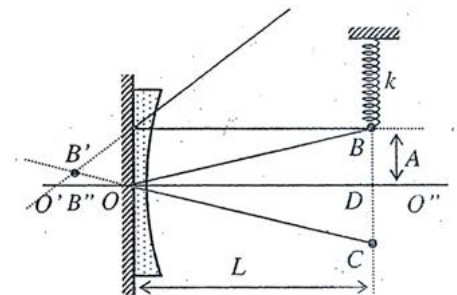
$$\text{Từ đó: } l = \frac{Lf}{2L + f} = -0,45f$$

Dấu “-” nói lên rằng ảnh này là ảnh ảo

b) Trên hình 2: khoảng cách từ vật đến trục chính là A, còn khoảng cách từ ảnh (điểm B' đến trục chính là B'B'' (điểm $B'' \in O'O''$). Do hai tam giác $B'OB''$ và DOC đồng dạng với nhau (O là quang tâm của thấu kính), ta rút ra:

$$\frac{A}{B'B''} = \frac{L}{l} = \frac{2L + f}{f}$$

Tỷ số này đúng cả với thời điểm khi mà khoảng cách từ vật đến trục chính bằng $A \cos \omega t$, trong đó $\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega$ là tần số vòng của dao động. Ký hiệu khoảng cách từ ảnh đến trục là y ($y = B'B''$). Khi đó:



Hình 2

$$\frac{A \cos \omega t}{y} = \frac{2L + f}{f} = 10 \Rightarrow y = \frac{A \cos \omega t}{10}$$

Lấy đạo hàm biểu thức này theo thời gian:

$$y' = \frac{A \omega \sin \omega t}{10}$$

Vật nặng sẽ cắt quang trục chính vào các thời điểm:

$$\omega t = \frac{\pi}{2} + N\pi = \frac{(2N+1)\pi}{2}; \quad N = 0, 1, 2, \dots$$

Vào các thời điểm đó: $\sin \omega t = (-1)^N$

Vận tốc của ảnh khi cắt trục chính:

$$y'_N = v_N = (-1)^{N+1} \frac{A \omega}{10} = (-0,1)^{N+1} A \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Dấu “ - “ có nghĩa rằng tốc độ hướng đi xuống

Bài 33. a. Gọi $d = OS$

Sơ đồ tạo ảnh: $S \xrightarrow[d]{L} S'$

$$S \xrightarrow[d_1]{G} S_1 \xrightarrow[d_2]{L} S_2$$

Ta có $d' = \frac{10d}{d-10}$

$$d_1 = h - d \Rightarrow d_2 = 2h - d \Rightarrow d_2' = \frac{10(2h-d)}{2h-d-10}$$

$$d' - d_2' = 20/3 \Rightarrow 2d^2 - 4dh + 100h - 60d - 200 = 0 \quad (1)$$

Khi có nước:

$$S \xrightarrow[d]{LCP} S' \xrightarrow[d'']{L} S''$$

$$S \xrightarrow[d_1]{G} S_1 \xrightarrow[d_2]{LCP} S_2 \xrightarrow[d_3]{L} S_3$$

Ta có $d' = \frac{3d}{4} \Rightarrow d'' = \frac{7,5d}{0,75d-10}$

$$d_1 = h-d \Rightarrow d_2 = 2h-d \Rightarrow d_3 = \frac{3(2h-d)}{4} \Rightarrow d_3' = \frac{7,5(2h-d)}{1,5h-0,75d-10}$$

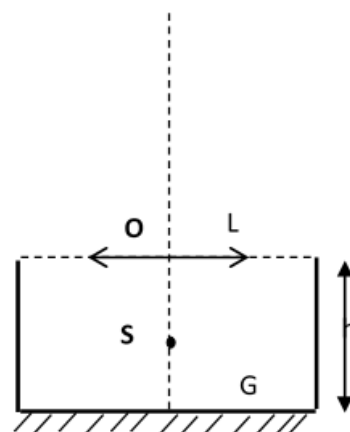
$$d'' - d_3' = 15 \Rightarrow 0,5625d^2 - 1,125dh + 25h - 10d - 100 = 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow d = 11,76 \text{ cm}$, $d = 20 \text{ cm}$ (nhận) $\Rightarrow h = 11,88 \text{ cm}$, $h = 30 \text{ cm}$.

Điều kiện để cho các ảnh đều là thật là $d_3 > f = 10 \text{ cm}$. Thay các giá trị vào ta thấy chỉ có cặp nghiệm $d = 20 \text{ cm}$ và $h = 30 \text{ cm}$ thỏa mãn.

Vậy $d = 20 \text{ cm}$ và $h = 30 \text{ cm}$

b. Để hai ảnh cùng là thật thì: $0,75d > f$ và $d_3 > f \rightarrow 13,3 \text{ cm} < d < 46,7 \text{ cm}$ nhưng vì $d < h = 30 \text{ cm} \rightarrow$ điều kiện để cả hai ảnh đều là thật là: $13,3 \text{ cm} < d < 30 \text{ cm}$.



- Độ phóng đại của ảnh thứ nhất và ảnh thứ 2:

$$k_1 = \frac{f}{f - 0,75d} = \frac{10}{10 - 0,75d}; k_2 = \frac{f}{f - d_3} = \frac{10}{10 - \frac{3(2h-d)}{4}} = \frac{10}{0,75d - 35}$$

→ tỷ số hai ảnh: $\frac{k_1}{k_2} = \frac{0,75d - 35}{10 - 0,75d}$ (do hai ảnh cùng là thật nên k_1 và k_2 cùng dấu)

Có hai trường hợp:

$$+ \frac{k_1}{k_2} = \frac{0,75d - 35}{10 - 0,75d} = 3 \rightarrow d = 21,7 \text{ cm.}$$

$$+ \frac{k_1}{k_2} = \frac{0,75d - 35}{10 - 0,75d} = \frac{1}{3} \rightarrow d = 38,3 \text{ cm. (loại)}$$

Bài 34. 1. Tiêu cự của các kính lần lượt là: $f = \frac{1}{D} = 2\text{cm}$ và $f' = \frac{1}{D'} = -0,5\text{cm}$

Xét hệ tạo ảnh của mắt qua hệ TK: $M \xrightarrow{f_1} M_1 \xrightarrow{f_2} M_2$

$$\text{Ta có: } d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} \Rightarrow d_2 = \ell - d'_1 = \frac{d_1(\ell - f_1) - f_1 \ell}{d_1 - f_1}$$

$$\Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = f_2 \frac{d_1(\ell - f_1) - f_1 \ell}{d_1(\ell - f_1 - f_2) - f_1 \ell + f_1 f_2}$$

$$\text{Từ giả thiết ta có: } d_1 = 1,5\text{cm và } \ell = f_1 + f_2 \text{ nên: } d'_2 = f_2 \frac{1,5f_2 - f_1^2 - f_1 f_2}{-f_1^2}$$

Để thị trường của mắt thần là lớn nhất thì ảnh M_2 là ảnh ảo và gần TK f_2 nhất.

$$+ \text{ Với } f_1 = f \text{ và } f_2 = f' \text{ ta có: } d'_2 = -\frac{15}{32}\text{cm}$$

$$+ \text{ Với } f_1 = f' \text{ và } f_2 = f \text{ ta có: } d'_2 = -15\text{cm}$$

Vậy thấu kính được lắp giữa ống là thấu kính hội tụ.

Gọi D_2 là đường kính rìa thấu kính phân kì.

$$\text{Ta có góc mở của thị trường được tính bởi: } \tan \frac{\beta}{2} = \frac{D_2}{2|d'_2|} = \frac{16}{15} \Rightarrow \beta \approx 94^\circ$$

$$2. \text{ Xét hệ tạo ảnh } AB \xrightarrow{f'} A_1B_1 \xrightarrow{f} A_2B_2$$

Do $\ell = f + f'$ nên hệ thấu kính đã cho là hệ vô tiêu

Khi mắt không điều tiết, ảnh cuối cùng của vật qua hệ thấu kính ở vô cực nên vật cũng ở vô cực.

$$\text{Từ hình vẽ ta có: } \tan \alpha_0 = \frac{A_1B_1}{|f|} \text{ và } \tan \alpha = \frac{A_1B_1}{|f'|}$$

$$\text{Vậy độ bội giác cần tìm: } G = \frac{\alpha}{\alpha_0} \approx \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha_0} = \left| \frac{f}{f'} \right| = 4$$

$$3. \text{ Xét trường hợp ảnh của vật gần mắt nhất ta có: } d'_{2C} = a - OC_C = -18,5\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_{2C} = \frac{d'_{2C} f}{d'_{2C} - f} = \frac{74}{41} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d'_{1C} = \ell - d_{2C} = -\frac{25}{82} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d_{1C} = \frac{d'_{1C} f'}{d'_{1C} - f'} = \frac{25}{32} \text{ cm} = 7,8125 \text{ mm}$$

X.3. HỆ THẤU KÍNH ĐỒNG TRỤC

Bài 1. Tiêu cự của thấu kính L_1 :

$$\frac{1}{f_1} = (n-1) \frac{1}{R} = \frac{1}{50} \Rightarrow f_1 = 50 \text{ cm}$$

Tiêu cự của thấu kính L_2 :

$$f_2 = \frac{1}{D_2} = -0,5 \text{ m} = -50 \text{ cm}.$$

Tiêu điểm ảnh F'_1 của L_1 trùng với quang tâm O_2 của L_2 .

Tiêu điểm vật F_2 của L_2 trùng với quang tâm O_1 của L_1 .

Sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow[d_1]{(L_1) \quad d'_1} A_1B_1 \xrightarrow[d_2]{(L_2) \quad d'_2} A_2B_2$$

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{150 \times 50}{150 - 50} = 75 \text{ (cm)}$$

A_1B_1 ở sau L_1 và cách L_1 75cm.

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = 50 - 75 = -25 \text{ (cm)}$$

A_1B_1 ở sau L_2 và cách L_2 25cm.

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(-25) \cdot (-50)}{(-25) - (-50)} = 50 \text{ (cm)}.$$

Vậy ảnh cuối cùng A_2B_2 ở sau L_2 , cách L_2 50cm, là ảnh thật ($d'_2 > 0$)

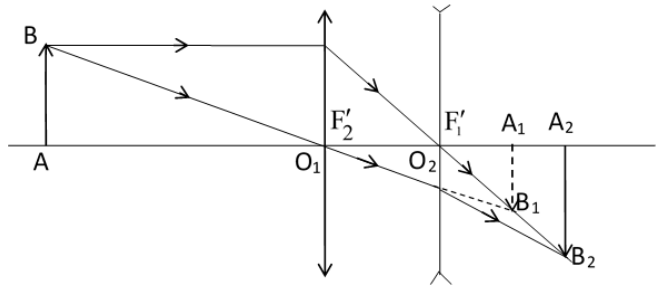
Số phóng đại của ảnh cuối cùng:

$$k = k_1 k_2 = \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) \cdot \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) = -1$$

Ảnh cuối cùng A_2B_2 ngược chiều với vật AB và cao bằng vật

$$A_2B_2 = 10 \text{ cm}$$

Vẽ ảnh:



Bài 2. 1. $d_1 = 4\text{cm}$; $d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{4 \times 10}{4 - 10} = -\frac{20}{3}(\text{cm})$

$d'_1 = -\frac{20}{3}(\text{cm}) \approx -6,67\text{cm} < 0$; A_1B_1 ở trước L_1 , là ảnh ảo.

Số phóng đại: $k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = \frac{5}{3} > 0$

A_1B_1 cùng chiều và bằng $\frac{5}{3}AB$.

2. $f_2 = \frac{1}{D_2} = -\frac{1}{10}\text{m} = -10\text{cm}$.

$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = 4 - \left(-\frac{20}{3}\right) = \frac{32}{3}(\text{cm}) > 0$

A_1B_1 ở trước L_2 , cách L_2 $\frac{32}{3}\text{cm}$.

$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{\frac{32}{3}(-10)}{\frac{32}{3} - (-10)} = -\frac{160}{31}(\text{cm}) \approx -5,16\text{cm} < 0$.

A_2B_2 là ảnh ảo, ở trước L_2 , cách L_2 5,16cm.

Số phóng đại: $k = k_1 k_2 = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) \cdot \left(-\frac{d'_2}{d_2}\right) = 0,8 > 0$.

A_2B_2 cùng chiều với AB và cao $0,8AB$.

