VŨ THANH KHIẾT (Chủ biên) - PHẠM KHÁNH HỘI
(Sưu tầm và tuyển chọn)

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI VẬT LÍ

TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Lời nói đầu

Nhằm giúp các bạn học sinh giỏi Vật lí, các thầy, cô giáo Vật lí, đặc biệt là học sinh chuyên Vật lí có tư liệu tham khảo trong quá trình học tập, ôn tập, chuẩn bị tốt cho các kì thi chọn học sinh giỏi ở trường, ở các tỉnh, thành phố, các kì thi chọn học sinh giỏi cấp quốc gia và kì thi chọn đội tuyển học sinh Việt Nam dự thi Olympic Vật lí, chúng tôi sưu tầm và biên soạn cuốn **Đề thi học sinh giỏi Vật lí trung học phổ thông**.

Nội dung cuốn sách chia làm hai phần :

Phần một. Đề Thi

A. Đề thi chọn học sinh giỏi Quốc gia trung học phổ thông từ năm 2011 đến năm 2016

B. Đề thi chọn đội tuyển Olympic Vật lí từ năm 2011 đến năm 2015

Phần hai. *Hướng dẫn giải*

Các bạn học sinh hãy cố gắng tự giải được các đề thi này, và chỉ sử dụng *Hướng dẫn giải* để đối chiếu với kết quả mình đã tìm được.

Chúng tôi mong nhận được các ý kiến đóng góp cho nội dung cuốn sách để cuốn sách ngày càng giúp ích cho việc bồi dưỡng đội ngũ học sinh giỏi Vật lí ở các địa phương trong toàn quốc.

CÁC TÁC GIẢ

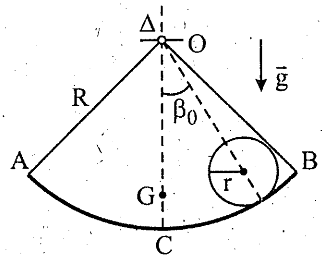
PHẦN MỘT
ĐỀ THI

A. ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA TRUNG HỌC PHỔ THÔNG (THPT)

1. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2011, ngày thi thứ nhất

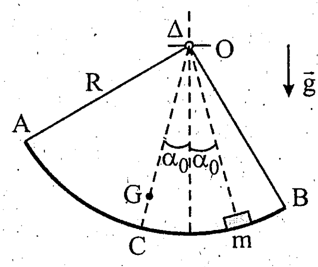
1.1 Cho vật 1 là một bản mỏng đều, đồng chất, được uốn theo dạng lòng máng thành một phần tư hình trụ AB cứng, ngắn, có trục Δ, bán kính R và được gắn với điểm O bằng các thanh cứng, mảnh, nhẹ. Vật 1 có thể quay không ma sát quanh một trục cố định (trùng với trục Δ) đi qua điểm O. Trên hình 1.1, OA và OB là các thanh cùng độ dài R, OAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục Δ, chứa khối tâm G của vật 1, C là giao điểm của OG và lòng máng.

1. Tìm vị trí khối tâm G của vật 1.



Hình 1.1

2. Giữ cho vật 1 luôn cố định rồi đặt nó lên vật 2 là một hình trụ rỗng, mỏng, đồng chất, cùng chiều dài với vật 1, bán kính r (r < R), nằm dọc theo đường sinh của vật 1. Kéo vật 2 lệch ra khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ β_0, rồi thả nhẹ.
   a) Tìm chu kì dao động nhỏ của vật 2. Biết rằng trong quá trình dao động, vật 2 luôn lăn không trượt trên vật 1.
   b) Biết μ là hệ số ma sát nghỉ giữa vật 1 và vật 2. Tìm giá trị lớn nhất của góc β_0 để trong quá trình dao động điều hoà, vật 2 không bị trượt trên vật 1.



Hình 1.2

3. Thay vật 2 bằng một vật nhỏ 3. Vật 3 nằm trong mặt phẳng OAB. Kéo cho vật 1 và vật 3 lệch khỏi vị trí cân bằng sao cho G và vật 3 nằm về hai phía mặt phẳng thẳng đứng chứa Δ, với các góc lệch đều là α_0 như hình 1.2, rồi thả nhẹ. Bỏ qua ma sát. Tìm khoảng thời gian nhỏ nhất để vật 3 đi tới C.

1.2 Một hình trụ chứa chất khí đơn nguyên tử, chiều dài L, diện tích đáy S, chuyển động dọc theo phương song song với trục của bình. Khối lượng khí trong bình là m. Ở thời điểm bình đang chuyển động với gia tốc a_0 ($a_0 > 0$), người ta bắt đầu làm cho gia tốc của bình giảm thật chậm tới giá trị $\frac{a_0}{2}$. Coi khí trong bình là lí tưởng. Giả thiết ở mỗi thời điểm, các phần tử khí có gia tốc như nhau và nhiệt độ đồng đều trong toàn khối khí. Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

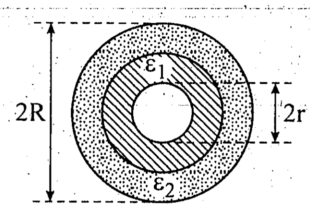
1. Cho rằng nhiệt độ của khí luôn là T không đổi và $\frac{\mu a_0 L}{RT} \ll 1$, trong đó μ là khối lượng mol của chất khí, R là hằng số khí. Hãy tính :

   a) Áp suất do khí tác dụng lên mỗi đáy bình khi gia tốc của bình là a.

   b) Công do khối khí thực hiện trong quá trình giảm gia tốc trên.

2. Giả thiết bình hoàn toàn cách nhiệt và nhiệt độ khí thay đổi rất nhỏ trong quá trình giảm gia tốc. Biết nhiệt độ ban đầu của khối khí là T. Tìm độ biến thiên nhiệt độ của khối khí trong quá trình trên.

Một tụ điện hình trụ dài L, bán kính các bản tụ tương ứng là r và R. Không gian giữa hai bản tụ được lấp đầy bởi hai lớp điện môi cứng, cùng chiều dày, có hằng số điện môi tương ứng là ε_1 và ε_2 (Hình 1.3). Lớp điện môi ε_1 có thể kéo được ra khỏi tụ điện. Tụ điện được nối với hai cực của nguồn điện có hiệu điện thế U không đổi.

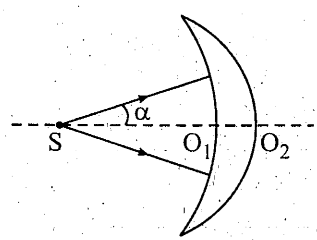


Hình 1.3

Ở thời điểm t = 0, lớp điện môi ε_1 bắt đầu được kéo ra khỏi tụ điện với tốc độ không đổi v. Giả thiết điện trường chỉ tập trung trong không gian giữa hai bản tụ, bỏ qua mọi ma sát. Xét trong khoảng $0 < t < \frac{L}{v}$ hãy :

1. Viết biểu thức điện dung của tụ theo thời gian t.
2. Tính lực điện tác dụng lên lớp điện môi ε_1 ở thời điểm t.
3. Xác định cường độ và chiều dòng điện qua nguồn.

Cho một thấu kính hội tụ lõm – lồi, bằng thuỷ tinh, chiết suất n = 1,5 như hình 1.4. Mặt lõm có bán kính R_1 = 5,5 cm và có đỉnh tại O_1. Mặt lồi có bán kính R_2 và đỉnh tại O_2. Khoảng cách O_1O_2 = 0,5 cm. Một điểm sáng S được đặt tại đúng tâm của mặt lõm và chiếu một chùm tia có góc mở rộng vào mặt thấu kính.



Hình 1.4

1. Xét chùm sáng hình nón xuất phát từ S chiếu vào thấu kính với góc giữa đường sinh và trục hình nón là $\alpha = 15^o$. Với giá trị $R_2 = 3$ cm, hãy xác định vị trí điểm đầu và điểm cuối của dải các giao điểm của các phương tia sáng ló ra khỏi thấu kính và trục chính.

2. Tìm giá trị R_2 sao cho chùm tia ló ra khỏi thấu kính là một chùm tia đồng quy, rộng.

1.5 Trong nguyên tử hiđrô lúc đầu có êlectron chuyển động tròn với bán kính quỹ đạo $r = 2{,}12.10^{-10}$ m quanh hạt nhân dưới tác dụng của lực Cu-lông. Ta chỉ sử dụng các định luật vật lí cổ điển để nghiên cứu chuyển động của êlectron trong nguyên tử. Theo đó, khi êlectron chuyển động với gia tốc a thì nguyên tử sẽ bức xạ điện từ với công suất $\mathscr{P} = \dfrac{2ke^2}{3c^3}a^2$ (trong đó $c = 3.10^8$ m/s ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $k = 9.10^9$ Nm^2/C^2).

Coi gia tốc toàn phần a của êlectron là gia tốc hướng tâm. Hãy tính thời gian cần thiết để bán kính quỹ đạo giảm đến $r_0 = 0{,}53.10^{-10}$ m và ước tính trong thời gian đó êlectron chuyển động trên quỹ đạo được bao nhiêu vòng.

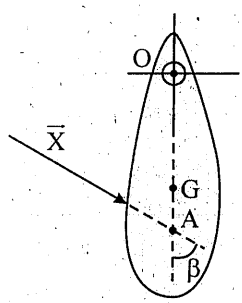
(2) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2011, ngày thi thứ hai

2.1 Một con lắc vật lí có khối lượng M, khối tâm tại G và có thể quay quanh trục nằm ngang đi qua điểm O nằm trên con lắc. Momen quán tính của con lắc đối với trục quay là I. Biết khoảng cách OG = d. Con lắc được thả từ vị trí có OG hợp với phương thẳng đứng một góc $\alpha_0 = 60^o$ (G phía dưới O). Bỏ qua ma sát ở trục quay và lực cản môi trường.

1. Tính độ lớn phản lực của trục quay lên con lắc khi OG hợp với phương thẳng đứng một góc α.
2. Tính gia tốc toàn phần lớn nhất của khối tâm con lắc trong quá trình dao động.
3. Khi con lắc đang ở vị trí cân bằng thì chịu tác dụng một xung lượng $\vec{X}$ của lực $\vec{F}$ trong thời gian rất ngắn Δt theo phương đi qua điểm A trên trục OG (lực $\vec{F}$ hợp với OG góc β (xem hình 2.1)).

   a) Xác định xung lượng của lực do trục quay tác dụng lên con lắc trong thời gian tác dụng Δt.

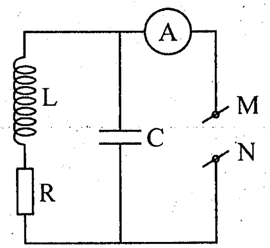
   b) Xác định góc β và vị trí điểm A để xung lượng của lực tác dụng lên trục quay bằng 0.



Hình 2.1

2.2 Cho mạch điện như hình 2.2. Cuộn dây có độ tự của L, tụ điện có điện dung C, điện trở có giá trị R. Biết điện áp giữa M và N là $u_{MN} = U_0\cos^2\omega t$, với ω có thể thay đổi được nhưng U_0 không đổi. A là ampe kế nhiệt, các phần tử trong mạch được coi là lí tưởng.

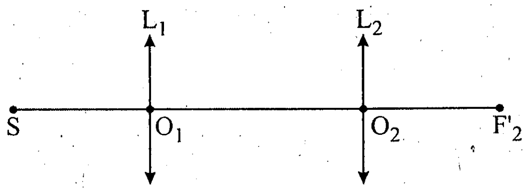
1. Tìm giá trị ω để thành phần xoay chiều của dòng điện qua ampe kế có biên độ không phụ thuộc vào điện trở R. Xác định số chỉ của ampe kế trong trường hợp này.
2. Tìm giá trị ω để số chỉ của ampke kế là nhỏ nhất. Biết rằng $\frac{L}{C} > R^2$.



Hình 2.2

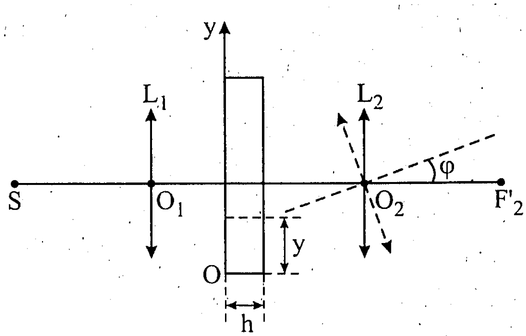
2.3 Cho một quang hệ gồm hai thấu kính mỏng L_1 và L_2 giống nhau có cùng tiêu cự f đặt đồng trục. Trên hình 2.3, O_1 và O_2 là quang tâm của hai thấu kính, F'_2 là tiêu điểm ảnh của thấu kính L_2. Một điểm sáng S đặt tại tiêu điểm của thấu kính L_1.

1. Tìm khoảng cách giữa hai thấu kính sao cho khi một bản mặt song song đồng chất, chiết suất n, đặt vùng giữa S và O_1 hoặc giữa O_2 và F'_2 theo phương vuông góc với quang trục thì ảnh của S qua hệ đều ở cùng một vị trí.



Hình 2.3

2. Đặt trong khoảng giữa hệ hai thấu kính L_1 và L_2 một bản mặt song song vuông góc với quang trục để tạo thành một quang hệ mới (Hình 2.4). Bản mặt song song này có bề dày h, chiết suất n thay đổi theo quy luật $n = n_0 + ky$ (n_0 và k là hằng số, $k > 0$), với trục Oy vuông góc với quang trục và cắt quang trục của hệ thấu kính. Bỏ qua sự thay đổi chiết suất dọc theo đường truyền của tia sáng trong bản mặt song song.



Hình 2.4

a) Xác định vị trí ảnh S qua quang hệ.

b) Từ vị trí đồng trục, quay thấu kính L_2 một góc φ nhỏ, sao cho trục chính của L_2 vẫn nằm trong mặt phẳng chứa Oy và O_2 (Hình 2.4). Xác định vị trí mới của ảnh.

2.4

1. *Xử lí số liệu*

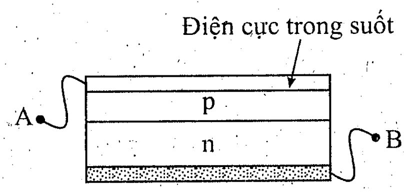
Một hỗn hợp gồm hai khí acgon (Ar) và hiđrô (H_2) có khối lượng 8,5 gam, được chứa trong thể tích $V_0 = 10$ dm^3 ở áp suất $p_0 = 10^5$ N/m^2. Khi nén đoạn nhiệt khối khí trên ta được các cặp giá trị thể tích V và áp suất p tương ứng theo bảng số liệu sau :

V (dm^3)	9,00	8,20	7,40	6,70	6,10
p (10^5 N/m^2)	1,17	1,35	1,57	1,83	2,11

Biết nguyên tử lượng của acgon là 40 g/mol và hiđrô là 1 g/mol. Giả thiết trong quá trình nén đoạn nhiệt, khí không bị phân li. Hãy xác định khối lượng khí Ar và H_2 trong hỗn hợp.

2. *Khảo sát đặc tính của pin quang điện*

Pin quang điện có cấu tạo gồm lớp chuyển tiếp p – n và hai điện cực (Hình 2.5). Một trong hai điện cực làm bằng chất có tính dẫn điện tốt và ánh sáng có thể xuyên qua. Khi chiếu sáng thích hợp vào lớp chuyển tiếp p – n sẽ xuất hiện hiệu điện thế một chiều ở hai điện cực của pin.



Hình 2.5

Khảo sát pin quang điện như là một linh kiện điện tử. Nếu giữa hai điện cực A và B của pin có hiệu điện thế U_{AB} thì dòng điện qua pin có dạng $I_{AB} = I_d(e^{\alpha U_{AB}} - 1) + I_g$, với I_g đặc trưng cho thành phần dòng điện sinh ra do sự chiếu sáng vào lớp chuyển tiếp ($I_g = 0$ khi không chiếu sáng), α và I_d là các hệ số đặc trưng cho pin ($I_d > 0$, $\alpha > 0$). Giả thiết α và I_d luôn không đổi. Khi pin được chiếu sáng ổn định thì I_g không đổi và trong trường hợp chiếu sáng mạnh $|I_g| \gg I_d$.

Yêu cầu :

2.1. Với pin quang điện khi được chiếu sáng thích hợp và ổn định :

a) Tính điện áp hở mạch U_0 của pin theo I_g, I_d và α.

b) Mắc trực tiếp pin với một biến trở. Công suất tiêu thụ trên biến trở đạt giá trị cực đại $\mathscr{P}_m$ khi biến trở có điện trở R_m và điện áp giữa hai đầu biến trở là U_m.

– Viết phương trình xác định U_m theo I_g, I_d và α.

– Xác định $\mathscr{P}_m$ theo R_m, I_g, I_d và α.

2.2. Cho các dụng cụ sau :

– 01 pin quang điện ;

– 01 ampe kế và 01 vôn kế một chiều đều có nhiều thang đo, 01 biến trở ;

– 01 nguồn điện một chiều ổn định ;

– 01 nguồn sáng có thể thay đổi được cường độ sáng trong khoảng giá trị rộng ;

– Giá đỡ, dây nối, khoá K và thiết bị che chắn cần thiết.

a) Vẽ sơ đồ thí nghiệm để khảo sát đường đặc trưng vôn - ampe của pin. Vẽ phác dạng đường đồ thị đặc trưng vôn - ampe của pin khi pin được chiếu sáng ổn định và chỉ ra giá trị dòng I_g, điện áp U_0 trên đồ thị.

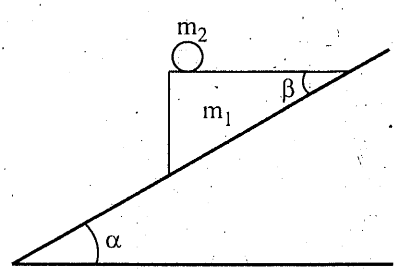
b) Trình bày phương án thí nghiệm để xác định các đại lượng đặc trưng I_d và α của pin.

(3) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2012, ngày thi thứ nhất

Trên một mặt phẳng nghiêng góc α so với mặt nằm ngang, người ta đặt một chiếc nêm có góc nêm là β, khối lượng m_1 và một quả cầu đặc đồng chất, khối lượng m_2, bán kính R (Hình 3.1). Thả cho hệ chuyển động và chỉ khảo sát các quá trình khi nêm còn trượt trên mặt phẳng nghiêng. Biết gia tốc rơi tự do là g.

1. Xét $\alpha = \beta$, $m_1 \gg m_2$. Xác định gia tốc tương đối của quả cầu so với nêm khi quả cầu còn chuyển động trên nêm trong các trường hợp :

a) Bỏ qua mọi ma sát.



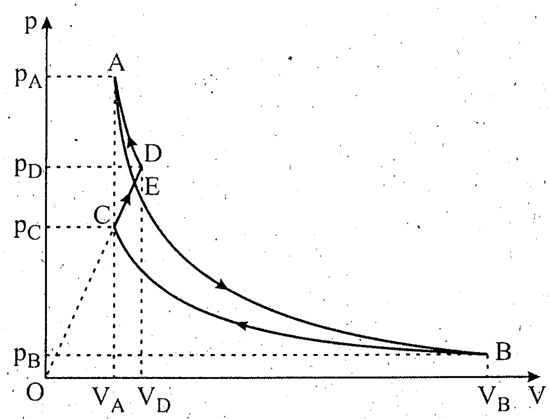
Hình 3.1

b) Quả cầu lăn không trượt trên nêm và nêm trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng. Bỏ qua ma sát lăn.

2. Xét $\beta = 2\alpha = 60^o$, $m_1 = m_2$. Trong quá trình chuyển động của quả cầu và nêm, quả cầu lăn không trượt trên nêm và nêm trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng. Xác định gia tốc của nêm khi quả cầu còn lăn trên nêm.

3. Sau khi quả cầu rời nêm, quả cầu được giữ lại còn nêm trượt vào vùng có hệ số ma sát $\mu = ks$, với s là quãng đường nêm trượt được kể từ khi nêm bắt đầu lọt hoàn toàn vào trong vùng đó, k là một hằng số dương. Sau khi đi được quãng đường s bằng s_0 thì nêm dừng lại. Tính thời gian τ để nêm đi được quãng đường s_0.

Một mol khí lí tưởng lưỡng nguyên tử thực hiện chu trình ABCDA trên giản đồ p – V gồm các quá trình đoạn nhiệt AB, đẳng nhiệt BC, đẳng nhiệt DA và quá trình CD có áp suất tỉ lệ thuận với thể tích (Hình 3.2). Biết nhiệt độ tuyệt đối trong quá trình DA gấp đôi nhiệt độ tuyệt đối trong quá trình BC. Cho $p_C = 4.10^5$ N/m^2, $V_C = V_A = 5$ dm^3.



Hình 3.2

1. Xác định các thông số trạng thái p_A, p_B, V_B, V_D, p_D.
2. Gọi E là giao điểm của đường AB và CD. Tính công của chu trình EBCE.

Giả sử trong không gian có một từ trường có tính đối xứng trụ với trục đối xứng là Δ. Cảm ứng từ tại một điểm cách trục Δ một khoảng r có phương gần như song song với trục Δ và có độ lớn là $B(r) = \dfrac{A}{r^n}$ $\left(n = \dfrac{2}{3}\right.$ và A là một hằng số dương).

Một hạt có khối lượng m, điện tích q (q > 0) chuyển động trên một mặt phẳng vuông góc với trục Δ. Bỏ qua tác dụng của các lực khác so với lực từ. Lúc đầu hạt chuyển động tròn đều trên quỹ đạo có bán kính R với tâm O nằm trên trục Δ.

1. Xác định tốc độ dài và tốc độ góc của hạt.
2. Khi đang chuyển động tròn đều trên quỹ đạo bán kính R nói trên, hạt bị một ngoại lực tác dụng trong thời gian ngắn làm hạt dịch chuyển một đoạn nhỏ x_0

theo phương bán kính ($x_0 \ll R$). Biết rằng sau đó hạt dao động tuần hoàn theo phương bán kính đi qua hạt. Tìm chu kì của dao động này.

3. Giả thiết ban đầu hạt ở điểm M cách trục Δ một khoảng R_1 và có vận tốc hướng theo phương bán kính ra xa trục. Biết rằng trong quá trình chuyển động, khoảng cách cực đại từ hạt tới trục Δ là R_2. Tính vận tốc ban đầu của hạt.

3.4 Một nguồn sáng điểm nằm trong chất lỏng và cách mặt chất lỏng một khoảng H. Một người đặt mắt trong không khí phía trên mặt chất lỏng để quan sát ảnh của nguồn sáng.

1. Giả thiết chất lỏng là đồng chất và có chiết suất n = 1,5. Tính khoảng cách từ ảnh của nguồn sáng đến mặt chất lỏng trong các trường hợp sau :

   a) Mắt nhìn nguồn sáng theo phương vuông góc với mặt chất lỏng.

   b) Mắt nhìn nguồn sáng theo phương hợp với mặt chất lỏng một góc $\alpha = 60^o$.

2. Giả thiết chiết suất của chất lỏng chỉ thay đổi theo phương vuông góc với mặt chất lỏng theo quy luật $n = \sqrt{2 + \frac{y}{H}}$, với y là khoảng cách từ điểm đang xét đến mặt chất lỏng. Biết tia sáng truyền từ nguồn sáng ló ra khỏi mặt chất lỏng đi tới mắt theo phương hợp với mặt chất lỏng một góc $\alpha = 60^o$. Hỏi tia này ló ra ở điểm cách nguồn sáng một khoảng bao nhiêu theo phương nằm ngang ?

3.5 Trên một xe ô tô cách người quan sát khoảng cách là s, người ta đặt một nguồn phát âm với tần số không đổi $f_0 = 600$ Hz. Cho xe chạy nhanh dần đều với gia tốc $a = 3\ m/s^2$ hướng lại gần người quan sát. Ở vị trí người quan sát người ta đặt một máy thu âm. Tần số thu âm được theo thời gian t kể từ thời điểm xe bắt đầu chuyển động (chọn làm mốc thời gian ứng với t = 0) được cho trong bảng sau :

t (s)	3	6	9	12	15
f (Hz)	608	626	645	666	690

1. Giả thiết trong thời gian truyền âm từ xe đến người quan sát, vận tốc của xe thay đổi không đáng kể. Căn cứ vào bảng số liệu thu được ở trên hãy xác định vận tốc truyền âm v_a.

2. Không bỏ qua sự thay đổi vận tốc của xe trong thời gian truyền âm từ xe đến người quan sát, căn cứ vào bảng số liệu thu được ở trên hãy xác định vận tốc truyền âm v_a và khoảng cách s ban đầu.

(4) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2012, ngày thi thứ hai

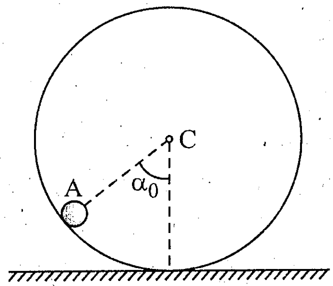
4.1 Cho một vành trụ mỏng đều, đồng chất, bán kính R và có khối lượng M. Trong lòng vành trụ có gắn cố định ở A một quả cầu nhỏ (bán kính rất nhỏ so với R), khối lượng m. Biết A nằm trong mặt phẳng mà mặt phẳng này vuông góc với trục và đi qua khối tâm C của vành trụ. Người ta đặt vành trụ trên mặt phẳng nằm ngang. Biết gia tốc rơi tự do là g.

1. Giả thiết không có ma sát giữa vành trụ và mặt phẳng. Đẩy vành trụ sao cho AC nghiêng một góc α_0 ($\alpha_0 < 90^0$) so với phương thẳng đứng rồi buông ra cho hệ chuyển động với vận tốc ban đầu bằng 0 (Hình 4.1).

   a) Tính động năng cực đại của hệ.

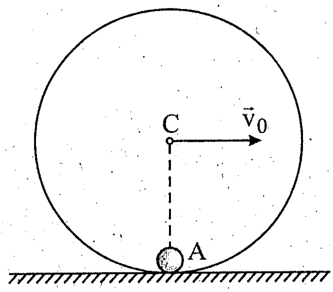
   b) Viết phương trình quỹ đạo của A trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất.

   c) Xác định tốc độ góc của bán kính AC khi AC lệch góc α ($\alpha < \alpha_0$) so với phương thẳng đứng.



Hình 4.1

2. Giả thiết có ma sát giữa vành và mặt nằm ngang. Khi vành đang đứng yên trên mặt nằm ngang, tác dụng một xung lực trong thời gian rất ngắn lên vành sao cho trục của vành có vận tốc v_0 theo phương ngang (Hình 4.2). Biết rằng sau đó vành lăn không trượt. Bỏ qua ma sát lăn. Gọi β là góc hợp bởi AC và phương thẳng đứng. Tính vận tốc khối tâm C của vành theo β và tìm điều kiện về v_0 để trong quá trình chuyển động vành không bị nhảy lên.



Hình 4.2

4.2 Một quả cầu có thể tích V không đổi đặt trong không khí gần sát mặt đất, nơi có áp suất p_0, nhiệt độ T_0. Coi gia tốc trọng trường là g không đổi và không khí là khí lí tưởng.

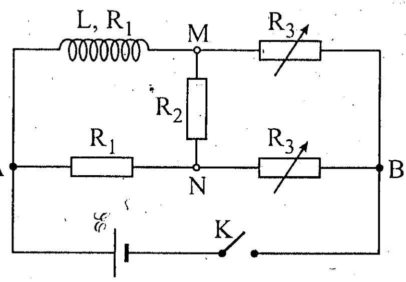
1. Cho khối lượng mol của không khí là μ.

   a) Tính lực đẩy Ác-si-mét của không khí tác dụng lên quả cầu.

   b) Khi đưa quả cầu lên cao, tìm quy luật biến đổi của lực đẩy nói trên theo độ cao z so với mặt đất nếu nhiệt độ khí quyển ở độ cao z là $T = T_0 - az$, với a là một hằng số dương.

2. Giữ quả cầu ở một vị trí cố định. Nếu độ ẩm của không khí tăng thêm 10%, áp suất và nhiệt độ của không khí ẩm trong vùng đặt quả cầu không đổi thì lực đẩy Ác-si-mét tác dụng lên quả cầu tăng hay giảm một lượng bằng bao nhiêu ? Biết khối lượng riêng của hơi nước bão hoà ở nhiệt độ đã cho là A, khối lượng mol của không khí khô là $\mu_{kk} = 29$ g/mol và của hơi nước là $\mu_{hn} = 18$ g/mol.

Cho mạch điện có sơ đồ như hình 4.3. Nguồn điện có suất điện động $\mathscr{E}$, điện trở trong không đáng kể, cuộn dây có điện trở R_1, độ tự cảm L. Cho $R_1 = R_2 = R$. Gọi giá trị của các biến trở là R_3.



Hình 4.3

1. Đóng khoá K. Tính cường độ dòng điện qua cuộn dây và qua R_2 ở thời điểm ngay sau khi K đóng và khi dòng điện chạy qua các phần tử trong mạch đã ổn định.

2. Thay đổi R_3 rồi sau đó đóng K, khi các dòng điện chạy qua các đoạn mạch có cường độ ổn định thì ngắt khoá K.

   a) Chọn thời điểm t = 0 lúc ngắt K. Tìm biểu thức cường độ dòng điện chạy qua cuộn dây theo thời gian t.

   b) Tìm giá trị của R_3 sao cho tổng điện lượng chạy qua R_2 sau khi ngắt K có giá trị cực đại. Áp dụng số $\mathscr{E} = 6$ V ; $R = 2\ \Omega$; $L = 0{,}64$ H.

Trong loại máy ảnh có vật kính cố định, khoảng cách từ vật kính đến màn ghi ảnh là không thay đổi được và lớn hơn tiêu cự của thấu kính. Ảnh trên màn ghi ảnh được coi là rõ nét nếu ảnh của một điểm là một hình tròn có đường kính nhỏ hơn hoặc bằng δ. Gọi đường kính đường rìa của vật kính là D và tiêu cự của nó là f.

1. Biết máy chụp được vật cách vật kính một khoảng từ x tới vô cùng. Tính x theo D, f, δ.

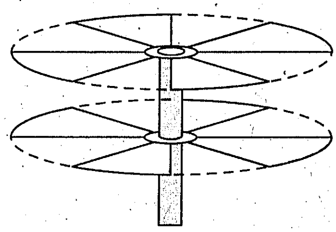
2. Xét một máy ảnh số thuộc loại trên có "độ phân giải" 10,1 Megapixels, vật kính có tiêu cự 6,1 mm và có khẩu độ tỉ đối $\dfrac{D}{f} = \dfrac{1}{28}$. Máy ảnh này cho ảnh rõ nét của những vật nằm cách máy từ x_1 (m) đến vô cực. Một máy ảnh thứ hai cùng loại có "độ phân giải" 5,1 Megapixels, vật kính có tiêu cự 5,0 mm và có

cùng khẩu độ tỉ đối 1 : 28. Máy ảnh này cho ảnh rõ nét của những vật nằm cách máy từ x_2 (m) đến vô cực.

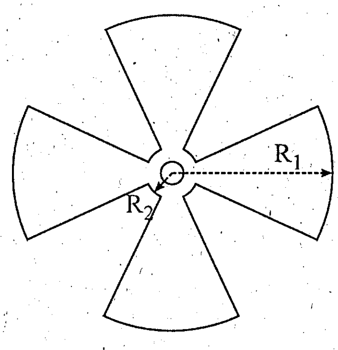
Cho biết màn ghi ảnh của hai máy trên có cùng kích thước. Màn ghi ảnh là tấm phẳng nhỏ có chứa rất nhiều phần tử nhạy sáng được phân bố đều trên bề mặt. Mỗi phần tử nhạy sáng gọi là một pixel (điểm ảnh). 1 Megapixels = 10^6 pixel. "Độ phân giải" là số pixel trên màn ghi ảnh. Tính x_2 theo x_1.

4.5 Một cách gần đúng người ta coi mặt đất là một mặt dẫn điện tốt. Ở gần bề mặt Trái Đất có một điện trường hướng xuống mặt đất theo phương vuông góc với mặt đất.

Để đo cường độ điện trường E_0 gần bề mặt Trái Đất, người ta sử dụng cơ cấu khí bao gồm hai tấm kim loại phẳng được cắt thành dạng cánh quạt giống hệt nhau (H. 4.4). Mỗi cánh có diện tích chiếm 1/8 vùng diện tích tạo bởi hai đường tròn đồng tâm bán kính R_1 và R_2 (H. 4.5). Hai tấm được đặt đồng trục, tấm trên có thể quay khi quay trục, tấm dưới được giữ đứng yên độc lập với trục quay của tấm trên và cách điện so với tấm trên. Trong thực tế khoảng cách giữa hai tấm kim loại là nhỏ.



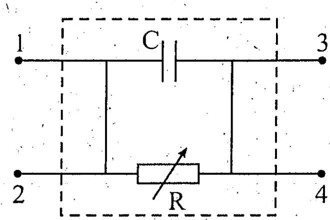
Hình 4.4



Hình 4.5

Cho các dụng cụ sau :

- Cơ cấu cơ khí gồm hai tấm kim loại trên với $R_1 = 8$ cm và $R_2 = 2$ cm ;
- 01 mô tơ điện một chiều, có tốc độ quay 3000 vòng/phút khi được cấp điện áp 9 V ;
- 01 nguồn điện một chiều 9 V ;
- Một hộp kín gồm tụ điện có điện dung C = 0,01 μF và hộp điện trở có thể đặt giá trị từ 200 kΩ đến 30 MΩ được mắc song song như hình 4.6 ;
- 01 dao động kí điện tử ;
- Dây nối, hệ thống giá đỡ, giá treo, thiết bị che chắn, ngắt điện cần thiết.



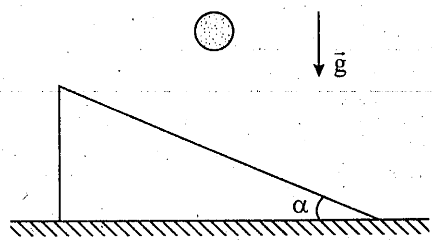
Hình 4.6

Yêu cầu :

1. Khi đặt cơ cấu cơ khí ở trên bề mặt Trái Đất như hình 4.4, tấm trên nối đất và được quay với tốc độ góc ω. Viết biểu thức mô tả sự thay đổi điện tích ở bề mặt tấm dưới theo ω và thời gian t (chọn mốc thời gian t = 0 là thời điểm tấm trên che hoàn toàn tấm dưới). Hãy đưa ra biểu thức xác định độ lớn điện tích lớn nhất xuất hiện trên tấm dưới.
2. Vẽ sơ đồ thí nghiệm và nêu các bước tiến hành để xác định độ lớn điện tích lớn nhất xuất hiện trên tấm dưới, từ đó suy ra cường độ điện trường gần bề mặt Trái Đất.

5 Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2013, ngày thi thứ nhất

5.1 Một quả cầu đặc đồng chất, khối lượng m, bán kính r, lúc đầu được giữ đứng yên và không quay, tâm quả cầu ở độ cao nào đó so với mặt sàn nằm ngang. Trên sàn có một vật hình nêm, khối lượng M, mặt nêm nghiêng góc α so với phương nằm ngang (H. 5.1). Thả cho quả cầu rơi tự do xuống nêm. Biết rằng ngay trước khi va chạm vào mặt nêm, tâm quả cầu có vận tốc v_0. Coi quả cầu và nêm là các vật rắn tuyệt đối. Bỏ qua tác động của trọng lực trong khoảng thời gian va chạm.



Hình 5.1

1. Sau va chạm, nêm chỉ dịch chuyển tịnh tiến trên mặt sàn. Bỏ qua ma sát. Coi va chạm là hoàn toàn đàn hồi.

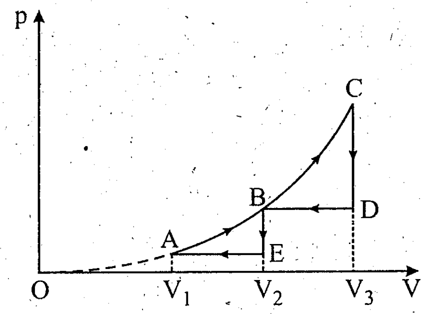
   a) Tìm tốc độ dịch chuyển của nêm ngay sau va chạm.

   b) Với α bằng bao nhiêu thì động năng thu được của nêm ngay sau va chạm là lớn nhất ? Tìm biểu thức động năng lớn nhất đó.

   c) Xác định xung lượng của lực mà mặt sàn tác dụng lên nêm trong quá trình va chạm.

2. Nêm được giữ cố định. Hệ số ma sát giữa nêm và quả cầu là μ. Tính động năng và góc giữa phương chuyển động của quả cầu và mặt nêm ngay sau va chạm.

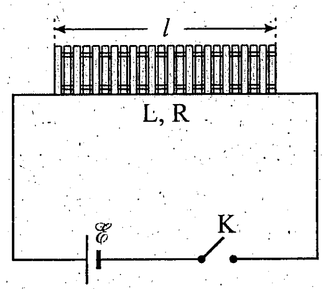
5.2 Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện chu trình ABCDBEA được biểu diễn trên giản đồ p – V (H. 5.2). CD và BE là các quá trình đẳng tích, DB và EA là các quá trình đẳng áp. Các quá trình AB và BC có áp suất p và thể tích V liên hệ với nhau theo công thức : $p = \alpha V^2$, trong đó α là một hằng số dương. Thể tích khí ở trạng thái A là V_1, ở trạng thái B là V_2 và ở trạng thái C là V_3 sao cho $V_2 = \frac{1}{2}(V_1 + V_2)$. Biết rằng tỉ số giữa nhiệt độ tuyệt đối lớn nhất và nhiệt độ tuyệt đối nhỏ nhất của khí trong chu trình ABCDBEA là n.



Hình 5.2

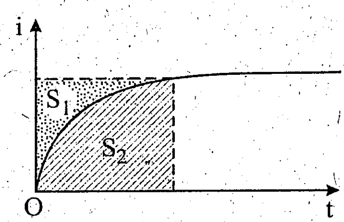
1. Tính công thực hiện trong chu trình ABEA theo V_1, n và α.
2. Tìm hiệu suất của chu trình ABCDBEA theo n. Áp dụng bằng số n = 3.

5.3 Một ống dây dài gồm các vòng dây phẳng được quấn sát nhau, đơn lớp, số vòng dây là N, diện tích giới hạn bởi mỗi vòng dây là S. Chiều dài ống dây là *l*, điện trở suất của chất làm dây quấn là ρ. Ban đầu ống dây chưa có lõi.



Hình 5.3

1. Mắc ống dây với một nguồn điện không đổi có suất điện động $\mathscr{E}$, điện trở trong của nguồn không đáng kể. Ban đầu khoá K ngắt (H. 5.3). Ở thời điểm t = 0, người ta đóng khoá K, cường độ dòng điện i trong mạch tăng theo thời gian có dạng đồ thị như hình 5.4. Sau thời gian nào đó dòng điện coi như đạt giá trị ổn định.



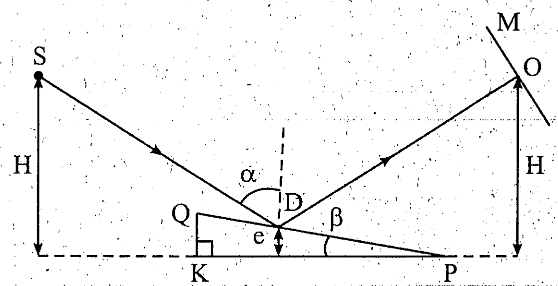
Hình 5.4

   a) Xác định trị số diện tích S_1 và cho biết ý nghĩa của trị số diện tích S_1, S_2 trên hình 5.4.

   b) Xác định độ lớn của cảm ứng từ trong lòng ống dây theo các thông số của ống dây và S_1 khi dòng điện trong mạch đã đạt giá trị ổn định.

2. Ống dây có lõi sắt từ và điện trở ống dây R = 5 Ω. Nguồn điện không đổi có $\mathscr{E}$ = 6 V và điện trở trong không đáng kể. Lúc đầu khoá K ngắt, chọn mốc thời gian t = 0 là thời điểm đóng khoá K. Nhờ việc kéo ra và đẩy vào lõi sắt, độ tự cảm của ống dây thay đổi theo quy luật : $L = L_0(1 + \alpha \sin\omega t)$ với L_0 = 0,2 H ; α = 0,01 ; ω = 5 rad/s. Viết biểu thức cường độ dòng điện trong mạch khi đó.

5.4 Cho một chiếc nêm quang học làm bằng chất trong suốt, đồng tính và có tiết diện thẳng là tam giác vuông KPQ (H. 5.5). Hai mặt phẳng KP và QP hợp với nhau một góc β rất nhỏ. Biết chiết suất của nêm đối với ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 0,6$ μm là $n = \sqrt{3}$.



Hình 5.5

1. Bức xạ đơn sắc λ trên được phát ra từ nguồn sáng điểm S đặt cách mặt phẳng PK của nêm một khoảng H. Xét chùm sáng hẹp đi từ nguồn S tới mặt phẳng nghiêng của nêm tại vị trí D với góc tới $\alpha = 60^o$, bề dày của nêm tại D là e. Chùm sáng sau khi qua nêm tới vuông góc với màn M tại điểm O. Biết O cũng cách mặt phẳng PK của nêm một đoạn là H. Tìm bề dày e nhỏ nhất để tại điểm O ta thu được vân sáng.
2. Chiếu chùm ánh sáng đơn sắc bước sóng λ trên vào mặt nêm QP theo phương gần như vuông góc với QP. Quan sắt hệ vân giao thoa trên mặt nêm người ta thấy khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp là $i = 0,10$ mm. Xác định góc nghiêng β của nêm.

5.5 Xác định hằng số điện môi ε và điện trường đánh thủng E_t của lớp chất điện môi trong lòng tụ điện

Cho các dụng cụ sau :

- Hộp điện trở mẫu có dải giá trị nguyên từ 1 Ω đến 10 MΩ ;
- 01 nguồn điện xoay chiều f = 50 Hz, U = 220 V ;
- 01 ampe kế xoay chiều ;
- 01 tụ điện gồm hai bản tụ bằng kim loại có diện tích S và khoảng cách giữa hai bản tụ là d, không gian giữa hai bản tụ được lấp đầy bởi lớp chất điện môi đồng tính cần xác định hằng số điện môi ε và điện trường đánh thủng E_t ;
- Các dây nối và ngắt điện cần thiết.

Yêu cầu :

1. Trình bày cách bố trí thí nghiệm và xây dựng các công thức cần thiết.
2. Nêu các bước tiến hành thí nghiệm, bảng biểu cần thiết và cách xác định ε và E_t.

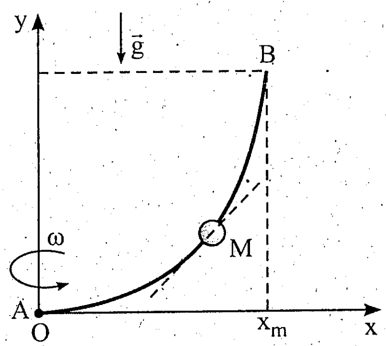
(6) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2013, ngày thi thứ hai

6.1 Một thanh kim loại AB cứng, mảnh được uốn sao cho trùng với đồ thị hàm số $y = ax^n$, với n nguyên dương ; a là hằng số ($a > 0$) ; $0 \le x \le x_m$ với x_m là hoành độ đầu B của thanh (H. 6.1). Một hạt nhỏ khối lượng M được lồng vào thanh, hạt có thể chuyển động tới mọi điểm trên thanh. Đầu A của thanh được chặn để hạt không rơi ra khỏi thanh. Thanh được quay đều với tốc độ góc ω không đổi quanh trục Oy thẳng đứng. Cho gia tốc trọng trường $g = 10\ m/s^2$.

1. Tìm toạ độ x_0 của hạt để hạt cân bằng tại đó trong hai trường hợp :

   a) Bỏ qua ma sát giữa hạt và thanh kim loại. Biện luận các kết quả thu được theo n.

   b) Xét trường hợp riêng : $n = 2$; $a = 5\ m^{-1}$; $x_m = 0{,}60$ m ; $\omega = 8$ rad/s, giữa hạt và thanh kim loại có ma sát với hệ số ma sát là $\mu = 0{,}05$.



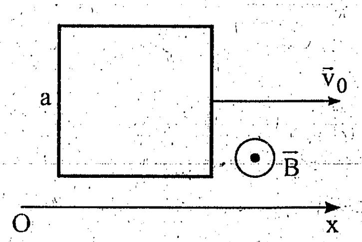
Hình 6.1

2. Xét $n = 2$ và $\omega^2 < 2ag$. Bỏ qua ma sát. Từ vị trí hạt cân bằng, người ta cung cấp cho hạt vận tốc ban đầu v_0 (trong hệ quy chiếu gắn với thanh) theo phương tiếp tuyến với thanh. Xác định giá trị v_0 lớn nhất để hạt không văng ra khỏi thanh.

6.2

1. Một mol khí thực đơn nguyên tử có các thông số trạng thái liên hệ với nhau theo công thức $p(V - b) = RT$, với b là hằng số phụ thuộc vào bản chất khí. Xác định hiệu các nhiệt dung mol đẳng áp C_p và đẳng tích C_V.
2. Xét một mol khí thực đơn nguyên tử có kích thước nguyên tử không đáng kể nhưng giữa các nguyên tử có lực tương tác. Ở nhiệt độ T, thể tích của mol khí trên là V. Cho rằng thế năng tương tác giữa các nguyên tử khí tỉ lệ với mật độ khí ; $E_T = -\alpha\rho$, với α là hằng số ; ρ là mật độ số hạt. Xác định hiệu các nhiệt dung mol đẳng áp C_p và đẳng tích C_V của khí trên ở nhiệt độ T.

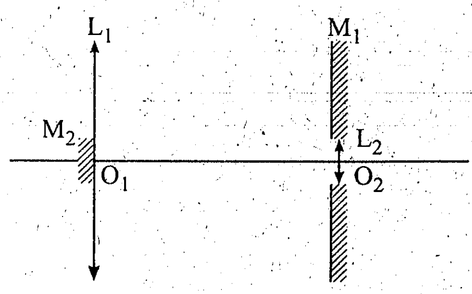
6.3 Một khung dây kim loại cứng, hình vuông và có điện trở không đáng kể được đặt trên mặt bàn nằm ngang không có ma sát. Khung có khối lượng m, chiều dài mỗi cạnh là a và có độ tự cảm là L. Khung dây và bàn được đặt trong không gian có một từ trường không đều, đường sức từ thẳng đứng, có cảm ứng từ thay đổi theo quy luật : $B = B_0(1 + kx)$, với B_0 và k là các hằng số dương đã biết (H. 6.2). Lúc đầu khung dây nằm yên và trong khung không có dòng điện. Ở thời điểm t = 0 người ta truyền cho khung vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ dọc theo trục Ox. Giả thiết khung không bị biến dạng.



Hình 6.2

1. Tìm khoảng thời gian ngắn nhất t_{min} kể từ thời điểm khung dây bắt đầu chuyển động đến khi khung có vận tốc bằng 0.
2. Tính điện lượng dịch chuyển trong khung trong khoảng thời gian t_{min} trên.

6.3 Kính thiên văn là hệ quang học đồng trục gồm vật kính là thấu kính hội tụ L_1, tiêu cự f_1 và thị kính là thấu kính hội tụ L_2, tiêu cự f_2 ($f_2 < f_1$). Vật kính L_1 và thị kính L_2 có rìa là đường tròn, đường kính khẩu độ của L_1 là D. Một người mắt không có tật sử dụng kính này để quan sát vật ở rất xa trong trạng thái mắt không phải điều tiết thì số bội giác của kính thiên văn này là G. Nhược điểm của kính thiên văn trên là khoảng cách giữa quang tâm O_1 và O_2 của vật kính và thị kính (gọi là chiều dài của kính thiên văn) là tương đối lớn. Để cải tiến kính thiên văn trên, người ta lắp thêm vào vị trí của vật kính và thị kính hai gương phẳng, tròn, M_1 và M_2 như hình 6.3. Việc cải tiến này giúp cho chiều dài của kính thiên văn giảm đi đáng kể. Để tận dụng tối đa năng lượng ánh sáng của vật, người ta chế tạo M_1 và M_2 sao cho M_1 nhận được toàn bộ ánh sáng sau khi qua L_1 và M_2 nhận được toàn bộ ánh sáng từ M_1 phản xạ đến. Một người mắt không có tật sử dụng kính thiên văn cải tiến để quan sát các vật ở rất xa trong trạng thái ngắm chừng ở vô cực thì chiều dài của kính là l ($f_2 < l < f_1 + f_2$).



Hình 6.3

1. Tính f_1 và f_2 theo G và l.
2. Tìm đường kính rìa của M_1, M_2 và đường kính khẩu độ của L_2 theo G và D.
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của G để có thể chế tạo được kính thiên văn cải tiến trên.

6.5 Xác định độ nhớt của chất lỏng.

Xét hệ đồng trục gồm khối trụ nhúng trong một cốc hình trụ đựng chất lỏng có độ nhớt η. Khi cho khối trụ quay với tốc độ góc ω_0 không đổi và giữ cốc đứng yên, chất lỏng chuyển động tròn, ổn định theo các đường dòng vuông góc với trục. Tốc độ góc của các dòng chảy giảm dần từ bề mặt bên của khối trụ ra thành cốc do lực nội ma sát giữa các dòng chảy. Tốc độ dòng chảy lớn nhất ở sát bề mặt khối trụ và bằng 0 ở sát thành cốc. Lực nội ma sát tác dụng lên một đơn vị diện tích bề mặt bên của lớp chất lỏng hình trụ cách trục cốc một khoảng r là $\sigma_{ms} = \eta r\dfrac{d\omega}{dr}$, với $\dfrac{d\omega}{dr}$ là độ biến thiên tốc độ góc trên một đơn vị chiều dài theo phương vuông góc với trục. Bỏ qua lực ma sát nhớt của chất lỏng tác dụng lên đáy của hình trụ.

Cho các dụng cụ sau :

- Động cơ điện một chiều gồm một stato cấu tạo bởi nam châm vĩnh cửu và rôto là một khung dây. Biết khi rôto quay trong từ trường gây bởi stato sẽ sinh ra suất điện động cảm ứng e(V) liên hệ với tốc độ quay của rôto ω (rad/s) theo biểu thức : $\omega = 38e$. Trên động cơ có gắn sẵn bộ hiển thị tốc độ vòng quay. Ma sát ở trục động cơ không đáng kể ;
- 01 nguồn điện một chiều ổn định, 01 biến trở, 01 ampe kế một chiều ;
- Một khối trụ đặc bán kính R_1, có thể nối với trục động cơ điện ;
- Một cốc thuỷ tinh hình trụ có bán kính thành trong là R_2 ($R_2 > R_1$) ;
- Thước đo độ dài, bình đựng chất lỏng cần xác định độ nhớt ;
- Khớp nối, dây nối, giá gá mẫu, khoá K cần thiết.

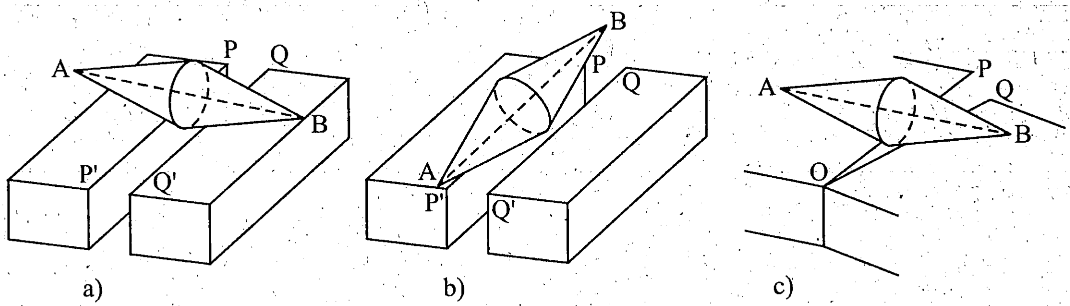
Yêu cầu :

1. Trình bày cách bố trí thí nghiệm và xây dựng các công thức cần thiết.
2. Nêu các bước tiến hành thí nghiệm, bảng biểu cần thiết và cách xác định độ nhớt của chất lỏng.

7 Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2014, ngày thi thứ nhất

7.1 Cho cơ hệ gồm một vật rắn M và hai vật đỡ giống hệt nhau. Vật M khối lượng m có dạng hình nón kép được tạo bởi hai hình nón đặc đồng chất giống hệt nhau, đáy chung là hình tròn bán kính R, khoảng cách giữa hai đỉnh AB = $2l$. Vật đỡ hình hộp chữ nhật có độ cao H và khối lượng m. Bỏ qua mọi ma sát.

1. Đặt hai vật đỡ rất gần nhau trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn sao cho các cạnh PP' và QQ' của chúng song song với nhau. Thả nhẹ vật M trên hai vật đỡ theo hai cách. Giả thiết rằng trong quá trình chuyển động, các vật không quay và trục AB của vật M luôn song song với mặt phẳng nằm ngang (Hình 7.1).



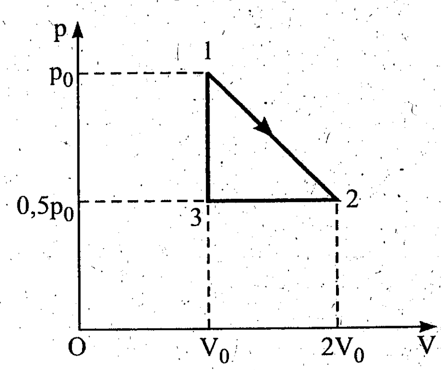
Hình 7.1

a) Trục AB nằm vuông góc với các cạnh PP' và QQ' của hai vật đỡ như hình a. Tìm độ lớn vận tốc vật M tại thời điểm nó bắt đầu rời khỏi hai vật đỡ.

b) Trục AB song song với các cạnh PP' và QQ' của hai vật đỡ như hình b. Tìm độ lớn vận tốc của vật M ngay trước khi nó va đập xuống mặt phẳng ngang.

2. Đặt hai vật đỡ sao cho P', Q' trùng nhau tại O và các cạnh OP, OQ của chúng hợp với nhau góc $\widehat{POQ} = 2\beta$. Nâng đều các đầu P, Q của hai vật đỡ lên cho đến khi mặt phẳng (POQ) hợp với mặt nằm ngang một góc γ rồi giữ chúng cố định (Hình c). Quan sát thấy rằng vật M chuyển động thẳng đều và trong quá trình chuyển động, đáy chung của hai hình nón luôn nằm trong mặt phẳng thẳng đứng chứa đường phân giác của góc $\widehat{POQ}$. Tìm mối liên hệ giữa các góc β, γ.

7.2. Một lượng khí thực lưỡng nguyên tử tuân theo phương trình trạng thái $p = \frac{nRT}{V} - \frac{n^2a}{V^2}$ thực hiện quá trình dãn nở từ trạng thái 1 (p_0, V_0) đến trạng thái 2 ($p_0/2$, $2V_0$) biểu diễn trên đồ thị pV như hình 7.2. Biết rằng trong quá trình biến đổi đoạn nhiệt thuận nghịch, khí tuân theo phương trình $TV^{R/C_V} = \text{const}$, giả thiết rằng nhiệt dung mol đẳng tích $C_V = \frac{5}{2}R$. Cho $p_0 = 0,2$ MPa, $V_0 = 25$ lít, $R = 8,31$ J/(mol.K), $a = 1$ J m^3/mol^2, $n = 1$ mol.



Hình 7.2

1. Tìm nhiệt độ cực đại của khí trong quá trình 1 – 2.

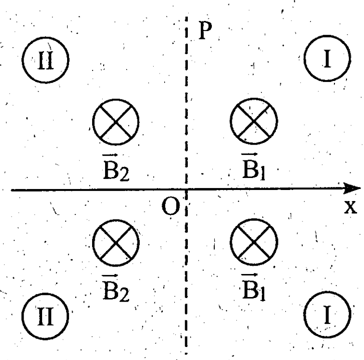
2. Nội năng của lượng khí trên tuân gần đúng theo phương trình $U = nC_V\dot{T} - \frac{n^2\alpha}{V}$, trong đó α là hằng số. Áp dụng nguyên lí I cho quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch vô cùng bé, tìm α.

3. Từ trạng thái 2 ($p_0/2$, $2V_0$) thực hiện quá trình nén đẳng áp đến trạng thái 3 ($p_0/2$, V_0), sau đó thực hiện quá trình tăng áp đẳng tích để trở về trạng thái 1 (p_0, V_0). Tính hiệu suất của chu trình.

4. Nếu khí đang xét là khí lí tưởng lưỡng nguyên tử ($a = 0$) thì hiệu suất của chu trình đang xét bằng bao nhiêu ?

7.3 Hai vùng không gian I và II được ngăn cách với nhau bởi mặt phẳng P (có toạ độ $x = 0$), trong đó tồn tại các từ trường đều $\vec{B}_1$ và $\vec{B}_2$ có phương chiều như hình 7.3 và có độ lớn cảm ứng từ tương ứng là B_1 và $B_2 = kB_1$ ($k > 2$).

Tại một thời điểm nào đó, một vật nhỏ khối lượng M tích điện dương q được bắn từ gốc toạ độ O với vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ theo chiều dương của trục Ox. Bỏ qua tác dụng của trọng trường.



Hình 7.3

1. Vẽ quỹ đạo của vật trong vùng không gian này. Tìm độ lớn vận tốc trung bình của vật $\left(v_{TB} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right)$ trong một khoảng thời gian đủ dài theo v_0 và k.

2. Sau thời gian đủ dài, bắn tiếp từ gốc toạ độ O một vật nhỏ khác có khối lượng m và điện tích $q' = -q$ với động lượng ban đầu $\vec{p}\,' = -M\vec{v}_0$. Quỹ đạo của hai vật giao nhau tại A. Biết thời gian hai vật chuyển động từ O đến A là như nhau. Tìm tỉ số $\frac{m}{M}$ theo k.

7.4 Lí thuyết nguyên tử hiđrô và các ion tương tự hiđrô (He^+, Li^{++},...) được Bo xây dựng dựa trên hệ tiên đề sau :

– Êlectron mang điện tích $-e$ ($e = 1{,}602.10^{-19}$ C), khối lượng m_e ($m_e = 9{,}1094.10^{-31}$ kg) chuyển động trong nguyên tử theo những quỹ đạo tròn bán kính r xung quanh một hạt nhân mang điện tích +Ze dưới tác dụng của lực hút Cu-lông :

$$F = k\frac{Ze^2}{r^2}$$

($k = 8,987552.10^9$ Nm^2/C^2, Z = 1 đối với nguyên tử hiđrô, $Z \geq 2$ đối với các ion khác). Các quỹ đạo tròn khả dĩ của êlectron phải là các quỹ đạo dừng và thoả mãn điều kiện lượng tử hoá :

$$L_n = m_e v_n r_n = n\frac{h}{2\pi};\ n = 1, 2, 3,...$$

($h = 6,62607.10^{-34}$ J.s là hằng số Plăng).

– Khi êlectron chuyển động trên quỹ đạo dừng thứ n thì nguyên tử không hấp thụ hoặc bức xạ sóng điện từ và có năng lượng E_n xác định. Nguyên tử chỉ hấp thụ hay bức xạ sóng điện từ khi chuyển từ một trạng thái dừng này sang một trạng thái dừng khác. Tần số của bức xạ khi nguyên tử chuyển từ trạng thái dừng có năng lượng E_n về trạng thái dừng có năng lượng E_m thấp hơn được tính bằng công thức :

$$f_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h} = \frac{c}{\lambda_{nm}};\ n > m \geq 1$$

(λ_{nm} là bước sóng của bức xạ, c = 299792458 m/s là tốc độ ánh sáng trong chân không).

1. Tính bán kính quỹ đạo r_n và năng lượng E_n của êlectron.
2. Biết thời gian sống của trạng thái kích thích thứ nhất là 10^{-8} s, tính số vòng mà êlectron thực hiện được quanh hạt nhân nguyên tử hiđrô trong trạng thái này.
3. Khi nguyên tử chuyển từ trạng thái dừng có năng lượng E_n về trạng thái dừng có năng lượng E_m thấp hơn nó, bức xạ phôtôn có bước sóng λ_{nm} thoả mãn công thức :

$$\frac{1}{\lambda_{nm}} = RZ^2\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

R được gọi là hằng số Rít-béc lí thuyết. Tìm biểu thức của R và tính giá trị của nó.

4. Trong các tính toán lí thuyết trên, hạt nhân được giả thiết là đủ nặng so với êlectron và xem khối lượng của hạt nhân là lớn vô cùng. Trong thực tế khối lượng của hạt nhân nguyên tử hiđrô và hạt nhân nguyên tử heli lần lượt là $m_H \approx 1836m_e$ và $m_{He} \approx 7298{,}33m_e$.

   a) Tìm biểu thức chính xác và tính giá trị của hằng số Rít-béc R_H của nguyên tử hiđrô.

   b) Tính hằng số Rít-béc R_{He} cho ion He^+.

   c) Tính hiệu số giữa bước sóng của vạch quang phổ ứng với sự chuyển dời $3 \to 2$ của hiđrô và bước sóng của vạch quang phổ ứng với sự chuyển dời $6 \to 4$ của ion He^+.

7.5 Một ống phát tia X làm việc ở hiệu điện thế U phát ra phôtôn có bước sóng ngắn nhất là $\lambda_0 = 0{,}1250$ nm.

1. Tìm hiệu điện thế làm việc của ống. Bỏ qua động năng của êlectron khi nó bứt khỏi catôt.

2. Phôtôn có bước sóng λ_0 tới tán xạ trên một êlectron tự do đang chuyển động với vận tốc không đổi. Sau va chạm ta thu được một hệ gồm một êlectron đứng yên và một phôtôn tán xạ. Biết góc tán xạ $\theta = 60^o$. Tính :

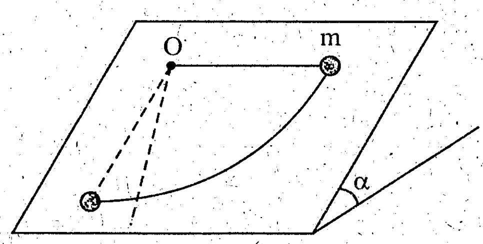
   a) Bước sóng của phôtôn tán xạ.

   b) Bước sóng Đơ - Brơi của êlectron trước va chạm.

   Cho biết khối lượng nghỉ của êlectron là $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg, hằng số Plăng $h = 6{,}626.10^{-34}$ J.s, tốc độ ánh sáng $c \approx 3.10^8$ m/s.

8 Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2014, ngày thi thứ hai

8.1 Đặt một vật nhỏ khối lượng m = 10 g trên một mặt phẳng, mặt phẳng này nghiêng với mặt phẳng ngang góc $\alpha = 30^o$. Vật được nối vào điểm O cố định trên mặt nghiêng nhờ một dây mảnh, nhẹ, không dãn có chiều dài R = 40 cm. Ban đầu vật được giữ cố định trên mặt nghiêng ở vị trí dây nối nằm ngang rồi được thả nhẹ cho chuyển động (H. 8.1). Vật đổi chiều chuyển động lần đầu tiên khi dây quay được góc 120^o so với vị trí ban đầu.



Hình 8.1

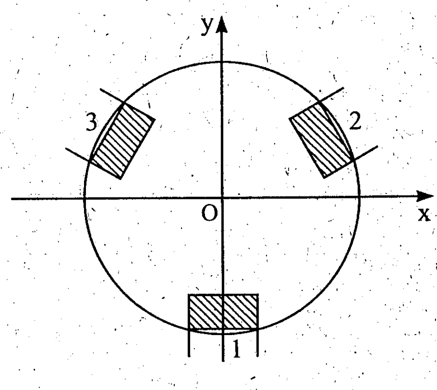
Trong suốt quá trình chuyển động dây luôn căng. Lực ma sát có phương tiếp tuyến với quỹ đạo và có chiều ngược với chiều chuyển động. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

1. Tính hệ số ma sát giữa vật và mặt nghiêng.
2. Tính độ lớn vận tốc cực đại và lực căng dây cực đại trong quá trình vật chuyển động.
3. Tính tổng quãng đường vật đi được từ lúc thả vật cho đến khi vật dừng lại hẳn.

8.2 Một hỗn hợp gồm nước, hơi nước bão hoà và không khí được chứa trong một xilanh có pit-tông khít bằng kim loại. Ban đầu áp suất riêng phần của hơi nước bão hoà và không khí bằng nhau. Di chuyển pit-tông vô cùng chậm để thực hiện quá trình dãn nở đẳng nhiệt thuận nghịch hỗn hợp trên. Ở trạng thái cuối, thể tích của hơi nước và không khí tăng lên 3 lần còn áp suất của hỗn hợp hơi nước và không khí lên thành xilanh giảm 2 lần so với trạng thái ban đầu. Coi thể tích của nước ở dạng lỏng là không đáng kể, hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng khái khí lí tưởng.

1. Chứng minh rằng hơi nước ở trạng thái cuối là hơi khô.
2. Tính tỉ lệ khối lượng của nước và hơi nước bão hoà chứa trong xilanh lúc đầu.
3. Vẽ đồ thị áp suất của hơi nước và không khí lên thành xilanh theo thể tích khi hệ biến đổi từ trạng thái đầu đến trạng thái cuối.

8.3 Cho dòng điện ba pha tần số góc ω chạy vào ba cuộn dây giống hệt nhau quấn trên ba lõi sắt đặt lệch nhau 120^o trên một vòng tròn, các cuộn dây sẽ trở thành các nam châm điện (H. 8.2). Cảm ứng từ trong các cuộn dây biến thiên điều hoà cùng tần số với cường độ dòng điện tương ứng trong các cuộn dây. Cho biểu thức của cảm ứng từ tại tâm O của vòng tròn gây bởi ba cuộn dây tương ứng là :



Hình 8.2

$$B_1 = B_0\sin\omega t,\ B_2 = B_0 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right),\ B_3 = B_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Ở một thời điểm bất kì, nếu giá trị của biểu thức cảm ứng từ tại O của cuộn dây nào đó dương, nghĩa là vectơ cảm ứng từ của nó hướng từ O ra ngoài theo phương vuông góc với mặt của cuộn dây, còn nếu giá trị của biểu thức cảm ứng từ tại O của cuộn dây nào đó âm, nghĩa là vectơ cảm ứng từ của nó hướng từ O vào trong theo phương vuông góc với mặt của cuộn dây.

1. Chứng minh rằng vectơ cảm ứng từ tổng hợp $\vec{B}$ tại O có độ lớn không phụ thuộc vào thời gian. Tính giá trị này.

2. Chứng minh rằng vectơ cảm ứng từ tổng hợp $\vec{B}$ tại O quay trong mặt phẳng song song với ba trục cuộn dây với vận tốc góc ω không đổi đúng bằng tần số góc của dòng điện ba pha. Nếu muốn đổi chiều quay của từ trường (đổi chiều quay của động cơ), trong kĩ thuật cần xử lí như thế nào ?

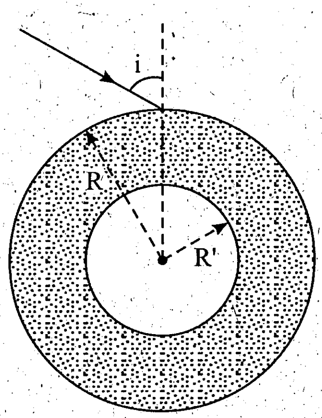
3. Đặt một vòng dây nhỏ hình tròn vào trong từ trường quay sao cho tâm của vòng dây trùng với O. Vòng dây có thể quay quanh đường kính MN. Đường kính MN vuông góc với mặt phẳng chứa ba trục cuộn dây. Vòng dây có diện tích S, điện trở R. Bỏ qua độ tự cảm của vòng dây.

   a) Giữ vòng dây cố định, ở thời điểm t = 0 vectơ cảm ứng từ tổng hợp $\vec{B}$ tại O vuông góc với mặt phẳng vòng dây. Viết biểu thức của suất điện động cảm ứng trong vòng dây và biểu thức momen lực từ tác dụng lên vòng dây.

   b) Thả cho vòng dây trên quay tự do quanh MN. Mô tả chuyển động của vòng dây trong từ trường này.

8.4 Cho một khối thuỷ tinh dạng hình trụ rỗng có tiết diện thẳng như hình 8.3. Các giá trị bán kính ngoài và bán kính trong của khối lần lượt là R và $R' = \frac{R}{2}$. Chiết suất của môi trường bên ngoài và phần không khí nằm bên trong hốc trụ đều có giá trị bằng 1. Chiết suất của khối thuỷ tinh thay đổi theo khoảng cách r đến trục đối xứng theo quy luật :

$$n_r = \sqrt{2 + \frac{R^2}{4r^2}}, \left(\frac{R}{2} \le r \le R\right).$$



Hình 8.3

Chiếu một tia sáng tới mặt ngoài của khối thuỷ tinh. Tia sáng này nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng của khối và hợp với pháp tuyến tại điểm tới một góc là i.

1. Chứng minh rằng tại một vị trí nằm trên đường truyền tia sáng nằm cách trục một khoảng là r, góc lệch của tia sáng i_r so với phương bán kính luôn thoả mãn hệ thức : $n_r \sin i_r = \text{const}$.

2. Góc tới i phải thoả mãn điều kiện nào để tia sáng tới được mặt trong của khối ?

3. Góc tới i phải thoả mãn điều kiện nào để tia sáng lọt được vào trong hốc trụ của không khí ?

4. Tính góc lệch giữa tia sáng tới và tia sáng ló ra khỏi khối trong các trường hợp góc tới $i = 30^o$ và $i = 60^o$.

Cho biết $\int \frac{dx}{x^2 + 1} = \arctan x$.

85 Để xác định momen từ của một thỏi nam châm (bậc 10 Am^2), người ta khảo sát dao động của thỏi nam châm treo nằm ngang trong từ trường.

Cho các dụng cụ, thiết bị sau :

- Một thỏi nam châm hình trụ bán kính r, dài l, khối lượng m ;
- Sợi dây nhẹ đủ dài, mềm, không dãn, không đàn hồi ;
- Một đồng hồ vạn năng hiện số ;
- Một đồng hồ đo thời gian ;
- Một khung hình trụ tròn đã biết trục đối xứng hình học vuông góc với tiết diện ngang của khung. Khung gồm nhiều vòng, bán kính trung bình R (R rất lớn so với l và r) ;
- Một nguồn điện một chiều 9 V ;
- Biến trở, đảo mạch, dây nối ;
- Các giá đỡ, giá treo để bố trí các dụng cụ thí nghiệm ;
- Thước dài, thước kẹp.

Thành phần nằm ngang của từ trường Trái Đất tại nơi làm thí nghiệm có độ lớn $B_{TĐ} \approx 0,35.10^{-4}$ T và phương chiều đã biết.

Yêu cầu :

a) Xây dựng sơ đồ thí nghiệm để xác định momen từ của thỏi nam châm.

b) Xây dựng cơ sở lí thuyết và các phương trình cần thiết.

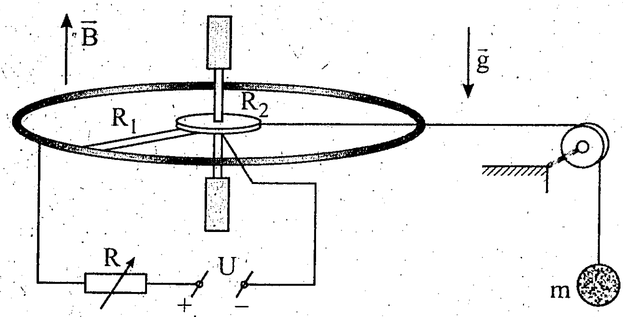
c) Dẫn ra biểu thức xác định momen từ của thỏi nam châm.

d) Nêu nguyên nhân gây sai số.

(9) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2015, ngày thi thứ nhất

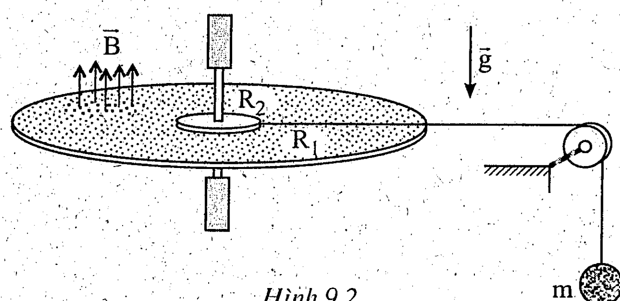
9.1.

1. Cho một cơ cấu bao gồm một vòng dây cứng dẫn điện tốt có bán kính R_1 và một thanh kim loại cứng, một đầu có thể trượt trên bề mặt vòng dây và luôn tiếp xúc với vòng dây, đầu kia gắn cố định với một trục quay thẳng đứng đi qua tâm vòng dây. Vòng dây và thanh kim loại cùng nằm trong mặt phẳng ngang. Hai đầu trục quay được gá trên hai ổ trục vòng bi cố định. Trên trục của thanh kim loại có gắn một ròng rọc bán kính R_2, khối lượng không đáng kể. Cơ cấu được đặt trong không gian có từ trường đều $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng vòng dây. Người ta quấn vào ròng rọc một sợi dây dài, mảnh, nhẹ, không dãn. Đầu dây được vắt qua một ròng rọc khác và nối với vật nhỏ có khối lượng m. Vòng dây, thanh kim loại tạo thành một mạch kín qua biến trở R và nguồn điện có hiệu điện thế U không đổi (H. 9.1). Ban đầu biến trở được điều chỉnh để vật đi lên, sau đó thay đổi biến trở đến giá trị R_0 để vật m được nâng lên với tốc độ v không đổi. Tính R_0. Bỏ qua mọi ma sát và momen quán tính ở trục. Coi điện trở tiếp xúc, dây nối và thanh kim loại là không đáng kể. Gia tốc trọng trường là $\vec{g}$.



Hình 9.1

2. Cơ cấu vòng, thanh và hệ nguồn ở trên được thay thế bằng một đĩa tròn bằng nhôm có điện trở suất ρ, bán kính R_1, bề dày d. Đĩa có trục quay thẳng đứng vuông góc với bề mặt đĩa và đi qua tâm đĩa, hai đầu trục quay được gá trên hai ổ trục vòng bi cố định. Chỉ một phần diện tích nhỏ của đĩa, hình vuông có diện tích S, chịu tác dụng của từ trường đều $\vec{B}$ vuông góc với bề mặt đĩa (H. 9.2). Biết khoảng cách trung bình của vùng từ trường tác dụng lên đĩa đến trục quay là r. Bỏ qua mọi ma sát và momen quán tính ở trục. Gia tốc trọng trường là g. Tính vận tốc lớn nhất của vật.



Hình 9.2

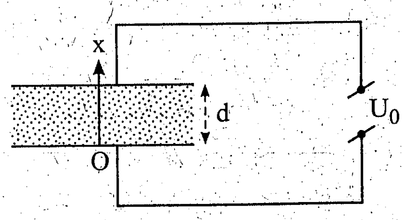
9.2 Một máy điều hoà nhiệt độ hai chiều hoạt động theo chu trình Các-nô thuận nghịch làm việc giữa nguồn nhiệt có nhiệt độ tuyệt đối T_p (bên trong phòng) và nguồn nhiệt có nhiệt độ tuyệt đối T_n (không gian rộng bên ngoài phòng). Khi hoạt động liên tục, máy tiêu thụ công suất $\mathscr{P}$ từ đường tải điện năng. Khi máy lấy nhiệt lượng từ bên trong phòng và truyền ra bên ngoài để làm mát căn phòng, máy là một *máy lạnh*. Ngược lại, khi máy hấp thụ nhiệt lượng từ bên ngoài và nhả vào trong phòng để sưởi ấm, máy là một *bơm nhiệt lượng*. Do phòng không hoàn toàn cách nhiệt nên xảy ra quá trình truyền nhiệt giữa môi trường và phòng. Quá trình truyền nhiệt tuân theo phương trình $Q = A(T_n - T_p)t$, với A là hệ số truyền nhiệt và được coi là không đổi ; t là thời gian. Để duy trì nhiệt độ trong phòng, máy điều hoà nhiệt độ được kiểm soát bằng một bộ điều khiển mở – tắt thông thường.

Máy lạnh sẽ hoạt động khi nhiệt độ trong phòng cao hơn giá trị nhiệt độ đặt trước và tạm ngừng hoạt động khi nhiệt độ trong phòng thấp hơn nhiệt độ đặt trước.

Với bơm nhiệt lượng thì việc mở – tắt là ngược lại.

1. Mùa hè, khi nhiệt môi trường bên ngoài là 37^oC, nếu cho máy lạnh chạy liên tục thì nhiệt độ thấp nhất trong phòng đạt được là 17^oC. Để máy lạnh hoạt động 40% trên tổng thời gian thì cần đặt cho máy ở nhiệt độ bao nhiêu ?
2. Mùa đông, nếu cho bơm nhiệt lượng chạy liên tục thì nhiệt độ cao nhất bên trong phòng đạt được là 27^oC, tìm nhiệt độ môi trường bên ngoài. Để máy chỉ hoạt động 40% trên tổng thời gian thì cần đặt máy ở nhiệt độ bao nhiêu ?
3. Một gia đình có hai căn phòng (một và hai) như nhau và được lắp hai điều hoà nhiệt độ hai chiều giống hệt nhau. Ở một thời điểm nào đó, nhiệt độ bên ngoài đang là 25^oC, phòng một dùng máy để làm mát và đặt nhiệt độ 24^oC, phòng hai thì lại dùng để sưởi ấm và đặt nhiệt độ ở 26^oC. Hãy chứng tỏ rằng máy ở phòng hai sẽ tạm ngừng hoạt động lần đầu tiên trước máy ở phòng một.

9.3 Cho một tụ điện phẳng có diện tích bản tụ là S, khoảng cách giữa hai bản tụ là d. Chọn trục toạ độ Ox vuông góc với bản tụ, gốc O nằm trên một bản tụ (H. 9.3). Người ta lấp đầy không gian giữa hai bản tụ bằng một tấm điện môi có hằng số điện môi phụ thuộc vào toạ độ x theo quy luật $\varepsilon(x) = \dfrac{\varepsilon_1}{1+\alpha x}$, với ε_1 và α là các hằng số dương.



Hình 9.3

Tụ được mắc vào một hiệu điện thế U_0 không đổi. Hãy tính :

1. Điện dung của tụ điện.
2. Mật độ điện tích mặt trên các bản tụ và điện trường tại điểm trong tụ có toạ độ x.
3. Tính công cần thiết để đưa một nửa tấm điện môi ra khỏi tụ điện. Bỏ qua ma sát và gia tốc trọng trường.

9.4 Khi một tia sáng đến mặt phẳng phân cách giữa hai môi trường có chiết suất n_1 và n_2 theo phương vuông góc thì đồng thời xuất hiện cả tia phản xạ và tia khúc xạ. Tỉ số giữa cường độ I_p của tia phản xạ và I_0 của tia tới được cho bởi biểu thức :

$$\frac{I_p}{I_0} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2.$$

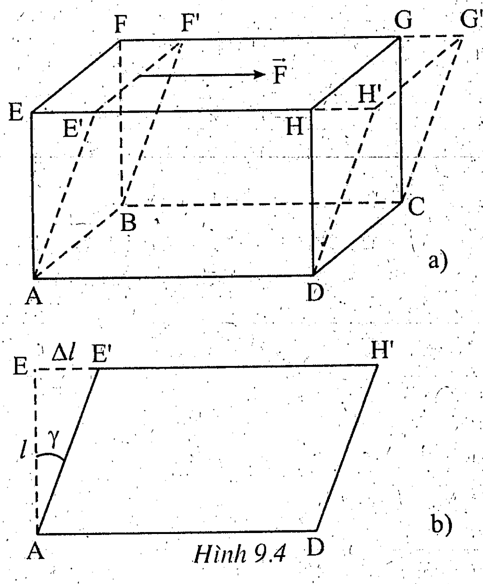
Chiếu một chùm tia sáng hẹp vào bề mặt một tấm thuỷ tinh có hai mặt song song theo phương gần như vuông góc với bề mặt. Chiết suất của tấm thuỷ tinh là n, chiết suất không khí là $n_0 = 1$.