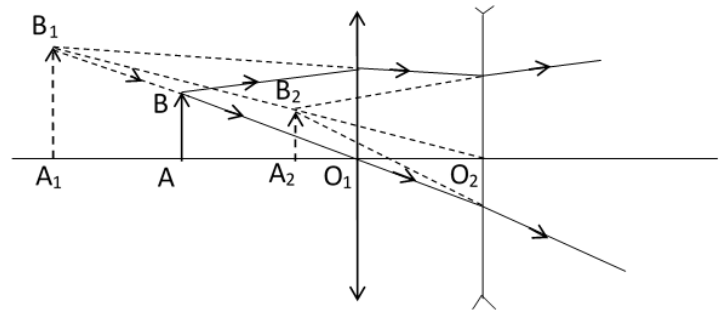
3. Khi AB ở vô cùng với góc trông α thì A_1B_1 ở tiêu diện ảnh của L_1 (A_1 trùng với F_1) và có độ lớn $A_1B_1 = f_1$. $\alpha = 10\alpha$.

$d_1 = \infty \Rightarrow d'_1 = f_1 = 10\text{cm}$

$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = 4 - 10 = -6(\text{cm}) < 0$

A_1B_1 ở sau L_2 và cách L_2 6cm.

$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = 15\text{cm} > 0$.



A_2B_2 là ảnh thật, ở sau L_2 và cách L_2 15cm.

$$k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = 2,5 > 0$$

$$A_2B_2 = k_2.A_1B_1 = 2,5.10\alpha = 25\alpha.$$

Nếu thay hệ hai thấu kính L_1 và L_2 bằng một thấu kính L (thấu kính tương đương) sao cho ảnh của AB ở vô cùng bằng và trùng với A_2B_2 thì L có tiêu cự f sao cho $A_2B_2 = f.\alpha$.

Đồng nhất về phải của hai biểu thức, ta được $f = 25\text{cm}$.

Do A_2B_2 hiện lên ở vị trí cũ, cách L_2 15cm nên thấu kính L đặt trước vị trí của L_2 một khoảng cách bằng $25 - 15 = 10(\text{cm})$.

Bài 3.1. Sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow[d_1]{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow[d_2]{(L_2)} A_2B_2$$

$$\text{Số phóng đại của } L_1: k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = \frac{f_1}{f_1 - d_1} = \frac{30}{30 - d_1}$$

$$\text{Số phóng đại của } L_2: k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = \frac{f_2}{f_2 - d_2} = \frac{40}{40 - d_2}$$

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{f_1 - d_1} = \frac{30d_1}{30 - d_1};$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = 10 - \frac{30d_1}{30 - d_1} = \frac{-20d_1 - 300}{30 - d_1} = -10 \cdot \frac{2d_1 + 30}{30 - d_1}$$

$$k_2 = \frac{40}{40 - 10 \frac{2d_1 + 30}{30 - d_1}} = \frac{4(30 - d_1)}{2d_1 - 150}$$

$$\text{Số phóng đại của hệ: } k = k_1.k_2 = \frac{30}{30 - d_1} \cdot \frac{4(30 - d_1)}{2d_1 - 150} = \frac{120}{150 - 2d_1}$$

$$\text{Ảnh cuối cùng lớn hơn vật 5 lần} \Rightarrow k = \frac{120}{150 - 2d_1} = \pm 5$$

+ Với $k = 5$:

Ta tính được $d_1 = 63\text{cm}$; $d_2 = -47,27\text{cm}$ và $d'_2 = -260(\text{cm}) < 0$

Vậy ảnh cuối cùng là ảnh ảo.

+ Với $k = -5$:

Ta tính được $d_1 = 87\text{cm}$; $d_2 = 35,79\text{cm}$ và $d'_2 = 340(\text{cm}) > 0$

Vậy ảnh cuối cùng là ảnh thật.

2. A_2B_2 ở vô cực với góc trông $\alpha = 2^0$ vì chùm tia ló song song và hợp với trục chính góc 2^0 .

Vật A_1B_1 của L_2 phải nằm trong tiêu diện vật của L_2 (A_1 trùng với F_2) và có độ lớn $A_1B_1 = |f_2|\alpha$ với α tính bằng rad.

$$d_2 = f_2 = -40\text{cm}, d'_1 = O_1O_2 - d_2 = 10 - (-40) = 50(\text{cm})$$

$$\text{Vị trí vật AB được xác định } d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{50 \cdot 30}{50 - 30} = 75(\text{cm}).$$

Độ lớn của vật AB:

$$k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{50}{75} = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{1}{|k_1|} A_1B_1 = \frac{3}{2} A_1B_1 = \frac{3}{2} |f_2| \cdot \alpha = \frac{3}{2} \cdot 40 \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{180} \approx 2,09(\text{cm}).$$

$$3. \text{ Ta vẫn có } d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{30d_1}{d_1 - 30}.$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = 20 - \frac{30d_1}{d_1 - 30} = \frac{-10d_1 - 600}{d_1 - 30} = -10 \cdot \frac{d_1 + 60}{d_1 - 30}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-10 \cdot \frac{d_1 + 60}{d_1 - 30} \cdot (-10)}{-10 \cdot \frac{d_1 + 60}{d_1 - 30} - (-10)} = -\frac{d_1 + 60}{9}.$$

Lấy đạo hàm hai vế, ta được:

$$\frac{d}{dt}(d'_2) = -\frac{1}{9} \frac{d}{dt}(d_1)$$

$$\text{Hay } v_{A'B'} = -\frac{1}{9} v_{AB} = -2\text{cm/s}.$$

Ảnh cuối cùng dịch chuyển ngược chiều với vật.

Bài 4. 1. Tiêu cự của mỗi thấu kính, cũng là tiêu cự phần không chung của thấu kính lớn là f_1

$$\frac{1}{f_1} = (n-1) \frac{1}{R} = \frac{1}{30} \Rightarrow f_1 = 30\text{cm}.$$

Phần chung của hai thấu kính tương đương với một thấu kính có tiêu cự f_2

$$\frac{1}{f_2} = \frac{2}{f_1} = \frac{1}{15} \Rightarrow f_2 = 15\text{cm}.$$

Vì vậy với cùng vật AB có vị trí d sẽ cho hai ảnh: ảnh A_1B_1 qua phần không chung của thấu kính lớn và ảnh A_2B_2 qua phần chung của hai thấu kính (thấu kính ghép).

Vị trí của A_1B_1 : $d'_1 = \frac{df_1}{d-f_1} = \frac{30d}{d-30}$

Vị trí của A_2B_2 : $d'_2 = \frac{df_2}{d-f_2} = \frac{15d}{d-15}$

+ Hai ảnh đều là thật khi d'_1 và d'_2 đều dương.

Do $d > 0$ nên $d'_1 > 0$ khi $d - 30 > 0 \Rightarrow d > 30\text{cm}$

$d'_2 > 0$ khi $d - 15 > 0 \Rightarrow d > 15\text{cm}$

Vậy $d > 30\text{cm}$.

+ Hai ảnh đều là ảo khi d'_1 và d'_2 đều âm, lập luận tương tự ta tìm được điều kiện $d < 15\text{cm}$.

(Khi $15\text{cm} < d < 30\text{cm}$ thì sẽ có một ảnh thật và một ảnh ảo).

Số phóng đại của ảnh A_1B_1 : $k_1 = -\frac{d'_1}{d} = \frac{30}{30-d}$

Số phóng đại của ảnh A_2B_2 : $k_2 = -\frac{d'_2}{d} = \frac{15}{15-d}$

Lập tỉ số $\frac{k_1}{k_2} = \frac{30}{30-d} \cdot \frac{15-d}{15} = \frac{30-2d}{30-d} \neq 1$

Vậy $k_1 \neq k_2$ hay hai ảnh có độ lớn khác nhau.

2. Hai ảnh có cùng độ lớn khi $\frac{k_1}{k_2} = \pm 1$

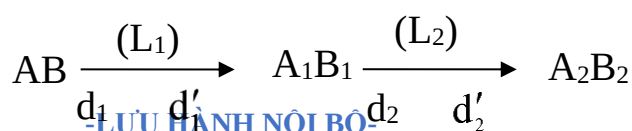
+ Trường hợp $\frac{k_1}{k_2} = 1$ chỉ xảy ra khi $d = 0$; AB nằm sát hệ.

+ Trường hợp $\frac{k_1}{k_2} = -1 \Rightarrow \frac{30-2d}{30-d} = -1 \Rightarrow d = 20\text{cm}$.

Lúc đó, $d'_1 = \frac{30d}{d-30} = -60\text{cm}$; A_1B_1 là ảnh ảo

$d'_2 = -d'_1 = 60\text{cm}$. A_2B_2 là ảnh thật

Bài 5. 1. Sơ đồ tạo ảnh:



$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}; \text{ đặt } a = O_1 O_2$$

$$d_2 = a - d'_1 = a - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$$

$$\text{Số phóng đại } k = k_1 k_2 = \frac{f_1}{f_1 - d_1} \cdot \frac{f_2}{f_2 - d_2} = \frac{f_1 f_2}{(f_1 - d_1) \left(f_2 - a + \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} \right)}$$

$$\Rightarrow k = \frac{f_1 f_2}{d_1 (a - f_1 - f_2) - a f_1 + f_1 f_2}$$

Với f_1, f_2 là hằng số thì k không phụ thuộc vào d_1 khi $a - f_1 - f_2 = 0$

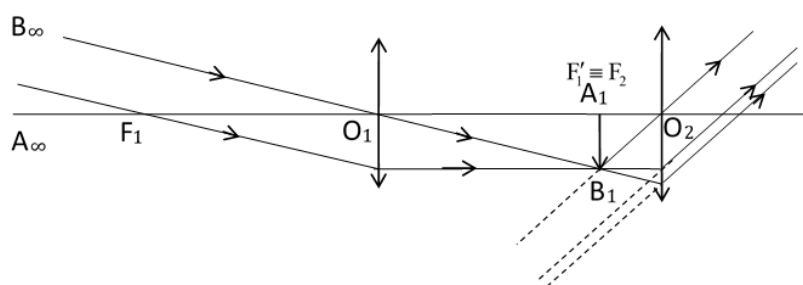
hay $a = O_1 O_2 = f_1 + f_2 = 32\text{cm}$. Hệ lúc này được gọi là hệ vô tiêu.

* Có thể lập luận đơn giản như sau:

Khi AB dịch chuyển dọc trục chính thì tia sáng tới từ B song song với trục chính là không đổi. Để chiều cao của ảnh cuối cùng của vật không phụ thuộc vào vị trí của vật thì tia sáng ló song song với trục chính qua B_2 không đổi. Điều này xảy ra khi $F'_1 \equiv F_2$,

tức là $a = O_1 O_2 = f_1 + f_2 = 32\text{cm}$.

2. Vật AB ở vô cực, chùm tia tới thấu kính L_1 là chùm tia song song, do đó ảnh $A_1 B_1$ ở tiêu diện ảnh của L_1 , cũng là tiêu diện vật của L_2 . Do đó chùm tia ló ra khỏi L_2 cũng là chùm tia sáng song song.



Hệ thấu kính này giống kính thiên văn khúc xạ, trong đó thấu kính L_1 là vật kính và thấu kính L_2 là thị kính; người quan sát đang ngắm chừng ở vô cực.

3. Số phóng đại của ảnh không phụ thuộc vào vị trí của vật, ta có:

$$k = \frac{f_1 f_2}{-a f_1 + f_1 f_2} = \frac{30 \cdot 2}{-32 \cdot 30 + 30 \cdot 2} = -\frac{1}{15}$$

Số bội giác khi ngắm chừng ở vô cực là:

$$G_\infty = \frac{f_1}{f_2} = \frac{30}{2} = 15$$

Ta nhận thấy $G_\infty = \frac{1}{|k|}$.

Bài 6. 1. $\delta = d_2 + d'_2 = 7,2f_2 \Rightarrow d'_2 = 7,2f_2 - d_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2}$

$$\Leftrightarrow d_2 f_2 = (d_2 - f_2)(7,2f_2 - d_2)$$

$$\Leftrightarrow d_2^2 - 7,2f_2 d_2 + 7,2f_2^2 = 0$$

Giải phương trình được hai giá trị $d_2 = 6f_2$ hoặc $d_2 = 1,2f_2$.

Số phóng đại $k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{f_2}{f_2 - d_2}$

+ Với $d_2 = 6f_2$ thì $k_2 = -\frac{f_2}{5f_2} = -\frac{1}{5}$.

+ Với $d_2 = 1,2f_2$ thì $k_2 = -\frac{f_2}{0,2f_2} = -5$

Vậy có hai vị trí đặt thấu kính L_2 cho ảnh của AB hiện lên trên màn E.

2. Sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow[d_1]{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow[d'_2]{(L_2)} A_2B_2$$

Theo giả thiết $d_1 = 16\text{cm}$ và $d'_2 = 20\text{cm}$.

Đặt $O_1O_2 = a > 0$. Ta có:

$$\delta = d_1 + a + d'_2 \text{ hay } 7,2f_2 = 16 + a + 20 \Rightarrow a = 7,2f_2 - 36$$

Mặt khác, giả thiết cho số phóng đại của hệ $k = k_1.k_2 = 1$.

$$\Rightarrow \frac{f_1}{f_1 - d_1} \cdot \frac{f_2 - d'_2}{f_2} = 1 \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_1 - d_1} = \frac{f_2}{f_2 - d'_2}$$

Hay $\frac{f_1}{f_1 - 16} = \frac{f_2}{f_2 - 20}$ (1)

Từ $d'_2 = 20\text{cm}$, ta suy ra:

$$d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{20f_2}{20 - f_2}$$

Hệ thức chuyển khâu cho $d_2 = a - d'_1 = a - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = 7,2f_2 - 36 - \frac{16f_1}{16 - f_1}$

So sánh hai giá trị của d_2 :

$$\frac{20f_2}{20 - f_2} = 7,2f_2 - 36 - \frac{16f_1}{16 - f_1} \quad (2)$$

Từ (1) suy ra $\frac{f_1}{16 - f_1} = \frac{f_2}{20 - f_2}$, thế vào (2):

$$\frac{20f_2}{20-f_2} = 7,2f_2 - 36 - \frac{16f_2}{20-f_2}.$$

Biến đổi, ta được phương trình $f_2^2 - 20f_2 + 100 = (f_2^2 - 10)^2 = 0$

Kết quả ta được $f_2 = 10\text{cm}$.

Thế vào (1) ta tìm được $f_1 = 8\text{cm}$.

3. Với kết quả tính được ở câu 2 thì khoảng cách lúc đầu giữa vật và màn là $7,2f_2 = 72\text{cm}$. Khi dịch màn ra xa thêm 23cm thì khoảng cách mới giữa vật và màn là $72 + 23 = 95\text{cm}$. Ta có $d_1 + a + d'_2 = 95 \Rightarrow d'_2 = 95 - (a + d_1)$.

Và $k = k_1.k_2 = 8$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{f_1}{f_1 - d_1} \cdot \frac{f_2 - d'_2}{f_2} &= 8 \\ \Leftrightarrow \frac{8}{8 - d_1} \cdot \frac{10 - d'_2}{10} &= 8 \\ \Leftrightarrow d'_2 &= 10(d_1 - 7) \end{aligned}$$

So sánh hai giá trị của d'_2 : $95 - (a + d_1) = 10(d_1 - 7)$

$$\Rightarrow a = 165 - 11d_1$$

Ta lại có: $d_2 = a - d'_1 = a - \frac{8d_1}{d_1 - 8} = 165 - 11d_1 - \frac{8d_1}{d_1 - 8}$

Mặt khác: $d_2 = \frac{f_2 d'_2}{d'_2 - f_2} = \frac{10 \cdot 10(d_1 - 7)}{10(d_1 - 7) - 10} = \frac{10(d_1 - 7)}{d_1 - 8}$

So sánh hai giá trị của d_2 :

$$\begin{aligned} 165 - 11d_1 - \frac{8d_1}{d_1 - 8} &= \frac{10(d_1 - 7)}{d_1 - 8} \\ \Leftrightarrow 11d_1^2 - 235d_1 + 1250 &= 0 \end{aligned}$$

Giải phương trình ta tìm được $d_1 \approx 11,36\text{cm}$ hoặc $d_1 = 10\text{cm}$.

+ Với $d_1 \approx 11,36\text{cm}$ thì $a \approx 40\text{cm}$.

+ Với $d_1 = 10\text{cm}$ thì $a = 50\text{cm}$.

Cả hai kết quả đều thỏa mãn vì $a < 95\text{cm}$.

Bài 7.1. Tiêu cự f của thấu kính:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \frac{2}{R} \Rightarrow f = \frac{R}{(n-1).2} = 30(\text{cm}).$$

Chậu không chứa gì, hệ chỉ gồm một thấu kính duy nhất có tiêu cự f . Vị trí đặt màn là vị trí của ảnh.

$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{90.30}{90-30} = 45(\text{cm})$$

Màn đặt sau hệ 45cm.

2. Trong chậu hình thành hai lớp chất lỏng ở hai bên thấu kính ban đầu, mỗi lớp là một thấu kính mỏng giới hạn bởi một mặt phẳng và một mặt cầu lõm bán kính $R = 42\text{cm}$. Như vậy, ta có một hệ gồm ba thấu kính mỏng ghép sát, trong đó có hai thấu kính bằng chất lỏng.

Mỗi thấu kính lỏng có tiêu cự f' :

$$\frac{1}{f'} = (n' - 1) \frac{1}{-R} = \frac{(n' - 1)}{-42}$$

Hệ gồm một thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 30\text{cm}$ và hai thấu kính phân kì cùng có tiêu cự f' . Hệ tương đương với một thấu kính có tiêu cự f_1 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{f_1} &= \frac{1}{f} + \frac{2}{f'} = \frac{1}{30} - \frac{2(n' - 1)}{42} = \frac{51 - 30n'}{630} \\ \Rightarrow f_1 &= \frac{210}{17 - 10n'}. \end{aligned}$$

3. Vị trí của màn (ứng với $d = 90\text{cm}$) được cho bởi

$$d' = \frac{df_1}{d - f_1} = \frac{90 \cdot \frac{210}{17 - 10n'}}{90 - \frac{210}{17 - 10n'}}$$

Đơn giản, ta được $d' = \frac{630}{44 - 30n'}$

Áp dụng số $n' = 1,2 \Rightarrow d' = \frac{630}{44 - 30 \cdot 1,2} = 78,75(\text{cm})$.

4. Từ biểu thức của d' theo n' ta suy ra:

$$n' = \frac{44d' - 630}{30d'}$$

Như vậy, khi đo được d' , ta sẽ tính được n'

Với $d' = 157,5\text{cm}$ thì $n' = \frac{44 \cdot 157,5 - 630}{30 \cdot 157,5} \approx 1,33 \approx \frac{4}{3}$.

Vì ảnh thu được trên màn là ảnh thật nên $d' > 0$, do đó d' biến thiên từ 0 đến ∞ .

Khi $d' \rightarrow \infty$ thì $n' \rightarrow \frac{44}{30} = 1,47$.

Chiết suất tuyệt đối n' phải lớn hơn 1 nên $\frac{44d' - 630}{30d'} > 1 \Rightarrow d' > 45\text{cm}$

Vậy các giới hạn của n' có thể tính được là:

$$1 < n' \leq 1,47 \text{ (với } d' > 45\text{cm)}$$

5. Biểu thức của f_1 theo n' :

$$f_1 = \frac{210}{17-10n'}.$$

Lấy đạo hàm:

$$\frac{df_1}{dn'} = \frac{210 \cdot 10}{(17-10n')^2} > 0$$

Vậy hàm số luôn đồng biến.

Hai tiệm cận là $f_1 = 0$ và $n' = 1,7$.

Các giới hạn:

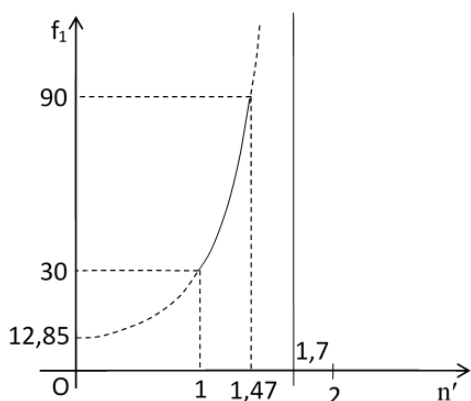
$$n' = 1 \Rightarrow f_1 = 30\text{cm}$$

$$n' = 1,46 \Rightarrow f_1 = 90\text{cm}$$

Bảng biến thiên:

n'	1	1,47	1,7
$(f_1)'$		+	+
f_1	30	$\nearrow$	90
			$\parallel$
			$\nearrow$

Đường biểu diễn:



Bài 8. 1. Tiêu cự của các thấu kính: $f_1 = f_3$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{f_3} = (n-1)\frac{1}{R} = \frac{1}{20} \Rightarrow f_1 = f_3 = 20\text{cm}$$

$$\frac{1}{f_2} = (n-1)\frac{2}{R} = \frac{1}{-10} \Rightarrow f_2 = -10\text{cm} \text{ (mặt cầu lõm)}$$

2. L_1 và L_2 ghép sát, tương đương với một thấu kính có tiêu cự f :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{20} - \frac{1}{10} = -\frac{1}{20} \Rightarrow f = -20\text{cm}.$$

Ta có hệ gồm hai thấu kính ghép cách quãng: thấu kính phân kì L có tiêu cự $f = -20\text{cm}$ và thấu kính hội tụ L_3 có tiêu cự $f_3 = 20\text{cm}$.

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

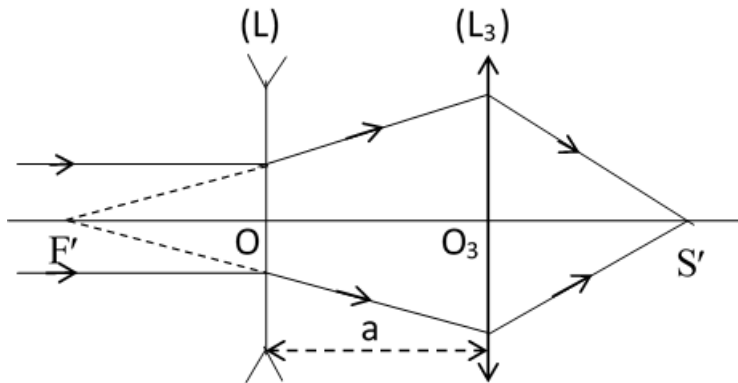
Chùm tia tới song song với trục chính qua L có chùm tia ló khỏi L đồng qui tại tiêu điểm ảnh F' , tương đương với vật điểm S ở xa vô cực.

$$d = \infty \Rightarrow d' = f = -20\text{cm}$$

$$d_3 = a - d = 40 - (-20) = 60\text{cm}$$

$$d'_3 = \frac{d_3 f_3}{d_3 - f_3} = \frac{60 \cdot 20}{60 - 20} = 30\text{cm} > 0$$

Vậy chùm sáng ló khỏi L_3 hội tụ tại S' ở sau L_3 , cách L_3 30cm. S' là ảnh thật.



3. Đặt $\ell = O_1O_2$.

S ở tiêu điểm vật F_1 của L_1 , chùm tia ló khỏi L_1 song song với trục chính, gặp L_2 ; chùm tia ló ra khỏi L_2 là chùm tia phân kì, đồng qui tại tiêu điểm ảnh F'_2 của L_2 .

$$d_1 = f_1 = 20\text{cm} \Rightarrow d'_1 = \infty$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = -\infty \Rightarrow d'_2 = f_2 = -10\text{cm}$$

$$d_3 = O_2O_3 - d'_2 = a - O_1O_2 - d'_2 = 40 - \ell - (-10) = 50 - \ell \text{ với } 0 \leq \ell \leq 40\text{cm}$$

Vị trí của ảnh S' cuối cùng xác định bởi:

$$d'_3 = \frac{d_3 f_3}{d_3 - f_3} = \frac{(50 - \ell) \cdot 20}{50 - \ell - 20} = \frac{20 \cdot (50 - \ell)}{30 - \ell}$$

Chùm tia ló khỏi L_3 sẽ hội tụ nếu S' là ảnh thật: $d'_3 > 0$; sẽ phân kì nếu S' là ảnh ảo: $d'_3 < 0$.

Ta có bảng xét dấu và kết quả:

ℓ	0	30	40	50
d'_3	+		-	- 0
chùm ló	hội tụ	song song	phân kì	

* Trường hợp S' trùng với S, ta phải có $d'_3 = -60\text{cm}$.

$$\Rightarrow \frac{20.(50-\ell)}{30-\ell} = -60$$

Giải phương trình được $\ell = 35\text{cm}$.

L_2 ở sau L_1 35cm.

Bài 9.1. Do L_1 và L_3 giống nhau và cùng cách đều L_2 nên ta có một hệ đối xứng.

Sơ đồ tạo ảnh:

A_3 đối xứng với A qua O_2 .

Nếu lập phương trình tính d'_3 rồi căn cứ vào tính đối xứng của A_3 và A để giải thì dài dòng và rắc rối. Ta sẽ nhanh chóng thu được kết quả khi dựa vào tính đối xứng của hệ.

A và A_3 đối xứng nhau qua O_2 thì **A_1 và A_2 cũng đối xứng nhau qua O_2** .