1. Hỏi có bao nhiêu phần trăm cường độ của chùm sáng đó sẽ truyền được qua tấm thuỷ tinh này ? Bỏ qua sự hấp thụ của tấm thuỷ tinh với ánh sáng và biết độ dày của tấm thuỷ tinh rất lớn so với bước sóng của ánh sáng. Áp dụng bằng số với n = 1,45.
2. Để giảm sự phản xạ ánh sáng xảy ra khi chiếu vào tấm thuỷ tinh, người ta phủ lên mặt của tấm thuỷ tinh một lớp chất trong suốt có chiết suất $n' = \sqrt{n}$ và độ dày cỡ độ lớn của bước sóng ánh sáng. Khi đó thấy tấm thuỷ tinh này gần như khử được sự phản xạ với ánh sáng đơn sắc có bước sóng λ xác định. Hãy giải thích hiện tượng và tính bề dày nhỏ nhất của lớp chất phủ này theo n và λ.

9.5 Xác định suất trượt G của vật liệu làm ống kim loại.

Biến dạng kéo (hay nén) và biến dạng lệch (hay trượt) là hai loại biến dạng cơ bản của vật rắn kim loại. Ngoài ra, còn có các biến dạng khác như biến dạng uốn, biến dạng xoắn ; các biến dạng này đều có thể quy về hai loại biến dạng cơ bản nói trên.

Xét một vật rắn hình khối ABCDEFGH. Nếu đáy ABCD được giữ cố định, có lực tác dụng $\vec{F}$ phân bố đều trên mặt đáy trên EFGH và hướng song song với cạnh FG thì vật rắn biến dạng thành hình hộp xiên ABCDE'F'G'H' (H. 9.4). Biến dạng như vậy gọi là biến dạng lệch. Suất trượt G của vật liệu làm hình khối được xác định là tỉ số giữa ứng suất ngang σ gây nên biến dạng lệch với độ biến dạng tỉ đối $\Delta l/l$.



Hình 9.4

$$G = \frac{\sigma}{\Delta l/l} = \frac{F/S}{\gamma}$$

với S là diện tích mặt EFGH ; Δl là độ biến dạng nhỏ EE', l là độ dài cạnh AE ; γ là góc lệch nhỏ.

Trong thí nghiệm này cần xác định suất trượt G của vật liệu làm ống kim loại.

Cho các dụng cụ :

– Ống kim loại hình trụ tiết diện nhỏ cần xác định suất trượt. Ống có bán kính trong R_1 và bán kính ngoài R_2 ;
– Thanh kim lại cứng, nhỏ, hình trụ, đồng chất, tiết diện đều ;
– Hai vật gia trọng nhỏ giống hệt nhau khối lượng M ;
– Đồng hồ bấm giây đo thời gian ;
– Thước đo chiều dài ;
– Khớp nối cơ học, chốt hãm, giá treo, giá đỡ cần thiết.

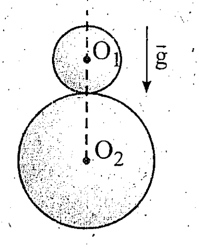
Yêu cầu :

1. Trình bày cơ sở lí thuyết và xây dựng các công thức cần thiết xác định suất trượt G của vật liệu làm ống kim loại hình trụ.
2. Trình bày các bước tiến hành thí nghiệm và các bảng biểu cần thiết, cách xử lí số liệu để xác định suất trượt G.

(10) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2015, ngày thi thứ hai

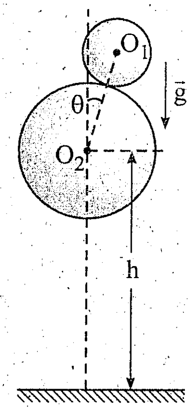
10.1 Hai quả cầu đặc đồng chất được tạo từ cùng một vật liệu có bán kính tương ứng là r và 2r. Biết gia tốc trọng trường là g, bỏ qua lực cản không khí.

1. Ban đầu quả cầu nhỏ được giữ nằm yên trên quả cầu lớn, đường nối tâm hai quả cầu nằm theo phương thẳng đứng (H.10.1). Giữ cố định quả cầu lớn trên mặt đất. Tại thời điểm t = 0, tác động nhẹ để quả cầu nhỏ di chuyển và bắt đầu lăn không trượt trên bề mặt quả cầu lớn dưới tác dụng của trọng lực. Tìm góc lệch giữa phương nối tâm hai quả cầu và phương thẳng đứng theo thời gian t khi quả cầu nhỏ vẫn còn lăn không trượt trên bề mặt quả cầu lớn.



Hình 10.1

2. Người ta đưa hai quả cầu lên cao, sao cho khoảng cách từ tâm quả cầu lớn đến mặt đất là h. Ban đầu quả cầu nhỏ được đặt phía trên quả cầu lớn (với một khe hở rất nhỏ giữa chúng), đường nối tâm các quả cầu lệch so với phương thẳng đứng một góc θ nhỏ (H.10.2). Người ta thả đồng thời hai quả cầu với vận tốc ban đầu bằng 0. Giả thiết các va chạm là hoàn toàn đàn hồi, chuyển động quay của các quả cầu sinh ra do quá trình va chạm là nhỏ. Tìm vận tốc quả cầu nhỏ có được ngay sau khi va chạm với quả cầu lớn và độ cao cực đại của quả cầu nhỏ đạt được sau lần va chạm đó.



Hình 10.2

Cho biết $\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \tan\left(\frac{x}{2}\right)$

10.2 Một xilanh hình trụ chứa không khí ẩm có độ ẩm tương đối 80% được đóng kín bằng một pit-tông di động. Nhiệt độ của hệ luôn được giữ không đổi. Ban đầu áp suất trong xilanh là $p_1 = 100$ kPa và thể tích $V_1 = 50{,}0$ lít. Thực hiện quá trình nén pit-tông vô cùng chậm về trạng thái cuối có áp suất $p_2 = 200$ kPa và thể tích $V_2 = 24{,}7$ lít. Giả thiết thể tích của nước ở dạng lỏng là không đáng kể, trạng thái của hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng. Cho khối lượng mol của không khí là $\mu_{kk} = 29$ g.mol^{-1} ; của nước là $\mu_n = 18$ g.mol^{-1} ; hằng số khí R = 8,31 J.mol^{-1}.K^{-1} ; lấy nhiệt hoá hơi riêng của nước L = 2250 J/g. Hãy :

1. Tính độ ẩm tương đối của không khí ẩm ở trạng thái cuối và khối lượng không khí trong xilanh.
2. Tính công mà hỗn hợp không khí và hơi nước tác dụng lên pit-tông.
3. Tính nhiệt lượng mà nước và hơi nước đã nhận được trong quá trình trên.

Cho bảng áp suất hơi nước bão hoà phụ thuộc nhiệt độ :

t^o(C)	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
p (kPa)	3,17	3,36	3,57	3,78	4,01	4,24	4,49	4,75	5,03	5,32	5,62

Trước khi mẫu nguyên tử Bo ra đời thì nhà bác học Tôm-sơn đã đưa ra một mô hình khác về nguyên tử. Ông coi nguyên tử gồm một "giọt chất lỏng" hình cầu mang điện tích dương và êlectron là hạt mang điện tích âm "bơi" trong quả cầu đó.

Xét một nguyên tử hiđrô theo mô hình trên có bán kính $R = 10^{-10}$ m, điện tích dương được phân bố theo một quy luật nào đó có tính đối xứng cầu với tổng điện tích $Q = 1,6.10^{-19}$ C, còn êlectron thì dao động bên trong giọt chất lỏng này. Giả thiết giọt chất lỏng nằm cố định và có khối lượng $M = 1,67.10^{-27}$ kg ; chất lỏng có hằng số điện môi $\varepsilon = 1$; êlectron có khối lượng $m = 9,1.10^{-31}$ kg và điện tích $q = -1,6.10^{-19}$ C được coi như là chất điểm so với nguyên tử. Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

1. Điện tích dương của nguyên tử này phải được phân bố theo quy luật nào ? Biết rằng, nếu thay vì dao động quanh tâm, êlectron có thể quay đều với tốc độ góc ω_0 như nhau trên vòng tròn bán kính r có giá trị bất kì ($r \leq R$) dưới tác dụng của lực tĩnh điện. Tính ω_0.
2. Theo cách phân bố điện tích trên, nếu êlectron dao động trong nguyên tử thì êlectron có dao động điều hoà không ? Tìm chu kì dao động của êlectron và so sánh với chu kì quay tròn trong ý 1.

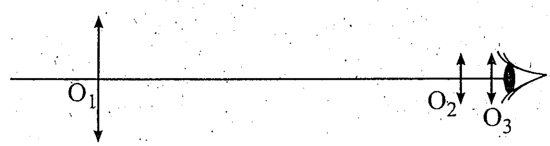
Nếu chỉ xét nguyên tử với sự vắng mặt của êlectron :

3. Tính thế năng tĩnh điện và thế năng hấp dẫn của quả cầu nguyên tử này. So sánh giá trị của hai loại thế năng nói trên và biện luận về vai trò của thế năng hấp dẫn trong trường hợp này. Coi rằng sự phân bố khối lượng có cùng quy luật với phân bố điện tích.
4. Do có dạng giống như giọt chất lỏng nên nguyên tử có hệ số căng bề mặt là σ. Bán kính R ở trên chính là bán kính cân bằng ổn định của nguyên tử này. Tính σ.

Ống ngắm sử dụng trong trắc địa có thể coi là một kính thiên văn cỡ nhỏ với cấu tạo bao gồm :

– Vật kính O_1 là một thấu kính hội tụ mỏng, tiêu cự 20 cm và đường kính đường rìa 3 cm.

– Thị kính là một hệ kép gồm hai thấu kính hội tụ mỏng đặt cố định và đồng trục, cách nhau 2 cm. Thấu kính phía trước O_2 có tiêu cự 3 cm ; thấu kính phía sau O_3 và có tiêu cự 1 cm. Đường kính đường rìa của các thấu kính O_2 và O_3 đều bằng 0,7 cm. Hệ vật kính và thị kính được đặt đồng trục (Hình 10.3).



Hình 10.3

Khi đo đạc, ống ngắm được đặt nằm ngang và hướng vào điểm giữa của một chiếc thước dài đặt thẳng đứng. Thước đặt cách vật kính một đoạn d_1. Người quan sát đặt mắt sát ngay sau thấu kính O_3 của thị kính và điều chỉnh khoảng cách giữa vật kính và thị kính để ngắm chừng ở điểm cực viễn. Biết người quan sát có điểm cực viễn cách mắt 50 cm và khoảng cách giữa vật kính và thị kính O_1O_2 khi đó là 19,5 cm.

1. Tính d_1 và số bội giác của ống ngắm.
2. Qua kính, người quan sát nhìn thấy một đoạn của thước. Tính chiều dài đoạn đó.
3. Ống ngắm trên vẫn giữ nguyên số bội giác đối với người quan sát nếu thay thị kính kép bằng một thấu kính mỏng, tìm tiêu cự thấu kính mới và khoảng cách giữa thấu kính đó và vật kính. Biết mắt vẫn đặt sát thị kính mới.

10.5

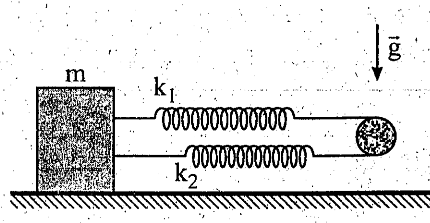
1. Dưới tác dụng của lực $\vec{F}$, một hạt có khối lượng nghỉ m_0 chuyển động tương đối tính vận tốc $\vec{u}$ và gia tốc $\vec{a}$. Tìm mối liên hệ giữa lực $\vec{F}$ và các đại lượng m_0, $\vec{u}$ và $\vec{a}$.
2. Dưới tác dụng của từ trường đều $\vec{B}$, một hạt có điện tích q, khối lượng nghỉ m_0 chuyển động tương đối tính theo quỹ đạo tròn bán kính R trong mặt phẳng vuông góc với từ trường. Đặt $\omega_B = \dfrac{qB}{m}$, với m là khối lượng của hạt khi chuyển động. Bỏ qua tác dụng của trọng lực. Hãy :

   a) Chứng minh hạt chuyển động tròn đều với vận tốc góc $\omega = \omega_B$.

   b) Tìm tốc độ u của hạt qua các đại lượng q, m_0. B và R.

   c) Tìm biểu thức động năng của hạt và tính động năng của hạt trong trường hợp từ trường yếu.

(11) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2016, ngày thi thứ nhất



Hình 11.1

11.1 Trên mặt phẳng nằm ngang, cho một cơ hệ gồm một vật nhỏ có khối lượng m được gắn với hai lò xo có độ cứng tương ứng là k_1 và k_2. Hai đầu còn lại của lò xo được nối với nhau bằng một sợi dây mảnh đủ dài, không dãn và vắt qua một ròng rọc (Hình 11.1). Khối lượng các lò xo, dây nối và ròng rọc không đáng kể. Ban đầu hệ nằm yên, ròng rọc được giữ sao cho các lò xo không biến dạng và luôn song song với mặt phẳng nằm ngang. Coi lực cản không khí, ma sát giữa ròng rọc và trục không đáng kể, dây không bị trượt trên ròng rọc. Gia tốc trọng trường là $\vec{g}$.

1. Bỏ qua ma sát giữa vật và mặt phẳng. Kéo vật dọc theo trục lò xo tới vị trí sao cho lò xo k_1 bị dãn một đoạn nhỏ rồi thả nhẹ. Tính khoảng thời gian kể từ khi thả vật tới khi các lò xo không bị biến dạng lần thứ nhất trong hai trường hợp :

   a) Giữ ròng rọc cố định.

   b) Giữ trục ròng rọc cố định, ròng rọc có thể quay.

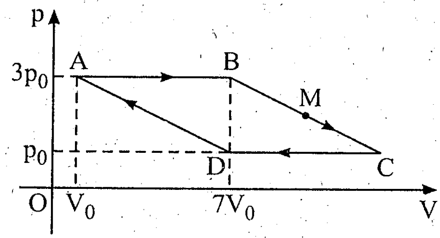
2. Cho hệ số ma sát nghỉ và hệ số ma sát trượt giữa vật với mặt phẳng tương ứng là μ_1 và μ_2 ($\mu_1 > \mu_2$). Tại thời điểm ban đầu $t_0 = 0$ vật đứng yên, các lò xo không biến dạng và dây nối qua ròng rọc không bị chùng, người ta kéo ròng rọc chuyển động song song với trục của lò xo theo phương ngang, hướng sang phải. Quá trình kéo ròng rọc được thực hiện sao cho ròng rọc có thể quay tự do quanh trục của nó.

   a) Ròng rọc được kéo với vận tốc $\vec{v}$ không đổi. Xác định thời điểm t_1 khi vật m có vận tốc bằng $\vec{v}$ lần thứ nhất. Tính nhiệt lượng sinh ra trong quá trình chuyển động đó.

   b) Ngay tại thời điểm t_1, ròng rọc được tác dụng lực để có gia tốc không đổi $\vec{a}_0$ cùng hướng với $\vec{v}$. Xác định gia tốc $\vec{a}_0$ để vật luôn trượt trên mặt ngang và cách ròng rọc một khoảng không đổi. Biết rằng trong quá trình chuyển động, bề mặt vật luôn tiếp xúc với mặt phẳng nằm ngang.

11.2 Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện một chu trình ABCDA được biểu diễn trên giản đồ p – V có dạng hình bình hành (Hình 11.2). Cho : $p_A = p_B = 3p_0$, $p_C = p_D = p_0$, $V_A = V_0$, $V_B = V_D = 7V_0$, trong đó p_0 và V_0 là các thông số coi như đã biết.

1. Tìm phương trình của mối liên hệ giữa nhiệt độ và thể tích trong quá trình BC.
2. Tìm nhiệt độ lớn nhất T_{max} và nhiệt độ nhỏ nhất T_{min} của khí trong chu trình trên.
3. Chứng minh rằng trung điểm M của đoạn BC chính là điểm chuyển đổi nhận nhiệt – nhả nhiệt của khí trong quá trình BC.
4. Tính hiệu suất của chu trình đã cho.



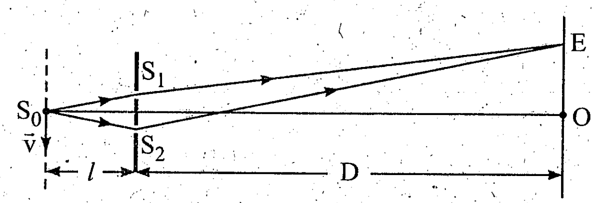
Hình 11.2

11.3 Xét hệ giao thoa Y-âng, hai khe song song S_1, S_2 cách nhau một khoảng a = 2 mm, màn quan sát E cách mặt phẳng chứa hai khe một khoảng D = 2 m. Hệ thống khe – màn được đặt trong không khí. Nguồn sáng S là dây tóc thẳng hình trụ có đường kính rất nhỏ của một bóng đèn điện được đặt trước hai khe S_1, S_2. Trong thí nghiệm, dây tóc luôn được đặt song song với hai khe S_1, S_2. Ban đầu S đặt tại S_0 cách đều S_1, S_2.

1. Đặt trước hai khe một tấm kính lọc sắc, chỉ để lọt qua bức xạ có bước sóng 0,500 μm. Miền quan sát được hình ảnh giao thoa có dạng đối xứng, khoảng cách giữa hai vân ngoài cùng là 20 mm.

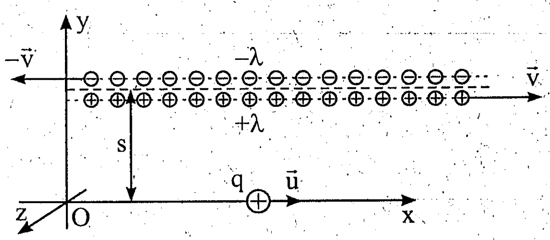
   a) Xác định hiệu khoảng cách từ khe S_2 và khe S_1 tới vị trí vân sáng bậc 3 trên màn.

   b) Xác định số vân sáng, vân tối quan sát được trên màn.
2. Ánh sáng phát ra từ dây tóc bóng đèn là ánh sáng trắng, gồm các ánh sáng đơn sắc nằm trong dải 0,400 μm ≤ λ ≤ 0,750 μm được chiếu vào hai khe Y-âng. Xác định số bức xạ và bước sóng của từng bức xạ cho vân sáng trùng nhau tại vị trí vân sáng bậc 5 của ánh sáng đỏ có λ = 0,750 μm.
3. Tại vị trí vân sáng trung tâm ban đầu O trên màn E, đặt một máy thu quang điện có độ nhạy cao. Cho nguồn sáng S dịch chuyển trong mặt phẳng P song song với mặt phẳng chứa hai khe S_1, S_2 với tốc độ không đổi v = 1 cm/s như hình 11.3. Hãy xác định tần số dao động của dòng quang điện trong máy thu khi nguồn sáng còn ở gần trục S_0O. Biết rằng nhờ kính lọc sắc, ánh sáng tới hai khe có bước sóng λ = 0,400 μm, nguồn sáng S cách mặt phẳng chứa hai khe S_1, S_2 là l = 1 m. Coi cường độ dòng quang điện tỉ lệ với cường độ sáng tại O.



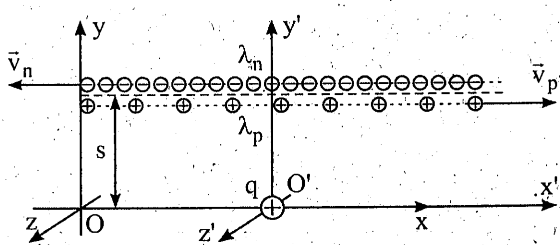
Hình 11.3

11.4 Trong bài này chúng ta xét một hệ điện tích được đặt trong môi trường chân không để từ đó thiết lập mối liên hệ giữa hằng số điện ε_0, hằng số từ μ_0 và tốc độ ánh sáng c trong chân không.



Hình 11.4

Trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm K, giả sử có một chuỗi dài vô hạn các điện tích dương giống hệt và cách đều nhau chuyển động sang bên phải với vận tốc $\vec{v}$. Coi rằng các điện tích này phân bố rất gần nhau đến mức có thể coi như chúng tạo thành một dây điện tích liên tục với mật độ điện tích dài $+\lambda$. Song song và rất gần dây này có một dây khác giống hệt nhưng có mật độ điện tích dài $-\lambda$ chứa các điện tích âm chuyển động với vận tốc $-\vec{v}$. Các điện tích âm và dương luôn luôn chuyển động ổn định dọc theo các dây đã cho với tốc độ không đổi v. Một điện tích điểm q ($q > 0$) chuyển động với vận tốc không đổi $\vec{u}$ song song với hai dây nói trên về phía bên phải. Gọi s là khoảng cách giữa điện tích q đến trục đối xứng nằm giữa hai dây (Hình 11.4). Khoảng cách s lớn hơn nhiều lần khoảng cách giữa hai dây. Hai dây điện tích $+\lambda$ và $-\lambda$ là rất gần nhau nên từ vị trí của điện tích q có thể coi hai dây đó như là một dây dẫn trung hoà có chiều dài vô hạn với cường độ dòng điện $I = 2\lambda v$.



Hình 11.5

1. Xác định độ lớn lực từ, lực điện tác dụng lên điện tích q trong hệ quy chiếu K.
2. Xét bài toán trong hệ quy chiếu K' gắn với điện tích gắn với điện tích q. Gọi vận tốc của điện tích âm và điện tích dương trên hai dây khi đó tương ứng là $\vec{v}_n$ và $\vec{v}_p$ (Hình 11.5). Do hiệu ứng tương đối tính, hai dây đã cho tương đương với một dây không trung hoà với mật độ điện tích dài tổng cộng $\lambda_T = \lambda_p + \lambda_n$. Trong đó λ_p và λ_n tương ứng là mật độ điện tích dài của dây điện tích dương và dây điện tích âm trong hệ quy chiếu K'. Biết rằng, điện tích bất biến với phép biến đổi Lo-ren.

   a) Chứng minh : $\lambda_T = -\dfrac{2\lambda uv}{c^2\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$.

   b) Xác định độ lớn lực từ, lực điện tác dụng lên điện tích q trong hệ quy chiếu K'.

3. Theo thuyết tương đối hẹp, lực tổng cộng F tác dụng lên điện tích q trong hệ K liên hệ với lực tổng cộng F' tác dụng lên điện tích q trong K' bằng công thức $F = F'\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$. Từ mối liên hệ này và các kết quả đã tính ở trên hãy rút ra mối liên hệ giữa ε_0, μ_0 và c.

Cho biết :

- Các hệ quy chiếu K và K' có các trục tương ứng song song. Khi K' chuyển động dọc theo phương Ox của K với tốc độ u không đổi, ta có thể sử dụng các công thức cộng vận tốc $v'_x = \dfrac{v_x - u}{1 - v_x \dfrac{u}{c^2}}$, $v'_y = v_y$, $v'_z = v_z$.
- Điện trường $\vec{E}$ do điện tích điểm q gây ra tại điểm đặt cách nó một khoảng r trong chân không có biểu thức $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$.
- Cảm ứng từ B của từ trường do dòng điện không đổi I chạy trên dây dẫn thẳng dài vô hạn gây ra tại điểm đặt cách nó một khoảng r trong chân không có biểu thức $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$.

1.5 Xác định chiều dài của vật và chiết suất của thấu kính.

Để xác định chiều dài của một vật mà ta không thể đo trực tiếp có nhiều cách khác nhau. Trong bài toán này ta xác định chiều dài dây tóc bóng đèn sợi đốt và xác định chiết suất của chất làm thấu kính hội tụ thông qua phép đo quang học.

Cho các dụng cụ sau :

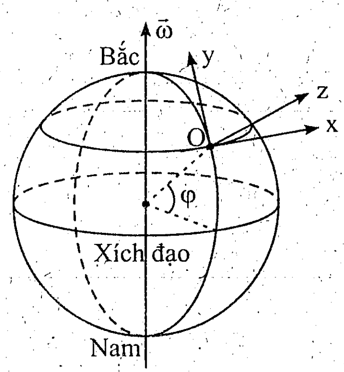
- Một thấu kính hội tụ mỏng, hai mặt cầu có cùng bán kính (chưa biết tiêu cự, chiết suất chất làm thấu kính và bán kính cong của thấu kính) ;
- Một bóng đèn sợi đốt được che phủ bởi kính lọc sắc màu đỏ có dây tóc dạng hình trụ cần xác định chiều dài h. Vị trí dây tóc là cố định trong đèn nhưng ta không thể xác định trực tiếp được từ bên ngoài ;
- 01 màn chắn ;
- 01 nguồn điện một chiều ổn định, 01 biến trở ;
- Thước đo chiều dài, thước kẹp ;
- Dây nối, khoá K, giá đỡ cần thiết.

Hãy : 1. Trình bày cơ sở lí thuyết xác định chiều dài h của dây tóc bóng đèn và chiết suất n của chất làm thấu kính đối với ánh sáng phát ra từ đèn sợi đốt.

2. Trình bày sơ đồ thí nghiệm, các bước tiến hành, bảng biểu cần thiết và cách xử lí số liệu để xác định h, n.

(12) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2016, ngày thi thứ hai

Vào giữa thế kỉ XIX, nhà khoa học Fu-cô đã khảo sát chuyển động của một con lắc có cấu tạo tương tự như một con lắc đơn. Căn cứ vào chuyển động của mặt phẳng dao động của con lắc, ông đã chứng tỏ rằng Trái Đất tự quay xung quanh trục của nó. Con lắc đó gọi là con lắc Fu-cô. Trong bài này ta khảo sát chuyển động của con lắc Fu-cô dưới dạng chuyển động của một con lắc đơn trong hệ quy chiếu quay, được đặc trưng bởi lực quán tính Cô-ri-ô-lít và dưới tác dụng của trọng lực.



Hình 12.1

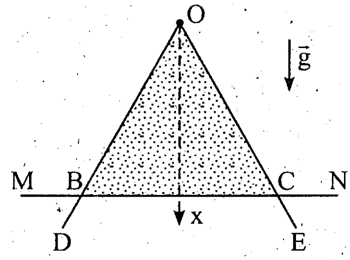
Tại một nơi có vĩ độ φ trên bán cầu Bắc của Trái Đất, người ta treo một con lắc đơn khối lượng M, chiều dài l. Gọi O là vị trí cân bằng của vật M khi con lắc đứng yên. Chọn hệ toạ độ Oxyz gắn cố định với Trái Đất, mặt phẳng Oxy nằm ngang song song với bề mặt Trái Đất, trục Ox theo hướng Đông và tiếp tuyến với đường vĩ tuyến đi qua điểm O ; trục Oy theo hướng Bắc và tiếp tuyến với đường kinh tuyến đi qua điểm O ; trục Oz đi qua tâm Trái Đất (H. 12.1). Do Trái Đất tự quay quanh trục của nó với vận tốc góc $\vec{\omega}$ (có phương trùng với trục quay của Trái Đất, chiều từ địa cực Nam tới địa cực Bắc) nên hệ toạ độ đã chọn cũng quay với vận tốc góc $\vec{\omega}$. Khi vật M chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ sẽ chịu tác dụng của lực Cô-ri-ô-lít theo công thức $\vec{F}_C = -2M(\vec{\omega} \times \vec{v})$. Trong đó $\vec{\omega} \times \vec{v}$ là kí hiệu tích vectơ của hai vectơ $\vec{\omega}$ và $\vec{v}$. Lực $\vec{F}_C$ có phương vuông góc với mặt phẳng chứa $\vec{\omega}$ và $\vec{v}$ và có các thành phần $F_x = -2M(\omega_y v_z - \omega_z v_y)$, $F_y = -2M(\omega_z v_x - \omega_x v_z)$, $F_z = -2M(\omega_x v_y - \omega_y v_x)$. Giả thiết vật M chỉ chịu tác dụng của trọng lực (coi gần đúng hướng theo phương Oz), lực Cô-ri-ô-lít và lực căng của dây treo. Gọi mặt phẳng chứa trục Oz và dây treo của con lắc là mặt phẳng dao động. Coi biên độ góc của con lắc là nhỏ, vật M chỉ chuyển động trong mặt phẳng Oxy và độ lớn của thành phần lực Cô-ri-ô-lít theo phương Oz là rất nhỏ so với trọng lực.

1. Bỏ qua sự thay đổi tần số dao động của con lắc gây bởi tác dụng của lực Cô-ri-ô-lít. Mô tả chuyển động của mặt phẳng dao động và vẽ phác dạng quỹ đạo của vật M trên mặt phẳng Oxy trong khoảng thời gian bằng 1 chu kì. Biết rằng tại thời điểm $t = 0$ vật M ở điểm O và có vận tốc ban đầu hướng theo chiều dương của trục Oy.
2. Hai thành phần của lực Cô-ri-ô-lít theo phương Ox và Oy có thể viết dưới dạng : $F_x = Mbv_y$ và $F_y = -Mbv_x$, trong đó b được gọi là thông số Cô-ri-ô-lít (cho vĩ độ φ). Tìm b.

3. Do tác dụng của lực Cô-ri-ô-lít, mặt phẳng dao động và tần số dao động của con lắc đều thay đổi. Viết phương trình định luật II Niu-tơn cho vật M trên mặt phẳng Oxy và tìm các tần số góc Ω đặc trưng cho dao động của con lắc. Biết rằng hệ phương trình chuyển động của vật M có nghiệm dạng $x = A\sin(\Omega t)$ và $y = B\cos(\Omega t)$, trong đó A, B là các hệ số không đổi.

12.2

1. Một màng nước xà phòng có suất căng bề mặt σ được căng trên một khung cứng gồm hai thanh cố định OD và OE trên đó có thanh mảnh MN nằm ngang, tạo thành một tam giác đều OBC. Khung nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Thanh MN nằm ngang có khối lượng m, có thể trượt tịnh tiến không ma sát trên hai thanh OD và OE. Chọn trục toạ độ Ox theo phương thẳng đứng và chiều dương hướng xuống dưới (Hình 12.2).



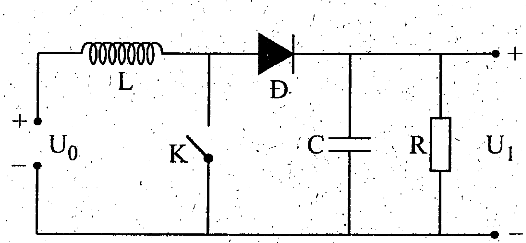
Hình 12.2

a) Khi thanh MN nằm cân bằng, trung điểm của thanh ở vị trí ứng với toạ độ x_0 trên trục Ox ; tìm x_0 theo m, g và σ (g là gia tốc trọng trường).

b) Từ vị trí cân bằng, kéo thanh MN tịnh tiến xuống dưới một đoạn nhỏ rồi thả nhẹ. Chứng minh thanh MN dao động điều hoà và tính chu kì dao động của thanh.

2. Tính công nhỏ nhất để thổi được một quả bong bóng xà phòng có bán kính R. Biết trong quá trình đó nhiệt độ không đổi, áp suất khí quyển là p_0 và suất căng bề mặt của màng xà phòng là σ.

12.3 Trong các xe ô tô, xe máy điện người ta thường dùng nguồn từ acquy hiệu điện thế thấp và sử dụng một mạch khuếch đại hiệu điện thế một chiều (mạch nhận áp) để cấp hiệu điện thế cao cho động cơ. Hình 12.3 mô tả sơ đồ nguyên lí đơn giản của một mạch khuếch đại hiệu điện thế một chiều. Mạch điện gồm một cuộn dây L thuần cảm, điôt Đ lí tưởng, tụ điện C và khoá chuyển mạch K được mắc vào nguồn điện có hiệu điện thế U_0 không đổi. Hiệu điện thế cao được lấy ra ở hai đầu của tụ C. Tụ có điện dung khá lớn. Khoá K trong mạch điện là khoá điện tử và chu kì đóng – ngắt của khoá K là rất ngắn nên chỉ một phần năng lượng tích trữ trong cuộn



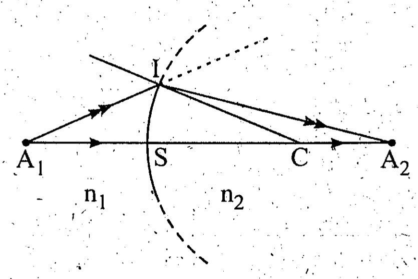
Hình 12.3

cảm chuyển sang tụ sau mỗi chu kì đóng – ngắt. Trong mỗi chu kì đóng – ngắt, khoá đóng trong khoảng thời gian t_1 và ngắt trong khoảng thời gian t_2. Chu kì đóng – ngắt $T = t_1 + t_2$ rất ngắn, thoả mãn $T \ll 2\pi\sqrt{LC}$. Điện trở tải R là lớn nên dòng điện qua điện trở là nhỏ và có thể bỏ qua.

1. Ở thời điểm ban đầu $t = 0$, tụ điện chưa được tích điện và trong mạch chưa có dòng điện, đóng khoá K và nối mạch với nguồn U_0. Tìm biểu thức hiệu điện thế U_1 giữa hai đầu tụ điện và cường độ dòng điện qua cuộn cảm theo thời gian t trong chu kì đóng – ngắt đầu tiên.
2. Sau nhiều chu kì đóng – ngắt khoá K, dòng điện qua cuộn cảm sẽ biến thiên tuần hoàn với chu kì T và hiệu điện thế U_1 giữa hai đầu tụ điện gần như không thay đổi. Tính tỉ số $\dfrac{U_1}{U_0}$ theo hệ số $\alpha = \dfrac{t_1}{t_1 + t_2}$.

12.4 Lưỡng chất cầu là một tập hợp hai môi trường trong suốt, ngăn cách nhau bởi một phần (hoặc toàn bộ) mặt cầu. Trong bài này, chúng ta sẽ chỉ xét lưỡng cầu có đường kính khẩu độ nhỏ. Quy ước chiều truyền ánh sáng là chiều dương và sử dụng kí hiệu $\overline{AB}$ để biểu diễn độ dài đại số của đoạn thẳng nối hai điểm A, B bất kì ($\overline{AB} = AB > 0$ khi từ A tới B cùng chiều dương quy ước và ngược lại).

1. Cho một chỏm cầu bán kính R, tâm C, đỉnh S, ngăn cách hai môi trường trong suốt có chiết suất n_1, n_2 khác nhau. A_1 là một điểm sáng ở trong môi trường chiết suất n_1 qua lưỡng chất cầu sẽ tạo ảnh là điểm A_2 (H. 12.4). Các điểm A_1, S, C, A_2 nằm trên cùng một đường thẳng. Biết công thức cơ bản của lưỡng cầu $\dfrac{n_1\overline{CA_1}}{\overline{IA_1}} = \dfrac{n_2\overline{CA_2}}{\overline{IA_2}}$, trong đó I là một điểm tới nằm trên chỏm cầu phân cách giữa hai môi trường.

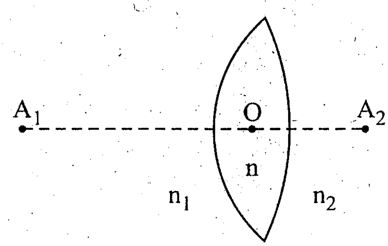


Hình 12.4

   a) Chứng minh công thức liên hợp của lưỡng chất cầu có đường kính khẩu độ nhỏ $\dfrac{n_1}{\overline{SA_1}} = \dfrac{n_2}{\overline{SA_2}} = \dfrac{n_1 - n_2}{\overline{SC}}$.

   b) Dịch chuyển điểm A_1 trên đường thẳng đi qua S và C. Khi điểm A_1 dần tới một điểm F_1 thì điểm ảnh A_2 xa dần ra vô cực, $\overline{SF_1} = f_1$ gọi là tiêu cự vật. Còn khi điểm A_1 xa dần ra vô cực thì điểm ảnh A_2 của nó dần tới một vị trí giới hạn F_2, $\overline{SF_2} = f_2$ gọi là tiêu cự ảnh. Chứng minh $f_1 = \dfrac{n_1\overline{SC}}{n_1 - n_2}$ và $f_2 = -\dfrac{n_2\overline{SC}}{n_1 - n_2}$.

2. Cho một thấu kính mỏng có chiết suất n giới hạn bởi hai chỏm cầu bán kính R_1 và R_2. Đặt thấu kính giữa hai môi trường trong suốt có chiết suất n_1, n_2. A_1 là một điểm sáng trên trục chính ở trong môi trường chiết suất n_1 tạo ảnh là điểm A_2 (Hình 12.5). Gọi O là quang tâm của thấu kính. Tính tiêu cự vật f_1, tiêu cự ảnh f_2 và chứng minh hệ thức : $\dfrac{f_1}{\overline{OA_1}} + \dfrac{f_2}{\overline{OA_2}} = 1$.



Hình 12.5

12.5 Một phôtôn có năng lượng cao chuyển động theo phương Ox tới va chạm với một êlectron đang đứng yên làm cho êlectron này chuyển động còn phôtôn bị thay đổi hướng. Sau va chạm, góc lệch giữa phương chuyển động của phôtôn và êlectron so với phương Ox tương ứng là θ và φ. Cho hằng số Plăng $h = 6{,}625.10^{-34}$ J.s, tốc độ ánh sáng trong chân không $c = 3.10^8$ m/s, khối lượng nghỉ của êlectron $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg, độ lớn điện tích của êlectron $|e| = 1{,}6.10^{-19}$ C.

1. Chứng minh rằng động năng mà êlectron thu được không bao giờ đạt tới giá trị bằng năng lượng của phôtôn trước va chạm.

2. Xét trường hợp $\theta + \varphi = \dfrac{\pi}{2}$.

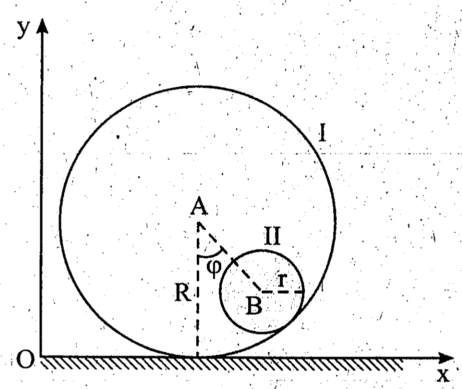
   a) Chứng minh rằng động năng của êlectron (tính theo đơn vị J) thu được sau va chạm có biểu thức $W_d = \dfrac{m_e c^2(1 - \sin\varphi)}{\sin\varphi}$.

   b) Cho góc $\theta = 0{,}007$ rad, êlectron (sau khi bị va chạm bởi phôtôn) chuyển động đến đập vào một nguyên tử hiđrô đứng yên ở trạng thái cơ bản. Nguyên tử hiđrô có thể phát ra các bức xạ có bước sóng bằng bao nhiêu ? Biết rằng ở trạng thái dừng, nguyên tử hiđrô có năng lượng $E_n = -\dfrac{13{,}6}{n^2}$ (eV) trong đó $n = 1, 2, 3, 4, \ldots$

B ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN OLYMPIC VẬT LÍ

1 Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2011, ngày thi thứ nhất

1.1 Một vành trụ mỏng I, đồng chất, khối lượng M, bán kính R. Trong lòng vành trụ có một khối trụ đặc II, đồng chất, khối lượng m, bán kính r, cùng chiều dài với vành trụ. Trong hình 1.1. Oxy là mặt phẳng tiết diện vuông góc với trục vành trụ, A và B là giao điểm của mặt phẳng Oxy với hai trục. Tác dụng lực có phương đi qua A vào vành trụ sao cho vành trụ lăn không trượt trên mặt phẳng nằm ngang dọc theo chiều dương trục Ox. Biết khối trụ lăn không trượt trong lòng vành trụ, trục khối trụ luôn song song với trục vành trụ.

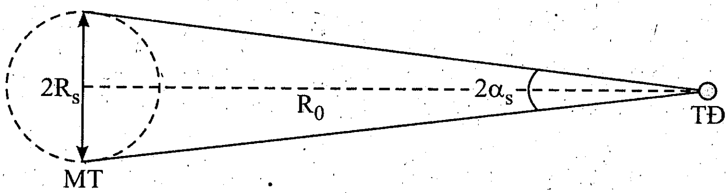


Hình 1.1

Ở thời điểm t, góc hợp bởi AB và phương thẳng đứng là φ ; vận tốc của A là v_A, tốc độ góc của AB quanh trục đi qua A là ω.

1. Tính động năng của hệ ở thời điểm t.
2. Xác định lực ma sát giữa vành trụ và khối trụ, giữa vành trụ và mặt phẳng nằm ngang theo gia tốc x''_A của A và gia tốc góc φ" của đoạn AB ở thời điểm t.
3. Giả thiết rằng trục vành trụ chuyển động đều.
   a) Tìm gia tốc góc φ" của đoạn AB theo φ, R, r, gia tốc của A và gia tốc trọng trường g.
   b) Xác định quy luật biến đổi của φ theo thời gian nếu φ chỉ nhận các giá trị nhỏ.

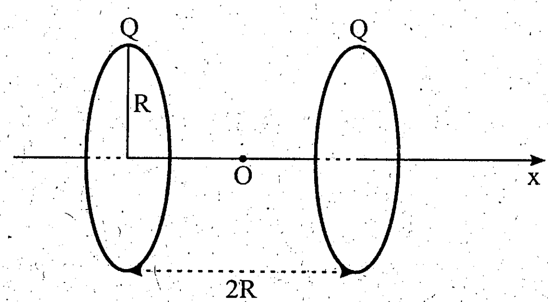
1.2 Mặt Trời (MT) được coi như một khối khí lí tưởng dạng hình cầu, tâm O, bán kính R_S, có khối lượng riêng ρ_S không đổi và được nhìn từ Trái Đất (TĐ) dưới đường kính góc là $2\alpha_S = 32'$ (Hình 1.2). Trái Đất quay xung quanh MT với quỹ đạo thực tế có thể coi như là tròn với bán kính $R_0 = 149,5.10^6$ km và chu kì T = 365 ngày. Cho hằng số hấp dẫn $G = \frac{3}{2}.10^{-10} N.m^2.kg^{-2}$, khối lượng mol của khí MT là $\mu = 1,25.10^{-3}$ kg.mol^{-1} và hằng số khí lí tưởng $R = 8,31$ J.mol^{-1}.K^{-1}.



Hình 1.2

1. Tính bán kính R_S và khối lượng riêng ρ_S.
2. Hãy xác định áp suất p(r) tại một điểm bên trong MT, cách tâm O một khoảng r với giả thiết áp suất bằng 0 tại biên của MT. Từ đó tính áp suất p_0 và nhiệt độ T_0 tại tâm MT.
3. Tính thế năng hấp dẫn của MT theo G, R_S và ρ_S, rồi sau đó theo khối lượng M_S và bán kính R_S của MT.

1.3 Cho hai vòng kim loại mảnh giống hệt nhau, bán kính R, mỗi vòng có điện tích Q (Q > 0) được phân bố đều trên toàn vòng. Hai vòng được đặt cố định song song với nhau trong chân không, khoảng cách giữa hai vòng là 2R. Chọn trục toạ độ Ox trùng với trục đối xứng của hai vòng với gốc toạ độ O đặt tại điểm cách đều hai vòng (Hình 1.3).



Hình 1.3

1. Xác định cường độ điện trường tại điểm bất kì trên trục x.
2. Một điện tích dương q, khối lượng m chuyển động dọc theo trục x từ xa vô cùng lại gần hai vòng với vận tốc ban đầu v_0. Bằng phương pháp đồ thị, hãy cho biết v_0 phải thoả mãn điều kiện gì để điện tích q có thể đi đến gốc toạ độ.
3. Liệu có tồn tại vị trí mà ta có thể đặt điện tích q nằm yên ở đó không ? Nếu có thì đó là vị trí cân bằng bền hay không bền ?
4. Điện tích q được giữ tại điểm trên trục x có toạ độ x_0 ($0 < x_0 \ll R$). Tại thời điểm t = 0, thả nhẹ điện tích q ra. Hãy xác định vị trí của q ở thời điểm t bất kì.

1.4 Một dòng khí phóng xạ đơn nguyên tử (có chu kì bán rã là T, khối lượng một nguyên tử là m) chuyển động xuyên qua một lớp chất bảo vệ có bề dày a.

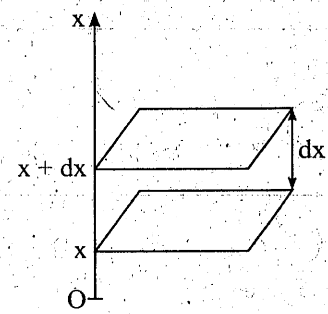
Biết số nguyên tử khí khuếch tán theo phương Ox vuông góc với bề mặt lớp chất bảo vệ, qua một đơn vị diện tích, trong một đơn vị thời gian, tỉ lệ thuận với độ biến thiên mật độ khí trên một đơn vị chiều dài :

$$dN = -D\frac{dn}{dx}$$

với D là một hằng số dương, n là mật độ khí. (Hình 1.4).

Giả thiết rằng ở trạng thái ổn định, mật độ khí tại mỗi điểm không đổi theo thời gian. Hãy tìm :

1. Khối lượng riêng của khí trong lớp chất bảo vệ như là hàm của toạ độ x.



Hình 1.4

2. Bề dày a để khi ra khỏi lớp chất bảo vệ, mật độ khí giảm đi 10^6 lần.

15. Xác định bước sóng laze, chiết suất của chất lỏng và gia tốc trọng trường

Cho các dụng cụ sau :

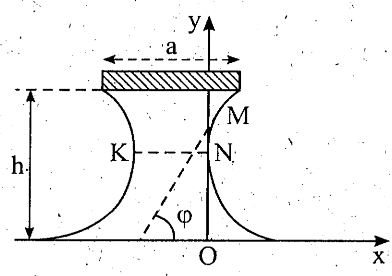
- Bình thuỷ tinh hình trụ mỏng, hở, trên thành có khắc các vạch chia độ dài ;
- Can đựng chất lỏng trong suốt cần xác định chiết suất ;
- Bàn xoay liên kết với động cơ điện xoay chiều có thể điều khiển tốc độ quay thông qua điều khiển điện áp cấp cho động cơ. Trên bàn xoay có gắn hệ thống mâm cặp để có thể cố định bình hình trụ đặt trên đó ;
- Nguồn điện xoay chiều 220 V, biến trở ;
- Dao động kí điện tử, pin quang điện, bút laze ;
- Thước đo có độ chia phù hợp, cách tử truyền qua đã biết hằng số cách tử N ;
- Miếng giấy bạc mỏng có thể sử dụng làm mặt phản xạ, màn chiếu, các thiết bị che chắn, giá đỡ, dây nối, ngắt điện, băng dính, bút đánh dấu cần thiết.

Yêu cầu :

1. Trình bày cách bố trí thí nghiệm, các bước tiến hành và xử lí số liệu để xác định bước sóng của bút laze và chiết suất của chất lỏng đựng trong can.
2. Trình bày hai phương án thí nghiệm xác định gia tốc trọng trường g, bao gồm :
   - Xây dựng các công thức cần thiết ;
   - Bố trí thí nghiệm và các bước tiến hành để thu thập số liệu ;
   - Cách xử lí số liệu để xác định g.

② Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2011, ngày thi thứ hai

2.1 Một tấm kim loại mỏng hình chữ nhật, một cạnh có độ dài a, một cạnh rất dài so với a, đặt trên mặt một chất lỏng dính ướt hoàn toàn đối với kim loại này. Tấm kinh loại được nâng chậm lên đến vị trí cao nhất sao cho chất lỏng vẫn còn bám vào tấm. Gọi φ là góc hợp bởi tiếp tuyến tại điểm M bất kì trên mặt giới hạn chất lỏng với mặt nằm ngang (Hình 2.1). Biết áp suất khí quyển là p_0, khối lượng riêng của chất lỏng là ρ, hệ số căng bề mặt của chất lỏng là σ, gia tốc trọng trường là g.



Hình 2.1

1. Tìm các toạ độ x, y của M trong hệ trục toạ độ Oxy cho như hình vẽ theo φ, σ, ρ và g.

2. Cho $a > 1,1\sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho g}}$. Hãy xác định :

   a) Chiều cao cực đại h của tấm kim loại so với mặt chất lỏng nằm ngang.

   b) Bề rộng nhỏ nhất b (b = KN) của cột chất lỏng bám vào tấm kim loại.

   c) Lực tác dụng theo phương thẳng đứng lên một đơn vị dài (theo cạnh dài) của tấm, biết trọng lượng một đơn vị dài (theo cạnh dài) của tấm kim loại là P_1.

3. Lập các phương trình đủ để tìm lại các kết quả của ý 2 trong trường hợp $a < \sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho g}}$.

Cho biết :

- Bán kính cong R tại một điểm trên đường cong có thể xác định theo công thức : $R = \left|\dfrac{ds}{d\varphi}\right|$ với dφ là góc tạo bởi các tiếp tuyến của đường cong tại điểm đầu và điểm cuối của cung ds trên đường cong chứa điểm đang xét.

- $\displaystyle\int \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = ln\left|\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)\right| + C.$

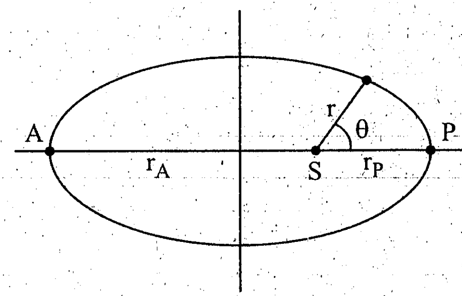
2.2

1. Xét một hành tinh (khối lượng m) chuyển động quanh Mặt Trời (khối lượng M). Ta định nghĩa vectơ $\vec{Z}$ như sau :

$$\vec{Z} = \frac{1}{\alpha}\vec{v} \times \vec{L} - \vec{e}_r$$

trong đó α = GMm (G là hằng số hấp dẫn), $\vec{v}$ và $\vec{L}$ lần lượt là vận tốc và momen động lượng của hành tinh. Trong bài toán này, ta chọn hệ toạ độ cực có gốc là Mặt Trời (S), $\vec{e}_r$ và $\vec{e}_\theta$ là vectơ đơn vị ứng với hai toạ độ r, θ.

a) Chứng minh rằng nếu hành tinh chỉ chịu tác dụng bởi lực hấp dẫn của Mặt Trời thì $\vec{Z}$ là một vectơ không đổi, hướng từ S về phía điểm cận nhật P (Hình 2.2).



Hình 2.2

b) Dùng vectơ $\vec{Z}$, hãy chứng tỏ phương trình quỹ đạo trong toạ độ cực của hành tinh là :

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\theta}$$

Biểu diễn các đại lượng p và e ở trên qua r_A và r_P, trong đó A là điểm viễn nhật, P là điểm cận nhật của hành tinh.

2. Như vậy theo ý 1, nếu chỉ có lực hấp dẫn của Mặt Trời tác dụng lên hành tinh thì quỹ đạo của hành tinh là cố định, đặc biệt là điểm cận nhật P cũng cố định. Trong thực tế, những quan sát thiên văn cho thấy P dịch chuyển chậm và thể hiện rõ nhất đối với Thuỷ tinh, hành tinh ở gần Mặt Trời nhất. Sở dĩ như vậy là vì theo thuyết tương đối rộng, chuyển động của một hành tinh xung quanh Mặt Trời (cả hai đều được giả thiết là các quả cầu đồng chất) cần phải được mô tả bởi thế hấp dẫn Niu-tơn $U(r) = -\frac{GMm}{r}$ cộng với một thế nhiễu loạn :

$$U_P = \frac{GM}{c^2}\frac{L^2}{m}\frac{1}{r^3} = -\frac{\varepsilon}{3r^3}$$

trong đó c là tốc độ ánh sáng trong chân không, $\varepsilon = -\frac{3GM}{c^2}\frac{L^2}{m}$.

a) Chứng minh rằng U_P thoả mãn điều kiện là một thế nhiễu loạn, tức $|U_P| \ll |U|$.

b) Do có nhiễu loạn, quỹ đạo của Thuỷ tinh thay đổi, nhưng nhiễu loạn là rất nhỏ nên trong phép gần đúng bậc nhất vẫn có thể coi quỹ đạo hành tinh là elip. Viết biểu thức của vectơ $\vec{Z}$ khi có tính đến thế nhiễu loạn. Tính $\frac{d\vec{Z}}{dt}$ và biểu diễn nó như một hàm số của ε, G, M, $\frac{d\theta}{dt}$, e và p của elip (đã tìm được ở ý 1). Từ đó suy ra độ biến thiên $\Delta\vec{Z}$ trong một chu kì T của Thuỷ tinh quay trên quỹ đạo elip và đi đến kết luận rằng, thế nhiễu loạn có nguồn gốc tương đối tính U_P đã làm biến đổi quỹ đạo tương ứng với sự quay chậm của trục dài elip quỹ đạo xung quanh gốc S (tức Mặt Trời).

c) Tính góc quay $\Delta\varphi$ của quỹ đạo Thuỷ tinh theo một chu kì như là một hàm số của G, M, c và các khoảng cách cực đại và cực tiểu r_A và r_P.

d) Từ những kết quả trên suy ra "độ dịch thế kỉ" đối với Thuỷ tinh là góc $\delta\Omega$ mà trục lớn quỹ đạo quay được trong một thế kỉ. Tính $\delta\Omega$ ra giây (góc). Thực nghiệm đo được góc này là $\delta\Omega = 42{,}6'' \pm 0{,}9''$. Hãy so sánh kết quả này và kết quả bạn vừa tìm được dựa trên thuyết tương đối.

Các số liệu cần thiết : Hằng số hấp dẫn vũ trụ : $G = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$, khối lượng Mặt Trời : $M = 2.10^{30}$ kg. Đối với Thuỷ tinh : chu kì quay quanh Mặt Trời T = 88 ngày, $r_A = 7{,}0.10^{10}$ m và $r_P = 4{,}6.10^{10}$ m.

Cho biết trong hệ toạ độ cực (r ; θ) có các hệ thức sau :

$$\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = \dot{\vec{e}}_\theta = -\dot{\theta}\vec{e}_r\ ;\ \frac{d\vec{e}_r}{dt} = \dot{\vec{e}}_r = \dot{\theta}\vec{e}_\theta\ ;\ \vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta.$$

23

1. Có hai anh em sinh đôi A và B. Tim mỗi người đều đập một lần trong 1 giây và tương ứng với mỗi nhịp tim có truyền đi một xung vô tuyến điện. A ở lại và đứng yên trên Trái Đất (được xem như một hệ quy chiếu quán tính). Còn B thì bay vào vũ trụ, lúc đầu đứng yên tại thời điểm t = 0, sau đó được gia tốc rất nhanh với vận tốc v không đổi (trong vòng chưa đến một nhịp tim và không làm rối loạn nhịp tim của anh ta).

Xét anh B bay trong thời gian t_1 (theo đồng hồ của anh ta) bao gồm cả quá trình phát xung và nhận xung từ Trái Đất. Sau đó, vào thời điểm $t = t_1$, chuyển động của B bất ngờ được đảo chiều và B trở về tới Trái Đất với vận tốc $\frac{v}{2}$. Hỏi :

a) Anh B đã phát đi bao nhiêu xung trong quá trình bay đi và về ?

b) Anh B đã nhận được bao nhiêu xung trong quá trình bay đi, bay về ?

c) Tỉ số n giữa tổng xung nhận được và tổng số xung gửi đi của anh B trong quá trình bay đi và về bằng bao nhiêu ?

2. Cho K và K' là hai hệ quy chiếu quán tính có các trục toạ độ song song với nhau. Giả sử K' chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ tuỳ ý so với K và $\vec{r}$, $\vec{u}$, t ($\vec{r}'$, $\vec{u}'$, t') tương ứng là bán kính vectơ, vận tốc và thời gian trong hệ quy chiếu K (K'). Sử dụng phép biến đổi Lo-ren để chứng minh :

a) $$\vec{r} = \vec{r}' - \frac{\vec{r}'v}{v}.\frac{\vec{v}}{v} + \frac{\frac{(\vec{r}'.\vec{v}')\vec{v}}{v^2} + \vec{v}t}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

b) $$u = \frac{\sqrt{(\vec{u}'+\vec{v})^2 - \frac{[\vec{u}'\times\vec{v}]^2}{c^2}}}{1+\frac{1}{c^2}(\vec{u}'.\vec{v})}.$$

24 Phôtôn A của tia X có bước sóng $\lambda_0 = 0,116$ nm và một êlectron chuyển động tới va chạm với nhau. Sau va chạm ta được êlectron đứng yên và phôtôn B. Biết góc lập bởi phương truyền của phôtôn A với phương truyền của phôtôn B là $\theta = 60^o$. Tính bước sóng Đơ - Brơi của êlectron trước va chạm. Cho khối lượng nghỉ của êlectron $m_e = 9,1.10^{-31}$ kg, hằng số Plăng $h = 6,626.10^{-34}$ J.s và tốc độ ánh sáng trong chân không $c = 3.10^8$ m.s^{-1}.

25 Xác định hệ số ma sát trượt và hệ số cản

Xét chuyển động của một tấm nhựa phẳng trên một mặt bàn phẳng nằm ngang, người ta nhận thấy trong quá trình chuyển động, tấm chịu tác dụng của lực ma sát trượt (hệ số ma sát trượt α) và chịu lực cản của môi trường tỉ lệ thuận với vận tốc ($\vec{f}_c = -\beta\vec{v}$, β là hệ số cản). Coi các va chạm trong quá trình làm thí nghiệm (nếu có) là hoàn toàn đàn hồi.

Cho các dụng cụ sau :

– Vật nhỏ có khối lượng m đã biết ;

– Thước đo có vạch chia đến milimet ;

– Các sợi dây mềm, mảnh, nhẹ ;

– Tấm nhựa phẳng hình chữ nhật ;

– Bàn thí nghiệm, giá đỡ, giá treo cần thiết.

Yêu cầu :

1. Trình bày cơ sở lí thuyết và xây dựng các công thức cần thiết để xác định hệ số ma sát trượt α giữa tấm nhựa với mặt bàn và hệ số cản β của môi trường khi tấm nhựa chuyển động.

2. Trình bày cách bố trí thí nghiệm, thu thập và xử lí số liệu để xác định α và β.

Cho biết : $\ln(l + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - ...$ khi $|x| \ll 1$.

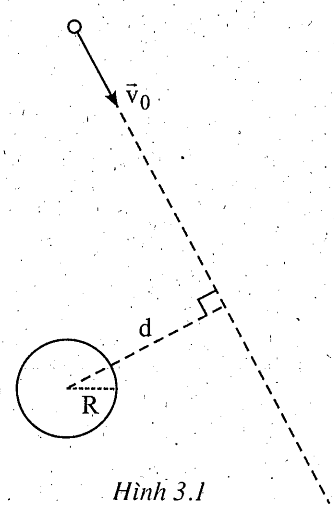
(3) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2012, ngày thi thứ nhất

3.1 Một con tàu vũ trụ lúc đầu có vận tốc $\vec{v}_0$ so với một hành tinh và đang ở rất xa hành tinh, không mở động cơ và bay đến gần hành tinh này với khoảng nhằm d như hình 3.1 theo quỹ đạo hyperbol. Biết hành tinh có khối lượng M, bán kính R và không có khí quyển, khối lượng m của tàu rất nhỏ so với khối lượng của hành tinh và trong quá trình chuyển động, tàu không bị chạm vào bề mặt hành tinh. Coi hệ gồm con tàu và hành tinh là hệ cô lập.

1. Hãy xác định :

   a) Góc lệch θ giữa phương chuyển động của tàu khi tàu đã bay qua, ra xa hành tinh và phương ban đầu.

   b) Điều kiện để tàu không bị chạm vào bề mặt hành tinh. Trong trường hợp thoả mãn điều kiện đó, với con tàu có tốc độ ban đầu v_0 cho trước, hãy xác định góc lệch θ cực đại và độ biến thiên động lượng cực đại của tàu sau khi đã bay qua và ra xa hành tinh.



Hình 3.1

2. Giả thiết khi bay tới điểm cực cận (điểm cách hành tinh một khoảng ngắn nhất) thì con tàu cách tâm hành tinh một khoảng 2R và phương chuyển động của tàu bị lệch đi một góc 45^0 so với khi ở xa vô cùng.

a) Xác định tốc độ ban đầu v_0 và khoảng nhầm d của tàu theo R, M.

b) Để tàu hạ cánh xuống bề mặt hành tinh tại điểm đối diện qua tâm hành tinh, người ta mở động cơ tàu trong thời gian ngắn để khí phụt ra theo phương chuyển động của tàu với tốc độ u so với tàu. Hỏi khối lượng nhiên liệu phải đốt cháy chiếm bao nhiêu phần khối lượng của tàu lúc đầu ?

3.2 Một giọt nước hình cầu nằm lơ lửng ở một vị trí cố định trong không khí, cách xa mặt đất và xa các vật khác. Nhiệt độ của giọt nước và không khí đều là T và không đổi. Khi nước bay hơi từ bề mặt giọt nước và khuếch tán trong không khí thì số phân tử hơi nước khuếch tán qua một đơn vị diện tích vuông góc với phương Ox bất kì, sau một đơn vị thời gian được xác định bằng công thức $N = -D\dfrac{dn}{dx}$, trong đó D là hệ số khuếch tán và không đổi, $\dfrac{dn}{dx}$ là độ biến thiên mật độ phân tử hơi nước trên một đơn vị chiều dài theo phương Ox, dấu trừ chứng tỏ dòng phân tử hơi nước khuếch tán hướng theo chiều giảm của mật độ. Bỏ qua tác dụng của trọng lực và coi hơi nước là khí lí tưởng.

1. Biết khối lượng riêng của hơi nước bão hoà ở sát giọt nước là ρ_{bh}, khối lượng riêng của hơi nước ở các điểm rất xa giọt nước là ρ_∞. Bỏ qua sự phụ thuộc khối lượng riêng của hơi nước bão hoà ρ_{bh} ở sát bề mặt giọt nước theo bán kính giọt nước trong quá trình nước bay hơi. Coi quá trình bay hơi là rất chậm.

a) Xác định khối lượng nước q bay hơi khỏi giọt nước có bán kính a trong một đơn vị thời gian.

b) Tính thời gian bay hơi hoàn toàn của một giọt nước có bán kính ban đầu là a.

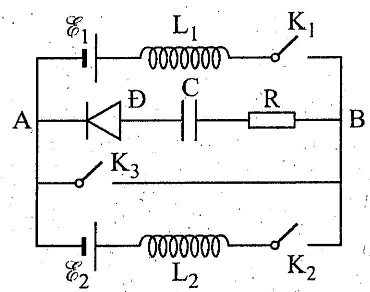
2. Giả thiết hơi nước trong môi trường không khí xung quanh giọt nước đều là hơi bão hoà ở cùng nhiệt độ T. Do lực căng mặt ngoài của nước mà giọt nước có dạng hình cầu và áp suất hơi bão hoà ở sát mặt giọt nước có giá trị lớn hơn áp suất hơi bão hoà ở xa giọt nước. Gọi p_{bh} là áp suất hơi bão hoà ở sát giọt nước và p_{bh_∞} là áp suất hơi bão hoà ở các điểm rất xa giọt nước. Biết rằng

ở nhiệt độ T, độ chênh lệch áp suất $p_{bh} - p_{bh_\infty}$ là nhỏ so với p_{bh}, hơi nước ở sát bề mặt giọt nước có khối lượng riêng là ρ_{bh}, suất căng mặt ngoài của nước là σ, khối lượng riêng của nước là ρ_n và khối lượng mol của hơi nước là μ.

a) Tính hiệu số $p_{bh} - p_{bh_\infty}$ khi giọt nước đang có bán kính là a.

b) Tìm thời gian để bán kính giọt nước giảm từ a đến $\frac{a}{3}$ trong khí quyển chứa đầy hơi nước bão hoà nêu trên.

3.3 Cho mạch điện có sơ đồ hình 13.2. Các nguồn điện một chiều $\mathscr{E}_1$ và $\mathscr{E}_2$ đều có suất điện động 5 V và điện trở trong không đáng kể. Hai cuộn cảm thuần L_1 và L_2 có độ tự cảm tương ứng là 0,5 H và 0,25 H. Tụ điện có điện dung C = 200 μF, điện trở có giá trị R. Điôt chỉnh lưu Đ là lí tưởng. Ban đầu, tụ điện chưa tích điện, K_1 và K_2 mở, K_3 đóng. Tại một thời điểm nào đó thì đóng K_1, sau khi đóng K_1 một thời gian $t_1 = 0,1$ s thì đóng K_2. Sau khi đóng K_2 một thời gian $t_2 = 0,2$ s thì mở K_3.



Hình 3.2

Tìm biểu thức phụ thuộc thời gian của điện tích trên bản của tụ điện C nối với B sau khi mở K_3 và tính hiệu điện thế cực đại của tụ điện C trong các trường hợp sau :

1. R = 5 Ω.

2. R = 60 Ω.

3.4 Một chùm sáng đơn sắc bước sóng λ, song song, tiết diện lớn, có số phôtôn trong một đơn vị thể tích là n.

1. Chiếu chùm sáng nói trên tới một mặt phẳng theo phương hợp với pháp tuyến của mặt phẳng một góc i. Xác định áp suất và lực của ánh sáng tác dụng lên một đơn vị diện tích của mặt phẳng này trong hai trường hợp sau :

   a) Mặt phẳng được ánh sáng chiếu tới là mặt gương có hệ số phản xạ là r.

   b) Mặt phẳng được ánh sáng chiếu tới là mặt nhám tán xạ ánh sáng. Giả thiết mọi phôtôn chiếu tới mặt này đều bị tán xạ và các phôtôn được tán xạ đều theo mọi phương (số phôtôn tán xạ từ một diện tích rất nhỏ trong cùng một thời gian theo các góc khối bằng nhau đều có giá trị như nhau).

2. Chùm sáng nói trên chiếu tới một quả cầu bán kính R ($R \gg \lambda$). Biết quả cầu nằm hoàn toàn trong chùm sáng. Tính lực do chùm sáng tác dụng lên quả cầu trong hai trường hợp sau :

a) Mặt cầu là mặt gương phản xạ lí tưởng.

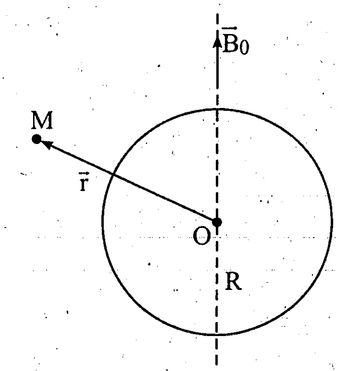
b) Mặt cầu là mặt nhám có tính chất đã nêu ở ý 1b.

3.5 Cho một quả cầu siêu dẫn có khối lượng m, bán kính R và trên bề mặt không có dòng điện chạy qua.

1. Quả cầu siêu dẫn trên được đặt vào trong một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}_0$ (Hình 3.3).

   a) Vẽ phác dạng đường sức từ ở vùng không gian gần quả cầu.

   b) Tìm vectơ cảm ứng từ do quả cầu sinh ra tại một điểm M nằm ngoài quả cầu xác định bởi $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$.

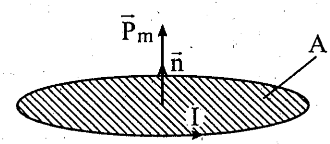


Hình 3.3

2. Quả cầu siêu dẫn chuyển động dọc theo trục, hướng đến tâm của một vòng dây tròn cố định có bán kính a ($a \gg R$). Biết trong vòng dây luôn có dòng điện không đổi có cường độ I. Gọi v là tốc độ của quả cầu khi nó đi đến điểm cách tâm vòng dây một khoảng là h. Tìm v để quả cầu có thể đến được tâm vòng dây. Bỏ qua tác dụng của trọng lực và lực cản môi trường.

Lưu ý : Trong quả cầu siêu dẫn từ trường luôn bằng 0.

Momen từ của một dòng điện tròn có cường độ I chạy quanh một mặt có diện tích A là $\vec{P}_m = I.A.\vec{n}$, với $\vec{n}$ là pháp tuyến của mặt (Hình 3.4).



Hình 3.4

Cảm ứng từ gây ra bởi một momen từ $\vec{\mu}_m$ tại một điểm cách nó một đoạn r xác định bởi $\vec{r}$ là $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3(\vec{\mu}_m.\vec{r}).\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{\mu}_m}{r^3}\right]$ với μ_0 là độ từ thẩm chân không.

Khi một momen từ $\vec{\mu}_m$ đặt trong từ trường $\vec{B}$ thì nó chịu tác dụng của một momen lực là $\vec{\tau} = \vec{\mu}_m \wedge \vec{B}$.

3.6 Xét chuyển động phi tương đối tính của một hạt nơtron khối lượng m_1, với vận tốc $\vec{v}_1$ tới va chạm với hạt bia có khối lượng m_2 đang đứng yên trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm. Nơtron bị tán xạ theo hướng vectơ đơn vị $\vec{n}$ lập góc Φ với phương chuyển động của nơtron tới trong hệ quy chiếu khối tâm. Giả thiết rằng va chạm là hoàn toàn đàn hồi.

1. a) Biểu diễn động lượng sau va chạm $\vec{p}'_1$ của nơtron tới và $\vec{p}'_2$ của hạt bia trong hệ phòng thí nghiệm dưới dạng $\alpha\vec{n} + \beta\vec{v}_1$ với các hệ số α và β được tính theo m_1, m_2 và $v_1 = |\vec{v}_1|$.

   b) Chứng minh rằng tỉ số giữa động năng của nơtron tán xạ và nơtron tới xét trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm là :

$$x = \frac{m_1^2 + m_2^2 + 2m_1m_2\cos\Phi}{(m_1 + m_2)^2}$$

2. Hạt bia là hạt nhân có số khối A, nơtron có khối lượng xấp xỉ bằng một đơn vị khối lượng nguyên tử. Coi quá trình tán xạ nơtron là đẳng hướng đối với hệ quy chiếu khối tâm. Xét trong hệ phòng thí nghiệm, hãy :

   a) Tính xác suất tìm được nơtron tán xạ có động năng nằm trong khoảng giữa $W'_đ$ và $W'_đ + dW'_đ$ ($W'_đ$ là động năng của nơtron tán xạ).

   b) Tính tỉ số giữa động năng trung bình của nơtron tán xạ và động năng của nơtron tới trong trường hợp hạt bia là hạt nhân bo (A = 10).

   c) Một nơtron bay đến vùng có nhiều hạt bia cùng loại và đang đứng yên. Sau khi bị va chạm với một hạt bia nào đó thì nơtron có thể va chạm với hạt bia tiếp theo. Hãy xác định số va chạm k cần thiết của nơtron với hạt bia để một khi một nơtron tới có năng lượng $W'_{đ_1}$ = 1MeV sau k lần va chạm sẽ được làm chậm lại và năng lượng chỉ còn $W'_{đ_k}$ = 0,05 eV trong các trường hợp sau :

   + Hạt bia là hạt nhân hiđrô có A = 1.

   + Hạt bia là hạt nhân bo có A = 10.

   + Hạt bia là hạt nhân sắt có A = 56.

   Hãy đưa ra nhận xét dùng loại hạt bia nào làm chậm nơtron tốt hơn.

(4) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2012, ngày thi thứ hai

4.1 Một hình trụ rỗng bán kính R được giữ thẳng đứng. Một đĩa mỏng đồng chất khối lượng m, bán kính r (r < R), lăn không trượt ở mặt trong của hình trụ sao cho tiếp điểm của nó với hình trụ luôn nằm trên một mặt phẳng nằm ngang.

Gọi μ là hệ số ma sát nghỉ giữa đĩa và hình trụ, θ là góc nghiêng của đĩa so với phương thẳng đứng. Cho gia tốc trọng trường là g, bỏ qua ma sát lăn và lực cản môi trường.

1. Giả sử đĩa lăn đều, không trượt và luôn nghiêng một góc $\theta = \theta_0$ không đổi.

   a) Tính vận tốc góc của khối tâm đĩa trong chuyển động quay quanh trục hình trụ.

   b) Hỏi θ_0 phải nằm trong khoảng giá trị $[\theta_{min}, \theta_{max}]$ nào thì điều giả sử trên (lăn không trượt với góc nghiêng không đổi) thoả mãn ?

2. Giả sử khi đĩa đang chuyển động với góc nghiêng θ_0 nằm trong khoảng $[\theta_{min}, \theta_{max}]$, người ta tác động trong thời gian ngắn làm cho đĩa thay đổi góc nghiêng một giá trị nhỏ. Biết rằng trong quá trình chuyển động tiếp theo, lực ma sát đủ lớn để giữ cho đĩa tiếp tục lăn không trượt.

   a) Gọi momen quán tính của đĩa đối với trục quay tiếp tuyến với đĩa và nằm trong mặt phẳng của đĩa là $I = \gamma mr^2$. Tìm giá trị của γ.

   b) Hãy phán đoán chuyển động tiếp theo của đĩa khi đĩa bị thay đổi góc nghiêng một giá trị nhỏ quanh góc θ_0. Giải thích.

4.2 Một máy nhiệt lí tưởng hoạt động theo các chu trình tuần hoàn với nguồn nóng là một khối nước có khối lượng $m_1 = 10$ kg ở nhiệt độ ban đầu $t_1 = 100^oC$, nguồn lạnh là một khối nước có khối lượng $m_2 = 5$ kg và ban đầu là nước đá ở nhiệt độ $t_2 = 0^oC$. Giả sử trong mỗi chu trình, nhiệt độ nguồn nóng và nguồn lạnh thay đổi không đáng kể. Các chu trình đều cho hiệu suất cực đại. Bỏ qua tương tác nhiệt với môi trường bên ngoài. Biết ẩn nhiệt nóng chảy của nước đá là $\lambda = 334$ kJ.kg^{-1} và nhiệt dung riêng của nước là $c = 4,18$ kJ.kg^{-1}.K^{-1}.

1. Xác định nhiệt độ t_3 của nguồn nóng khi khối nước đá đã tan được một nửa.

2. Xác định công lớn nhất A_{max} có thể nhận được và nhiệt độ cuối cùng t_c của nguồn nóng.

4.3 Một cuộn dây có lõi sắt được mắc vào hai cực A, B của nguồn điện xoay chiều có điện áp $u_{AB} = U_0\cos\omega t$ (U_0 và ω không đổi). Cuộn dây có độ tự cảm L và điện trở thuần không đáng kể, điện trở thuần R nối với trung điểm M của cuộn dây và N (H. 4.1). Biết lõi sắt có độ từ thẩm lớn và từ thông qua mỗi vòng dây trên cuộn cảm đều như nhau. Chỉ xét trường hợp khi các dòng điện trong mạch ở chế độ ổn định.

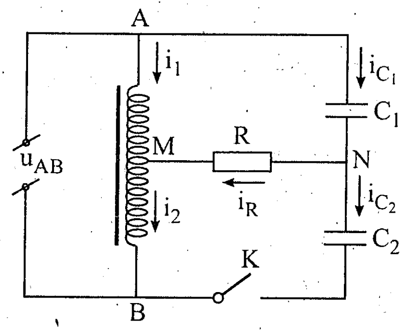
Cho biết $L\omega = \dfrac{4\sqrt{2}}{C_1\omega} = 4\sqrt{2}R$. Quy ước chiều dương và kí hiệu các dòng điện chạy trong mạch như trên hình 14.1.

1. Khoá K mở. Tìm biểu thức cường độ dòng điện qua mỗi nửa cuộn dây và độ lệch pha giữa chúng.
2. Khoá K đóng. Biết cường độ dòng điện qua điện trở R có biên độ tăng lên $\sqrt{2}$ lần so với khi K mở và sớm pha $\dfrac{\pi}{3}$ so với u_{AB}.

   Hãy xác định :

   a) Điện áp hiệu dụng trên các tụ điện.

   b) Tỉ số của các điện dụng $\dfrac{C_2}{C_1}$.



Hình 4.1

4.4 Một thị kính gồm hai thấu kính L_1 và L_2 mỏng, phẳng – lồi, đặt đồng trục. Các thấu kính được làm bằng thuỷ tinh chiết suất n và có tiêu cự tương ứng là f_1 và f_2 (đối với ánh sáng có bước sóng λ), đặt cách nhau một khoảng là e không đổi ($e < f_1$). Thấu kính L_1 ở phía trước gọi là kính trường và thấu kính L_2 ở phía sau gọi là kính mắt. Giả thiết rằng điều kiện tương điểm hoàn toàn được thoả mãn.

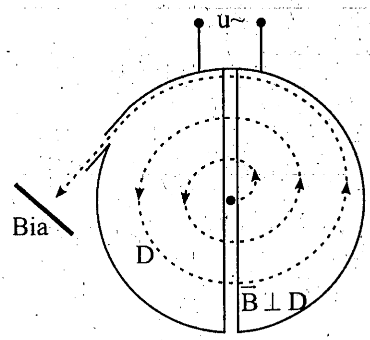
1. Chiếu vào thị kính một chùm sáng đơn sắc bước sóng λ song song với trục chính của thị kính. Biết chùm tia ló ra khỏi kính mắt hội tụ tại điểm F. Chứng minh rằng mỗi tia ló ra khỏi kính mắt đều có đường kéo dài cắt đường kéo dài của tia tới tương ứng với nó tại một điểm nằm trên một mặt phẳng cố định vuông góc với trục chính tại H. Xác định khoảng cách f = HF từ mặt phẳng này tới F.

2. Gọi f_{01}, f_{02} là tiêu cự của các thấu kính ứng với ánh sáng có bước sóng λ_0 và thấu kính có chiết suất tương ứng là n_0.

   a) Tìm điều kiện về khoảng cách e giữa hai thấu kính ($e = e_0$) để f tính ở ý 1 hầu như không thay đổi khi chiết suất n của thấu kính thay đổi một lượng nhỏ quanh giá trị n_0.

   b) Giả thiết chiết suất n của chất làm các thấu kính phụ thuộc vào bước sóng λ theo quy luật $n = a + \dfrac{b}{\lambda^2}$ (a, b là các hằng số dương ; a > 1) và khoảng cách giữa hai kính là ke_0 (e_0 tính ở ý 2a, k là hằng số dương). Tìm độ biến thiên ΔD (với $D = \frac{1}{f}$) theo độ biến thiên $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ của bước sóng. Coi $\lambda \ll \lambda_0$.

4.5 Xiclôtrôn là máy gia tốc hạt tích điện có cấu tạo gồm hai hộp rỗng có dạng trụ nửa hình tròn gọi là các D, đặt cách nhau một khoảng rất nhỏ (khe). Máy được đặt trong một buồng đã hút hết không khí. Các D được nối với nguồn điện có điện áp u biên độ không đổi nhưng dấu thay đổi một cách tuần hoàn theo thời gian với tần số f_0. Một nam châm điện mạnh tạo ra một từ trường đều có vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với các mặt D.



Hình 4.2

Một hạt prôtôn có khối lượng nghỉ m_0, mang điện tích e phát ra giữa hai thành khe, được gia tốc bởi máy xiclôtrôn đến va đập vào bia như trên hình 4.2.