Vậy A_1 ở trước O_2 và A_2 ở sau O_2 với cùng khoảng cách bằng $2f_2 = 20\text{cm}$ (là vật thật và ảnh thật đối với L_2). Ta có $d_2 = 20\text{cm}$, suy ra:

$$d'_1 = O_1O_2 - d_2 = 5 - 20 = -15(\text{cm})$$

Vị trí của A được xác định:

$$d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{-15.(-20)}{-15 - (-20)} = 60(\text{cm}).$$

Vậy A ở trước O_1 một khoảng bằng 60cm.

2. Chùm tia ló song song: A_3 ở vô cùng, $d'_3 = \infty$

Suy ra: $d_3 = f_3 = -20\text{cm}$ (A_2 là vật ảo của L_3)

$d'_2 = O_2O_3 - d_3 = 5 - (-20) = 25(\text{cm})$ (A_2 là ảnh thật của A_1 qua L_2).

$$\Rightarrow d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{25.10}{25 - 10} = \frac{50}{3}(\text{cm}) \quad (A_1 \text{ là vật thật của } L_2).$$

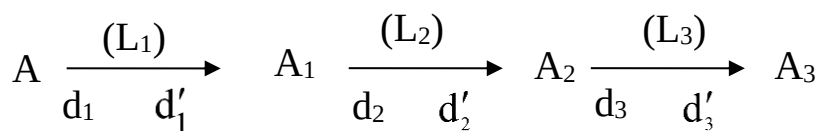
$$d'_1 = O_1O_2 - d_2 = 5 - \frac{50}{3} = -\frac{35}{3}(\text{cm}) \quad (A_1 \text{ là ảnh ảo của A qua } L_1).$$

Suy ra vị trí của A:

$$\Rightarrow d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{-\frac{35}{3}.20}{-\frac{35}{3} - 20} = 28(\text{cm})$$

Vậy A ở trước L_1 và cách L_1 28cm.

Bài 10. Sơ đồ tạo ảnh :



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

+ Khi L ở phía trước O: $AB \xrightarrow[d_1; d'_1]{L} A_1B_1 \xrightarrow[d_2; d'_2]{O} A_2B_2$

+ Khi L ở phía sau O: $AB \xrightarrow[D_1; D'_1]{O} A'_1B'_1 \xrightarrow[D_2; D'_2]{L} A'_2B'_2$

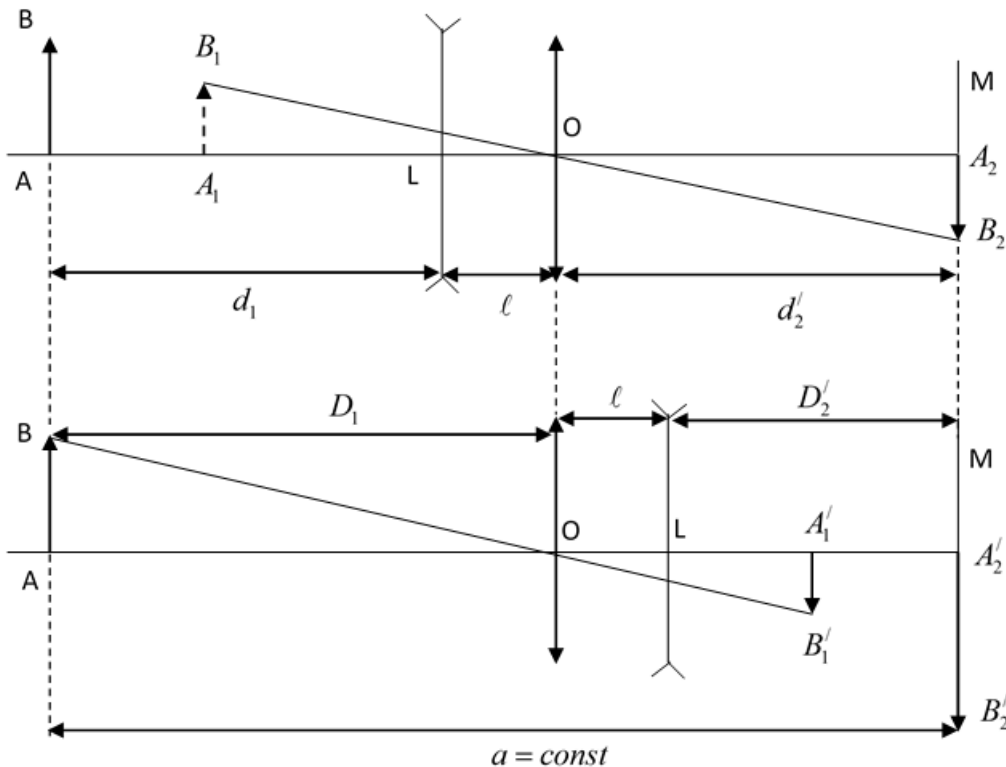
- Vật ảnh cố định, thấu kính L đổi chỗ cũng tương đương với bài toán L&O cố định, vật ảnh đổi chỗ cho nhau.

+ Gọi k_I là hệ số phóng đại của ảnh cho bởi quang hệ lúc đầu, gọi k_{II} là hệ số phóng đại của ảnh cho bởi theo chiều truyền ánh sáng ngược lại, ta luôn có: $k_I \cdot k_{II} = 1$. (1)

+ Mặt khác:
$$\begin{cases} k_I = \frac{A_2B_2}{AB} \\ k_{II} = \frac{A'_2B'_2}{AB} \end{cases} \Rightarrow \frac{k_I}{k_{II}} = \frac{A_2B_2}{A'_2B'_2} = \frac{1,2}{4,8} = \frac{1}{4} \quad (2)$$

Từ (1)(2) $\Rightarrow \begin{cases} k_I = \pm \frac{1}{2} \\ k_{II} = \pm 2 \end{cases}$ chọn $k_I = -\frac{1}{2}$ vì ảnh A_2B_2 ngược chiều so với AB, từ đó

$\Rightarrow k_{II} = -2$.



Vận dụng tính chất ảnh thật vật thật đổi chỗ được cho nhau nên
$$\begin{cases} D'_2 = d_1 \\ d'_2 = D_1 \end{cases} \quad (3)$$

Hình vẽ cho ta: $D_1 = d_1 + \underset{d'_2}{l} \Leftrightarrow d'_2 = d_1 + \underset{d'_2}{l} = d_1 + 30 \quad (4)$

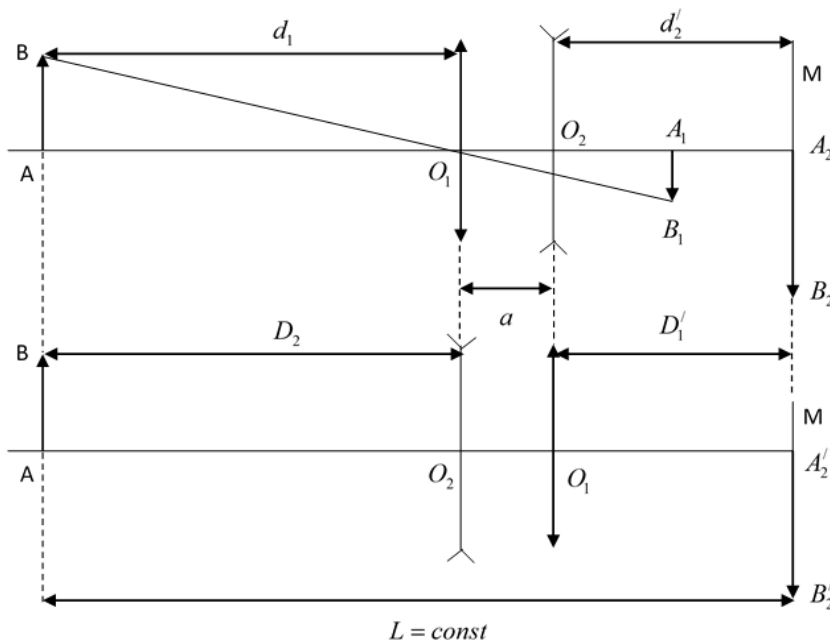
Ta có: $d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} \Rightarrow d_2 = \underset{d'_2}{l} - d'_1 = \underset{d'_2}{l} - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = 30 + \frac{10d_1}{d_1 + 10} \quad (5)$

Vậy có hai vị trí của O_1 là: $\begin{cases} d_1 = 25cm \\ D_1 = 100cm \end{cases}$

2. Vật ảnh cố định, thấu kính đổi chỗ tương đương với bài toán thấu kính cố định, vật ảnh đổi chỗ. Vật ảnh chỉ có thể đổi chỗ được nếu vật thật, ảnh thật. Vậy ảnh trong trường hợp này phải là ảnh thật.

Sơ đồ tại ảnh: $\begin{cases} AB \xrightarrow{O_1} A_1B_1 \xrightarrow{O_2} A_2B_2 \text{ (that)} \\ AB \xrightarrow{O_2} A'_1B'_1 \xrightarrow{O_1} A'_2B'_2 \text{ (that)} \end{cases}$

Theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng ta có: $\begin{cases} D_2 = d'_2 \\ D'_1 = d_1 \\ D'_2 = d_2 \\ D_1 = d'_1 \end{cases} \quad (1)$



Chú ý: Khi đổi chỗ hai thấu kính cho nhau, HV $\Rightarrow D_2 = d_1 \quad (2)$

Ta luôn có: $D'_2 + D_1 = d'_1 + d_2 = a = 45cm \quad (3)$

Với $\begin{cases} D'_2 = \frac{D_2 f_2}{D_2 - f_2} = \frac{d_1 f_2}{d_1 - f_2} = -\frac{30d_1}{d_1 + 30} \\ D_1 = d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{20d_1}{d_1 - 20} \end{cases} \quad (4)$

Từ (3)(4)

$$\Rightarrow 11d_1^2 - 150d_1 - 5400 = 0 \Rightarrow d_1 = \begin{cases} 30cm \\ -\frac{180}{11}cm \text{ (loại)} \end{cases} \Rightarrow d'_1 = 60cm \Rightarrow d_2 = -15cm \Rightarrow d'_2 = 30cm$$

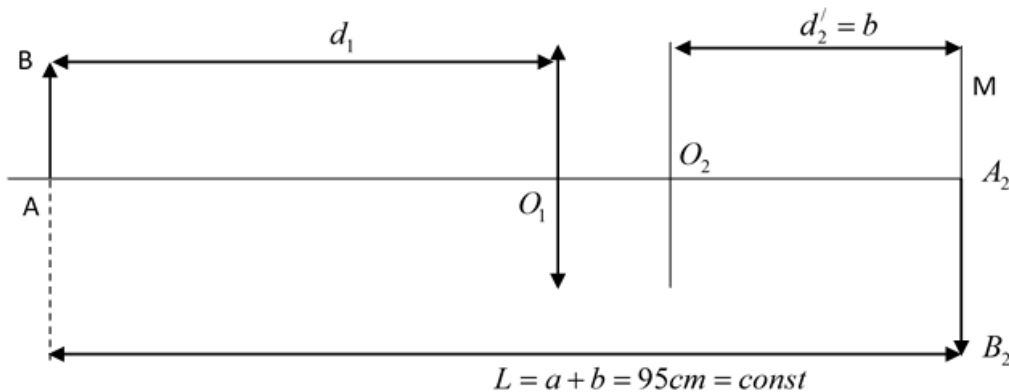
Ta có: $L = d_1 + a + d'_2 = 105cm$.

Bài 12.

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

1. Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[d_1; d'_1]{O_1} A_1B_1 \xrightarrow[d_2; d'_2]{O_2} A_2B_2$ (that)

Theo giả thiết $d'_2 = b = 10\text{cm} = \text{const} \Rightarrow$ vị trí A_1B_1 là duy nhất $\Rightarrow$ khoảng cách $AA_1 = \text{const}$. Khi di chuyển O_1 dọc theo trục chính, vuông góc với trục chính ta tìm được hai vị trí của O_1 đều cho ảnh rõ nét trên màn, mà $AA_1 = \text{const} \Rightarrow$ bài toán tương đương với tìm được hai vị trí của O_1 trong khoảng AA_1 , sao cho khoảng cách $AA_1 = \text{const}$. Đây chính là bài toán vật ảnh đối chỗ được cho nhau (AB đối chỗ cho A_1B_1).