1. Khi hạt có tốc độ nhỏ, để đảm bảo sự đồng bộ (hạt luôn được điện trường tăng tốc khi đi qua khe) thì cảm ứng từ trong các D cần có trị số B_0 là bao nhiêu ?
2. Khi hạt có tốc độ lớn mà tần số dòng xoay chiều và cảm ứng từ B không đổi thì xuất hiện sự không đồng bộ cản trở sự tăng năng lượng của hạt. Để thực hiện sự đồng bộ, có thể có hai cách sau :

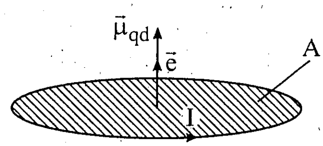
a) Thay đổi tần số f của điện áp u, giữ nguyên biên độ điện áp và cảm ứng từ $B = B_0$. Chọn t = 0 là thời điểm hạt chuyển động với tần số f_1. Tìm quy luật thay đổi của f theo thời gian t để đảm bảo sự đồng bộ và sau mỗi vòng chuyển động, năng lượng của hạt tăng thêm một lượng không đổi là ΔE.

b) Thay đổi cảm ứng từ để tần số chuyển động của hạt luôn là f_0 không đổi. Hãy :

– Tìm quy luật thay đổi cảm ứng từ B theo động năng $W_đ$ của hạt.

– Tìm quy luật thay đổi bán kính quỹ đạo của hạt theo cảm ứng từ B.

4.6 Trong mẫu nguyên tử Bo, khi êlectron chuyển động quanh hạt nhân trên quỹ đạo dừng thứ n thì momen động lượng của nó bằng một số nguyên lần hằng số Plăng rút gọn $L_n = n\hbar$. Mẫu nguyên tử Bo đã cơ bản giải thích được cấu trúc quang phổ vạch của hiđrô. Tuy nhiên, khi sử dụng máy quang phổ hiện đại người ta nhận thấy thực tế mỗi vạch trên lại bao gồm hai vạch nằm sát nhau và quang phổ như vậy gọi là quang phổ có cấu trúc tế vi. Nguyên nhân của sự tách vạch này là do êlectron không chỉ chuyển động trên quỹ đạo quanh hạt nhân mà còn chuyển động tự quay quanh trục qua tâm của nó với momen động lượng tự quay $\vec{S}$ gọi là spin và chuyển động tự quay này sinh ra momen từ gọi là momen từ spin. Tuỳ thuộc vào định hướng của spin và chuyển động quỹ đạo của êlectron, năng lượng của êlectron có thể tăng hoặc giảm một chút so với khi không tính đến spin. Trong bài toán này ta sẽ nghiên cứu sự tách vạch quang phổ được mô tả ở trên do tương tác spin – quỹ đạo gây ra bằng mô hình giả định bán cổ điển khi coi êlectron như một quả cầu đặc tích điện đều có điện tích e, khối lượng m quay đều xung quanh một trục đối xứng của nó.



Hình 4.3

1. Biết momen động lượng ứng với chuyển động tự quay của êlectron có độ lớn $S = s\hbar\left(s = \frac{1}{2}\right)$.

   Hãy tính momen từ spin của êlectron do sự tự quay gây nên. Nhận xét về kết quả thu được so với momen từ spin của êlectron thực tế là $\mu_s = 2s\mu_B$, với $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$ là manhêtôn Bo.

   Cho biết momen từ của một dòng điện tròn có cường độ I chạy quanh một mặt có diện tích A là $\vec{\mu}_{qd} = I.A.\vec{e}$ ($\vec{e}$ là vectơ pháp tuyến mặt của A) (Hình 4.3).

2. Khảo sát êlectron đang chuyển động trên quỹ đạo thứ n trong nguyên tử hiđrô. Xét trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm của êlectron, hạt nhân mang điện tích chuyển động và sinh ra từ trường. Spin của êlectron bị lượng tử hoá, hình chiếu của nó lên phương từ trường chỉ có thể nhận một trong hai giá trị $\pm s\hbar$, với $s = \frac{1}{2}$. Tính năng lượng tương tác của từ trường hạt nhân và momen từ spin của êlectron qua n, s, hằng số tế vi $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ và hằng số Rít-béc $R_y = \frac{mk^2e^4}{2\hbar^2}$

   ($k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$; ε_0 là hằng số điện ; μ_0 là độ từ thẩm của chân không).

   Cho biết :

   – Momen từ spin của êlectron là $\mu_s = 2s\mu_B$.

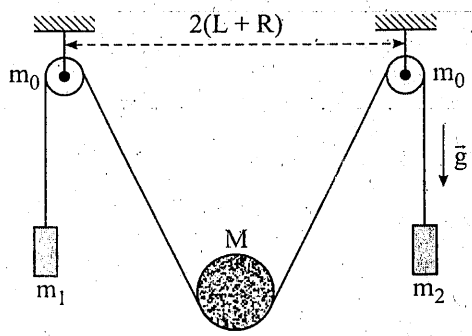
   – Năng lượng tương tác giữa momen từ $\vec{M}$ và từ trường $\vec{B}$ là $U = -\vec{M}.\vec{B}$.

3. Khi chuyển từ hệ quy chiếu gắn với êlectron ở trên về hệ quy chiếu phòng thí nghiệm, do hiệu ứng tương đối tính Tô-mát, năng lượng tương tác vừa tính ở ý 2 giảm đi một nửa giá trị. Hãy tính hiệu bước sóng của hai vạch kép khi êlectron chuyển từ trạng thái kích thích ứng với $n = 2$ về trạng thái cơ bản (trạng thái có năng lượng thấp nhất).

4. Các vạch sáng trong quang phổ của nguyên tử hiđrô có độ rộng. Điều này có thể giải thích là do các mức năng lượng có tính bất định (bất định Hai-xen-béc) và do chuyển động nhiệt của các nguyên tử. Bỏ qua sự bất định Hai-xen-béc, bỏ qua tương tác spin – quỹ đạo, hãy đánh giá bề rộng của vạch phổ do êlectron chuyển từ trạng thái kích thích ứng với quỹ đạo n về trạng thái cơ bản gây nên. Cho biết nguyên tử hiđrô nằm trong môi trường có nhiệt độ T.

(5) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2013, ngày thi thứ nhất

Treo hệ gồm hai vật m_1, m_2, giống hệt nhau có cùng khối lượng m và một quả cầu đặc đồng chất có khối lượng M, bán kính R vào hai ròng rọc cố định bằng hai sợi dây mảnh, mềm, nhẹ, không dãn và đủ dài. Các sợi dây nối vào quả cầu tại hai điểm ở hai đầu một đường kính song song với mặt phẳng nằm ngang như hình 5.1. Hai ròng rọc giống hệt nhau có dạng hình trụ đặc, đồng chất, khối lượng m_0, bán kính r và nằm trên cùng độ cao, cách nhau một khoảng $2(L + R)$. Biết $r \ll L$ và ròng rọc có trục vuông góc với mặt phẳng hình vẽ. Bỏ qua ma sát ở trục quay và lực cản không khí. Giả thiết rằng dây không trượt trên ròng rọc. Gia tốc rơi tự do là $\vec{g}$.



Hình 5.1

1. Xác định điều kiện cần thiết để hệ cân bằng và tính khoảng cách từ tâm hình học của M đến mặt phẳng chứa hai trục của ròng rọc khi hệ cân bằng.

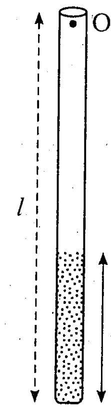
2. Từ vị trí cân bằng kéo vật M xuống phía dưới một đoạn nhỏ A theo phương thẳng đứng rồi buông nhẹ.

   a) Tìm chu kì dao động của các vật.

   b) Tính vận tốc cực đại của M, m_1 và m_2.

3. Khi hệ thống đang nằm yên tại vị trí cân bằng thì đoạn dây nối vật M và ròng rọc bên trái bị đứt. Tính gia tốc của m_2 và lực căng của các phần sợi dây nối m_2 với ròng rọc và ròng rọc với M ngay tại thời điểm dây nối bị đứt.

5.2 Một ống kim loại mỏng, nhẹ chứa thuỷ ngân có thể dao động quanh một trục nhỏ cố định, nằm ngang đi qua điểm O ở đầu ống (H. 5.2). Hệ số dãn nở khối của thuỷ ngân là $\alpha = 18.10^{-5}K^{-1}$, hệ số dãn nở dài của kim loại làm ống là $\beta = 1,0.10^{-5}K^{-1}$. Gọi tỉ số chiều dài của đoạn ống chứa thuỷ ngân so với chiều dài của cả ống là x ($0 < x < 1$). Bỏ qua mọi ma sát và sự tương tác giữa thuỷ ngân và thành ống.

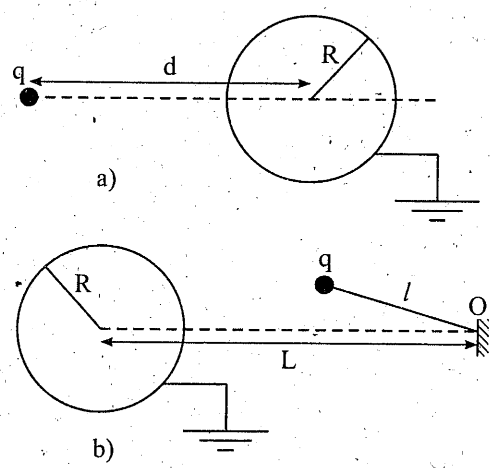


Hình 5.2

1. Ống đứng yên. Tìm giá trị $x = x_0$ để khoảng cách từ đầu O đến trọng tâm của khối thuỷ ngân hầu như không phụ thuộc vào nhiệt độ.
2. Cho ống thực hiện dao động nhỏ quanh trục qua O. Tìm giá trị $x = x_1$ để chu kì dao động của ống hầu như không phụ thuộc vào nhiệt độ.
3. Giả thiết ở nhiệt độ nào đó $x = 0,5$ và chiều dài ống là l. Biết nhiệt dung riêng của thuỷ ngân trong ống là c, khối lượng thuỷ ngân là m. Tính nhiệt lượng cần cung cấp cho ống để nhiệt độ thuỷ ngân tăng thêm Δt. Bỏ qua nhiệt dung của ống và sự trao đổi nhiệt với môi trường xung quanh.

5.3 Một điện tích mang điện tích dương q được đặt gần một quả cầu kim loại bán kính R. Quả cầu được nối đất và giữ cố định (Hình 5.3).

1. Điện tích điểm q được đặt cố định tại một điểm nằm cách tâm quả cầu một khoảng d (Hình a). Xác định vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ tại các điểm nằm trên đường nối điện tích và tâm quả cầu, cách điện tích q một khoảng r. Vẽ phác dạng đồ thị về sự phụ thuộc cường độ điện trường E theo khoảng cách r.
2. Điện tích điểm q có khối lượng m được nối với một sợi dây mềm, nhẹ, mảnh, không dãn, cách điện và có chiều dài l. Đầu kia của dây được gắn vào điểm O cố định (Hình b). Điểm O và tâm quả cầu cách nhau L ($L > l + R$). Bỏ qua tác dụng của trọng lực. Kích thích để q dao động nhỏ trong điện trường. Tìm tần số dao động.



Hình 5.3

54 Một nhiệt kế chất lỏng được đặt trong không khí có cấu tạo gồm phần vỏ thuỷ tinh chiết suất n_{tt} có dạng ống trụ, bán kính ngoài R và phần rỗng bên trong có bán kính r chứa chất lỏng. Hai mặt trong và ngoài của vỏ này là nhẵn và có chung trục O được đặt thẳng đứng. Một người đặt mắt tại M cách trục O của nhiệt kế một khoảng D và quan sát cột chất lỏng theo phương vuông góc với trục O. Bỏ qua sự thay đổi chiết suất của các môi trường theo tần số ánh sáng. Hãy xác định góc trông trong mặt phẳng nằm ngang mà mắt người đó nhìn thấy được cột chất lỏng. Xét hai trường hợp sau :

1. Chất lỏng là thuỷ ngân phản xạ hoàn toàn ánh sáng từ không khí khúc xạ qua thuỷ tinh đến bề mặt của nó.
2. Chất lỏng là một dung dịch chiết suất n_{dd} đã được hoà tan một chất huỳnh quang phát ánh sáng đỏ theo mọi phương khi được chiếu rọi bởi ánh sáng trắng. Cho $n_{dd} < n_{tt}$.

55 Một tàu vũ trụ bay thẳng từ Trái Đất đến một ngôi sao ở cách Trái Đất một khoảng L. Trên nửa quãng đường đầu tàu chuyển động nhanh dần với gia tốc riêng (gia tốc đối với hệ quy chiếu quán tính có vận tốc bằng vận tốc của tàu ở mỗi thời điểm) có độ lớn không đổi là a. Coi hệ quy chiếu gắn với Trái Đất là hệ quy chiếu quán tính. Chọn mốc thời gian t = 0 ở thời điểm tàu bắt đầu phóng.

1. Khi tàu còn đang ở trên nửa quãng đường đầu, hãy tính vận tốc của tàu ở thời điểm t và quãng đường tàu đi được trong thời gian t đối với quan sát viên đứng yên trên Trái Đất.
2. Trong nửa quãng đường sau, con tàu chuyển động chậm dần với gia tốc riêng có độ lớn là a. Hãy tính thời gian tàu đi từ Trái Đất đến ngôi sao đối với quan sát viên đứng yên trên Trái Đất và đối với nhà du hành ngồi trên tàu.

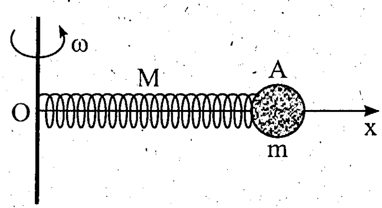
   Cho biết $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = ln\left(x + \sqrt{a^2 + x^2}\right)$.

56 Nghiên cứu nguyên tử hiđrô theo mẫu nguyên tử Bo. Nguyên tử hiđrô được coi như hệ cô lập gồm hai hạt mang điện bao gồm hạt nhân có khối lượng M mang điện tích dương e và êlectron có khối lượng m mang điện tích –e. Êlectron chuyển động trên các quỹ đạo dừng, xác định dưới tác dụng của lực hút Cu-lông. Biết khi êlectron chuyển động trên quỹ đạo dừng thứ n, momen động lượng của nguyên tử có giá trị $L_n = n\frac{h}{2\pi}$ với h = $6{,}626.10^{-34}$ J.s là hằng số Plăng. Cho biết khối lượng êlectron $m = 9,1.10^{-31}$ kg ; điện tích nguyên tố $e = 1,6.10^{-19}$ C ; khối lượng hạt nhân $M = 1836m$.

1. Tính vận tốc của êlectron khi nó chuyển động trên quỹ đạo dừng ứng với $n = 1$ và xác định các tần số ánh sáng mà nguyên tử hiđrô có thể hấp thụ khi nó đang ở trạng thái cơ bản.
2. Coi bán kính nguyên tử là bán kính quỹ đạo dừng thứ nhất ($n = 1$) của êlectron. Sử dụng nguyên lí bất định Hai-xen-béc, đánh giá độ bất định vận tốc của êlctron trong nguyên tử. Nhận xét về giá trị độ bất định vận tốc vừa tính được với giá trị vận tốc tính từ ý 1.
3. Giả thiết quỹ đạo dừng của êlectron là các đường tròn đồng phẳng, đồng tâm. Người ta đặt nguyên tử vào một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo của êlectron và $\vec{B}$ có độ lớn rất nhỏ. Giả thiết rằng êlectron vẫn chuyển động trên quỹ đạo tròn trong mặt phẳng vuông góc với từ trường. Tìm biểu thức xác định bán kính quỹ đạo dừng các mức năng lượng của êlectron.

(6) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2013, ngày thi thứ hai

6.1 Một lò xo có độ cứng k, chiều dài tự nhiên L_0 và có khối lượng M phân bố đều theo chiều dài khi không bị biến dạng. Một đầu lò xo được gắn cố định ở O, đầu kia gắn với quả cầu A khối lượng m, kích thước nhỏ. Quả cầu có thể dịch chuyển không ma sát trên một trục nằm ngang Ox (H. 6.1). Người ta quay trục Ox với tốc độ góc ω không đổi quanh một trục thẳng đứng đi qua đầu O của lò xo. Gọi chiều dài của lò xo khi hệ cân bằng là L.



Hình 6.1

1. Tìm L trong hai trường hợp sau :

   a) Bỏ qua khối lượng m so với M ($m \ll M$).

   b) Khối lượng m đáng kể so với M.

2. Tìm động năng của hệ gồm quả cầu và lò xo khi hệ cân bằng.

Cho biết : $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x$; $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{a^2}{2}\left(\arcsin\frac{x}{a} - \frac{x}{a}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\right)$.

6.2

Bài 1. Một trong những phương pháp làm lạnh hiện đại có thể đạt được nhiệt độ rất thấp là phương pháp khử từ đoạn nhiệt. Để tìm hiểu phương pháp này ta hãy xét một mô hình đơn giản : Hệ gồm N hạt giống nhau, mỗi hạt đều có momen từ có độ lớn μ không đổi. Khi đặt hệ N hạt trên trong một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$, giả thiết rằng momen từ của các hạt chỉ định hướng theo phương song song với từ trường và sự thay đổi năng lượng của hệ chủ yếu là do tương tác của các momen từ với từ trường. Khi hệ hạt ở nhiệt độ T, xác suất để momen từ định hướng cùng chiều với từ trường là $P_+ = Ae^{-\frac{E_+}{kT}}$ và ngược chiều với từ trường là $P_- = Ae^{-\frac{E_-}{kT}}$.

Trong đó A là hệ số chuẩn hoá, $E_+ = -\mu B$ và $E_- = \mu B$ là các giá trị năng lượng của hạt khi momen từ của nó cùng chiều hoặc ngược chiều với từ trường, k là hằng số Bôn-xơ-man, T là nhiệt độ tuyệt đối. Bỏ qua tương tác giữa các hạt trong hệ.

1. Tính hệ số chuẩn hoá A và năng lượng trung bình của hệ.
2. Tính entropy S của hệ theo cảm ứng từ B và nhiệt độ T. Biết rằng $\lim\limits_{x \to \infty} S = 0$.
3. Nhiệt độ ban đầu của hệ là 100 K khi đặt trong từ trường có cảm ứng từ B = 1 T. Giữ hệ đoạn nhiệt và giảm chậm từ trường ngoài về 10^{-3} T, tính nhiệt độ của hệ khi đó.

Bài 2. Thế năng của các phân tử khí trong một trường xuyên tâm nào đó phụ thuộc vào khoảng cách đến tâm của trường theo công thức : $U(r) = \alpha r^2$, với α là một hằng số dương. Khi nhiệt độ khí là T, mật độ khí ở tâm của trường là n_0.

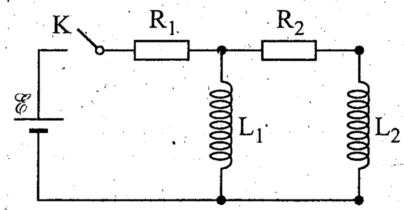
1. Chứng minh rằng mật độ khí ở điểm cách tâm một khoảng r tuân theo phân bố Bôn-xơ-man $n(r) = n_0 e^{-\frac{U(r)}{kT}} = n_0 e^{-\frac{\alpha r^2}{kT}}$, với k là hằng số Bôn-xơ-man.
2. Tìm tỉ số giữa số các phân tử khí nằm trong khoảng có thế năng U và U + dU và tổng số phân tử khí trong trường.
3. Để mật độ các phân tử khí ở tâm của trường tăng lên tám lần thì phải tăng hay giảm nhiệt độ khí đi bao nhiêu lần ?

Cho biết : $\int\limits_0^{\infty} e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$.

6.3 Cho mạch điện như hình 6.2. Hai cuộn dây L_1 và L_2 là thuần cảm và đều có độ tự cảm là L, các điện trở R_1 và R_2 đều bằng R, nguồn điện có suất điện động $\mathscr{E}$ và điện trở trong không đáng kể. Lúc đầu khoá K mở. Chọn mốc thời gian t = 0 kể từ thời điểm bắt đầu đóng khoá K.

1. Đóng khoá K, xác định cường độ dòng điện qua các cuộn dây theo thời gian t và vẽ phác dạng đồ thị biểu diễn các dòng điện ấy theo t.

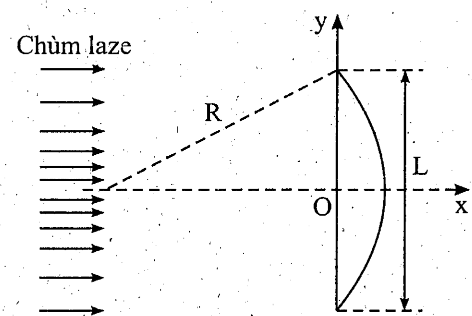
2. Tính điện lượng tổng cộng qua R_2 sau khi đóng K.



Hình 6.2

3. Thay cuộn dây L_1 bằng một tụ điện có điện dung C (ban đầu tụ điện chưa tích điện). Đóng khoá K, tính cường độ dòng điện qua tụ điện theo thời gian t.

6.4 Cho một khối thuỷ tinh trong suốt dạng hình lăng trụ đứng có đáy dạng một phần của hình tròn (H. 6.3) và chiều cao là H được đặt trong không khí. Bán kính cong của đáy là R, độ rộng L = R. Chọn hệ trục toạ độ Oxyz sao cho mặt phẳng yOz trùng với mặt phẳng bên của lăng trụ, gốc O nằm tại tâm mặt phẳng và mặt xOy song song với mặt phẳng đáy của lăng trụ. Biết vật liệu



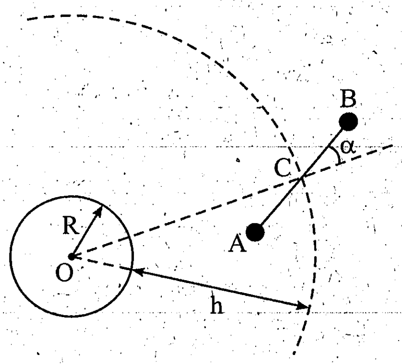
Hình 6.3

làm lăng trụ có chiết suất phụ thuộc vào toạ độ x theo công thức : $n(x) = \sqrt{3} + \frac{2x}{R}$.

Người ta chiếu một chùm tia laze rộng, song song với trục Ox tới vuông góc với mặt phẳng yOz của lăng trụ. Chùm laze có cường độ sáng phân bố đều trên độ rộng của chùm theo phương trục z nhưng thay đổi theo phương trục y dạng $I(y) = I_0\left(1 - \frac{|y|}{R}\right)$ với I_0 là cường độ sáng tại y = 0. Coi rằng các tia laze không bị phản xạ trên các bề mặt lăng trụ.

1. Các tia ló khỏi lăng trụ cắt mặt phẳng xOz trong vùng nào ?
2. Tìm lực do chùm laze tác dụng lên lăng trụ.
3. Người ta dịch lăng trụ dọc theo phương Oy một đoạn $\left(a < \frac{R}{2}\right)$. Giả thiết lăng trụ không bị xoay. Tìm các thành phần F_x, F_y của lực do chùm sáng tác dụng lên lăng trụ.

6.5 Trái Đất coi như hình cầu có khối lượng M, tâm O, bán kính R. Hệ quy chiếu gắn với Trái Đất được xem như hệ quy chiếu quán tính. Từ mặt đất, một vệ tinh nhân tạo được phóng lên quỹ đạo tròn quanh Trái Đất ở độ cao h so với mặt đất (H. 6.4). Khi vệ tinh đang chuyển động ổn định ở độ cao h, vệ tinh tự động mở các tấm pin mặt trời ra hai bên. Khi đó có thể coi gần đúng vệ tinh như một hệ gồm hai chất điểm A, B có khối lượng giống nhau m, được nối với nhau bằng một thanh cứng nhẹ, dài $2l$, có khối tâm C ở độ cao h. Thanh cứng nằm trong mặt phẳng quỹ đạo và tạo với phương OC một góc α. AB chỉ có thể quay quanh trục vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo và đi qua C.



Hình 6.4

1. Tìm các giá trị α ứng với các vị trí cân bằng của vệ tinh.
2. Khi vệ tinh chuyển động, tấm pin mặt trời dao động nhỏ quanh vị trí cân bằng bền. Tính chu kì dao động đó.

6.6 Xác định điện trở thuần và độ tự cảm của cuộn dây

Để xác định điện trở thuần và độ tự cảm của một cuộn dây cho trước, người ta sử dụng mạch cầu và dùng điện kế G để xác định trạng thái khi cầu cân bằng.

Cho các dụng cụ và linh kiện sau :

- 01 cuộn dây cần xác định độ tự cảm L và điện trở thuần r ;
- 02 hộp điện trở thuần có thể đặt được các giá trị điện trở ;
- 01 điện trở thuần đã biết giá trị ;
- 01 tụ điện biết trước điện dung C ;
- 01 nguồn điện một chiều chưa biết giá trị điện áp ;
- 01 nguồn điện xoay chiều có thể thay đổi tần số trong dải rộng nhưng chưa biết giá trị điện áp và tần số ;
- 01 điện kế G có các chế độ cho phép xác định trạng thái khi dòng một chiều hoặc dòng xoay chiều qua nó bằng 0 ;
- Dây nối, khoá K cần thiết.

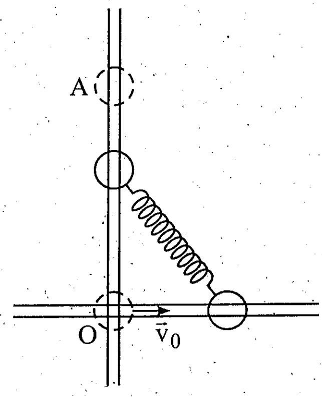
Yêu cầu :

1. Vẽ sơ đồ thí nghiệm, nêu các bước tiến hành để xác định điện trở thuần r của cuộn dây.
2. Trình bày hai phương án thí nghiệm khác nhau để xác định độ tự cảm L của cuộn dây. Mỗi phương án yêu cầu : vẽ sơ đồ thí nghiệm, nêu các bước tiến hành để xác định L.

(7) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2014, ngày thi thứ nhất

7.1

1. Hai quả cầu nhỏ có cùng khối lượng m = 10 g được nối với nhau bằng một lò xo nhẹ, có chiều dài tự nhiên l = 10 cm và độ cứng k = 100 N/m. Hai quả cầu này có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang dọc theo hai thanh (Hình 7.1). Ban đầu lò xo không biến dạng, hai quả nằm ở A và O như hình vẽ. Truyền cho quả cầu ở O vận tốc v_0 = 2 m/s. Tính độ dãn tỉ đối lớn nhất của lò xo.
2. Giải lại bài toán trên trong trường hợp các quả cầu có thể chuyển động không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang.

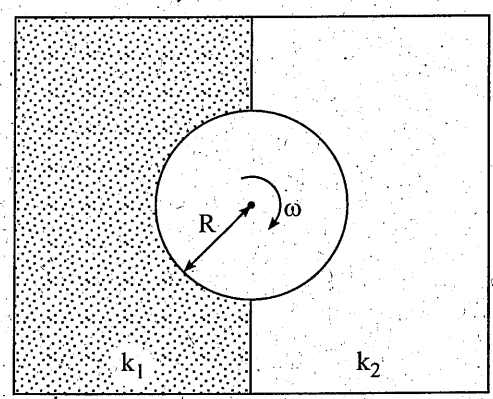


Hình 7.1

7.2 Một đĩa đồng chất nằm ngang, khối lượng M, bán kính R, đang quay với vận tốc góc ω_0 quanh trục thẳng đứng đi qua tâm đĩa thì rơi lên mặt sàn nằm ngang. Lực cản của sàn tác dụng lên phần đĩa diện tích ΔS có vận tốc $\vec{v}$ là $\vec{F}_c = -k\Delta S.\vec{v}$, với k là hệ số cản (Hình 7.2).

Mặt sàn gồm hai phần được ngăn cách nhau bởi đường thẳng Δ, có hệ số cản là k_1, k_2 ($k_1 > k_2$). Tại thời điểm ban đầu, tâm đĩa nằm trên đường phân cách Δ.

1. Xác định độ lớn gia tốc góc và gia tốc khối tâm của đĩa tại thời điểm ban đầu.
2. Tìm khoảng cách mà tâm đĩa bị dịch đi từ thời điểm ban đầu cho đến khi dừng hẳn.



Hình 7.2

7.3 Một bình hình trụ có vỏ dẫn nhiệt, chiều dài L chứa một lượng khí lí tưởng lưỡng nguyên tử có khối lượng mol μ. Bình được đặt thẳng đứng trong trọng trường g. Giữ cố định nhiệt độ đáy dưới của bình là T_0. Khi trạng thái dừng được thiết lập (không có đối lưu) nhiệt độ đáy trên của bình là T_L.

1. Tìm T_L theo T_0, μ, g và L.

2. Xác định vị trí khối tâm của lượng khí trong bình.

3. Tính nhiệt dung mol đẳng tích của khí trong bình.

7.4 Một từ trường $\vec{B}$ đối xứng quanh trục Oz. Trong hệ toạ độ trụ, tại $M(r, \theta, z)$ ở lân cận trục (điều kiện cận trục), cảm ứng từ có các thành phần sau :

$$\begin{cases} B_z = B_z(z) \\ B_r = -\dfrac{r}{2}\dfrac{dB_z}{dz} \end{cases} \qquad (*)$$

trong đó B_z là hàm khả vi đến bậc hai của biến z. Xét một nguồn điểm A trên Oz phát ra các prôtôn có vận tốc $\vec{v}_0$ hợp với Oz góc α. Bỏ qua trọng lực và chỉ xét α nhỏ.

1. Chứng minh rằng phương trình chuyển động của prôtôn có dạng :

$$\begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt} = kB_z \\ \dfrac{d^2r}{dt^2} = -k^2 r B_z^2 \\ \dfrac{d^2z}{dt^2} = 0 \end{cases}$$

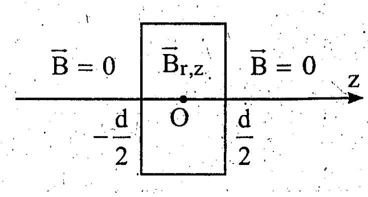
với k là hằng số phụ thuộc vào khối lượng m, điện tích e của prôtôn.

2. Chứng minh quỹ đạo của prôtôn tuân theo phương trình vi phân :

$$\frac{d^2r}{dz^2} + \left(\frac{eB_z}{2mv_0\cos\alpha}\right)^2 r = 0$$

Từ phương trình này, chứng tỏ rằng mọi prôtôn được phát từ A với cùng độ lớn vận tốc v_0 sẽ có quỹ đạo cắt Oz tại cùng một điểm.

3. Thấu kính từ mỏng là một vùng không gian tâm O và độ dày nhỏ d, trong đó có một từ trường đối xứng trục. Xét từ trường bên trong thấu kính có dạng như hình 7.3. Bỏ qua từ trường ở bên ngoài thấu kính và giả sử khoảng cách r của các prôtôn tới trục gần như không đổi trong thấu kính mỏng đó. Xét một chùm prôtôn có cùng vận tốc v_0 đi qua thấu kính mỏng song song với trục Oz. Chứng minh rằng thấu kính này là thấu kính hội tụ có tiêu cự ảnh f' xác định bởi :



Hình 7.3

$$\frac{1}{f'} = \left(\frac{e}{2mv_0}\right)^2 \int_{-d/2}^{d/2} B_z^2 dz$$

Áp dụng : Tính độ tụ của thấu kính từ trong trường hợp B được cho bởi $B_z = B_0 e^{-az^2}$. Cho $e = 1{,}6.10^{-19}$ C, $m = 1{,}67.10^{-27}$ kg, $v_0 = 2.10^5$ m/s, $B_0 = 0{,}08$ T, $a = 72\ m^{-2}$, $d = 8$ mm, $\int\limits_0^{0{,}048} e^{-t^2} dt = 0{,}047963$.

7.5 Một hạt nhân có A nuclôn gồm Z prôtôn và N nơtron. Năng lượng liên kết là năng lượng tối thiểu cần thiết để tách tất cả A nuclôn ra khỏi nhau. Nó được cho bởi công thức bán thực nghiệm sau :

$$E(A,Z) = a_V A^{\alpha} - a_S A^{\beta} - \frac{a_C Z^{\gamma}}{A^{\delta}} - a_A \frac{(A-2Z)^{\sigma}}{A} \qquad (**)$$

trong đó a_V, a_S,..., α, β,... là các hệ số.

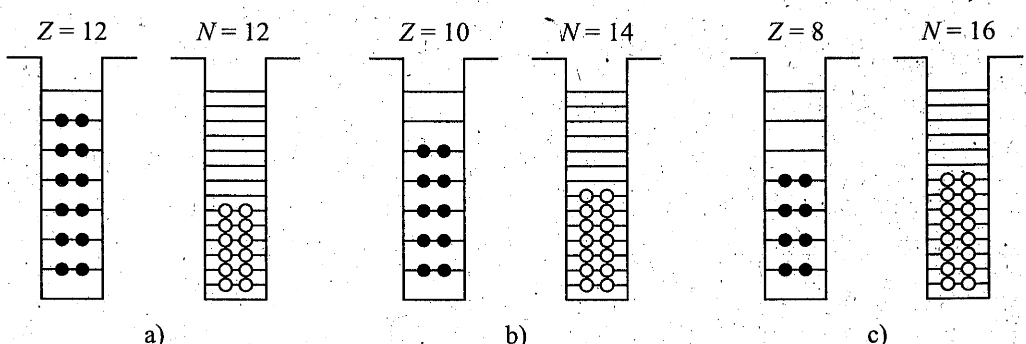
1. Trong mỗi giọt, hạt nhân được coi là gồm A quả bóng nuclôn giống nhau, dính sát vào nhau và lực hạt nhân giữa các nuclôn chỉ có tác dụng khi chúng tiếp xúc nhau. Gọi u là năng lượng liên kết giữa hai nuclôn khi các quả bóng xếp chặt vào nhau, mỗi quả sẽ bị bao quanh bởi 12 quả khác. Tính α, a_V theo u.
2. Thực tế, chỉ có các nuclôn bên trong lòng hạt nhân mới có 12 nuclôn khác bao quanh. Còn các nuclôn ở lớp ngoài của hạt nhân chỉ có 6 nuclôn khác bao. Do vậy ở ý 1 ta đã tính thừa năng lượng liên kết. Số hạng thứ hai trong (**) là do hạt nhân có bề mặt. Biết rằng hệ số xếp chặt, tức là tỉ lệ giữa thể tích tổng cộng của các nuclôn và thể tích hạt nhân là η. Tính β, a_S theo u, η.
3. Do các prôtôn mang điện tích dương giống nhau, nên số hạng thứ ba của (**) chính là độ giảm của năng lượng liên kết bởi lí do này. Coi hạt nhân là một quả cầu tích điện đều, hãy tìm các chỉ số γ, δ và biểu diễn hệ số a_C theo ε_0, điện tích nguyên tố e và bán kính R_0 của nuclôn.
4. Số hạng thứ tư trong (**) là do sự bất đối xứng giữa số hạt nhân prôtôn và số hạt nơtron. Ta sẽ kết hợp với mẫu vỏ để tìm biểu thức của số hạng này. Giả thiết các nuclôn không tương tác với nhau và bị giam trong thể tích của hạt nhân mà thế năng có dạng $U(r) = \frac{1}{2}kr^2$, k là một hệ số dương, r là khoảng cách từ tâm hạt nhân đến nuclôn. Năng lượng của các hạt nuclôn sẽ bị lượng tử hoá.

a) Trước hết xét chuyển động của các hạt nuclôn theo trục Ox với $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$. Vẽ hệ toạ độ với trục hoành là x và trục tung là p. Hệ toạ độ đó gọi là không gian pha và trạng thái của nuclôn tại một thời điểm bất kì bởi một điểm trong không gian pha gọi là điểm pha. Theo thời gian, điểm pha di chuyển trong không gian pha vẽ nên quỹ đạo pha. Hạt cổ điển dao động điều hoà sẽ có quỹ đạo pha là đường elip mà diện tích của nó tỉ lệ với năng lượng của hạt. Với hạt lượng tử thì các trạng thái dừng sẽ ứng với một số giá trị xác định của diện tích thoả mãn điều kiện lượng tử hoá $S_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)h$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, $h = 6{,}625.10^{-34}$ J.s.

Chứng minh rằng các mức năng lượng của hạt nuclôn có dạng $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{h}{2\pi}$, với $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (m là khối lượng nuclôn).

b) Hãy tìm biểu thức các mức năng lượng của hạt chuyển động trong hố thế ba chiều với giả thiết dao động theo các phương là độc lập.

c) Các nuclôn bị chi phối bởi nguyên lí loại từ Pao-li, ở mỗi mức năng lượng không có quá một hạt cùng loại. Vì nuclôn có spin, có thể hướng lên hoặc hướng xuống nên nguyên lí loại trừ Pao-li cho phép tối đa hai nuclôn cùng loại ở trên cùng một mức năng lượng, một hạt có spin hướng lên, một hạt có spin hướng xuống. Prôtôn và nơtron là hai loại hạt khác nhau nên nguyên lí loại trừ Pao-li áp dụng cho từng nhóm hạt. Bỏ qua sự chênh lệch khối lượng của hai hạt này thì mức năng lượng của chúng là giống nhau hoàn toàn. Hình 7.4 là ví dụ về sự sắp xếp các nuclôn của hạt nhân có cùng số khối A : hình a ứng với N = Z, hình b và hình c ứng với N ≠ Z. Năng lượng liên kết của hạt nhân bất đối xứng (N ≠ Z) sẽ lớn hơn năng lượng liên kết của hạt nhân đối xứng (N = Z). Tìm σ.



Hình 7.4

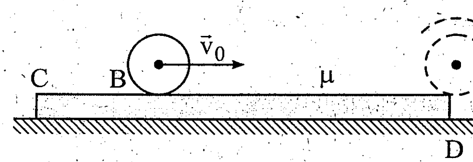
5. Trong tất cả các hạt nhân có cùng số khối A ở trên. Tìm hạt nhân bền nhất. Áp dụng $a_C = 0,58$ MeV, $a_A = 0,3$ MeV.

7.6. Theo nguyên lí bất định, xung lượng và toạ độ không bao giờ cùng được xác định một cách chính xác. Hai-xen-béc đã đề xuất độ bất định của toạ độ và xung lượng liên hệ với nhau bởi hệ thức gọi là hệ thức bất định Hai-xen-béc : $\Delta x.\Delta p \geq h$.

Trong một buồng bọt người ta quan sát thấy vết bọt của một hạt có động năng $T = 200$ MeV có bề rộng cỡ 10^{-6} m. Hỏi vệt đó có thể là quỹ đạo chuyển động của một hạt α được không ? Biết rằng $m_\alpha = 4,0015$ u, 1 u = 931,5 MeV/c^2.

8 Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2014, ngày thi thứ hai

8.1. Một vật hình trụ đặc, đồng chất, bán kính R, khối lượng m chuyển động trên một tấm gỗ đủ mỏng CD đang đứng yên. Tại một thời điểm nào đó, vật chuyển động qua điểm B (BD = l) với vận tốc $\vec{v}_0$ hướng về phía D và không quay. Đúng lúc đó người ta kéo tấm gỗ trên mặt sàn nằm ngang theo hướng CD với gia tốc xác định a nào đó cho vật lăn có trượt về D và rơi xuống bàn. Hệ số ma sát μ giữa vật và bàn đủ lớn (Hình 8.1).



Hình 8.1

1. Tìm điều kiện để vật luôn lăn có trượt trên đoạn BD.
2. Cho $v_0 = \sqrt{\dfrac{\mu g l}{3}}$ và gia tốc a thoả mãn ý 1. Biện luận bài toán với các giá trị a khác nhau và mô tả các chuyển động khả dĩ của vật sau khi rơi lên mặt bàn.

8.2. Hệ số nén k của chất khí được định nghĩa bằng :

$$k = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dp}$$

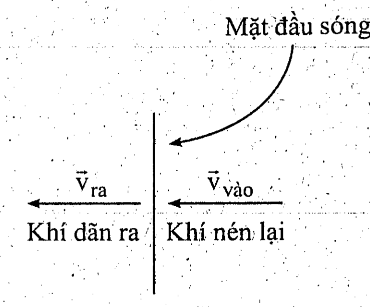
$-dV$ là độ giảm thể tích V gây ra bởi độ tăng áp suất dp. Hệ số này có giá trị phụ thuộc vào điều kiện nén. Xét một mol khí có áp suất p, thể tích V, nhiệt độ T thoả mãn phương trình trạng thái : $\left(p + \dfrac{a}{V^2}\right)V = RT$

và nội năng : $U = C_V T - \dfrac{a}{V}$

1. Người ta phân biệt quá trình nén đoạn nhiệt và đẳng nhiệt với các hệ số k_S, k_T.

Chứng minh rằng $\frac{k_T}{k_S} = \frac{C_p}{C_V}$.

2. Tốc độ truyền âm trong chất khí có thể tìm được dựa trên mô hình đơn giản sau (Hình 8.2). Xét một sóng truyền trong môi trường khí và giả thiết mặt đầu sóng được truyền với tốc độ v. Để thuận tiện ta sử dụng hệ quy chiếu sao cho mặt đầu sóng đứng yên, khi đó các hạt khí trong cùng sóng chưa truyền đến sẽ chuyển động lại gần mặt đầu sóng và khí bị nén lại tại mặt đầu sóng, còn các hạt khí trong vùng sóng đã đi qua sẽ chuyển động ra xa mặt đầu sóng và khí dãn ra.

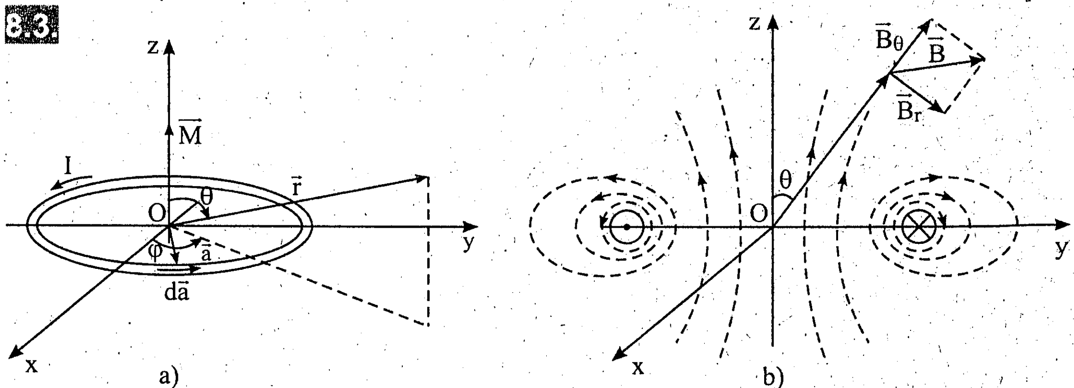


Hình 8.2

Chứng minh rằng : $v = \frac{1}{\sqrt{k\rho}}$ (ρ là khối lượng riêng của khí).

3. Áp dụng để tính v trong khí lưỡng nguyên tử có $\mu = 28$ g/mol, $a = 0,2$ Pa.m^6/mol^2, $t = 27^oC$, $p = 10^5$ Pa. Biết hằng số khí lí tưởng $R = 8,31$ J/(mol.K) và coi quá trình nén là đoạn nhiệt.

8.3.



Hình 8.3

1. Một dòng điện có cường độ I chạy trong vòng dây dẫn tròn bán kính a. Chọn hệ toạ độ cầu như hình 8.3a, gốc O tại tâm vòng dây. Theo định luật Bi-ô-xa-va – La-pla-xơ, ta có : $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{a} \times (\vec{r} - \vec{a})}{|\vec{r} - \vec{a}|^3}$.

trong đó μ_0 là từ độ từ thẩm chân không.

a) Chứng tỏ rằng, từ trường do vòng dây tạo ra ở những điểm cách xa tâm vòng dây ($r \gg a$) được xác định bằng hệ thức :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(3\frac{\vec{M}.\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{M}}{r^3}\right), \quad \vec{M} = \frac{1}{2}I\oint \vec{a} \times d\vec{a}.$$

$\vec{M}$ được gọi là momen từ của vòng dây.

b) Các đường sức từ nằm trong một mặt phẳng chứa trục Oz có phương trình dạng $r = r(\theta)$. Phân tích vectơ $\vec{B}$ thành các thành phần $\vec{B}_r$ và $\vec{B}_0$, viết biểu thức của B_r, B_θ và $r = r(\theta)$.

2. Coi từ trường của Trái Đất được xác định giống như ý 1. Ta sử dụng hệ toạ độ mà mặt phẳng xích đạo vuông góc với momen từ (nghiêng 11^o so với mặt phẳng xích đạo địa lí). Khi các hạt mang điện bay từ vũ trụ đến Trái Đất, tuỳ thuộc vào hướng và độ lớn của vận tốc, chúng có thể xuyên qua hoặc phản xạ, hoặc bị giam giữ. Coi Trái Đất là hệ quy chiếu quán tính, bỏ qua chuyển động tự quay của Trái Đất và bỏ qua gia tốc rơi tự do g.

a) Chứng tỏ rằng hạt khối lượng m, điện tích q chuyển động trong từ trường thì đại lượng :

$$\sin^2\theta\left(mv^2\frac{d\varphi}{dt} + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qM}{r}\right)$$

được bảo toàn.

b) Xét hạt ở xa vô cùng chuyển động đến Trái Đất với vận tốc v nằm trong mặt phẳng xích đạo $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$. Gọi b là khoảng cách từ tâm Trái Đất đến phương ban đầu của vận tốc. Tìm khoảng cách cực tiểu từ hạt đến tâm Trái Đất.

3. Nếu vận tốc ban đầu của hạt không nằm trong mặt phẳng xích đạo từ, chuyển động của nó rất phức tạp nhưng ta sẽ mô tả nó một cách đơn giản. Xét trường hợp hạt bị giam trong từ trường Trái Đất. Chuyển động của nó có thể phân tích thành ba chuyển động thành phần với chu kì τ_1, τ_2, τ_3 (với $\tau_1 \ll \tau_2 \ll \tau_3$). Trong đó :

I. Thành phần thứ nhất là thành phần chuyển động quay trên một quỹ đạo tròn vuông góc với đường sức từ.

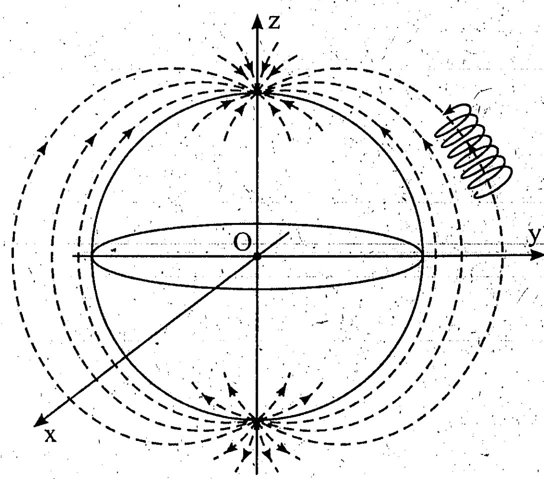
II. Thành phần thứ hai là thành phần chuyển động dọc theo đường sức từ.

III. Thành phần thứ ba là chuyển động quay của mặt phẳng kinh tuyến xung quanh trục của momen từ.

a) Nếu bán kính chuyển động tròn đủ nhỏ, ta có thể coi từ trường gần đúng là đều. Phân tích vận tốc $\vec{v}$ của hạt thành hai phần vuông góc ($\vec{v}_{\perp}$) và song song ($\vec{v}_{//}$) với từ trường ($\vec{B}$). Tìm bán kính quay R và vận tốc góc ω theo q, B và $v_{\perp}$.

b) Khi tâm quay của hạt chuyển động dọc theo đường sức từ, độ lớn B của từ trường có sự thay đổi. Trong hệ quy chiếu gắn với tâm quay, B tăng tỉ lệ thuận theo t. Chỉ ra rằng nếu B tăng đủ chậm thì từ thông gửi qua diện tích chắn bởi quỹ đạo quay của hạt bằng hằng số, từ đó suy ra rằng momen từ của hạt bằng hằng số.

c) Khi hạt lại gần hai cực của Trái Đất (Hình 8.4), B mạnh lên rất nhiều, bán kính quay của hạt giảm, do vậy $v_{\perp}$ tăng lên. Định luật bảo toàn năng lượng khi đó đòi hỏi $v_{//}$ giảm xuống. Tại thời điểm $v_{//} = 0$, hạt dừng trượt và sau đó trượt ngược trở lại, điểm này có tên gọi là điểm gương. Tìm biểu thức xác định vị trí điểm gương theo giá trị góc α_0 là góc tạo bởi phương chuyển động của hạt và đường sức từ khi hạt chuyển động cắt mặt phẳng xích đạo.



Hình 8.4

d) Tìm biểu thức tính chu kì trượt τ_2 theo v_1, α_0 và khoảng cách R_0 tới tâm Trái Đất tại mặt phẳng xích đạo.

e) Tính τ_3 của mặt phẳng kinh tuyến xung quanh trục momen từ.

Cho biết : $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a}.\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}.\vec{b})$

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{a}|^3} \approx \frac{1}{r^3} + 3\frac{\vec{r}.\vec{a}}{r^5}$$

$$(v_r, v_\theta, v_\varphi) = \left(\frac{dr}{dt}, r\frac{d\theta}{dt}, r\sin\theta\frac{d\varphi}{dt}\right)$$

8.4 Vào những ngày nắng to, mặt đường nhựa hấp thụ ánh sáng Mặt Trời nên bị nung nóng và làm nóng phần không khí tiếp giáp mặt đường, dẫn đến nhiệt độ của lớp không khí ở gần mặt đường thay đổi theo độ cao. Giả thiết rằng chiết suất của không khí (n) phụ thuộc vào nhiệt độ (T) của nó theo hệ thức $n = 1 + \frac{a}{T}$ và nhiệt độ của lớp không khí ở gần mặt đường phụ thuộc vào độ cao (z) so với mặt đường theo hệ thức $z = \frac{1}{k}\left(1 - \frac{bT^2}{(T+a)^2}\right)$, trong đó a, b, k là các hằng số dương, $b \geq 1$.

1. Một nguồn sáng điểm nằm trên mặt đường ($z = 0$) phát ra ánh sáng theo mọi phương. Mặt đường được coi là mặt phẳng nằm ngang. Xác định dạng đường trượt của một tia sáng phát ra hợp với phương ngang một góc α_0.
2. Xác định khoảng cách xa nhất mà một người nhìn được, biết hai mắt người đó ở độ cao h.

8.5 Trong một ống trụ rỗng có bán kính trong R_1, người ta đặt đồng trục một lõi trụ đặc bán kính R_2 ($R_2 < R_1$). Bơm một dòng chất lỏng chảy trong ống. Tốc độ chảy dừng của dòng chất lỏng trong ống tại một điểm cách trục ống một đoạn r được xác định bởi :

$$u(r) = -\frac{1}{4\eta}\frac{\Delta p}{\Delta x}r^2 + A\ln r + B,\ (R_2 \leq r \leq R_1)$$

và giảm dần đến 0 ở sát thành ống do lực nội ma sát giữa các dòng chảy. Ở đây η là hệ số nhớt của chất lỏng, $\frac{\Delta p}{\Delta x}$ là độ chênh lệch áp suất trên một đơn vị dài của ống, A, B là các hệ số được xác định từ điều kiện biên.

Cho các dụng cụ và thiết bị sau :

– Ống có cấu tạo như trên với các giá trị R_1, R_2 đã biết ;

– Bình đựng chất lỏng cần xác định độ nhớt ;

– Áp kế chữ U, thước, nước ;

– Bơm có van điều chỉnh lưu lượng ;

– Van khoá và lưu lượng kế ;

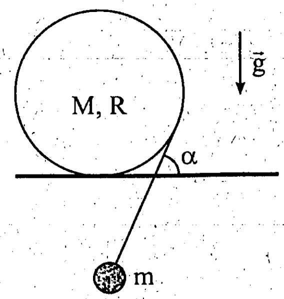
– Giá đỡ, dây treo và các khớp nối cần thiết.

Hãy :

1. Xây dựng công thức liên hệ giữa η và lưu lượng q của chất lỏng.
2. Đề xuất một phương án đo hệ số nhớt của chất lỏng trên.

(9) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2015, ngày thi thứ nhất

9.1 Một hình trụ đặc, đồng chất, khối lượng M, bán kính R được đặt trên hai thanh ray song song nằm ngang. Một sợi dây dài, mảnh, nhẹ, không dãn quấn quanh hình trụ. Đầu tự do của sợi dây được luồn vào giữa hai ray và gắn vào vật nhỏ khối lượng m = 3M. Ban đầu các vật được giữ đứng yên, dây ở trạng thái căng và hợp với phương ngang một góc α (H. 9.1). Trục của hình trụ vuông góc với ray. Trọng tâm của hình trụ, sợi dây và vật m nằm trong cùng một mặt phẳng thẳng đứng. Thả nhẹ cho hệ chuyển động.



Hình 9.1

1. Để sau khi thả, hình trụ sẽ chuyển động lăn không trượt, thì hệ số ma sát μ giữa hình trụ và thanh ray phải thoả mãn điều kiện nào ? Tính gia tốc tức thời của trục hình trụ ngay tại thời điểm thả hệ khi đó.
2. Tồn tại một giá trị $\alpha = \alpha_0$ sao cho sau khi thả hệ, hình trụ sẽ chuyển động lăn không trượt và sợi dây luôn hợp với phương ngang góc α_0 không đổi. Tìm giá trị của α_0 và điều kiện của μ trong trường hợp này.
3. Với $\alpha \neq \alpha_0$ và điều kiện trong ý 1 được thoả mãn thì ngay sau khi thả hệ, dây treo có xu hướng quay theo chiều nào ?

9.2 Một hành tinh có dạng hình cầu, bán kính $R = 6{,}4.10^6$ m, bao gồm một lớp vỏ ngoài ở trạng thái rắn và lõi bên trong hình cầu ở trạng thái lỏng. Khối lượng riêng của phần lỏng và rắn được coi là như nhau và bằng $\rho = 5{,}5.10^3$ kg/m^3. Vật chất tạo nên hành tinh có chứa một lượng nhỏ $^{238}_{92}U$ và $^{232}_{90}Th$ là những đồng vị phóng xạ α. Sau phóng xạ α đầu tiên, các chuỗi phóng xạ nhanh chóng kết thúc ở đồng vị chì bền. Bảng 1 dưới đây cho biết chu kì bán rã τ, nồng độ khối lượng tỉ đối c và tổng năng lượng W toả ra trong cả chuỗi phóng xạ của từng đồng vị.

Bảng 1.

Đồng vị	τ (10^9 năm)	W (MeV)	c (kg đồng vị/kg vật chất)
$^{238}_{92}U$	4,5	47,5	$3{,}1.10^{-8}$
$^{232}_{90}Th$	14,0	41,8	$1{,}2.10^{-7}$

Độ dẫn nhiệt của lớp vỏ cứng và khối lỏng bên trong tương ứng là $k_s = 2,9\ W.m^{-1}.K^{-1}$ và $k_m = 38,0\ W.m^{-1}.K^{-1}$.

1. Tính công suất toả nhiệt q do phóng xạ từ một đơn vị thể tích vật chất (theo đơn vị W/m^3).
2. Giả thiết rằng hành tinh không có khí quyển, nằm cách xa các nguồn bức xạ khác và phát xạ như vật đen tuyệt đối. Hãy tính nhiệt độ T_s tại bề mặt hành tinh.
3. Theo định luật Phu-ri-ơ : $\delta Q = -k\dfrac{dT}{dx}dSdt$, trong đó δQ là nhiệt lượng truyền trong thời gian dt qua diện tích dS nằm vuông góc với trục Ox, mà dọc theo nó nhiệt độ T thay đổi. Dấu trừ cho thấy nhiệt năng được truyền từ nơi có nhiệt độ cao về nơi có nhiệt độ thấp hơn. Gọi R_l là bán kính của mặt tiếp giáp giữa lớp vỏ rắn và lõi. T_C là nhiệt độ tại tâm hành tinh. Tìm biểu thức biểu diễn sự phụ thuộc của nhiệt độ trong lòng hành tinh theo khoảng cách đến tâm hành tinh.
4. Biết nhiệt độ nóng chảy của vật chất tạo nên hành tinh $T_m = 1500$ K. Hãy xác định độ dày d của lớp vỏ cứng và nhiệt độ T_C tại tâm hành tinh.

Cho : số Avô-ga-đrô $N_A = 6,02.10^{23}\ mol^{-1}$, điện tích nguyên tố $e = 1,6.10^{-19}$ C, hằng số Xtê-phan – Bôn-xơ-man $\sigma = 5,67.10^{-8}\ W.m^{-2}.K^{-4}$. Lấy khối lượng nguyên tử (theo đơn vị cacbon) bằng số khối của nó.

93 Một miền không gian chỉ có trường điện từ gồm từ trường đều với vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng theo trục Oz, điện trường tĩnh có các thành phần của vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ phụ thuộc vào các toạ độ dưới dạng : $E_x = \alpha x$, $E_y = \alpha y$, $E_z = \beta z$, trong đó α, β là các hằng số và $\alpha > 0$.

1. Hai hằng số α, β phải liên hệ với nhau như thế nào ?
2. Cho một hạt mang điện tích q > 0, khối lượng m chuyển động trong miền không gian nói trên. Viết các phương trình vi phân mô tả chuyển động của hạt trong trường điện từ. Từ đó tìm ra quy luật chuyển động của hạt theo trục Oz.

   Sử dụng các kí hiệu $\omega_c = \dfrac{qB}{m}$; $\omega_a = \sqrt{\dfrac{2q\alpha}{m}}$.
3. Với điều kiện nào của α thì hạt sẽ chuyển động trong miền không gian hữu hạn ?

4. Giả thiết $\omega_c \gg \omega_a$. Tại thời điểm ban đầu (t = 0) hạt nằm tại vị trí (R, 0, 0) và có vận tốc bằng 0.

a) Tìm biểu thức của x(t) và y(t).

b) Chứng tỏ rằng tồn tại hệ quy chiếu quay mà trong đó quỹ đạo chuyển động của hạt là đường tròn.

c) Mô tả quỹ đạo chuyển động của hạt trong mặt phẳng Oxy.

9.4 Một cách tử nhiễu xạ cấu tạo từ 3N + 1 khe hẹp song song. Tâm các khe cách đều nhau một khoảng d. Bề rộng của các khe liên tiếp giảm theo cấp số nhân với hệ số k (k > 1). Chiếu một chùm sáng song song, đơn sắc, bước sóng λ đến cách tử theo phương vuông góc với mặt cách tử. Một thấu kính hội tụ được đặt sau cách tử (để thu chùm sáng nhiễu xạ) sao cho quang trục chính của thấu kính trùng với phương pháp tuyến của mặt cách tử. Hình ảnh nhiễu xạ được quan sát trên màn đặt tại tiêu diện ảnh của thấu kính.

1. Tìm sự phụ thuộc của cường độ sáng trên màn vào góc nhiễu xạ θ (là góc tạo bởi tia nhiễu xạ và tia tới).

2. Nếu ta che các khe thứ 3, 6, 9,... 3N của cách tử thì phân bố cường độ ánh sáng thay đổi như thế nào ? Xét cho trường hợp $N \gg 1$.

Cho : Công thức Ơ-le $e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$.

9.5

1. Một hạt chuyển động với vận tốc $\vec{u}'$ trong mặt phẳng O'x'y' của hệ quy chiếu K' mà hệ này chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ không đổi dọc theo trục Ox của hệ quy chiếu quán tính K, sao cho trục O'x' luôn luôn trùng với trục Ox. Gọi $\vec{u}$ là vận tốc của hạt trong hệ quy chiếu K. Biến đổi tương đối tính của các thành phần vận tốc được cho bởi :

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}, \quad u_x = \frac{u'_y}{\gamma_0\left(1 + \frac{vu'_x}{c^2}\right)}, \quad \frac{1}{\gamma_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Dẫn ra công thức biến đổi của năng lượng và các thành phần động lượng của hạt từ hệ K' sang hệ K.

2. Hạt mêzôn π^0 có khối lượng nghỉ M phân rã thành hai phôtôn có tần số giống nhau. Trong hệ quy chiếu riêng của mêzôn π^0, xác suất để hạt phôtôn bay ra (tính

cho một đơn vị góc khối) là như nhau theo mọi phương. Nói cách khác, xác suất $dP'(\theta')$ để hạt phôtôn bay ra theo phương nằm trong góc khối $d\Omega'(\theta')$ là :

$$dP'(\theta') = \frac{1}{4\pi}d\Omega'(\theta') = \frac{1}{4\pi}2\pi\sin\theta' d\theta'.$$

trong đó θ' là góc hợp bởi hướng bay của phôtôn và trục O'x'.

Trong hệ quy chiếu đứng yên (hệ quy chiếu phòng thí nghiệm), hạt mêzôn π^0 chuyển động với vận tốc v dọc theo trục Ox.

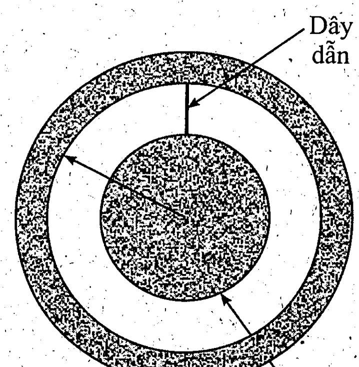
a) Xác suất để phôtôn bay ra dưới góc khối $d\Omega(\theta)$ sẽ có dạng :

$$dP(\theta) = f(\theta).2\pi\sin\theta d\theta.$$

Hãy xác định hàm $f(\theta)$.

b) Gọi $dP(\varepsilon)$ là xác suất để phôtôn có năng lượng nằm trong khoảng từ ε đến ε + dε. Xác suất này có thể được biểu diễn dưới dạng $dP(\varepsilon) = g(\varepsilon).d\varepsilon$, với ε là năng lượng của phôtôn. Tìm $g(\varepsilon)$.

9.6. Một quả cầu kim loại, bán kính $r_1 = 10$ cm, được bao quanh bởi một vỏ cầu đồng tâm cũng bằng kim loại có bán kính trong là $r_2 = 2r_1$. Giữa vỏ cầu và quả cầu là chân không. Một lượng n = 0,01 mol đồng vị ^{242}Cm được phủ đều trên mặt quả cầu thành một lớp mỏng (Hình 9.2). Hạt nhân ^{242}Cm phân rã và phát ra hạt α có năng lượng E = 6,1 MeV với chu kì bán rã T = 163 ngày. Vỏ cầu được nối với quả cầu bằng một dây dẫn điện mảnh, nằm theo phương bán kính. Giả thiết sự có mặt của dây dẫn và dòng điện qua nó không ảnh hưởng lên điện trường giữa quả cầu và vỏ cầu, vỏ cầu và quả cầu hấp thụ hoàn toàn các hạt α bay tới chúng, nhưng lớp Cm thì không ảnh hưởng gì tới chuyển động của hạt α. Xét hệ ở trạng thái dừng, là trạng thái mà cường độ dòng điện đạt giá trị ổn định. Bỏ qua sự phát xạ êlectron từ quả cầu và vỏ cầu.



Hình 9.2

1. Xác định cường độ dòng điện đi qua dây dẫn, khi điện trở của nó bằng $R_1 = 100$ kΩ.
2. Điện trở của dây dẫn phải có giá trị R_2 bằng bao nhiêu để cường độ dòng điện qua nó bằng nửa dòng điện trong ý 1 ?

Cho : số Avô-ga-đrô $N_A = 6{,}02.10^{23}$ mol^{-1}, trị số điện tích êlectron $e = 1{,}6.10^{-19}$ C.

(10) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2015, ngày thi thứ thứ hai

10.1 Một giọt mưa được hình thành và rơi xuyên qua đám mây chứa các hạt nước nhỏ li ti, phân bố đều và nằm lơ lửng trong không trung. Trong khi rơi, giọt mưa tích dần nước bằng việc nhập tất cả những hạt nước nhỏ trên đường mà nó quét qua đám mây. Ta giả thiết một cách lí tưởng hoá bài toán này : Không khí không làm ảnh hưởng đến chuyển động của giọt mưa, kích thước ban đầu của giọt mưa nhỏ không đáng kể và giọt mưa luôn có dạng hình cầu. Khối lượng riêng của giọt mưa và của đám mây hơi nước tương ứng là ρ, ρ_0 và được coi là các hằng số.

1. Bán kính giọt mưa r phụ thuộc vào thời gian t theo một hàm số r(t) nào đó. Lập phương trình vi phân của hàm này.
2. Giả thiết r(t) có dạng $r(t) = A\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\alpha} g^{\beta} t^{\gamma}$. Trong đó A, α, β, γ là các hệ số không thứ nguyên và A là một số không phụ thuộc vào tham số nào ; g là gia tốc trọng trường. Xác định giá trị của các hệ số A, α, β, γ.
3. Tìm gia tốc của giọt mưa khi nó chuyển động trong đám mây.
4. Tính độ biến thiên cơ năng của giọt mưa theo độ cao h mà nó đã rơi kể từ lúc được hình thành.

10.2 Một bình hình trụ chứa nước có bán kính trong r = 10 cm và chiều cao đủ nhỏ. Hình trụ được đậy chặt bằng một nắp hình bán cầu có cùng bán kính trong với hình trụ. Ban đầu nhiệt độ của bình là $t_1 = 90^oC$ và áp suất bên trong bán cầu là $p_0 = 10^5$ Pa. Biết rằng dưới áp suất p_0 nước sẽ sôi ở nhiệt độ $t_0 = 100^oC$.

1. Nếu bình đựng và nắp cách nhiệt tuyệt đối thì có thể đun sôi được nước ở trong bình hay không, khi quá trình đun là đủ chậm để bình luôn ở trạng thái cân bằng nhiệt ? Tại sao ?
2. Chứng minh rằng áp suất hơi bão hoà p phụ thuộc vào nhiệt độ T theo phương trình Cla-pê-rôn – Clau-di-út : $\frac{1}{T}\frac{dT}{dp} = \frac{V_h - V_l}{L} \approx \frac{V_h}{L}$.

   trong đó V_h, V_l lần lượt là thể tích riêng của thể chất ở thể hơi, thể lỏng và $V_h \gg V_l$; L là nhiệt hoá hơi riêng.
3. Giả sử có một cơ chế nào đó để truyền nhiệt từ trong bình ra ngoài thông qua nắp đậy (cho một dòng nước làm mát chạy qua liên tục chẳng hạn), sao cho

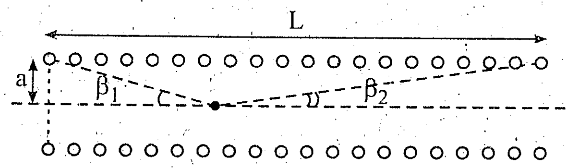
trong suốt quá trình đun, nhiệt độ của hỗn hợp khí và hơi nước ở trong vùng không gian dưới nắp đậy luôn được duy trì ở nhiệt độ t_0. Cho nước có khối lượng mol là $\mu = 18{,}0$ g.mol^{-1}, nhiệt hoá hơi riêng ở áp suất p_0 là $L = 2260$ J.g^{-1} và có thể coi nhiệt hoá hơi riêng là hằng số khi nhiệt độ thay đổi nhỏ, hằng số khí $R = 8{,}31$ J.mol^{-1}.K^{-1}. Có thể coi gần đúng hơi nước bão hoà là khí lí tưởng.

a) Nước trong bình sẽ sôi khi được đun đến nhiệt độ t bằng bao nhiêu ?

b) Tính nhiệt lượng mà bình truyền cho hệ thống làm mát trong một giây để trạng thái sôi của nước trong bình luôn được duy trì một cách ổn định.

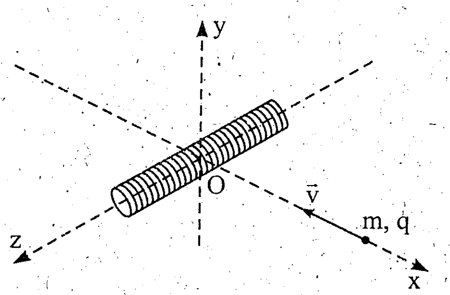
10.3 Một ống dây xô-lê-nô-ít hình trụ, chiều dài L, bán kính a, gồm N vòng dây quấn sát nhau (cách điện với nhau). Cho dòng điện cường độ I chạy trong dây.

1. Xác định cảm ứng từ tại một điểm trên trục của ống dây và nhìn bán kính hai đầu ống xô-lê-nô-ít dưới các góc lần lượt là β_1 và β_2 (Hình 10.1).



Hình 10.1

2. Chọn hệ trục toạ độ như hình 10.2, gốc O nằm trên trục và cách đều hai đầu ống. Một hạt có điện tích q (q > 0), khối lượng m chuyển động với vận tốc ban đầu v từ rất xa theo phương trục Ox về phía ống dây. Tìm tốc độ lớn nhất để điện tích q không chạm vào ống. Giả thiết rằng tại vùng bên trong và gần tâm của ống xô-lê-nô-ít, từ trường là đều và có giá trị bằng từ trường trên trục của ống. Bỏ qua mọi ma sát và ảnh hưởng của trọng lực.



Hình 10.2

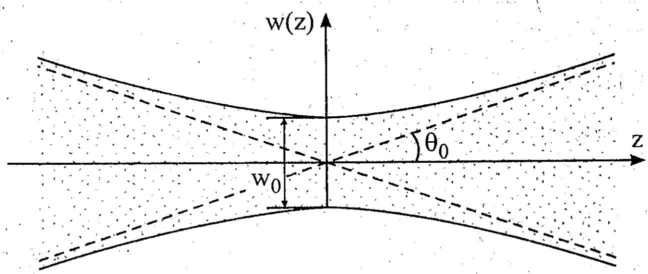
10.4

1. Một chùm sáng hẹp công suất $\mathscr{P}$ chiếu tới quả cầu trong suốt, chiết suất n dưới góc tới θ. Các hệ số truyền qua và phản xạ tại mặt phân cách tương ứng là T và R. Chọn hệ trục toạ độ Oyz trùng với mặt phẳng tới của chùm sáng, có gốc O tại tâm quả cầu, trục Oz hướng theo hướng của chùm sáng tới. Chứng minh rằng các thành phần lực F_z và F_y mà chùm sáng tác dụng lên quả cầu có biểu thức như sau :

$$\begin{cases} F_z = \dfrac{\mathscr{P}}{c}\left\{1 + R\cos 2\theta - \dfrac{T^2[\cos(2\theta - 2\varphi) + R\cos 2\theta]}{1 + R^2 + 2R\cos 2\varphi}\right\} \\ F_y = \dfrac{\mathscr{P}}{c}\left\{R\sin 2\theta - \dfrac{T^2[\sin(2\theta - 2\varphi) + R\sin 2\theta]}{1 + R^2 + 2R\cos 2\varphi}\right\} \end{cases}$$

trong đó φ là góc khúc xạ lần đầu, c là tốc độ ánh sáng trong chân không.

2. Chùm sáng song song lí tưởng là một chùm sáng có mặt phân cách rõ nét giữa môi trường có sóng truyền qua và môi trường không có sóng truyền qua, đồng thời cường độ sáng được phân bố đều bên trong chùm. Tuy nhiên, do nguyên lí bất định Hai-xen-béc (hay nói cách khác do nhiễu xạ theo quan điểm sóng) mà thực tế các chùm sáng không có mặt phân cách rõ nét và sóng truyền đi chiếm toàn bộ không gian. Trong hệ toạ độ trụ mà trục Oz trùng với đường thẳng nằm ở tâm của chùm và hướng theo chiều truyền sóng, phân bố cường độ ánh sáng trong chùm có dạng (H. 10.3)



Hình 10.3

$$I(r, z) = \frac{\mathscr{P}}{\pi w^2(z)} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \quad (*)$$

trong đó $\mathscr{P}$ là công suất của chùm sáng và $w(z) = w_0\sqrt{1 + \left(\dfrac{z}{z_0}\right)^2}$, với z_0 là một hằng số.

a) Xét luồng phôtôn đến mặt phẳng z = const. Công thức (*) cho thấy mật độ dòng phôtôn tại trục (r = 0) là lớn nhất, sau đó giảm rất nhanh theo r. Để mô tả chùm sáng, người ta dùng đại lượng gọi là bán kính của chùm σ được định nghĩa là căn quân phương của toạ độ r mà các phôtôn đập tới, tức là $\sigma = \sqrt{\langle r^2 \rangle}$. Chứng minh rằng $\sigma = \dfrac{w(r)}{2}$.

b) Tại mặt phẳng $z = 0$, bề rộng của chùm sáng là nhỏ nhất và bằng w_0. Khi z càng lớn, chùm sáng càng xoè rộng ra. Khi z đủ lớn thì biên của chùm sáng có dạng mặt nón với đỉnh ở tâm chùm sáng và góc ở đỉnh là θ_0 (Hình 10.3). Sử dụng hệ thức bất định Hai-xen-béc, chứng tỏ rằng giữa θ_0, w_0 và bước sóng λ có mối liên hệ : $\theta_0 \sim \dfrac{\lambda}{w_0}$.

3. Đặt quả cầu có bán kính $a \ll w_0$ và các hệ số $T = 0$, $R = 1$ vào chùm sáng nói ở ý 2 sao cho tâm quả cầu có toạ độ $z = 0$, $r = 0$. Tính lực tác dụng lên quả cầu đó.

Cho : Công thức Ơ-le : $e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$;

Khai triển $\dfrac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \ldots$ với $|x| < 1$.

10.5 Trong bài toán này, ta xét bức xạ điện từ trong một hộp kín có thành phản xạ lí tưởng. Theo quan điểm của Vật lí lượng tử, bức xạ điện từ là tập hợp các hạt chuyển động hỗn loạn không tương tác với nhau gọi là các phôtôn. Nói một cách khác, bức xạ điện từ là một khí phôtôn có nhiều mặt tương tự như khí lí tưởng và do đó nhiều tính chất của nó có thể được thiết lập dựa trên thuyết động học phân tử. Tất nhiên cũng có những khác biệt căn bản. Chẳng hạn, trong cùng một môi trường tất cả các phôtôn đều chuyển động với cùng một vận tốc. Ngoài ra số lượng các phôtôn cũng không phải là không đổi khi thay đổi trạng thái : chúng có thể được sinh ra hoặc bị hấp thụ.

1. Trước hết, ta giả thiết các phôtôn trong hộp chỉ có một tần số f duy nhất. Gọi u là mật độ năng lượng của khí phôtôn trong hộp.

   a) Chứng minh rằng áp suất p do khí phôtôn tạo ra khi va chạm vào thành hộp có giá trị :

   $$p = \frac{1}{3}u.$$

   b) Tưởng tượng trên thành hộp có khoét một lỗ nhỏ, hãy biểu diễn năng lượng do các phôtôn bay ra mang đi trong một đơn vị thời gian trên một đơn vị diện tích theo u và c.

2. Thực tế, bức xạ điện từ trong hộp là tập hợp các phôtôn với rất nhiều tần số khác nhau từ 0 đến vô cùng. Gọi du(f) là mật độ năng lượng của khí phôtôn có tần số nằm trong khoảng f đến f + df.

a) Chứng tỏ rằng áp suất và năng suất bức xạ của khí phôtôn vẫn được tính theo ý 1, không phụ thuộc vào dạng cụ thể của hàm du(f).

b) Lí thuyết lượng tử cho biết $du(f) = \dfrac{8\pi hf^3}{c^3\left(e^{\frac{hf}{kT}} - 1\right)}df$, trong đó h là hằng số Plăng, k là hằng số Bôn-xơ-man, T là nhiệt độ tuyệt đối của khí phôtôn. Tìm mật độ năng lượng tổng cộng u của khí phôtôn ứng với mọi tần số.

c) Entropi S của một hệ phụ thuộc vào thể tích V và nhiệt độ T dưới dạng $S = f(V, T) + S_0$, với S_0 là một hằng số. Tìm f(V, T), biết độ biến thiên entropi dS trong quá trình cân bằng vô cùng bé liên hệ với nhiệt lượng trao đổi δQ và nhiệt độ T bằng biểu thức $dS = \dfrac{\delta Q}{T}$. Từ đó suy ra phương trình đoạn nhiệt của khí phôtôn.

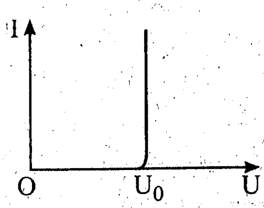
Cho : $\displaystyle\int_0^{\infty}\frac{x^3dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$.

10.6 Xác định điện dung của một tụ điện cho trước

Cho các dụng cụ sau :

– Tụ điện cần xác định điện dung (giá trị cỡ vài μF) ;

– 01 nguồn điện một chiều có các thông số chưa biết (suất điện động cỡ 20 V, điện trở trong dưới 100 Ω) ;



Hình 10.4

– 01 đèn LED có đường đặc trưng vôn – ampe như hình 10.4 (đèn có thể xem là điôt lí tưởng, giá trị U_0 cỡ vài V) ;

– 01 hộp điện trở thuần có thể đặt được các giá trị điện trở ; 01 điện trở thuần có độ lớn chưa biết (các giá trị điện trở vào cỡ kΩ) ;

– Đồng hồ bấm giây ;

– Khoá điện, dây nối đủ dùng.

Hãy :

1. Xây dựng công thức để tìm điện dung của tụ điện.
2. Đề xuất một phương án thí nghiệm để xác định điện dung của tụ điện (vẽ sơ đồ thí nghiệm, nêu các bước tiến hành thí nghiệm và xử lí kết quả).

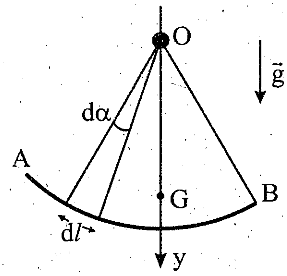
PHẦN HAI
HƯỚNG DẪN GIẢI

A ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA THPT

1 Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2011, ngày thi thứ nhất

1.1

1. Do tính đối xứng, ta thấy ngay G nằm trên đường thẳng đứng Oy (xem hình 1.1G) nên chỉ cần tính toạ độ $y_G = OG$ của vật.



Hình 1.1G

Mật độ khối lượng $\rho = \dfrac{2m}{\pi R}$.

Xét phần tử dài dl, có khối lượng :

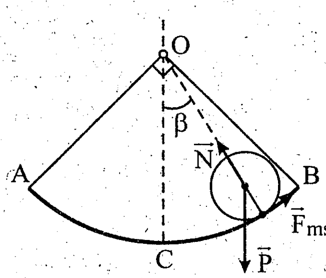
$$dm = \rho l = \frac{2m}{\pi R}dl = \frac{2m}{\pi}d\alpha.$$

Theo công thức tính toạ độ khối tâm :

$$y_G = \frac{1}{m}\int_{-\pi/4}^{\pi/4} R\cos\alpha\frac{2m}{\pi}d\alpha = \frac{2\sqrt{2}R}{\pi}. \text{ Vậy } OG = \frac{2\sqrt{2}R}{\pi}.$$

Chú ý : Có thể dùng phương pháp năng lượng để tính OG.

2. Xét vật 2 ở vị trí ứng với góc lệch β. Gọi φ là góc mà vật 2 tự quay quanh mình nó (Hình 1.2G).



Hình 1.2G

Chọn chiều dương tất cả các chuyển động ngược chiều kim đồng hồ. Lực tác dụng lên vật 2 gồm : trọng lực, phản lực, lực ma sát nghỉ.