Gọi $D_1; D'_1$ là vị trí của vật AB và ảnh A_1B_1 so với vị trí thấu kính O_1 lúc sau, ta luôn có:

$$\begin{cases} D'_1 = d_1 \\ D_1 = d'_1 \end{cases}$$

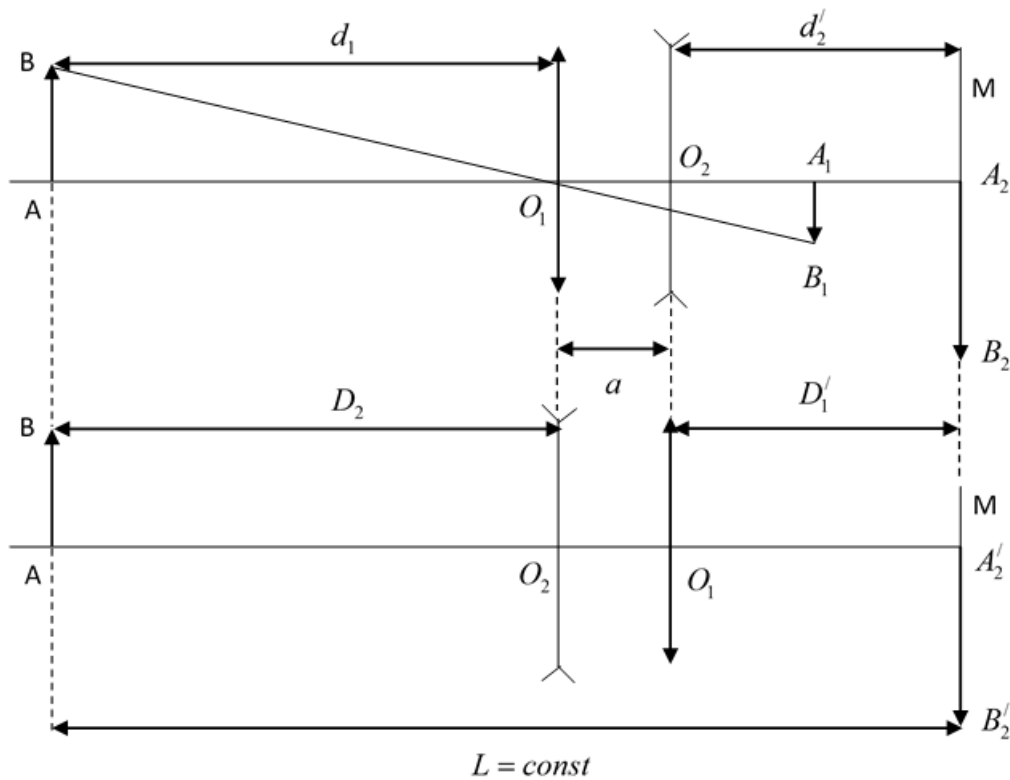
Mặt khác ta lại có: $\begin{cases} d'_1 - d_1 = \ell = 30\text{cm} \\ \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{20} \end{cases} \Rightarrow d_1 = \begin{cases} 30\text{cm} \\ -20\text{cm} \text{ (loại)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d'_1 = 60\text{cm} \\ D_1 = 60\text{cm} \\ D'_1 = 30\text{cm} \end{cases}$

TH1	TH2
Nếu O_1 cách AB đoạn $d_1 = 30\text{cm}$, hình vẽ: $\Rightarrow d_1 + \overline{O_1O_2} + d'_2 = L = 95\text{cm} \Rightarrow \overline{O_1O_2} = 55\text{cm}$ $\Rightarrow d_2 = O_1O_2 - d'_1 = -5\text{cm}$ $\Rightarrow f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = -10\text{cm}$	Nếu O_1 cách AB đoạn $D_1 = 60\text{cm}$, hình vẽ: $\Rightarrow D_1 + \overline{O_1O_2} + d'_2 = L = 95\text{cm} \Rightarrow \overline{O_1O_2} = 25\text{cm}$ $\Rightarrow d_2 = O_1O_2 - D'_1 = -5\text{cm}$ $\Rightarrow f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = -10\text{cm}$

2. Vật ảnh cố định, thấu kính đối chỗ tương đương với bài toán thấu kính cố định, vật ảnh đối chỗ. Vật ảnh chỉ có thể đối chỗ được nếu vật thật, ảnh thật. Vậy ảnh trong trường hợp này phải là ảnh thật.

Sơ đồ tại ảnh: $\begin{cases} AB \xrightarrow[d_1; d'_1]{O_1} A_1B_1 \xrightarrow[d_2; d'_2]{O_2} A_2B_2 \text{ (that)} \\ AB \xrightarrow[D_2; D'_2]{O_2} A'_1B'_1 \xrightarrow[D_1; D'_1]{O_1} A_2B_2 \text{ (that)} \end{cases}$

Theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng ta có: $\begin{cases} D_2 = d'_2 \\ D'_1 = d_1 \\ D'_2 = d_2 \\ D_1 = d'_1 \end{cases} \quad (1)$



Chú ý: Khi đổi chỗ hai thấu kính cho nhau, HV $\Rightarrow D_2 = d_1 = c = 30\text{cm}$ (2)

$$\Rightarrow \begin{cases} d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = 60\text{cm} = D_1 \\ D_2' = \frac{D_2 f_2}{D_2 - f_2} = -7,5\text{cm} = d_2 \Rightarrow d_2' = 30\text{cm} \end{cases}$$

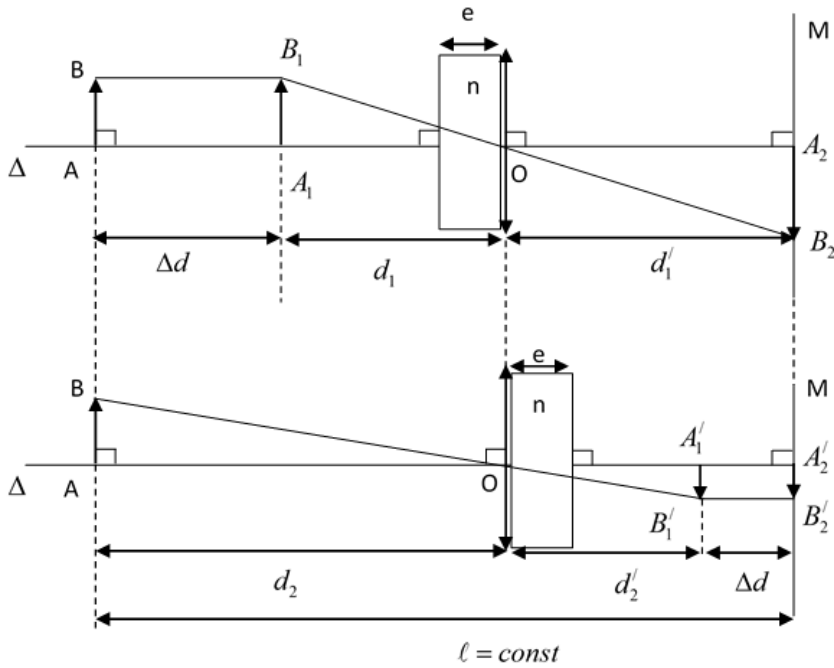
Ta luôn có: $\overline{O_1 O_2} = D_2' + D_1 = 52,5\text{cm}$

Hình vẽ ta có: $L = d_1 + \overline{O_1 O_2} + d_2' = 112,5\text{cm}$

Bài 13. Nếu bản thủy tinh ở phía trước: $AB \xrightarrow[\Delta d]{BM //} A_1 B_1 \xrightarrow[d_1; d_1']{TK} A_2 B_2 \equiv M$

Nếu bản thủy tinh ở phía sau: $AB \xrightarrow[d_2; d_2']{TK} A_1' B_1' \xrightarrow[\Delta d]{BM //} A_2' B_2' \equiv M$

- Vật ảnh cố định, bản mặt // đổi chỗ cũng tương đương với bài toán BM // cố định, vật ảnh đổi chỗ cho nhau.



Độ dịch gây ra bởi bản mặt song song là: $\Delta d = \left(1 - \frac{1}{n}\right)e = 1,9\text{cm}$ (2)

Vận dụng tính chất ảnh thật vật thật đối chỗ được cho nhau nên $\begin{cases} d_1' = d_2 \\ d_2' = d_1 \end{cases}$ (1)

Ta có: $\begin{cases} k_1 = -\frac{d_1'}{d_1} \\ k_2 = -\frac{d_2'}{d_2} \end{cases} \Rightarrow k_1 k_2 = 1$ (2)

Chú ý:

* Gọi k_1 là hệ số phóng đại của ảnh cho bởi quang hệ lúc đầu, gọi k_2 là hệ số phóng đại của ảnh cho bởi theo chiều truyền ánh sáng ngược lại, ta luôn có: $k_1 \cdot k_2 = 1$.

* Ảnh của một vật (thật hoặc ảo) cho bởi lưỡng chất phẳng cùng chiều vật có độ lớn bằng vật nên:

$$\begin{cases} k_{he1} = k_1 \cdot \underbrace{k_{BM//vitri1}}_1 = k_1 = \frac{A_2 B_2}{AB} \\ k_{he2} = k_2 \cdot \underbrace{k_{BM//vitri2}}_1 = k_2 = \frac{A_2' B_2'}{AB} \end{cases} \Rightarrow \frac{k_{he1}}{k_{he2}} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{A_2 B_2}{A_2' B_2'} = \frac{100}{81} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3)(4)} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \pm \frac{10}{9} \\ k_2 = \pm \frac{9}{10} \end{cases} \quad (\text{chọn } \begin{cases} k_1 = -\frac{10}{9} \\ k_2 = -\frac{9}{10} \end{cases} \text{ vì ảnh } A_2 B_2 \text{ sẽ ngược chiều với vật thật } A_1 B_1)$$

).

Theo hình vẽ ta có: $d_2 - d_1 = \Delta d \Leftrightarrow d_1' - d_1 = 1,9\text{cm}$ (5)

$$\text{Mặt khác } k_1 = -\frac{d_1'}{d_1} = -\frac{10}{9} \quad (6)$$

$$\text{Từ (5)(6)} \Rightarrow \begin{cases} d_1 = 17,1 \text{ cm} \\ d_1' = 19 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f = 9 \text{ cm} \\ \ell = \Delta d + d_1 + d_1' = 38 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{Ta có : } |k_1| = \frac{10}{9} = \frac{A_2 B_2}{AB} \Rightarrow AB = \frac{9 A_2 B_2}{10} = 9 \text{ mm}$$

Bài 14. Ta thấy khoảng cách vật màn là không đổi . Vật thật cho ảnh thật nên đây là thấu kính hội tụ . Thay cho vật màn cố định dịch chuyển thấu kính $OO' = l$, ở bài toán này giữ thấu kính cố định , ta lại phải dịch vật và màn . Để có $L = \text{const}$ ta phải dịch vật và màn cùng một chiều và cùng một đoạn $l = 36 \text{ cm}$.

$$\text{Từ giả thiết } h'' = 4 h' \text{ (Ta CM được } d_1' = d_2 \text{ và } d_2' = d_1 \text{) } k_1 = \frac{1}{k_2} \text{ hay } k_1 \cdot k_2 = 1$$

$$\Rightarrow h^2 = h_1 h_2 \Rightarrow \frac{d_1}{d_1'} = \frac{h}{h'} = 2 \text{ và } d_1' = d_2 \Rightarrow \frac{d_1}{d_1'} = \frac{d_1}{d_2} = 2 \rightarrow d_1 = 2d_2$$

$$\text{Mà } d_1 - d_2 = 36 \text{ cm} \Rightarrow d_2 = 36 \text{ cm và } d_1 = 72 \text{ cm} \Rightarrow f = 24 \text{ cm} .$$

Bài 15. Qua bản mặt song song thủy tinh vật dịch xuôi chiều ánh sáng một đoạn :

$$X = BB_1 = B_2 B'' = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 2 \text{ cm}$$

Khi bản mặt ss ở phía trước thấu kính : $d_1 = B_1 O = l_1 - x$ và $d_1' = OM = l_2$

Khi bản mặt ss ở phía sau thấu kính : $d_2 = B_1 O = l_1$ và $d_2' = l_2 - x$ (vẽ hình minh họa). Theo nguyên lý thuận nghịch của ánh sáng ta đổi và trở vật ảnh : Khi $A'B'$ là vật thật cách thấu kính l_2 thì ảnh qua thấu kính là $A_1 B_1$ cách thấu kính $l_1 - x$. Điều đó giống như khi vật thật AB cách thấu kính l_2 qua thấu kính cho ảnh $A_2 B_2$ cách thấu kính $l_2 - x$. Từ đó rút kết quả thứ nhất:

$L_1 = BO = OB' = l_2$ tức là $l_1 = l_2 = l_0$ và vật AB cách màn đoạn $BM = 2l_0$, thấu kính nằm đúng giữa khoảng cách vật màn . $L = 2l_0 - x = d_1 + d_1' = d_2 + d_2'$; $d_1 = d_2' = l_0 - x$;

$d_2 = d_1' = l_0 > d_1 = d_2'$. Vì $d_1' > d_1$ suy ra ảnh $A'B'$ có chiều cao $h' > h$ chiều cao vật AB

$$d_2' < d_2 \rightarrow h'' < h$$

Vậy trong hai ảnh có chiều cao đã biết 10mm và 8,1mm chính là : $h' = A'B' = 10 \text{ mm}$ và $h'' = A''B'' = 8,1 \text{ mm}$. Ta có $h^2 = h' \cdot h'' \Rightarrow h = 9 \text{ mm}$

$$\text{Để tìm } l_1 \text{ và } l_2 \text{ ta có } \frac{d_1}{d_1'} = \frac{d_2'}{d_2} = \frac{l_0 - x}{l_0} = \frac{h}{h'} \Rightarrow l_0 = 20 \text{ cm} = l_1 = l_2$$

Tìm công thức thấu kính ta dùng công thức thấu kính ta dùng công thức :

$$f = \frac{L^2 - l^2}{4l} = \frac{(2l_0 - x)^2}{4(2l_0 - x)} = 9,47 \text{ cm}$$

Hoặc tính f theo công thức từ d_1 và d_1' .