Phương trình chuyển động của khối tâm vật 2 xét theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo :

$$m_2a = F_{ms} - m_2g\sin\beta$$

Vì β nhỏ : $\sin\beta \approx \beta$ (rad) $\Rightarrow m_2(R-r)\beta'' = F_{ms} - m_2g\beta$ (1)

Phương trình chuyển động quay của khối trụ nhỏ quanh khối tâm :

$$m_2r^2\varphi'' = F_{ms}r \quad (2)$$

Điều kiện lăn không trượt : $(R-r)\beta' = -r\varphi' \Rightarrow (R-r)\beta'' = -r\varphi''$ (3)

Thay (2) và (3) vào (1) ta được : $\beta'' + \dfrac{g}{2(R-r)}\beta = 0$ (4)

Phương trình (4) biểu diễn dao động điều hoà với chu kì $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2(R-r)}{g}}$

Từ (2) $\Rightarrow F_{ms} = m_2 r\varphi'' = -m_2(R-r)\beta'' = m_2(R-r)\omega^2\beta = \dfrac{1}{2}m_2 g\beta$ (5)

Phản lực : $N = m_2 g\cos\beta = m_2 g\left(1 - \dfrac{\beta^2}{2}\right)$ (6)

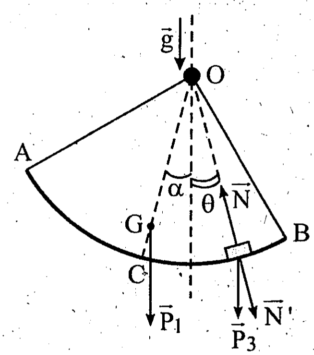
Điều kiện lăn không trượt : $\left|\dfrac{F_{ms}}{N}\right| \le \mu$ với mọi β (7)

Thay (5) và (6) vào (7) ta có : $\left|\dfrac{F_{ms}}{N}\right| = f(\beta) = \dfrac{\beta}{2-\beta^2} \le \mu \ \forall\ 0 \le \beta \le \beta_0$

Bất phương trình trên cho nghiệm : $\beta_0 \le \dfrac{1}{2}\left(\sqrt{8 + \dfrac{1}{\mu^2}} - \dfrac{1}{\mu}\right)$.

Cần chú ý : Để có kết quả này cần có thêm điều kiện giới hạn về β_0 để $\sin\beta_0 \simeq \beta_0$ (rad).

3. Xét tại thời điểm khối tâm vật 1 và vật 3 có li độ góc tương ứng là α, θ (Hình 1.3G).



Hình 1.3G

Phương trình chuyển động của vật 3 theo phương tiếp tuyến với hình trụ :

$$m_3 R\theta'' = -m_3 g\theta \quad (1)$$

Nghiệm là : $\theta = \theta_0\cos\omega_0 t = \alpha_0\cos\omega_0 t$, với $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{R}}$.

Phương trình quay của G quanh O : $m_1 R^2\alpha'' = -m_1 g\dfrac{2\sqrt{2}R}{\pi}\alpha$ (2)

Nghiệm phương trình là : $\alpha = \alpha_0\cos\omega_1 t$, với $\omega_1 = \sqrt{\dfrac{2\sqrt{2}g}{\pi R}}$ (3)

Góc lệch của vật 3 so với phương OG là :

$$\gamma = \alpha - \theta = 2\alpha_0\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_0}{2}t\right)\cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_0}{2}t\right)$$

Khi vật 3 tới C thì $\gamma = 0$. Suy ra $t_{min} = \dfrac{\pi}{\omega_1 + \omega_0}$.

12

1. a) Đặt trục toạ độ Ox dọc theo trục bình, chiều dương cùng chiều chuyển động của bình.

Xét một lớp khí mỏng khối lượng dm, chiều dày dx, ở cách đáy bình một đoạn x. Trong hệ quy chiếu gắn với Trái Đất, lớp khí này chuyển động cùng bình với gia tốc a và chịu tác dụng của hai lực theo phương Ox là $p_{(x)}S$ và $-p_{(x+dx)}S$.

Theo định luật II Niu-tơn ta có : $[p_{(x)} - p_{(x+dx)}]S = dm.a$ hay $-dp.S = dm.a$ (1)

Mặt khác, phương trình trạng thái với lớp khí là : $p_{(x)}Sdx = \dfrac{dm}{\mu}RT$ (2)

Từ (1) và (2) tìm được : $p_{(x)} = p_{(0)}e^{-\frac{\mu a}{RT}x} \approx p_{(0)}\left(1 - \dfrac{\mu a}{RT}x\right)$ (3)

Để tìm $p_{(0)}$, ta dùng định luật bảo toàn khối lượng. Từ (2) và (3) tính dm, sau đó tích phân, tính được :

$$m = \int_0^L dm = \frac{p_{(0)}S\mu}{RT}\int_0^L\left(1 - \frac{\mu a}{RT}x\right)dx = \frac{p_{(0)}S\mu}{RT}\left(L - \frac{\mu aL^2}{2RT}\right)$$

Vậy : $$p_{(0)} = \frac{mRT}{S\mu L\left(1 - \dfrac{\mu aL}{2RT}\right)} \approx \frac{mRT}{S\mu L}\left(1 + \frac{\mu aL}{2RT}\right)$$

$$p_{(L)} = \frac{mRT}{S\mu L}\left(1 + \frac{\mu aL}{2RT}\right)\left(1 - \frac{\mu aL}{RT}\right) \approx \frac{mRT}{S\mu L}\left(1 - \frac{\mu aL}{2RT}\right).$$

b) Xác định vị trí khối tâm chất khí :

$$x_G = \frac{1}{m}\int_0^L xdm = \frac{1}{m}\int_0^L \frac{p_{(0)}S\mu}{RT}x\left(1 - \frac{\mu a}{RT}x\right)dx$$

$$= \left(\frac{L}{2} - \frac{\mu aL^2}{3RT}\right)\left(1 + \frac{\mu aL}{2RT}\right) \approx L\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu aL}{12RT}\right)$$

Khi gia tốc thay đổi một lượng da, khối tâm dịch chuyển một khoảng $dx_G = \dfrac{\mu L^2}{12RT}da.$

Trong hệ quy chiếu gắn với vỏ bình, công nguyên tố do lực quán tính thực hiện lên khối khí là $\delta A = Fdx_G = ma\dfrac{\mu L^2}{12RT}da \Rightarrow A = \displaystyle\int_{a_0}^{a_0/2}\frac{m\mu L^2}{12RT}ada = -\frac{m\mu L^2}{32RT}a_0^2$

Công do khí thực hiện : $A' = -A = \dfrac{m\mu L^2}{32RT}a_0^2$

2. Áp dụng nguyên lí I Nhiệt động lực học cho cả khối khí : $\Delta U = A$

$$\Rightarrow \frac{m}{\mu}\frac{3R}{2}\Delta T = -\frac{m\mu L^2}{32RT}a_0^2$$

Do đó, $\Delta T = -\dfrac{\mu^2 L^2}{48R^2 T}a_0^2$.

1. Khi một phần lớp điện môi ε_1 với chiều dài x được rút ra khỏi tụ điện, phần còn lại trong tụ điện có chiều dài L – x. Lúc này, tụ điện có thể coi như hệ gồm hai tụ điện mắc song song.

Tụ điện thứ nhất có chiều dài x, có lớp điện môi là không khí có $\varepsilon = 1$ và lớp điện môi ε_2 :

$$C_1 = \frac{2\pi\varepsilon_0}{ln\dfrac{R+r}{2r} + \dfrac{1}{\varepsilon_2}ln\dfrac{2R}{R+r}}x = Ax$$

Tụ điện thứ hai có chiều dài L – x, có lớp điện môi ε_1 và lớp điện môi ε_2 :

$$C_2 = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}ln\dfrac{R+r}{2r} + \dfrac{1}{\varepsilon_2}ln\dfrac{2R}{R+r}}(L-x) = B(L-x)$$

Điện dung tương đương :

$$C = C_1 + C_2 = Ax + B(L-x) = BL + (A-B)x = BL + (A-B)vt$$

Vì $B > A$ nên $A - B < 0$ và điện dung của tụ điện giảm dần đều theo thời gian.

2. Vì tụ điện được nối với nguồn nên hiệu điện thế giữa hai bản là U không đổi. Khi lớp điện môi được kéo ra khỏi tụ điện một đoạn x = vt, năng lượng của tụ điện thay đổi. Công của ngoại lực F và công của nguồn điện bằng biến thiên năng lượng W của tụ điện $Fdx + Udq = dW$.

Do đó $Fdx = \frac{1}{2}U^2dC - Udq = -\frac{1}{2}U^2dC = -\frac{1}{2}U^2(A-B)dx$ và $F = -\frac{1}{2}(A-B)U^2$

Lực điện $F_đ$ trái chiều với ngoại lực F nên $F_đ = \frac{1}{2}(A-B)U^2 < 0$.

Lực điện tác dụng lên tấm điện môi hướng vào trong lòng tụ điện.

3. Chọn chiều dương của dòng điện là chiều dòng điện tích điện cho tụ điện, ta có : $i = \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{UdC}{dt} = U(A-B)v < 0 \Rightarrow$ tụ điện phóng điện qua nguồn.

1.4 Gọi C_1, O_1 ; C_2, O_2 là tâm và đỉnh của các mặt cầu tương ứng.

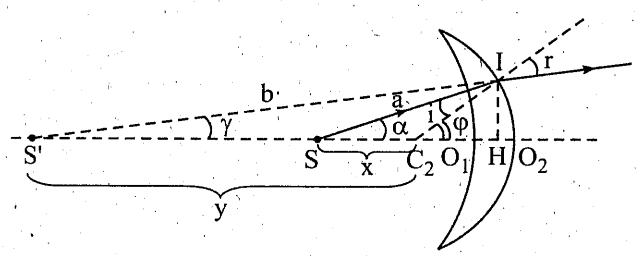
Đường thẳng O_1O_2 là trục chính của thấu kính.

Do thấu kính hội tụ nên $R_1 > R_2$ và C_2 nằm trong khoảng C_1O_1 (Hình 1.4G).

Xét một tia sáng bất kì phát ra từ S và làm với trục chính góc α.

Do nguồn sáng S đặt tại tâm của mặt lõm nên tia sáng này sẽ truyền thẳng đến điểm I trên mặt cầu lồi rồi khúc xạ đi ra ngoài.

Đường kéo dài của tia ló cắt trục chính tại S' ; S' là ảnh của S qua thấu kính.



Hình 1.4G

Gọi i và r là góc tới và góc khúc xạ tại I : $\sin r = n \sin i$.

Đặt $SC_2 = x$ và $S'C_2 = y$.

1. Với các thông số đã cho, dễ dàng chứng minh được rằng tam giác SC_2I cân tại C_2 và góc $i = \alpha$, vì vậy theo định luật khúc xạ : $\dfrac{\sin r}{\sin i} = \dfrac{\sin r}{\sin\alpha} = n$.

Ta có : $\gamma = \varphi - r = \alpha + i - r = 2\alpha - r$

Áp dụng định lí hàm số sin cho tam giác $S'C_2I$:

$$y = \frac{R_2\sin r}{\sin\gamma} = \frac{R_2\sin r}{\sin(2\alpha - r)} = \frac{nR_2}{\dfrac{\sin 2\alpha}{\sin\alpha}\cos r - \dfrac{\sin r}{\sin\alpha}\cos 2\alpha} = \frac{nR_2}{\dfrac{\sin 2\alpha}{\sin\alpha}\cos r - n\cos 2\alpha}$$

- Thay $\alpha = 15^o$ ta tính được $r = 22,84^o$, $y_1 = 9,35$ cm
- Thay $\alpha \approx 0^o$ ta tính được $r \approx 0^o$, $y_2 = \dfrac{nR_2}{2-n} = 9$ cm.

Vậy dải điểm ảnh nằm trên trục chính, ở bên trái C_2, có bề rộng :

$$\Delta y = y_1 - y_2 = 0,35 \text{ cm}.$$

2. Đối với tam giác SC_2I, ta có : $\dfrac{\sin i}{x} = \dfrac{\sin\varphi}{a}$ với $a = SI$.

Đối với tam giác $S'C_2I$: $\dfrac{\sin r}{y} = \dfrac{\sin\varphi}{b}$ với $b = S'I \Rightarrow \dfrac{x\sin r}{y\sin i} = \dfrac{a}{b} \Rightarrow \dfrac{nx}{y} = \dfrac{a}{b}$

Mặt khác, xét hai tam giác SC_2I và $S'C_2I$ ta có : $\begin{cases} a = \sqrt{R_2^2 + x^2 + 2R_2x\cos\varphi} \\ b = \sqrt{R_2^2 + x^2 + 2R_2y\cos\varphi} \end{cases}$

Thay vào biểu thức của a và b ta có :

$$\frac{n^2x^2}{y^2} = \frac{R_2^2 + x^2 + 2R_2x\cos\varphi}{R_2^2 + y^2 + 2R_2y\cos\varphi} \Rightarrow n^2x^2 + 2R_2n^2x^2y\cos\varphi = y^2(R_2^2 + x^2) + 2R_2xy^2\cos\varphi$$

Để các tia tới (góc φ khác nhau) đều có đường kéo dài đi qua S' thì phương trình trên có nghiệm R_2 không phụ thuộc vào r.

$$\Rightarrow 2R_2n^2x^2y\cos\varphi = 2R_2xy^2\cos\varphi \Rightarrow n^2x = y^2$$

Thay vào phương trình trên ta có $R_2 = nx$.

Mặt khác, $C_2O_2 = SO_2 - SC_2 = SO_1 + O_1O_2 - SC_2$

$$\Rightarrow R_2 = (R_1 + O_1O_2)\frac{n}{n+1} = 3,6 \text{ cm}$$

1.5. Sử dụng điều kiện $\mathscr{P} = \frac{2ke^2}{3c^3}a^2$ ta có $\frac{dW}{dt} = -\mathscr{P} = -\frac{2e^2L}{3c^3}a^2$ (1)

Vì êlectron chuyển động tròn với bán kính quỹ đạo r nên chịu lực hướng tâm là lực Cu-lông, theo phương trình định luật II Niu-tơn : $F_{ht} = \frac{ke^2}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ (2)

Năng lượng toàn phần và gia tốc của êlectron là :

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{ke^2}{r} = \frac{ke^2}{2r} - \frac{ke^2}{r} = -\frac{ke^2}{2r} \quad (3)$$

$$a = a_{ht} = \frac{ke^2}{mr^2} \quad (4)$$

Thay (2), (3), (4) vào (1) $\Rightarrow \frac{ke^2}{2r^2}.\frac{dr}{dt} = -\frac{2ke^2}{3c^3}\left(\frac{ke^2}{mr^2}\right)^2 \Rightarrow dt = -\frac{3m^2r^2c^3}{4k^2e^4}dr$ (5)

Với r = R tại thời điểm t = 0, thời gian mà tại đó $r = R_0$ là :

$$t = -\int_R^{R_0} \frac{3mc^3}{4k^2e^4}r^2dr = \frac{m^2c^3}{4k^2e^4}(R^3 - R_0^3)$$, thay số tính được $t = 10^{-9}$ s.

Có $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{e}\sqrt{\frac{mr}{k}} = 1,22.10^{-15}$s ; $T' = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi r}{4e}\sqrt{\frac{mr}{k}} = \frac{T}{8} = 0,153.10^{-15}$s

Số vòng quay của êlectron là : $N = \frac{2t}{T + T'} \approx 10^6$ vòng.

② Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2011, ngày thi thứ hai

2.1.

1. Độ lớn phản lực của trục quay lên con lắc (Hình 2.1G).

Chiếu phương trình động lực học $m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}$ lên các phương :

Ox tiếp tuyến với quỹ đạo khối tâm :

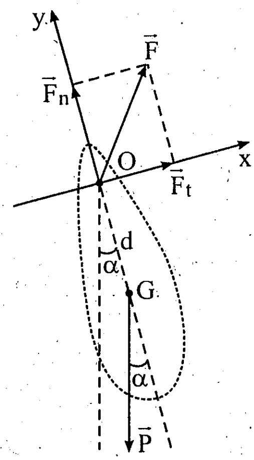
$$m\gamma d = F_t - mg\sin\alpha \qquad (1)$$

Oy trùng với phương GO : $m\omega^2 d = F_n - mg\cos\alpha$ (2)

Phương trình chuyển động quay : $I\gamma = -mgd\sin\alpha$ (3)

Từ (1) và (3) suy ra :

$$F_t = mg(1 - A)\sin\alpha, \text{ với } A = \frac{md^2}{I} \qquad (4)$$



Hình 2.1G

Định luật bảo toàn năng lượng : $\dfrac{I\omega^2}{2} = mgd(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$ (5)

Từ (2) và (5) suy ra : $F_n = mg[(1 - 2A)\cos\alpha + 2A\cos\alpha_0]$

Do đó : $F = \sqrt{F_n^2 + F_t^2} = mg\sqrt{[(1-2A)\cos\alpha + 2A\cos\alpha_0]^2 + (1-A)^2\sin^2\alpha}$

2. Tính gia tốc toàn phần lớn nhất của khối tâm con lắc trong quá trình dao động.

Gia tốc khối tâm :

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{(\omega^2 d)^2 + (\gamma d)^2} = g\sqrt{4A^2(\cos\alpha - \cos\alpha_0)^2 + A^2\sin^2\alpha}$$

$$= gA\sqrt{1 - 8\cos\alpha\cos\alpha_0 + 3\cos^2\alpha + 4\cos^2\alpha_0}$$

Khi $\alpha_0 = 60^\circ$ ta có $a = g\dfrac{md^2}{I}\sqrt{2 - 4\cos\alpha + 3\cos^2\alpha}$

Để a cực đại cần có : $(2 - 4\cos\alpha + 3\cos^2\alpha)' = 0$, khi đó $\cos\alpha = \dfrac{2}{3} \Rightarrow a = \sqrt{\dfrac{2}{3}}\dfrac{mgd^2}{I}$

3. Khi tác dụng xung lực $\vec{X}$.

a) Phân tích xung lượng X_O của lực trục quay tác dụng lên con lắc thành hai phần X_{Oy}, X_{Ox} theo phương thẳng đứng Oy và phương ngang Ox. Áp dụng định lí biến thiên động lượng và momen động lượng với v_x, v_y là các thành phần vận tốc khối tâm sau va chạm :

$$mv_{Gx} = X\sin\beta + X_{Ox} \ ; \qquad (1)$$

$$I\overline{\omega} = lX\sin\beta, \text{ với } \overline{\omega} = \frac{v_{Gx}}{d} \qquad (2)$$

Từ (1) có : $X_{Oy} = X\cos\beta \ ; X_{Ox} = mv_{Gx} - X\sin\beta = \left(\frac{mld}{I} - 1\right)X\sin\beta$ (3)

Độ lớn của X_O : $X_O = \sqrt{X_{Ox}^2 + X_{Oy}^2} = X\sqrt{\left(\frac{mld}{I} - 1\right)^2 \sin^2\beta + \cos^2\beta}$

b) Để trục quay không chịu tác động của xung lực $\overrightarrow{X}$ thì cần hai điều kiện :

$X_{Oy} = 0 \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2}$ và $X_{Ox} = 0 \Rightarrow X_O = 0 \Rightarrow l = OA = \frac{I}{md}$.

2.2

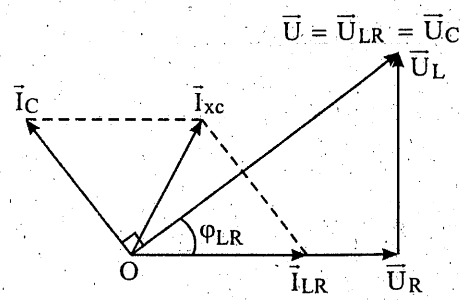
1. Viết lại biểu thức điện áp : $u_{AB} = U_0\cos^2\omega t = \frac{U_0}{2}(1 + \cos 2\omega t)$

Thành phần điện áp không đổi :

$u_1 = \frac{U_0}{2}$ tạo ra dòng điện có cường độ

$I_1 = \frac{U_0}{2R}$

Biểu diễn các thành phần điện áp xoay chiều chạy qua L, R và C trên giản đồ (Hình 2.2G).



Hình 2.2G

Từ giản đồ : $I_{xc}^2 = I_{LR}^2 + I_C^2 - 2I_{RL}I_C\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{LR}\right)$

Trong đó : $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{LR}\right) = \sin\varphi_{LR} = \frac{U_L}{U_{LR}} = \frac{2\omega L}{\sqrt{R^2 + L^2 4\omega^2}}$

$$I_R = \frac{U}{\sqrt{R^2 + L^2 4\omega^2}} \ ; I_C = 2\omega CU$$

Từ đó $I_{xc}^2 = U^2\left[\frac{1 - 8\omega^2 LC}{R^2 + L^2 4\omega^2} + 4\omega^2 C^2\right]$ (1)

Để biên độ thành phần xoay chiều không phụ thuộc vào R thì :

$$1 - 8\omega^2 LC = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{2\sqrt{2LC}}$$

Số chỉ ampe kế là giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện :

$$I = \sqrt{\overline{i^2}} = \sqrt{\overline{(I_1 + i_{xc})^2}} = \sqrt{I_1^2 + \frac{I_0^2}{2}} = \frac{U_0}{2}\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{C}{2L}}$$

2. Để số chỉ của ampe kế là nhỏ nhất thì I_{xc} nhỏ nhất.

Đặt $x = (2\omega)^2$; từ (1) có hàm số $y = \left[\dfrac{1 - 2LCx}{R^2 + L^2x} + C^2x\right]$ (2)

I_{xc} nhỏ nhất khi $y' = 0 \Rightarrow y' = \dfrac{-2LC(R^2 + L^2x) - L^2(1 - 2LCx)}{(R^2 + L^2x)^2} + C^2 = 0$

$$\Rightarrow -2LC(R^2 + L^2x^*) - L^2(1 - 2LCx^*) + C^2(R^2 + L^2x^*)^2 = 0$$

Giải ra tìm được : $x^* = \dfrac{1}{L^2}\left[\sqrt{\dfrac{L^2}{C^2} + \dfrac{2LR^2}{C}} - R^2\right]$. Vậy $\omega = \dfrac{\sqrt{\sqrt{\dfrac{L^2}{C^2} + \dfrac{2LR^2}{C}} - R^2}}{2L}$.

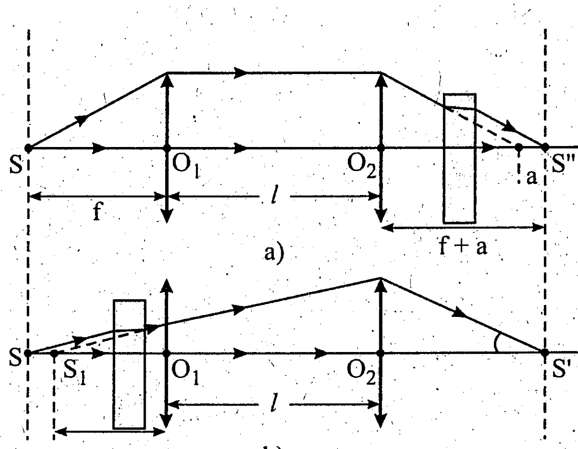
2.3

1. Khi chưa đặt bản mặt song song, ảnh của S sẽ hội tụ tại F_2'.

• *Khi đặt bản mặt song song phía sau thấu kính L_2* (Hình 2.3Ga).

Ảnh S" của S qua quang hệ bị dịch đi một đoạn $a = h\left(1 - \dfrac{1}{n}\right)$ theo đường truyền tia sáng và do đó cách L_2 là $d_2' = f + a$, từ đó tính được $d_2 = \dfrac{(f + a)f}{a}$ (1)

• Khi đặt bản mặt song song phía trước thấu kính L_1 (Hình 2.3Gb).



Hình 2.3G

Sơ đồ tạo ảnh :

$$S \rightarrow \text{Bản mỏng} \rightarrow S' \xrightarrow{d_1} L_1 \xrightarrow{d_1'} S'' \xrightarrow{d_2} L_2 \xrightarrow{d_2'} S'''$$

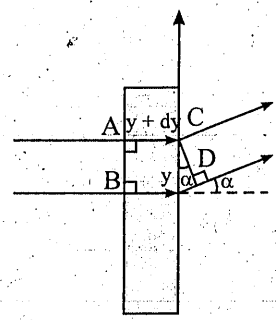
Ta có : $d_1 = f - a \Rightarrow d_1' = \dfrac{d_1 f}{d_1 - f} = -\dfrac{(f - a)f}{a}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra : $l = d_2 + d_1' = \dfrac{(f + a)f}{a} - \dfrac{(f - a)f}{a} = 2f$.

2. a) Xét chùm tia rất hẹp, giới hạn bởi hai tia sáng song song ở độ cao y và y + dy, các tia ló ra khỏi bản mặt bị lệch góc α so với tia tới. Sự thay đổi chiết suất chỉ có thể bỏ qua nếu đường truyền của mỗi tia trong bản mặt gần như thẳng và gần như vuông góc với bản mặt.

Do đó quang trình của tia AC là : $h(n_0 + k(y + dy))$ và BD là : $h(n_0 + ky) + dy\sin\alpha$ (Hình 2.4G).

Quang trình của hai tia giữa hai mặt đầu sóng AB và CD bằng nhau : $h(n_0 + k(y + dy)) = h(n_0 + ky) + dy\sin\alpha$.



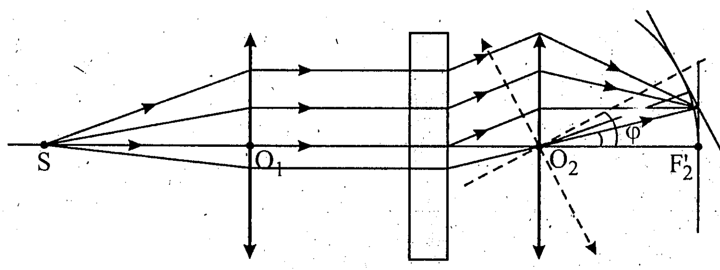
Hình 2.4G

Từ đó suy ra : $\sin\alpha = kh$ không phụ thuộc vào y, nên chùm sáng qua bản mặt là chùm song song lệch so với quang trục một góc α. Vì vậy chùm tia qua thấu kính L_2 hội tụ tại điểm S" nằm trên tiêu diện và cách tiêu điểm là :

$$S''F_2 = f\tan\alpha = \frac{khf}{\sqrt{1 - k^2h^2}}$$

Từ giả thiết, có thể suy ra $kh \ll 1$, do đó có thể làm gần đúng : $S''F_2 \approx khf$.

b) Điểm ảnh S" luôn nằm tại giao điểm giữa tia sáng O_2S'' qua quang tâm và tiêu diện ảnh của thấu kính L_2. Khi trục chính của thấu kính L_2 lệch đi góc φ, tiêu diện ảnh của L_2 cũng quay đi góc φ (Hình 2.5G).



Hình 2.5G

Vậy S"' nằm trên O_2S'' và cách O_2 một đoạn : $O_2S''' = \dfrac{f}{\cos(\varphi - \alpha)}$.

2.4

1. Gọi hệ số nén đoạn nhiệt của hỗn hợp khí là γ.

Từ phương trình đoạn nhiệt : $pV^\gamma = p_0V_0^\gamma \Rightarrow ln\left(\dfrac{p}{p_0}\right) = \gamma ln\left(\dfrac{V_0}{V}\right)$

Bằng việc xác định độ nghiêng của đường đồ thị $ln\left(\dfrac{p}{p_0}\right)$ theo $ln\left(\dfrac{V_0}{V}\right)$ ta có giá trị γ.

Lập bảng số liệu

$V\ (dm^3)$	10,0	9,00	8,20	7,40	6,70	6,10
$p\ (10^5\ N/m^2)$	1,00	1,17	1,35	1,57	1,83	2,11
$ln\left(\dfrac{V_0}{V}\right)$	0,00	0,11	0,20	0,30	0,40	0,49
$ln\left(\dfrac{p}{p_0}\right)$	0,00	0,16	0,30	0,45	0,60	0,75

Dựng đồ thị $ln\left(\dfrac{p}{p_0}\right)$ theo $ln\left(\dfrac{V_0}{V}\right)$ (Hình 2.6G) $\Rightarrow \gamma = 1{,}53$

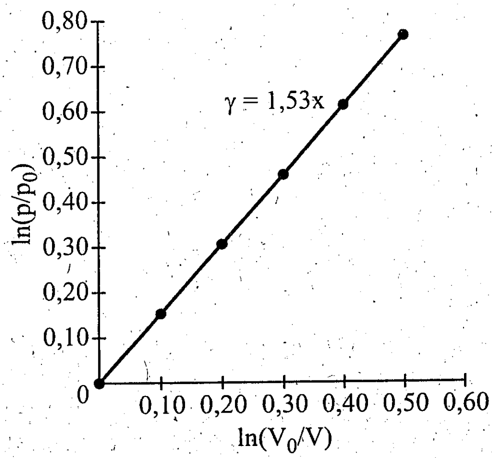
$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = 1{,}53 \Rightarrow C_V = 1{,}89\ R$$

Trong 1 mol hỗn hợp khí, gọi n_1 là số mol khí Ar, n_2 là số mol khí H_2.

Ta có : $\dfrac{3}{2}Rn_1 + \dfrac{5}{2}Rn_2 = 1{,}89R$

với $n_1 + n_2 = 1 \Rightarrow n_2 = 0{,}61$ mol

và $n_2 = 0{,}39$ mol.



Hình 2.6G

Khối lượng mol của hỗn hợp là : $\mu = 40n_1 + 2n_2 = 25{,}2$ g/mol.

Vậy trong 8,5 g hỗn hợp khí có : 8,24 g Ar và 0,26 g H_2.

2.

2.1. a) Xác định điện áp U_0

Khi chiếu sáng và hở mạch, cường độ dòng điện I = 0 và điện áp sinh ra trên hai đầu pin chính là thế hở mạch U_0 :

$$I = I_d(e^{\alpha U_0} - 1) + I_g = 0 \Rightarrow U_0 = \frac{1}{\alpha} ln\left(1 - \frac{I_g}{I_d}\right) \quad (1)$$

b) Viết phương trình xác định U_m và tính $\mathscr{P}_m$ theo R_m.

• Khi mắc pin với điện trở R và chiếu sáng, dòng điện qua pin và dòng điện qua R có độ lớn bằng nhau. Hiệu điện thế giữa hai đầu của pin cũng bằng hiệu điện thế giữa hai đầu điện trở.

Do đó công suất tiêu thụ trên R là : $\mathscr{P} = UI = UI_d[(e^{\alpha U} - 1) + I_g]$

Công suất cực đại ứng với $U = U_m$ khi $\mathscr{P}'(U_m) = 0 \Rightarrow I_d[(e^{\alpha U_m} - 1) + I_g + U_m \alpha e^{\alpha U_m}] = 0$

$$\Rightarrow (1 + \alpha U_m)e^{\alpha U_m} = 1 - \frac{I_g}{I_d} \qquad (2)$$

• Xác định công suất cực đại theo giá trị trở tải.

Từ (2) ta có : $$e^{\alpha U_m} = \frac{I_d - I_g}{I_d(1 + \alpha U_m)} \qquad (3)$$

Định luật Ôm với điện trở : $$\frac{U_m}{R_m} = I = I_d(e^{\alpha U_m} - 1) + I_g \qquad (4)$$

Từ (3), (4) suy ra : $$\frac{U_m}{R_m} = \frac{\alpha U_m (I_g - I_d)}{(1 + \alpha U_m)} \Rightarrow U_m = \frac{\alpha R_m (I_g - I_d) - 1}{\alpha}$$

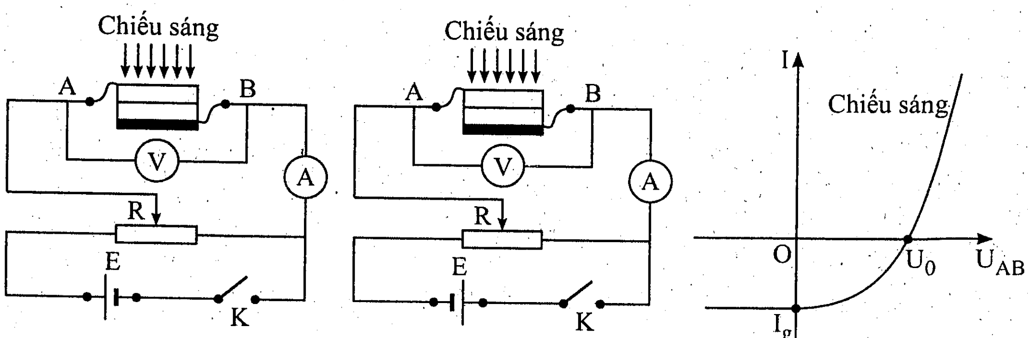
Công suất cực đại : $$\mathscr{P}_m = \frac{U_m^2}{R_m} = \frac{(\alpha R_m (I_g - I_d) - 1)^2}{\alpha^2 R_m} = \left(\sqrt{R_m}(I_g - I_d) - \frac{1}{\alpha\sqrt{R_m}} \right)^2$$

2.2. a) Đặc trưng vôn - ampe của pin

Vẽ sơ đồ mắc mạch (Hình 2.7Ga, b).

Vẽ phác dạng đồ thị vôn - ampe (Hình 2.7Gc).

Chỉ ra được giá trị U_0 và I_g là giao của đường đặc trưng với trục hoành và trục tung.



a) Phân cực thuận b) Phân cực ngược c)

Hình 2.7G

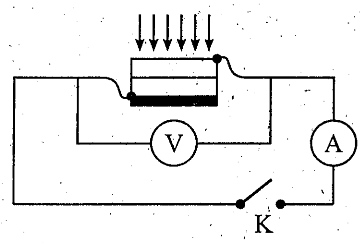
b) Phương án thí nghiệm xác định các giá trị đặc trưng I_d và α của pin

• Cơ sở lí thuyết (Hình 2.8G).

Điện áp hở mạch khi chiếu sáng : $U_0 = \frac{1}{\alpha} ln\left(1 - \frac{I_g}{I_d}\right)$.

Chiếu sáng mạnh : $|I_g| \gg I_d$ suy ra :

$$U_0 \approx \frac{1}{\alpha} ln\frac{-I_g}{I_d} = \frac{1}{\alpha} ln|I_g| - \frac{1}{\alpha} lnI_d = A ln|I_g| + B$$



Hình 2.8G

Như vậy, để tìm α và I_d ta cần vẽ được đồ thị $U_0 = U_0(I_g)$. Đồ thị này được dựng bằng việc thay đổi cường độ chiếu sáng để nhận các cặp giá trị I_g và U_0 tương ứng.

Xác định U_0 : Đo thế hở mạch ; I_g chính là dòng ngắn mạch.

• Tiến hành thí nghiệm : Sử dụng chế độ chiếu sáng mạnh.

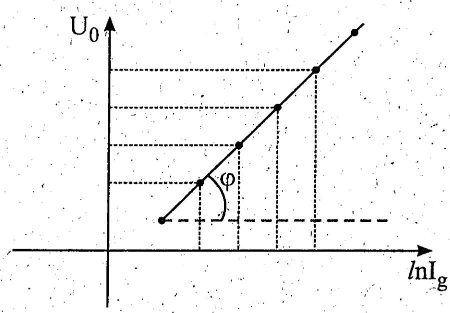
– Chiếu sáng vào bề mặt pin, dùng vôn kế đo hiệu điện thế hở mạch U_0.

– Nối tắt hai đầu pin thông qua ampe kế, đọc chỉ số dòng điện tương ứng I_g.

– Lặp lại các thao tác trên với các cường độ chiếu sáng khác nhau.

Ghi số liệu vào bảng dưới.

Lần đo	U_0	I_g
1	....	....
2	....	....
3	....	....
....	....	....



Hình 2.9G

• Xử lí số liệu : Dựng đồ thị biểu diễn mối quan hệ U_0 theo lnI_g (Hình 2.9G).

Từ độ nghiêng đồ thị suy ra : $A = \frac{1}{\alpha} = \tan\varphi \Rightarrow \alpha = \cot\varphi$

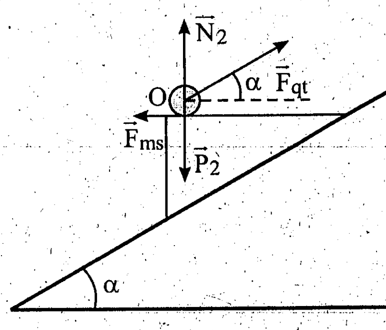
Từ điểm cắt ngoại suy của đường với trục lnI_g suy ra : $B = -\frac{1}{\alpha} lnI_d \Rightarrow I_d = e^{-\alpha B}$.

3 Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2012, ngày thi thứ nhất

3.1.

1. Bỏ qua khối lượng của quả cầu, nên gia tốc của nêm là $a_1 = g\sin\alpha$

a) Theo phương song song mặt nêm có thành phần lực quán tính gây ra gia tốc cho quả cầu là $F_{qt}\cos\alpha$, nên gia tốc tương đối của quả cầu so với nêm là : $a_{21} = \dfrac{F_{qt}}{m_2} = a_1\cos\alpha = \dfrac{1}{2}g\sin 2\alpha$ (Hình 3.1G).



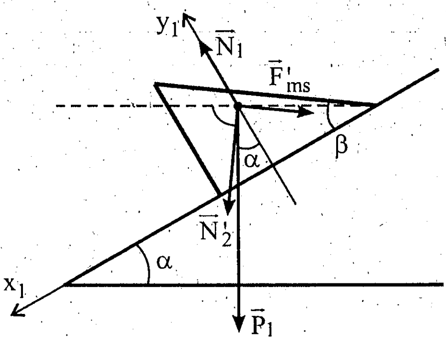
Hình 3.1G

b) Xét quả cầu : $m_2a_1\cos\alpha - F_{msn} = m_2a_{21}$

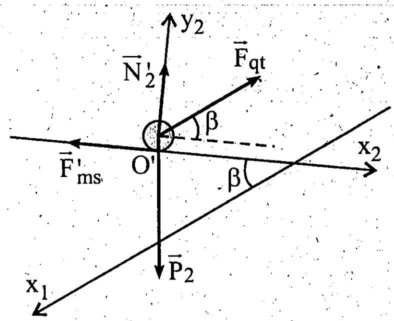
$\Rightarrow m_2g\sin\alpha\cos\alpha - F_{msn} = m_2a_{21}$ (*)

$$F_{msn}R = \frac{2}{5}m_2R^2\gamma \Rightarrow \frac{2}{5}m_2a_{21} = F_{msn} \quad (**) \text{ (Hình 3.2G)}$$

Từ (*), (**) tính được : $a_{21} = \dfrac{5}{7}g\sin\alpha\cos\alpha = \dfrac{5}{14}g\sin 2\alpha$.



Hình 3.2G



Hình 3.3G

2. Xét chuyển động của nêm trong hệ quy chiếu đất (Hình 3.3G) :

$$m_1g\sin\alpha + N'_2\sin\beta - F_{mns}\cos\beta = m_1a_1 \quad (1)$$

Xét chuyển động của quả cầu trong hệ quy chiếu gắn với nêm :

Theo $O'x_2$: $m_2g\sin(\beta - \alpha) + m_2a_1\cos\beta - F_{msn} = m_2a_{21}$ (2)

Theo $O'y_2$: $N_2 + m_2a_1\sin\beta - m_2g\cos(\beta - \alpha) = 0$ (3)

Phương trình cho chuyển động quay : $F_{mns}R = \dfrac{2}{5}m_2R^2\gamma = \dfrac{2}{5}m_2R^2\dfrac{a_{21}}{R}$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}m_2a_{21} = F_{msn} \quad (4)$$

$$N'_2 = N_2 \quad (5)$$

Thay số với $\alpha = 30^o$; $\beta = 60^o$; $m_1 = m_2$, tính được $a_1 = \dfrac{11}{17}g$.