Bài 16. Gọi tiêu cự của thấu kính hội tụ là f' . Sơ đồ tạo ảnh qua hệ

$$AB \rightarrow A_1B_1 \rightarrow A_2B_2 \rightarrow A_3B_3$$

$$d_1' = \frac{d_1(-f)}{d_1 + f} = -f \frac{d_1}{d_1 + f} \Rightarrow -f \hat{=} d_1' \hat{=} 0 \text{ với mọi } d_1; d_2 = f - d_1' \Rightarrow f \hat{=} d_2 \hat{=} 2f \text{ với}$$

mọi d_1

Xét ảnh cuối cùng d_3' , vì là ảnh thật $\Rightarrow d_3' > 0$

$$\Rightarrow \frac{-f \cdot d_3}{d_3 + f} > 0 \Rightarrow \frac{d_3 f}{d_3 + f} < 0 \Rightarrow \frac{d_3}{d_3 + f} < 0$$

Lại có $d_3 + d_2' = f$

Công thức thấu kính: $\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_2'} = \frac{1}{f'}$ Xét $d_2 = f$ và $d_2 = 2f$

$$d_2' = \frac{ff'}{f - f'} \leq 2f \text{ và } d_2' = \frac{2f \cdot f'}{2f - f'} \geq f \Rightarrow \frac{2f}{3} \leq f' \leq f$$

Khi khoảng cách giữa ảnh và vật là nhỏ nhất thì $d_1 + d_3'$ là nhỏ nhất. Điều này xảy ra khi

$f' = \frac{2f}{3} \Rightarrow d_2' = f \Rightarrow d_3 = f - d_2 = 0 \Rightarrow d_3' = 0 \Rightarrow d_2$ và $d_1' = -f$; $d_1 = 0$, khoảng cách là $2f$ và $k = 1$

Bài 17. Gọi cách bố trí L trước O là cách I; sau O là cách II

Nhìn vào hình vẽ ta thấy.

Theo nguyên lý thuận nghịch về chiều truyền ánh sáng thì nếu ta đặt AB vào vị trí ảnh A_2B_2 thì nó sẽ cho ảnh A_1B_1 ở chính chỗ cũ đặt nó $\Rightarrow k_1 = \frac{1}{k_2}$ (k_1 là độ phóng đại ảnh

trong cách I, k_2 là độ phóng đại ảnh trong cách II)

Sơ đồ tạo ảnh $AB \xrightarrow{L} A'B' \xrightarrow{O} A_1B_1$

$$d_1 \quad d_1' \quad d_2 \quad d_2'$$

Theo lý luận trên thì $d_2' = \overline{OA_1} = \overline{LA} + \overline{OL}$ $d_2' = d_1 + 30$ (cm)

Ta có $k_1 = \frac{1,2}{AB}$; $k_2 = \frac{4,8}{AB}$; $k_1 = \frac{1}{k_2} \Rightarrow AB^2 = 1,2 \cdot 4,8 \Rightarrow AB = 2,4$ (cm)

$$K_1 = -\frac{1,2}{2,4} = -\frac{1}{2} \text{ (vì ảnh ngược chiều)}$$

$$\text{Mặt khác } k_1 = \frac{d_1'}{d_1} \cdot \frac{d_2'}{d_2} = \frac{f_1}{d_1 - f_1} \cdot \frac{d_2' - f}{f} \text{ Với } d_2' = d_1 + l \Rightarrow k_1 = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Với } l = 30\text{cm}; f_1 = -10\text{cm ta được } \frac{-10}{d_1 + 10} \cdot \frac{d_1 - f + 30}{f} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 20(d_1 - f + 30) = (d_1 + 10)f \Rightarrow 20(d_1 + 30) = f(d_1 + 30) \Rightarrow f = 20\text{cm}$$

Giải ra được $d_1 = 15\text{cm} \Rightarrow d_2' = 45\text{cm}$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Vậy khoảng cách từ O đến vật và đến màn là 45cm .

Bài 18. Xét điểm A nằm trước O_1 và O_2 ta có sơ đồ tạo ảnh

$$S \xrightarrow{O_1} S_1 \xrightarrow{O_2} S_2$$

$$d_1 \quad d_1' \quad d_2 \quad d_2'$$

có hai trường hợp tạo ảnh nh sau :



Ta loại hình vẽ 2 vì vật S_1 với thấu kính O_2 không thể cho ảnh trước thấu kính và bé hơn vật vậy chỉ còn trường hợp hình 1 : Ta có S_1 và S_2 là ảnh thật :

$$\text{Dựa vào các cặp tam giác đồng dạng : } SIO \text{ và } S_2JO_2 \Rightarrow \frac{O_1I}{O_2J} = \frac{SO_1}{S O_2} = \frac{d_1}{d_2'} \quad (1)$$

$$S_1O_1I \text{ và } S_1O_2J \Rightarrow \frac{S_1O_1}{S_1O_2} = \frac{O_1I}{O_2J} = \frac{d_1'}{d_2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2'} = \frac{d_1'}{d_2} \Rightarrow \frac{d_1'}{d_1} = \frac{d_2}{d_2'} \quad \text{hay } k_1 k_2 = 1$$

$$\text{Công thức thấu kính cho ta : } d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} ; k_1 = -\frac{f_1}{d_1 - f_1} ; d_2 = a - d_1' = \frac{ad_1 - a.f_1 - d_1 f_1}{d_1 - f_1} ;$$

$$d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(ad_1 - af_1 - d_1 f_1) f_2}{ad_1 - af_1 - d_1 f_1 - d_1 f_2 + f_1 f_2}$$

$$k_2 = -\frac{d_2'}{d_2} = -\frac{f_2(d_1 - f_1)}{ad_1 - af_1 - d_1 f_1 - d_1 f_2 + f_1 f_2}$$

$$k = k_1 k_2 = \frac{f_1 f_2}{(a - f_1 - f_2)d_1 - a.f_1 + f_1 f_2} = 1 \Rightarrow d_1 = \frac{a.f_1}{a - f_1 - f_2} > 0 \Rightarrow a > (f_1 + f_2)$$

$$\text{Tương tự nếu A nằm trước } O_2 \text{ và } O_1 \text{ có } d_1 = \frac{af_2}{a - f_1 - f_2}$$

Vậy có hai vị trí A trước O_1 và O_2 mà tia sáng sau khi đi qua A sau khi khúc xạ qua O_1 và O_2 cho tia ló song song với nó .

Bài 19. Trước khi đặt bản mặt song song giả sử tia sáng đi như hình vẽ, ta có:

$$\Delta F_1'OI \sim \Delta F_1'NA'$$

$$\Rightarrow \frac{A'N}{IO} = \frac{F_1'N}{F_1'O} = 1 + \frac{ON}{OF_1'}$$

$$\Leftrightarrow A'N = AO \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \left(1 + \frac{ON}{OF_1'}\right)$$

$$(\text{do } IO = AO \cdot tg\alpha)$$

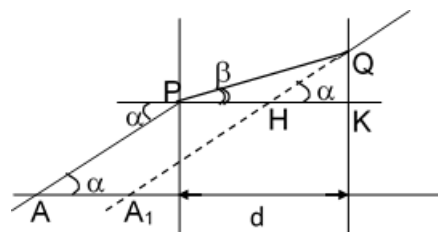
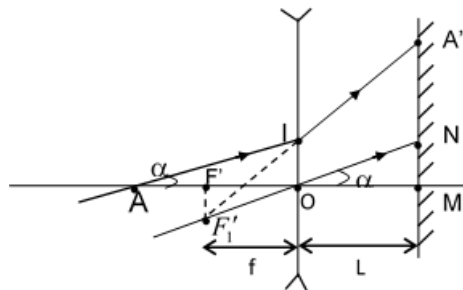
Mặt khác: $\triangle OF'F_1' \sim \triangle OMN$

$$\Rightarrow \frac{ON}{OF_1'} = \frac{OM}{OF'} = \frac{L}{f}$$

Vậy: $A'N = AO \cdot \tan \alpha \left(1 + \frac{L}{f} \right)$

$$MA' = MN + A'N = OM \cdot \operatorname{tg} \alpha + AO \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \left(1 + \frac{L}{f}\right)$$

$$\Rightarrow MA' = L \cdot \tan \alpha + AO \cdot \tan \alpha \left(1 + \frac{L}{f} \right) \quad (1)$$



- Sau khi đặt bản mặt song song thì tia ló ra khỏi bản mặt vẫn tạo với trục chính một góc α . Giả sử tia này cắt trục chính tại A_1 và cho điểm sáng A_1' trên màn thì ta vẫn có:

$$MA'_1 = L \cdot \tan \alpha + A_1 O \cdot \tan \alpha \left(1 + \frac{L}{f} \right) \quad (2)$$

Trừ từng vế (1) cho (2) ta có: $MA' - MA'_1 = (AO - A_1O) \cdot \tan \alpha \cdot \left(1 + \frac{L}{f}\right)$

$$\Leftrightarrow A'A'_1 = AA_1 \cdot \alpha \cdot \left(1 + \frac{L}{f}\right) (*)$$

Theo giả thiết $A'A' = a$. Bây giờ ta đi tìm AA_1 . Dựa vào hình vẽ ta có:

$$AA_1 = PH = d - HK = d - \frac{KQ}{tg\alpha} = d - PK \cdot \frac{tg\beta}{tg\alpha} \approx d - d \cdot \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = d \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

$$\text{Do đó, } (*) \Leftrightarrow a = d \left(1 - \frac{1}{n} \right) \cdot \alpha \left(1 + \frac{L}{f} \right) \Rightarrow n = \frac{1}{1 - \frac{a}{d \cdot \alpha \left(1 + \frac{L}{f} \right)}}$$

Thay số vào ta được: $n = \frac{211}{131} \approx 1,61$.

Bài 20. 1) áp dụng công thức thấu kính : $\frac{1}{O_1A} + \frac{1}{O_1A_1} = \frac{1}{f}$ ta được $O_1A_1 = 2f$

ảnh A_1B_1 của AB qua thấu kính thứ nhất L_1 là ảnh thật cách L_1 một khoảng $O_1A_1 = 2f$, cũng cách L_2 một khoảng $A_1O_2 = 2f$. Vậy độ phóng đại là

$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -1 \text{ hay } y_1 = -y$$

Tương tự ta có A_K cách L_K về phía sau một khoảng $2f$ cách L_{K+1} về phía trước một khoảng $2f$ và $y_K = -y_{K-1}$ vậy $y_k = y$ nếu k chẵn và $y_k = -y$ nếu k lẻ.

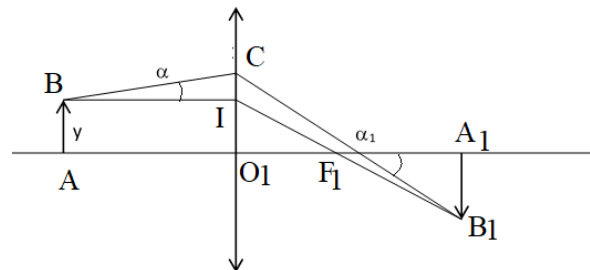
2) a/ Đặt $A_1O = d$; $O_1A_1 = d'$. Ta qui ước góc có dấu dương nếu ảnh hướng lên trên và ngược lại. Vì α và α_1 là những góc nhỏ nên

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{O_1C - y}{O_1A} = \frac{O_1C}{d} - \frac{y}{d} \quad (1)$$

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{O_1C}{O_1I} = \frac{-y_1}{IA_1} = \frac{O_1C - y_1}{O_1I + IA_1} = \frac{O_1C - y_1}{O_1A_1}$$

Vì ảnh A_1B_1 hướng xuống dưới nên : $\tan\alpha_1$

$$= -\frac{O_1C - y_1}{O_1A_1} = -\frac{O_1C}{d'} + \frac{y_1}{d'} \quad (2)$$



Mặt khác : $\frac{y}{d} = -\frac{y_1}{d'}$; $O_1C = y + \alpha d$ và $d = 2f$

Thay các giá trị này vào (1) và (2) ta tìm được : $\alpha_1 = -\alpha - \frac{y}{f}$

2b) Lập luận tương tự ta thu được hệ thức sau

$$\alpha_1 = -\alpha - \frac{y}{f}; \alpha_2 = -\alpha_1 + \frac{y_1}{f} = \alpha + 2\frac{y}{f}; \alpha_3 = -\alpha_2 - \frac{y_2}{f} = -\alpha - 3\frac{y}{f} \dots$$

=> Tổng quát : $\alpha_K = \alpha + k\frac{y}{f}$ nếu k chẵn và $\alpha_K = -(\alpha + k\frac{y}{f})$ nếu k lẻ

Có thể viết chung : $\alpha_K = (-1)^K(\alpha + k\frac{y}{f})$

3) Từ kết quả trên ta thấy nếu y tăng thì góc α_K tăng lên khi tia sáng đi qua nhiều thấu kính. Do đó càng nhiều tia sáng bị mất vì đi ra ngoài thấu kính. Góc α_K tăng với y lớn, nghĩa là điểm sáng càng xa quang trục thì ảnh của nó càng yếu.

4) Đặt trước thấu kính L_1 một vật kính có tiêu cự nhỏ sao cho ảnh thật được phóng đại của vật qua vật kính này hiện ở trước L_1 và cách L_1 một khoảng $2f$. Đặt sau thấu

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

kính L_n một thị kính có tiêu cự lớn hơn của vật kính, được dùng như 1 kính lúp để quan sát ảnh thu được sau quang hệ. Như vậy ta đã kết hợp 1 kính hiển vi (gồm vật kính và thị kính) với quang hệ đang xét. Dụng cụ này cho phép quan sát ảnh của các vật nhỏ với độ bội giác lớn và khoảng cách từ vật tới mắt người quan sát có thể khá lớn (Tùy thuộc số lượng thấu kính trong hệ và tiêu cự của chúng). Muốn cho ảnh quan sát cùng chiều với vật, cần có số lẻ thấu kính.

Bài 21.

Gọi D' là đường kính trên phim mà máy ảnh chụp còn rõ nét; d_G là khoảng cách gần nhất còn cho ảnh rõ nét trên phim, f là tiêu cự của thấu kính, l là khoảng cách từ phim đến vật kính.

+ Khi đường kính đường rìa là $D_1 = 1\text{ cm}$ từ hình vẽ ta có $\frac{D'}{D_1} = \frac{l-f}{f}$ (1)

và $\frac{d_{G1}'-l}{d_{G1}'} = \frac{D'}{D_1}$ (2); CTTK: $d_{G1}' = \frac{d_{G1}f}{d_{G1}-f}$ (3)

Từ (1) $\Rightarrow f = \frac{l}{D'+1}$ (4) Từ (2) $d_{G1}' = \frac{1-D'}{l}$ (5)

Lấy (4) cộng (3) $\Rightarrow d_{G1}' = \frac{d_{g1}l}{(D'+1)d_{G1}-l}$ (6)

Từ (5) và (6) $\Rightarrow \frac{1-D'}{l} = \frac{d_{g1}l}{(D'+1)d_{G1}-l} \Rightarrow \frac{250.5}{(D'+1)250-5} = \frac{1-D'}{5}$ (cm)

Giải phương trình ta có: $D' = 0,01$ (cm) $\Rightarrow f = \frac{5}{1,01}$ (cm)

+ Khi $D_2 = 0,8\text{ cm}$ có $\frac{d_{G2}'-l}{d_{G2}'} = \frac{D''}{D_2} \Rightarrow \frac{1}{d_{G2}'} = 0,197$

Và $\frac{1}{d_{g2}'} + \frac{1}{d_{g2}} = \frac{1}{f} \Rightarrow d_{g2} = 2\text{ m}$

Vậy máy ảnh chụp rõ nét từ 2m đến vô cùng

Bài 22. Ảnh còn rõ nét trên phim khi đường kính của vết sáng trên phim rất bé, mắt người không phân biệt được. Gọi đường kính đó là D' . Gọi S_G ; S_X là hai điểm gần và xa nhất cho ảnh rõ nét trên phim. S là điểm cho ảnh ở giữa phim

+ Nếu; $\frac{f}{D} = 4$ các công thức thấu kính cho ta:

$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$; $\frac{1}{d_{x1}} + \frac{1}{d'_{x1}} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{d_{x1}'} - \frac{1}{d'} = \frac{1}{d} - \frac{1}{d_{x1}}$ (1)

Từ hình vẽ : $\frac{-d'_{x1}+d'}{d'_{x1}} = \frac{D'}{D_1} \Rightarrow -1 + \frac{d'}{d_{x1}} = \frac{D'}{D_1} \Rightarrow -\frac{1}{d'} + \frac{1}{d_{x1}} = \frac{D'}{d'D_1}$ (2)

Từ (1) và (2) có : $-\frac{1}{d_{x1}} + \frac{1}{d} = \frac{D'}{d'D_1}$ (3)

Cũng từ hình vẽ : $\frac{d'_{g1}-d'}{d_{g1}} = \frac{D'}{D_1} \Rightarrow 1 - \frac{d'}{d_{g1}} = \frac{D'}{D_1} \Rightarrow \frac{1}{d'} - \frac{1}{d_{g1}} = \frac{D'}{D_1 d'}$

Lại có : $\frac{1}{d_{g1}} - \frac{1}{d'} = \frac{1}{d} - \frac{1}{d_{g1}} \Rightarrow \frac{1}{d_{g1}} - \frac{1}{d} = \frac{D'}{D_1 d'}$ (4)

Cộng (3) và (4) $\Rightarrow \frac{1}{d_{g1}} - \frac{1}{d_{x1}} = \frac{2D'}{D_1 d'}$ (5)

Khi $\frac{f}{D_2} = 2$ ($D_2 = 2D_1$) tương tự ta có $\frac{1}{d_{g2}} - \frac{1}{d_{x2}} = \frac{2D'}{D_2 d'}$ (6)

Thay $d_{G2} = 2m$; $d_{X1} = 4m$ vào (5)

$\Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2D'}{D_1 d'} \Rightarrow \frac{D'}{D_1 d'} = \frac{1}{8}$ (7)

Thay (7) vào (3) $\Rightarrow \frac{1}{d} - \frac{1}{d_{x1}} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{d} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \Rightarrow d = \frac{8}{3} (m)$

Thay (7) vào (6) với $D_2 = 2 D_1 \Rightarrow \frac{1}{d_{G2}} - \frac{1}{d_{X2}} = \frac{2D'}{2D_1 d'} = \frac{1}{8}$

Lại có : $\frac{1}{-d_{x1}} + \frac{1}{d} = \frac{D'}{D_1 d'} ; \frac{1}{-d_{x2}} + \frac{1}{d} = \frac{D'}{D_2 d'} \Rightarrow \frac{D'}{d'} \left(\frac{1}{D_2} - \frac{1}{D_1} \right) = \frac{1}{d_{x1}} - \frac{1}{d_{x2}}$

$D_2 = 2D_1 \Rightarrow -\frac{D'}{2d'D_1} = \frac{1}{d_{x1}} - \frac{1}{d_{x2}} \Rightarrow \frac{1}{d_{x2}} = \frac{1}{d_{x1}} + \frac{D'}{2d'D_1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16} \Rightarrow d_{x2} = 3,2 (m)$

$\frac{1}{d_{G2}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{d_{x2}} = \frac{1}{8} + \frac{5}{16} = \frac{7}{16} \Rightarrow d_{G2} = \frac{16}{7} = 2,28(m)$

Bài 23 a) Vật sáng AB qua thấu kính hội tụ cho ảnh A_1B_1 với $OA_1 = d_1'$ và

$d_1' = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = 60cm$

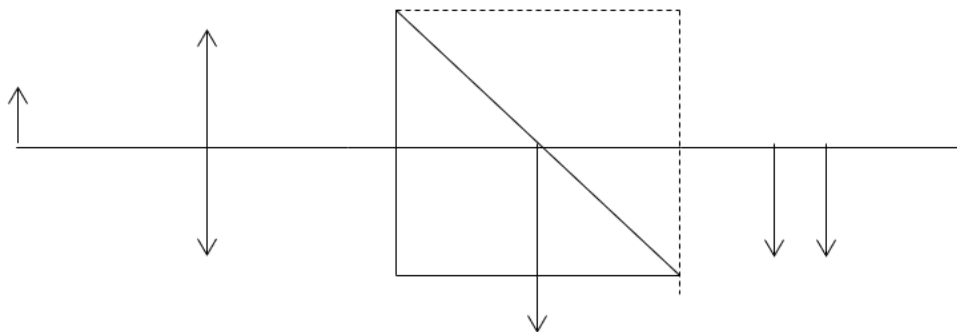
$K_1 = -2$; A_1B_1 lại là vật đối với gương phẳng . Vì $d_1' > a \Rightarrow A_1B_1$ nằm sau gương $\Rightarrow A_1B_1$ là vật ảo đối với gương cho ảnh A_2B_2 qua gương . Vì góc giữa A_1B_1 và gương là $45^\circ \Rightarrow$ góc giữa A_2B_2 là $45^\circ \Rightarrow A_2B_2$ song song với trục chính của thấu kính .

b) Tia sáng qua lăng kính phản xạ toàn phần IJK sau khi phản xạ một lần rồi khúc xạ ra ngoài có thể coi như qua một bản mặt song song IJPK có bề dày là $e = IK = b = 6cm$

Vật sáng AB cho ảnh qua thấu kính là A_1B_1 với $d_1 = 60cm$. Tuy nhiên tia sáng đi qua bản mặt song song nên có độ dời theo chiều truyền của tia sáng là $A_1'A_1 = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) =$

2cm

Với BMSS A_1B_1 là vật ảo $\Rightarrow$ ảnh cuối cùng $A_1'B_1'$ là ảnh thật nằm cách thấu kính là 62cm



Bài 24.1. Coi hệ gồm lưỡng chất cầu có bán kính $R = 40\text{cm}$ và một lưỡng chất phẳng S đồ tạo ảnh qua quang hệ : $d_O \xrightarrow{LCC} d_1 \xrightarrow{LCP} d_2$

áp dụng công thức LCC ta có : $\frac{1}{d_1} + \frac{n}{d_1'} = \frac{n-1}{R} \Rightarrow \frac{1,5}{d_1'} = \frac{1,5-1}{40} \Rightarrow d_1' = 120\text{cm}$

áp dụng công thức LCP ta có : $\frac{n}{d_2} + \frac{n'}{d_2'} = 0 \Rightarrow d_2' = -\frac{n'}{n}d_2 = -\frac{4/3}{1,5}(-120) = \frac{320}{3}\text{cm}$

2) Nếu ánh sáng đến LCP trước rồi qua LCC trường hợp này $R = 40\text{cm}$ (vì mặt khúc xạ là mặt lõm)

CTLCP : $\frac{n}{d_1} + \frac{1}{d} = 0 \Rightarrow d_1 = \infty$

CTLCC : $\frac{n}{-d_1} + \frac{n'}{d_2} = \frac{n'-n}{R} \Rightarrow \frac{4}{3d_2} = \frac{4}{40} \Rightarrow d_2 = \frac{nR}{n'-n} = -320\text{cm}$ (2) ảnh ảo

3) Nếu thay nước bằng chất lỏng có chiết suất x thì

$SM = \left| \frac{R}{x-1} \right| = 112$ vì $x < n' \Rightarrow SM = \frac{XR}{x-n} = 112 \Rightarrow x =$ (hai trường hợp)

4) Với bước sóng lớn hơn thì chiết suất n' giảm vậy x giảm

Bài 25. Cách tạo ảnh như hình vẽ

+ Vật AB qua BMSS có bề dày $a/2$ cho ảnh A_1B_1 .

$$BB_1 = \frac{a}{2} \left(1 - \frac{1}{n} \right) = \frac{32}{2} \left(1 - \frac{3}{4} \right) = 4$$

+ Tia sáng từ AB qua BMSS dày $a/2$ tới gương qua BMSS có bề dày a rồi mới tới thấu kính ta có thể coi AB cho ảnh A_xB_x đối xứng qua gương ; A_xB_x qua BMSS có bề dày $3a/2$ cho ảnh A_2B_2

$$B_xB_2 = \frac{3a}{2} \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 12\text{cm} ; A_1B_1 \text{ cách } A_2B_2 \text{ một khoảng } B_1B_2 ;$$

$$B_1B_2 = B_1B + BB_x - B_xB_2 = 4 + 32 - 12 = 24\text{cm}$$

Vật A_1B_1 qua thấu kính cho ảnh $A_1'B_1'$, qua thấu kính cho ảnh $A_2'B_2'$

$$d_2' = d_1' - 24 ; d_2 = d_1 + 24$$

$$\text{Công thức thấu kính : } \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1'} = \frac{1}{f} ; \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_2'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1'} = \frac{1}{d_1 + 24} + \frac{1}{d_1' - 24} \quad (1)$$

$$|k_1| = \frac{A_1'B_1'}{A_1B_1} = \frac{6}{AB} = \frac{d_1'}{d_1} ; |k_2| = \frac{A_2'B_2'}{A_2B_2} = \frac{4.5}{AB} = \frac{d_2'}{d_2} = \frac{d_1' - 24}{d_1 + 24}$$

$$\Rightarrow \frac{d_1'}{d_1} \cdot \frac{d_1 + 24}{d_1' - 24} = \frac{4}{3} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được $d_1 = 96$; $d_1' = 32$; $AB = 18\text{cm}$; $f = 24\text{cm}$; khoảng cách từ thấu kính đến thành bể phía trước $d = OI = d_1 + 4 - 16 = 84\text{cm}$

Bài 26. Máy ảnh. Bỏ qua độ dày của thành bể thì lúc con cá ở A , ở gần máy ảnh nhất giữa cá và máy cách nhau một khoảng $AO = d$ trong không khí .

Khi con cá ở B , xa máy ảnh nhất , B cách máy ảnh là $d + 40$ (cm) . Tuy nhiên máy ảnh sẽ chụp ảnh con cá sau khi ảnh đã dịch chuyển 1 đoạn $e = 40 \left(1 - \frac{1}{\frac{4}{3}} \right) = 10\text{cm}$ theo

chiều truyền ánh sáng . Vậy thực ra cá lúc đó cách máy ảnh $d + 30\text{cm}$

Đặt $a = 0,3\text{mm} = 0,03\text{cm}$

Vì phim lệch khỏi vị trí ứng với ảnh rõ nét không quá $0,3\text{mm}$ thì ảnh chụp được vẫn coi là tốt nên ở A và B ảnh qua phim đều quá $0,3\text{mm}$ so với vị trí phim . C là điểm mà máy

ảnh điều chỉnh vào để chụp tốt $\Rightarrow d_A = \frac{(d'+a)f}{d'+a-f} ; d_B = \frac{(d'-a)f}{d'-a-f}$

$$D_B = d_A + 30 \Rightarrow \frac{(d'-a)f}{d'-a-f} = \frac{(d'+a)f}{d'+a-f} + 30$$

$$\text{Hay } \frac{d'-a}{d'-a-f} = \frac{d'+a}{d'+a-f} + 6 \Rightarrow 6(d'-5)^2 = 10a + 6a^2 = 0,3504 \Rightarrow d' - 5 \geq \pm 0,22561$$

Vì ảnh thật $d' - 5 > 0$ nên $d' = 5,2250\text{ cm}$

Với vị trí này của phim thì ảnh của A sẽ cách O một khoảng $d_A' = 5,52556\text{ cm}$ và cách

$$B \quad d_B' = 5,1956\text{ cm} ; d_A = \frac{d_A' f}{d_A' - f} \approx 102,81\text{cm} ; d_B \approx 132,8\text{cm}$$

Thành bể ở phía bên phải điểm A làm cho cả 3 điểm A,B,C tựa như bị dịch chuyển lại gần O thêm $9 \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 3\text{mm}$ nên máy ảnh phải đặt cách mặt tiếp xúc giữa nước và thành

trước $102,8 + 0,3 = 103,1\text{ cm}$; tức là cách mặt trước của bể $103,1 - 0,9 = 102,2\text{ cm}$. Máy

được điều chỉnh vào điểm C ở cách mặt trong của thành bể trước $d_C - 102,8 =$

$$\frac{d_C' f}{d_C' - f} - 102,8 = 115,8 - 102,8 = 13\text{cm}$$

2) Vị trí của phim chỉ được xác định chính xác đến $0,05\text{mm}$ nên ta phải lấy .

$$d_C' = 52,25 \text{ hoặc } d_C' = 52,3\text{ mm} ; d_A' = 52,55 \text{ hoặc } d_A' = 52,56\text{ mm}$$

Với giá trị chính xác $d_A' = 52,556$ thì hai điểm giới hạn vị trí vật cho ảnh rõ nét cách nhau đúng 30cm . Nếu lấy d_A' lớn hơn tức là tăng khoảng cách giữa thấu kính và ảnh thì d_A và d_B giảm nhiều hơn . A và B chưa cách nhau đủ 30cm . Vậy phải lấy

$$d_A' = 52,55\text{mm}$$

$d_A = \frac{52,55 \cdot 5}{0,255} = 103,03\text{ cm}$; so với giá trị d_A ở câu 1 thì giá trị này chỉ lớn hơn có 0,2 cm chưa bằng độ dịch chuyển của thành bể gây ra .

$$\text{Từ công thức thấu kính : } \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{\Delta d}{d^2} + \frac{\Delta d'}{d'^2} = \frac{\Delta f}{f^2} = 0 \Rightarrow \Delta d = \Delta d' \left(\frac{d}{d'} \right)^2$$

Với $d_A = 103\text{ cm}$; $d_A' = 5,3\text{ cm}$; $\Delta d' = 0,05\text{ cm}$ ta được $\Delta d = 18,75\text{mm}$

Như vậy sai số Δd xác định không chính xác vị trí của phim là trong giới hạn cho phép . Ta nhận thấy rằng hoàn toàn có thể bỏ qua bề dày của thành bể thì sai số Δd vẫn trong giới hạn cho phép (0,5cm) và có thể bỏ qua . . . tức là lấy $d_C' = 52,2$ hoặc $d_C' = 52,25\text{ mm}$ mà không làm giảm chất lượng ảnh chụp được .

$$\begin{aligned} 3) \text{ Với } d_A = 103\text{ cm và } d_C' = 5,2\text{cm thì độ dài ảnh của bể nước là } e' &= (80 + 2 \cdot 0,9) \frac{d_A'}{d_A} = \\ &= 81,8 \cdot \frac{5,225}{103} = 4,1\text{cm} \Rightarrow \text{Phim không chụp hết bể cá do đó phim phải đặt xa hơn .} \end{aligned}$$

$$\text{Độ phóng đại cần thiết của ảnh là } k = \frac{d'}{d} = \frac{36}{816} = \frac{9}{204}$$

$$\text{Kết hợp với } \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \Rightarrow k = \frac{d' - f}{f} ; d' = 5,2205\text{ cm} ; d_A' = 52,205\text{mm và } d_A = 118,38\text{cm}$$

Ta suy ra : $d_B = 148,33\text{ cm}$; $d_B' = 5,175\text{cm}$; $d_C' = 5,205$, $d_C = 127\text{cm}$

Vậy phải đặt máy cách thành bể trước $118,5 - 0,9 = 117,6\text{ cm}$. Và phải điều chỉnh vào điểm C ở cách mặt trong của thành bể đó 8,7cm (trong khoảng từ 8,7 đến 15cm ảnh đều rõ nét nhưng lấy C ở cách 8,7 cm thì ảnh bể to hơn)

Bài 27.

1/ Trước hết ảnh ở B phải là ảnh ảo vì nếu là ảnh thật thì khi S đặt ở B sẽ cho ảnh ở A trái với đề bài . Vật thật cho ảnh ảo nằm cùng phía đối với thấu kính vậy thấu kính nằm ngoài AB.

+ Giả sử thấu kính là phân kỳ :

- Nằm bên trái B : Vật thật B phải cho ảnh ảo gần thấu kính hơn ; trái với đề bài
- Nằm ở bên phải A : Vật thật đặt ở A cho ảnh ảo gần thấu kính hơn (trái với đầu bài)

Vậy thấu kính là thấu kính hội tụ

- Nếu thấu kính nằm ở bên trái B thì vật thật A không thể cho ảnh ảo ở B .
- Nếu nó nằm bên phải C thì vật thật ở B không cho ảnh ảo ở C

Kết luận : Thấu kính là thấu kính hội tụ nằm trong khoảng AC

Công thức thấu kính cho ta : $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1'} = \frac{1}{f}$ (1) ; $d_1' = - (d_1 + a)$ (2)

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_2'} = \frac{1}{f} \quad (3) ; d_2 = a + d_1 \quad (4) ; d_2' = b - d_1 \quad (5)$$

Giải hệ ta được $AO = d_1 = \frac{ab}{2a+b}$; $f = \frac{2ab(a+b)}{(2a+b)^2}$

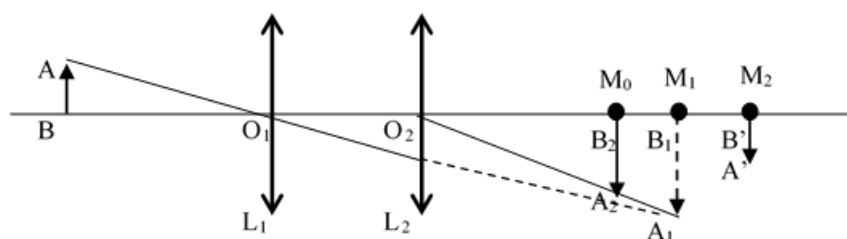
áp dụng bằng số : $d_1 = 8\text{cm}$; $f = 9,6\text{cm}$

$$2) y = \overline{AS'} = \overline{AO_1} + \overline{O_1S'} = d + d' = d + \frac{df}{d-f} = \frac{d^2}{d-f}$$

$$d = AO + x = x + 8 \Rightarrow y = \frac{(x+8)(x-11,2)}{(x-1,6)^2} \quad \text{Với } x > 0 \text{ thì } y' = 0 \text{ khi } x = 11,2$$

Từ đó lập được bảng biến thiên và vẽ đồ thị.

Bài 28.



1- Sơ đồ tạo ảnh bởi hai hệ thấu kính.

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2 \quad (1)$$

$$d_1 \quad d_1' \quad d_2 \quad d_2'$$

Nếu bỏ L_2 đi thì ảnh tạo bởi L_1 là A_1B_1 .

Vậy trong sơ đồ (1) thì A_1B_1 là vật ảo đối với L_2

$$\frac{O_2A_1}{O_2A_2} = \frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{3,6}{1,8} = 2 \rightarrow O_2A_1 = 2 (O_2A_2) \quad (2)$$

Mặt khác: $A_2A_1 = M_0M_1 = 6\text{cm}$ (3). Từ (2) (3): $O_2A_2 = 6\text{cm}$; $O_2A_1 = 12\text{cm}$

Xét thấu kính L_2 : $d_2 = -O_2A_1 = -12\text{ cm}$; $d_2' = O_2A_2 = 6\text{cm}$

$$f_2 = \frac{d_2 d_2'}{d_2 + d_2'} = \frac{(-12) \cdot 6}{-12 + 6} = 12\text{cm}$$

* Ngoài ra: khi bỏ L_1 đi thì sơ đồ tạo ảnh $AB \xrightarrow{L_2} A'B'$. Với $A'B' = 0,2\text{cm}$

$$d' \quad d$$

Với $d' = O_2M_2 = O_2M_1 + M_1M_2 = 12 + 2 = 14\text{cm}$; $d = O_2A$

$$d = \frac{d'f_2}{d' - f_2} = \frac{14 + 12}{14 - 12} = 84\text{cm}$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \left| \frac{d'}{d} \right| \rightarrow AB = A'B' \left| \frac{d}{d'} \right| = 0,2 \cdot \frac{84}{14} = 1,2\text{cm}$$

* Tìm f_1 : $\frac{O_1A_1}{O_1A} = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{3,6}{1,2} = 3 \rightarrow O_1A_1 = d_1' = 3 (O_1A) \quad (4)$

Mặt khác: $AA_1 = AO_2 + O_2A_1 = 84 + 12 = 96\text{cm}$

$$AO_1 + O_1A_1 = 96$$

Từ (4) $\rightarrow AO_1 + 3(AO_1) = 96 \rightarrow AO_1 = 24\text{cm} ; A_1O_1 = 72\text{cm}$

$$f_1 = \frac{d_1 d_1'}{d_1 + d_1'} = 18 \text{ (cm)}$$

2) $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$
 $d_1 \quad d_1' \quad d_2 \quad d_2'$

$$d_1 = AO_1 = 24\text{cm}; d_1' = 72\text{cm}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d_1' = 30 - 72 = -42 \text{ (cm)}$$

$$d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-42 \cdot 12}{-42 - 12} = \frac{504}{54} = \frac{28}{3} = 9,33\text{cm}$$

$$k = \left(-\frac{d_1'}{d_1} \right) \left(-\frac{d_2'}{d_2} \right) = -\frac{72}{24} \cdot \left(\frac{-504}{54} \cdot \frac{1}{-42} \right) = -\frac{2}{3}$$

-----HẾT-----