3. Khi nêm trượt trên mặt phẳng nghiêng, theo phương dọc mặt phẳng nghiêng, phương trình định luật II Niu-tơn : $m_1 g\sin\alpha - F_{ms} = m_1 x'' \Rightarrow m_1 g\sin\alpha - km_1 gx\cos\alpha = m_1 x''$

$x'' + kxg\cos\alpha - g\sin\alpha = 0$. Đặt : $X = x - \dfrac{\tan\alpha}{k}$ ta được : $X'' + kg\cos\alpha X = 0$.

Như vậy nêm trượt dưới tác dụng của hợp lực theo phương dọc mặt phẳng nghiêng là lực giả đàn hồi với $\omega = \sqrt{gk\cos\alpha}$, chu kì T, biên độ A : $X = A\sin\omega t$.

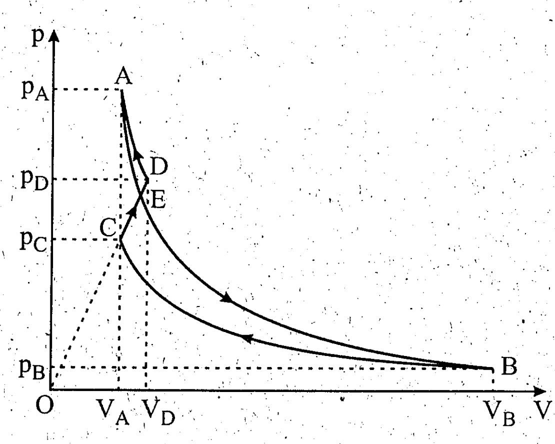
Vị trí cân bằng của nêm có toạ độ $X = 0 \Rightarrow x_0 = \dfrac{\tan\alpha}{k}$, trong đó chọn $x = 0$ tại vị trí nêm bắt đầu lọt hẳn vào vùng có $\mu = ks$.

Quãng đường vật đi được $s_0 = A + x_0$.

Thời gian chuyển động của nêm là :

$$\tau = \frac{T}{4} + \frac{\arcsin\left(\frac{x_0}{A}\right)}{\omega} = \frac{\pi + 2\arcsin\left(\frac{\tan\alpha}{ks_0 - \tan\alpha}\right)}{2\sqrt{kg\cos\alpha}}.$$

3.2



Hình 3.4G

1. Xét trạng thái A và C, có $V_A = V_C$

nên $\dfrac{p_A}{p_C} = \dfrac{T_A}{T_C} = \dfrac{T_2}{T_1} = 2$

$\Rightarrow p_A = 2p_C = 8.10^5\ N/m^2$

(Hình 3.4G).

Xét quá trình AB :

$\left(\dfrac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \dfrac{T_A}{T_B} = 2$, với $\gamma = \dfrac{7}{5}$

tính được $V_B = 2^{\frac{5}{2}} V_A = 28{,}3.10^{-3}\ m^3$

Xét quá trình đẳng nhiệt BC :

$$p_B V_B = p_C V_C = RT_1 \Rightarrow p_B = \frac{p_C V_C}{V_B} = 2^{-\frac{5}{2}}.4.10^5 = 0{,}71.10^5\ N/m^2$$

$$P_C V_C = RT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{p_C V_C}{R} = \frac{4.10^5.5.10^{-3}}{8{,}31} = 240{,}67\ K$$

Xét quá trình đẳng nhiệt DA : $p_D V_D = RT_2 \Rightarrow p_D = \dfrac{RT_2}{V_D}$ (1)

Xét quá trình CD : Vì đồ thị là đường thẳng đi qua gốc toạ độ nên $p = kV$, với $k = \dfrac{p_C}{V_C} = 0,8.10^8\ N.m^{-5}$

Vậy $p_D = kV_D$ (2)

Từ (1) và (2) tính được : $V_D = \sqrt{\dfrac{RT_2}{k}} = \sqrt{\dfrac{2RT_1}{k}} \approx 7,07.10^{-3}\ m^3$

$p_D = kV_D = 5,66.10^5\ N/m^2$.

2. E là giao điểm của CD và AB, tại đó có :

$$p_E = kV_E = \frac{p_A V_A^{\gamma}}{V_E^{\gamma}} \Rightarrow V_E^{\gamma+1} = \frac{p_A V_A^{\gamma}}{k} \Rightarrow V_E = 6,67.10^{-3}\ m^3\ ;$$

$p_E = kV_E = 5,34.10^5\ N/m^2$

$\left(\dfrac{V_A}{V_E}\right)^{\gamma-1} = \dfrac{T_E}{T_A} \Rightarrow T_E = T_2\left(\dfrac{V_A}{V_E}\right)^{\gamma-1}$. Thay số tính được : $T_E = 481,34.\left(\dfrac{5}{6,67}\right)^{\frac{2}{5}} = 42,9\ K.$

Quá trình EB : $A_{EB} = -\Delta U_{EB} = \dfrac{R(T_B - T_E)}{1-\gamma} = \dfrac{8,31(240,67 - 428,94)}{1 - \dfrac{7}{5}} = 3910\ J$

Quá trình BC : $A_{BC} = RT_B ln\dfrac{V_C}{V_B} = RT_1 ln\dfrac{V_A}{V_B} = 8,31.240,67.ln2^{-\frac{5}{2}} = -3466\ J$

Quá trình CE :

$$A_{CE} = \frac{1}{2}(p_C + p_E)(V_E - V_C) = \frac{1}{2}(4,00 + 5,34)(6,67 - 5).10^2 = 779,89\ J$$

Công của chu trình là :

$$A = A_{EB} + A_{BC} + A_{CE} = 3911,31 - 3465,68 + 779,89 = 1226\ J$$

33

1. Gọi vận tốc của hạt là v_0 và tốc độ góc là ω_0.

Lực Lo-ren : $F_L = qv_0B = q\omega_0RB = q\omega_0R\dfrac{A}{R^n} = q\omega_0AR^{1-n}$ đóng vai trò lực hướng tâm nên : $F_L = q\omega_0AR^{1-n} = m\omega_0^2R \Rightarrow \omega_0 = \dfrac{Aq}{mR^n} = \dfrac{Aq}{mR^{\frac{2}{3}}}$

Vận tốc ban đầu của hạt mang điện là : $v_0 = \omega_0R = \dfrac{Aq}{mR^n}R = \dfrac{Aq}{m}R^{1-n} = \dfrac{Aq}{m}R^{\frac{1}{3}}$

2. Khi hạt lệch một khoảng x khỏi vị trí cân bằng,

$$B = \frac{A}{(R+x)^n} = \frac{m\omega_0 R^n}{q}\frac{1}{R^n}\left(1 - n\frac{x}{R}\right)$$

Vì $x_0 \ll R$ ta coi lực từ vẫn hướng về O, momen động lượng được bảo toàn :

$$m\omega(R+x)^2 = m\omega_0 R^2 \text{ nên } \omega = \omega_0\left(1 - \frac{2x}{R}\right)$$

Lực từ $F_L = qvB = q\omega_0\left(1 - \frac{2x}{R}\right)(R+x)\frac{m\omega_0}{q}\left(1 - \frac{nx}{R}\right) = m\omega_0^2(R - (n+1)x)$

Chọn hệ quy chiếu chuyển động quay với ω ta có :

$$F_{ht} = m\omega^2(R+x) = m\left(\omega_0\left(1 - \frac{2x}{R}\right)\right)^2(R+x) = m\omega_0^2(R - 3x)$$

Lực Lo-ren hướng về tâm, còn lực quán tính hướng ra xa tâm, ta có phương trình :

$mx'' = -F_L + F_{ht} = -m\omega_0^2(R-(n+1)x) + m\omega_0^2(R-3x) \Rightarrow x'' - \omega_0^2(2-n)x = 0$

Hạt dao động với tần số góc $\omega_{dd} = \omega_0\sqrt{2-n} = \frac{2\omega_0}{\sqrt{3}}$; chu kì $T = \frac{2\pi}{\omega_{dd}} = \frac{m\sqrt{3}\pi\sqrt[3]{R^2}}{qA}$

3. Momen lực Lo-ren là $M_F = Fr\cos\alpha = qvBr\cos\alpha = qvBr\cos\alpha = \frac{dL}{dt}$

Suy ra $dL = qvBr\cos\alpha dt = qBrdr = q\frac{A}{r^{n-1}}dr$ vì $v\cos\alpha dt = dr$

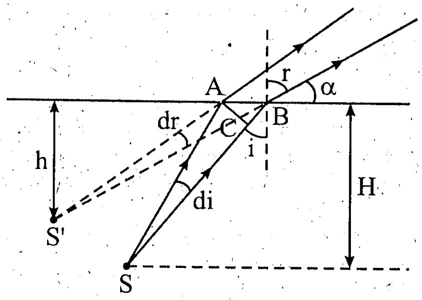
$$\int_0^{L_2} dL = \int_{R_1}^{R_2} q\frac{A}{r^{n-1}}dr \Rightarrow mvR_2 = \left.\frac{qAr^{2-n}}{2-n}\right|_{R_1}^{R_2} = \frac{qA}{2-n}\left(R_2^{2-n} - R_1^{2-n}\right)$$

nên $v = \frac{qA\left(R_2^{2-n} - R_1^{2-n}\right)}{mR_2(2-n)}$.

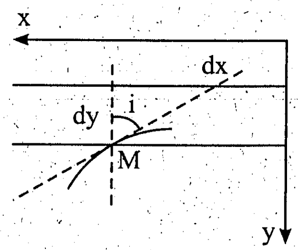
3.4

1. a) $h = \frac{H}{n} = \frac{2H}{3}$.

b) Vẽ hai tia SB và SA đến mặt thoáng với các góc i và i + di (di rất nhỏ) ló ra với góc tới $r = 90^o - \alpha$ và r + dr (Hình 3.5G). Đường kéo dài của hai tia ló cắt nhau ở S'.



Hình 3.5G



Hình 3.6G

Từ nsini = sinr $\Rightarrow$ ncosi.di = cosr.dr $\Rightarrow \dfrac{di}{dr} = \dfrac{1}{n}\dfrac{\cos r}{\cos i}$

$$AB = \frac{AC}{\cos i} = \frac{1}{\cos i}SBdi = \frac{H}{\cos^2 i}di$$

Tương tự : $AB = \dfrac{h}{\cos^2 r}dr$. Do đó $\dfrac{h}{\cos^2 r}dr = \dfrac{H}{\cos^2 i}di$

$h = \dfrac{H}{n}\dfrac{\cos^3 r}{\cos^3 i}$ với $i = 90^o - \alpha = 30^o$; $\sin r = \dfrac{\sin i}{n} = \dfrac{1}{3}$; $\cos r = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Do đó $h = H\dfrac{64.4}{27.9}\sqrt{\dfrac{2}{3}} \approx 0{,}86\,H$.

2. Chia môi trường thành nhiều lớp mỏng bằng các mặt phẳng vuông góc Oy, bề dày dy (Hình 3.6G).

Đặt gốc toạ độ tại điểm tia sáng ló ra.

Tại điểm xét M có toạ độ (x, y), tia sáng hợp với Oy một góc i.

Tại điểm ló, góc khúc xạ là $90^o - \alpha$, ta có $n\sin i = \sin(90^o - \alpha) = \cos\alpha$ $\Rightarrow \sin i = \dfrac{\cos\alpha}{n}$

$$\frac{dx}{dy} = \tan i = \frac{\sin i}{\sqrt{1-\sin^2 i}} = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2-\cos^2\alpha}} \text{ nên } x = \int_0^H \frac{\cos\alpha dy}{\sqrt{n^2-\cos^2\alpha}} = \int_0^H \frac{\cos\alpha dy}{\sqrt{2-\cos^2\alpha+\dfrac{y}{H}}}$$

$$x = 2H\cos\alpha\sqrt{2-\cos^2\alpha+\frac{y}{H}}\Bigg|_0^H = 2H\cos\alpha\left(\sqrt{3-\cos^2\alpha}-\sqrt{2-\cos^2\alpha}\right)$$

Thay $\alpha = 60^o$ ta có $x = \dfrac{H}{2}\left(\sqrt{11}-\sqrt{7}\right) \approx 0{,}34\,H$.

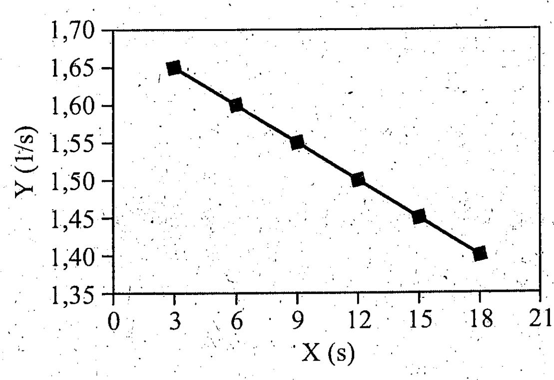
3.5 1. Sau thời gian t xe có vận tốc v = at, lúc này tần số thu được là :

$$f = f_0\frac{v_a}{v_a - v} = f_0\frac{v_a}{v_a - at}$$

Do đó $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_0}\left(1 - \frac{a}{v_a}t\right)$, đồ thị $Y = \frac{1}{f}$ theo X = t có dạng đường thẳng Y = AX + B

với $A = -\frac{a}{f_0 v_a}$ từ độ nghiêng xác định được v_a : $v_a \approx 309$ m/s (Hình 3.7G)

t(s)	f(Hz)	1/f ($\times 10^{-3}$s)
3	608	1,64
6	626	1,60
9	645	1,55
12	666	1,50
15	690	1,45
18	715	1,40



Hình 3.7G

2. Tới thời điểm t_1 xe đi được quãng đường là $\frac{at_1^2}{2}$ và cách nguồn thu là $x = s - \frac{at_1^2}{2}$

Vận tốc xe là $v = at_1$; Thời gian truyền âm từ xe đến nguồn thu là $\Delta t_1 = \frac{x}{v_a} = \frac{2s - at_1^2}{2v_a}$

Như vậy tính từ thời điểm bắt đầu xe chuyển động thì ở thời điểm t ở nguồn thu âm ứng với xe có vận tốc v, ta có :

$$t = t_1 + \Delta t_1 = t_1 + \frac{2s - at_1^2}{2v_a} \Rightarrow \frac{a}{2}t_1^2 - v_a t_1 + (s - v_a t) = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_a - \sqrt{v_a^2 + 2as - 2av_a t}}{a}$$

do đó $v = v_a - \sqrt{v_a^2 + 2as - 2av_a t}$

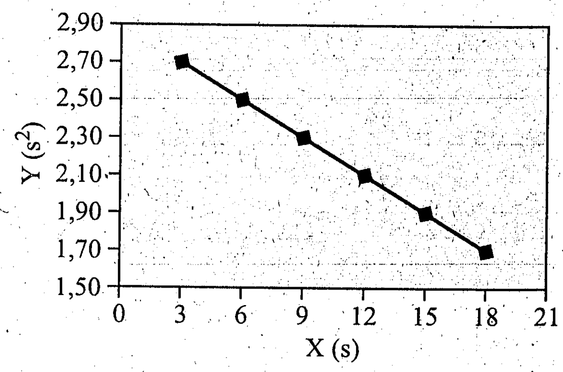
Tần số thu được là :

$$f = f_0\frac{v_a}{v_a - v} = f_0\frac{v_a}{\sqrt{v_a^2 + 2as - 2av_a t}} \Rightarrow \left(\frac{1}{f}\right)^2 = \left(\frac{1}{f_0}\right)^2\left(1 + \frac{2as}{v_a^2}\right) - \left(\frac{1}{f_0}\right)^2\frac{2a}{v_a}t$$

Đặt $Y = \left(\frac{1}{f}\right)^2$ và X = t ; $A = -\left(\frac{1}{f_0}\right)^2\frac{2a}{v_a}$; $B = \left(\frac{1}{f_0}\right)^2\left(1 + \frac{2as}{v_a^2}\right)$ thì ta có Y = AX + B

Dựng đồ thị Y theo X ta xác định được v_a và s (Hình 3.8G).

t (s)	f (Hz)	$1/f^2$ ($10^{-6}s^2$)
3	608	2,71
6	626	2,55
9	645	2,40
12	666	2,25
15	690	2,10
18	715	1,96



Hình 3.8G

Xác định được $v_a = 334$ m/s ; s = 505 m.

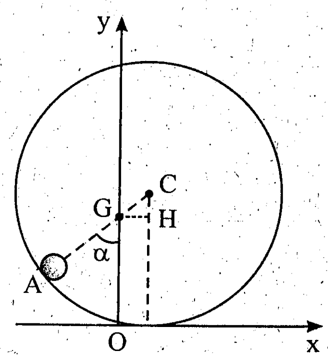
(4) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2012, ngày thi thứ hai

4.1

1. a) Động năng cực đại của hệ bằng thế năng cực đại : $W = mgR(1 - \cos\alpha_0)$

b) Khối tâm G của hệ nằm trên AC cách C là $GC = \dfrac{mR}{M+m}$

G đứng yên theo phương ngang. Chọn hệ trục Oxy cố định như hình 4.1G, trong đó Oy qua G.



Hình 4.1G

$x_A = AG\sin\alpha = \dfrac{MR}{M+m}\sin\alpha$; $y_A = R(1 - \cos\alpha)$

Đặt $AG = \dfrac{MR}{M+m} = d \Rightarrow \dfrac{x^2}{d^2} + \dfrac{(y-R)^2}{R^2} = 1$

Quỹ đạo là một đoạn của elip có hai bán trục là d và R.

c) Vận tốc của C có phương nằm ngang, của G có phương thẳng đứng.

Từ C và G kẻ các đường thẳng vuông góc với vectơ vận tốc ta xác định được trục quay tức thời là H song song với trục của vành.

$$I_G = m\left(\frac{MR}{M+m}\right)^2 + MR^2 + M\left(\frac{mR}{M+m}\right)^2 = \frac{M^2 + 2Mm}{M+m}R^2$$

$$I_H = I_G + (M+m)\left(\frac{mR\sin\alpha}{M+m}\right)^2 = \frac{M^2 + 2Mm + m^2\sin^2\alpha}{M+m}R^2$$

Cơ năng bảo toàn nên : $mgR(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = I_H\frac{\omega^2}{2}$

Suy ra : $\omega = \sqrt{\frac{2m(M+m)g(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}{(M^2 + 2Mm + m^2\sin^2\alpha)R}}$

2. Momen quán tính của hệ đối với tiếp điểm B là (Hình 4.2G) :

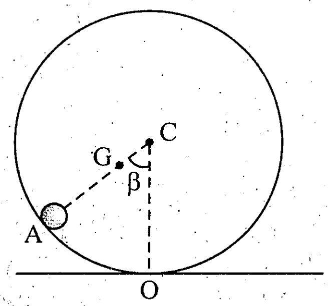
$I_B = (MR^2 + MR^2 + 2mR^2(1 - \cos\beta)) = 2(M + m - m\cos\beta)R^2$

Lúc đầu hệ, $\cos\beta = 1$, hệ có động năng :

$$W_đ = I_B\frac{\omega_0^2}{2} = Mv_0^2$$

Khi AC lệch góc β hệ có động năng :

$$W'_đ = I_B\frac{\omega^2}{2} = \frac{2(M+m-m\cos\beta)R^2}{2}\frac{v^2}{R^2}$$



Hình 4.2G

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng :

$$W'_đ + mg(1 - \cos\beta)R = W_đ$$

$(M + m - m\cos\beta)v^2 + mgR(1 - \cos\beta) = Mv_0^2$ nên $v = \sqrt{\frac{Mv_0^2 - mgR(1-\cos\beta)}{M+m-m\cos\beta}}$

Khi A độ cao 2R thì $\cos\beta = -1$ nên $v = \sqrt{\frac{Mv_0^2 - 2mgR}{2m+M}}$

Điều kiện vành trụ không nhảy lên là $\frac{mv^2}{R} \le (m+M)g$ hay $v_0 \le \sqrt{\left(3 + 4\frac{m}{M} + \frac{M}{m}\right)Rg}$

4.2.

1. a) Lực đẩy Ác-si-mét là : $F = \rho gV = \frac{p_0V\mu g}{RT_0}$

b) Từ điều kiện cân bằng của một lớp khí mỏng dày dz tính được $dp = -\rho gdz$

Mặt khác $p = \frac{\rho RT}{\mu}$ với $T = T_0 - az$, từ đó $dp = \frac{R}{\mu}(\rho dT + T_0d\rho - azd\rho) = -\rho gdz$

Vì $dT = -adz$ nên $\frac{R(T_0 - az)d\rho}{\mu\rho} = \left(\frac{R}{\mu}a - g\right)dz$, tính được $\frac{d\rho}{\rho} = \frac{aR - \mu g}{R(T_0 - az)}dz$

Từ đó tính được $\rho = \rho_0\left(1 - \dfrac{az}{T_0}\right)^{\frac{\mu g}{Ra} - 1}$;

– Nếu V đủ nhỏ thì $F = \rho Vg = \rho_0 Vg\left(1 - \dfrac{az}{T_0}\right)^{\frac{\mu g}{Ra} - 1}$ với $\rho_0 = \dfrac{p_0\mu}{RT_0}$

– Nếu V lớn, cần kể đến sự phụ thuộc của ρ vào độ cao trong phạm vi quả cầu.

2. Gọi M là khối lượng của quả cầu, ρ_{kk} khối lượng riêng của không khí khô, D là khối lượng riêng của hơi nước ở trạng thái bão hoà, α là độ ẩm tương đối, lực nâng của không khí ẩm là $F = [V(\rho_{kk} + \alpha D) - M]g$

   Khi độ ẩm tăng thêm 10% : $F' = [V(\rho_{kk} + \alpha D + \Delta\rho_{kk} + 0{,}1D) - M]g$

   suy ra : $\Delta F = gV[\Delta\rho_{kk} + 0{,}1A]$

   Áp suất không khí ẩm được xác định theo định luật Đan-tôn :

$$p = p_{kk} + p_{hn} \Rightarrow \Delta p = \Delta p_{kk} + \Delta p_{hn}$$

   Vì áp suất p không đổi nên $\Delta p_{kk} = -\Delta p_{hn}$;

   Áp suất riêng phần của hơi nước và không khí lần lượt là :

$$p_{hn} = \frac{\rho_{hn}RT}{\mu_{hn}};\ p_{kk} = \frac{\rho_{kk}RT}{\mu_{kk}}$$

   Từ đó tính được $\dfrac{\Delta\rho_{kk}}{\mu_{kk}} = \dfrac{-\Delta\rho_{hn}}{\mu_{hn}} = \dfrac{-0{,}1D}{\mu_{hn}}$ suy ra $\Delta\rho_{kk} = -\dfrac{\mu_{kk}}{\mu_{hn}}0{,}1D$ (*)

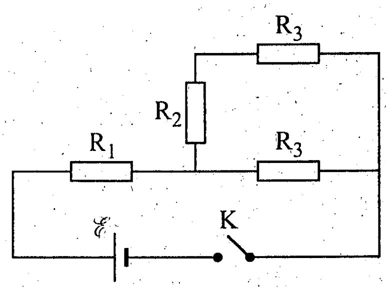
   Theo (*) dấu trừ chứng tỏ khi độ ẩm tăng thì khối lượng riêng của không khí giảm, do đó $\Delta F = 0{,}1\left(1 - \dfrac{\mu_{kk}}{\mu_{hn}}\right)DgV \approx -0{,}061DgV$. Lực nâng giảm.

4.3

1. Đóng khoá K.

   Trước khi đóng khoá K, không có dòng điện qua cuộn dây L nên $i_{(0-)} = 0$, vậy ngay sau khi đóng khoá K có $i_{(0+)} = 0$ (1)

   Vì không có dòng điện qua cuộn dây, mạch điện có dạng như hình 4.3G, có



Hình 4.3G

$$I_{(0+)} = \frac{\mathscr{E}}{R + \dfrac{(R + R_3)R_3}{R + 2R_3}} = \frac{\mathscr{E}(R + 2R_3)}{R^2 + 3RR_3 + R_3^2};$$

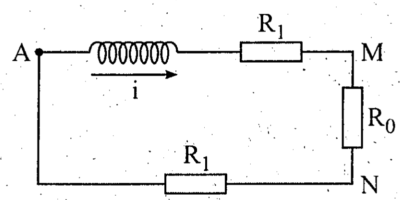
Cường độ dòng điện qua R_2 : $I_{2(0+)} = \dfrac{R_3}{R + 2R_3} I_{(0+)} = \dfrac{\mathscr{E} R_3}{R^2 + 3RR_3 + R_3^2}$ (2)

Khi các dòng điện có giá trị ổn định, ta có mạch cầu cân bằng :

Cường độ dòng điện chạy qua R_2 bằng 0

Cường độ dòng điện qua cuộn dây là : $I_0 = \dfrac{\mathscr{E}}{R_1 + R_3} = \dfrac{\mathscr{E}}{R + R_3}$ (3)

2. a) Sau khi ngắt K, trong mạch có suất điện động tự cảm, ta vẽ lại mạch điện (Hình 4.4G).



Hình 4.4G

Đặt $R_0 = \dfrac{2R_3R_2}{2R_3 + R_2} = \dfrac{2R_3R}{2R_3 + R}$.

Áp dụng định luật Ôm :

$$-L\frac{di}{dt} = i(2R_1 + R_0) \Rightarrow i = I_m e^{-\frac{2R+R_0}{L}t}$$

Lúc t = 0, từ (3) $I_m = I_0 \Rightarrow i = \dfrac{\mathscr{E}}{R + R_3} e^{-\frac{2R+R_0}{L}t}$

b) Cường độ dòng điện chạy qua R_2 :

$$i_2 = \frac{R_0}{R_2} i = \frac{2R_3}{2R_3 + R} i = \frac{2R_3\mathscr{E}}{(R + R_3)(2R_3 + R)} e^{-\frac{2R+R_0}{L}t}$$

Tổng điện lượng qua R_2 :

$$q = \int_0^\infty i_2 dt = \frac{2R_3 L\mathscr{E}}{(R + R_3)(2R_3 + R)(2R + R_0)} = 2L\mathscr{E} f_{(R_3)} \qquad (4)$$

$$f_{(R_3)} = \frac{R_3}{(R + R_3)(2R_3 + R)\left(2R + \dfrac{2R_3R}{2R_3 + R}\right)} = \frac{R_3}{(R + R_3)R[6R_3 + 2R]}$$

Đạo hàm $f_{(R_3)}$ theo R_3 và đặt đạo hàm bằng 0, ta được : $R_3 = \dfrac{R}{\sqrt{3}}$ (5)

Từ (4) và (5) tìm được : $q_{max} = \dfrac{L\mathscr{E}}{2R^2\left[2 + \sqrt{3}\right]} \approx 0{,}13\,C$

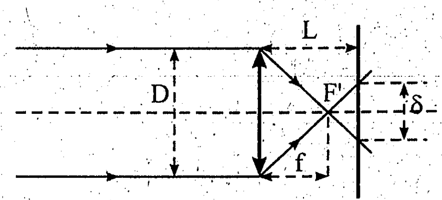
4.4

1. Các đại lượng cho trong bài được chỉ ra trên hình 4.5G.

Khi điểm sáng ở vô cực thì ảnh của nó ở tiêu điểm F'.

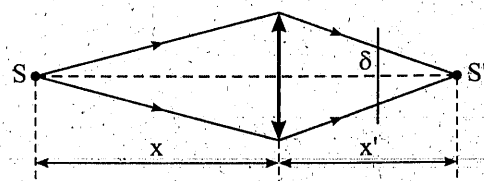
Chùm sáng cho trên màn ghi ảnh một vết sáng có đường kính δ nên coi như có ảnh nét trên màn ghi ảnh.

$$\frac{\delta}{D} = \frac{L-f}{f} = \frac{L}{f} - 1 \qquad (1)$$



Hình 4.5G

Khi điểm sáng ở S gần thấu kính nhất thì ảnh thật của nó cho bởi thấu kính ở sau màn vì ảnh thật của thấu kính dịch chuyển cùng chiều với vật (Hình 4.6G).



Hình 4.6G

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} \ (1) \text{ và } \frac{\delta}{D} = \frac{x'-L}{x'} = 1 - \frac{L}{x'} \ (2)$$

Giải (1) và (2), ta có : $x = \frac{f}{2}\left(\frac{D}{\delta} + 1\right)$ (3)

2. Áp dụng công thức (3) cho thấu kính 1 và 2 ta có :

$$x_1 = \frac{f_1}{2}\left(\frac{D_1}{\delta_1} + 1\right) \ ; \ x_2 = \frac{f_2}{2}\left(\frac{D_2}{\delta_2} + 1\right). \text{ Suy ra : } \frac{2x_2 - f_2}{2x_1 - f_1} = \frac{f_2 D_2 \delta_1}{f_1 D_1 \delta_2} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \frac{\delta_1}{\delta_2} \ (4)$$

Gọi s là diện tích của màn ghi ảnh và M_1 là "độ phân giải" của máy ảnh thứ nhất. Diện tích của mỗi pixel là $\frac{s}{M_1}$. Do đó, ta có thể lấy kích thước của mỗi pixel trên màn ghi ảnh của máy ảnh thứ nhất là $\delta_1 = \sqrt{s/M_1}$. Tương tự, đối với máy ảnh thứ hai : $\delta_2 = \sqrt{s/M_2}$.

Thay vào công thức (4) ta thu được : $\frac{2x_2 - f_2}{2x_1 - f_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \frac{\delta_1}{\delta_2} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \sqrt{\frac{M_2}{M_1}}$.

Thay số, ta được : $x_2 = 0{,}5x_1 + 1{,}0$.

4.5

1. Khi tấm kim loại trên quay sẽ làm tấm dưới lúc bị che chắn bởi tấm trên lúc không bị che trong điện trường. Chu kì quay $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Điện tích xuất hiện trên bản tỉ lệ với diện tích phơi ra điện trường. Diện tích phơi dưới điện trường thay đổi theo thời gian :

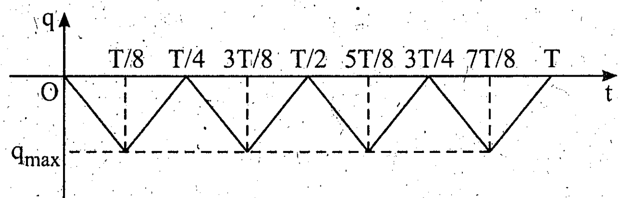
$$0 \le t \le \frac{T}{8} \Rightarrow s(t) = \frac{\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)}{2}\frac{t}{T/8} = 4\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)\frac{t}{T}$$

$$\frac{T}{8} \le t \le \frac{T}{4} \Rightarrow s(t) = \frac{\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)}{2}\left(1 - \frac{t}{T/4}\right) = \frac{\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)}{2}\left(1 - \frac{4t}{T}\right)$$

Do đó điện tích xuất hiện trên bàn là :

$$0 \le t \le \frac{T}{8} \Rightarrow q(t) = -4\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)\varepsilon_0 E_0 \frac{t}{T}$$

$$\frac{T}{8} \le t \le \frac{T}{4} \Rightarrow q(t) = -\frac{\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)}{2}\varepsilon_0 E_0\left(1 - \frac{4t}{T}\right)$$

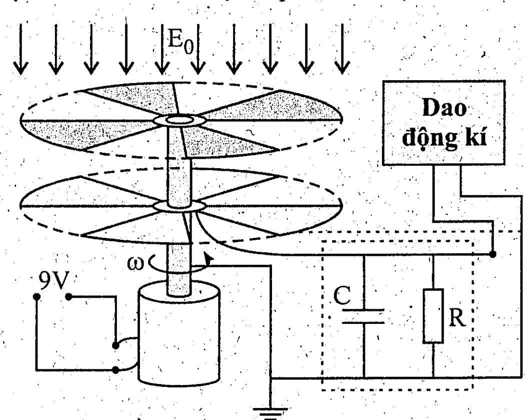


Hình 4.7G

Đồ thị biểu diễn q(t) có dạng hình vẽ với : $|q_{max}| = \dfrac{\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)\varepsilon_0 E_0}{2}$ (Hình 4.7G).

Phương án thí nghiệm : Bố trí thí nghiệm như hình 4.8G.

Bản trên nối với trục mô tơ điện và nối đất, bản dưới mắc qua hệ gồm hộp điện trở và tụ điện được mắc song song. Tụ điện và điện trở (hộp điện trở) đóng vai trò khuếch đại tín hiệu để chuyển điện tích thành điện áp hiển thị trên dao động kí.



Hình 4.8G

Xét các trường hợp điện trở R :

– Khi điện trở R nhỏ, điện tích từ tấm dưới chủ yếu chạy qua điện trở, điện tích tích tụ vào tụ điện không đáng kể. Trường hợp này xảy ra khi $R \ll \frac{T}{8C} = 0{,}25\ M\Omega$.

Do điện trở nhỏ nhất là 0,2 MΩ nên không thể áp dụng trường hợp trên.

– Khi điện trở R lớn, điện tích chủ yếu nạp cho tụ điện. Trường hợp này khi $R \gg \frac{T}{8C} = 0,25\ M\Omega$.

$$|q_{max}| = CU_{max} = \frac{\pi(R_1^2 - R_2^2)\varepsilon_0 E_0}{2} \Rightarrow E_0 = \frac{2CU_{max}}{R\pi(R_1^2 - R_2^2)\varepsilon_0} \quad (1)$$

Như vậy chỉ khảo sát với trường hợp các điện trở có giá trị lớn để xác định được giá trị E_0.

Các bước tiến hành thí nghiệm :

– Lắp đặt hệ thí nghiệm như hình vẽ.

– Đặt hộp điện trở ở một giá trị bất kì, xác định giá trị biên độ tín hiệu cực đại hiển thị trên dao động kí, ghi vào bảng số liệu.

– Lặp lại thí nghiệm với nhiều giá trị điện trở R của hộp biến trở, ghi lại biên độ tín hiệu hiển thị trên dao động kí, ghi vào bảng số liệu.

Bảng số liệu

Lần đo	Điện trở R	Biên độ tín hiệu U
1		
2		
3		

Xác định giá trị điện trường E_0 theo công thức (1). Giá trị điện trường là giá trị lớn nhất thu được trong dải khảo sát điện trở cao (điện trở càng lớn càng chính xác).

5 Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2013, ngày thi thứ nhất

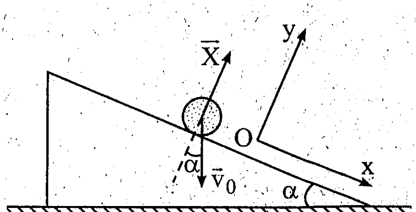
5.1

1. a) Xung lượng X của lực do nêm tác dụng lên quả cầu vuông góc với mặt nêm (Hình 5.1G).

$v_x = v_0\sin\alpha$ (1) không đổi trước và sau va chạm.

$X = m(v_y + v_0\cos\alpha)$ (2)

$Mv = -X\sin\alpha$ (3)



Hình 5.1G

Bảo toàn động năng : $m\frac{v_0^2}{2} = m\frac{v_x^2}{2} + m\frac{v_y^2}{2} + M\frac{v^2}{2}$ (4)

Giải hệ (1), (2), (3), (4) tìm được : $X = \dfrac{2v_0\cos\alpha}{\dfrac{1}{m} + \dfrac{\sin^2\alpha}{M}}$; $v = -\dfrac{2v_0\cos\alpha\sin\alpha}{\dfrac{M}{m} + \sin^2\alpha}$

Tốc độ nêm là : $|v| = \dfrac{2v_0\cos\alpha\sin\alpha}{\dfrac{M}{m} + \sin^2\alpha}$ (4)

b) Biểu thức động năng của nêm ngay sau va chạm là : $W_đ = \dfrac{1}{2}M\left(\dfrac{2v_0\cos\alpha\sin\alpha}{\dfrac{M}{m} + \sin^2\alpha}\right)^2$

Khảo sát hàm số : $f(\alpha) = \dfrac{\cos\alpha\sin\alpha}{\dfrac{M}{m} + \sin^2\alpha}$; tìm được f_{max} khi $\tan\alpha = \sqrt{\dfrac{M}{M+m}}$ (5)

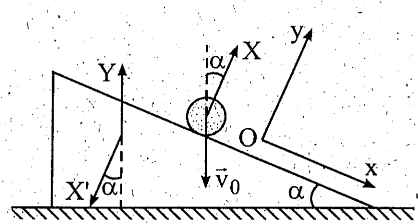
Động năng của nêm đạt cực đại khi f_{max}, khi đó :

$$W_{đmax} = 2Mv_0^2f^2_{(\tan\alpha)max} = \frac{1}{2}mv_0^2\frac{m}{M+m} \quad (6)$$

$$W_{đmax} = \frac{m}{M+m}W_{đ0}$$

c) Dưới tác dụng của các xung X' = X và Y, nêm không dịch chuyển theo phương thẳng đứng (Hình 5.2G). Vậy :

$$Y = X'\cos\alpha = \frac{2v_0\cos^2\alpha}{\dfrac{1}{m} + \dfrac{\sin^2\alpha}{M}} \quad (7)$$



Hình 5.2G

2. Gọi xung của phản lực là X và xung của lực ma sát có độ lớn là μX. Chọn hệ trục như hình vẽ. Có hai trường hợp :

• *Trường hợp 1 :*

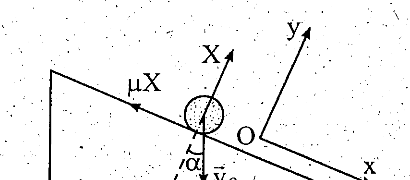
Trong suốt quá trình va chạm luôn có lực ma sát trượt tác dụng lên quả cầu.

Theo phương vuông góc với mặt nêm, vận tốc chỉ đổi chiều mà không đổi về độ lớn (Hình 5.3G) : $v_y = v_0\cos\alpha$. Vậy ta có :

$X = 2mv_0\cos\alpha$ (1)

$-\mu X = m(v_x - v_0\sin\alpha)$ (2)

$\mu Xr = I\omega$ (3)



Hình 5.3G

Giải hệ tìm được : $v_x = v_0(\sin\alpha - 2\mu\cos\alpha)$; $\omega = \dfrac{5\mu v_0\cos\alpha}{r}$

Sau va chạm vận tốc của vật hợp với mặt nêm một góc β, với $\tan\beta = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha - 2\mu\cos\alpha}$

Động năng của quả cầu : $W_đ = \dfrac{m}{2}\left(v_x^2 + v_y^2\right) + \dfrac{1}{2}I\omega^2$ với $\omega = \dfrac{5\mu v_0\cos\alpha}{r}$

$$W_đ = \frac{m}{2}v_0^2(\sin\alpha - 2\mu\cos\alpha)^2 + \frac{m}{2}v_0^2\cos^2\alpha + \frac{1}{5}mr^2\left(\frac{5\mu v_0\cos\alpha}{r}\right)^2$$

$$W_đ = \frac{m}{2}v_0^2(1 + 14\mu^2\cos^2\alpha - 4\mu\cos\alpha\sin\alpha)$$

Điều kiện để có hiện tượng này là $v_x = v_0(\sin\alpha - 2\mu\cos\alpha) \geq \omega r \Rightarrow \tan\alpha \geq 7\mu$.

• *Trường hợp 2 :* Nếu $\tan\alpha \leq 7\mu$ xét trong quá trình va chạm τ, trong khoảng thời gian $\tau_1 < \tau$ có lực ma sát trượt tác dụng lên quả cầu, thời gian còn lại quả cầu lăn không trượt, chỉ có ma sát nghỉ.

Theo phương vuông góc với mặt nêm, vận tốc chỉ đổi chiều mà không đổi về độ lớn ; $v_y = v_0\cos\alpha$. Vậy :

$$-\mu X = m(v_x - v_0\sin\alpha) \qquad (1)$$

$$\mu X r = I\omega \qquad (2)$$

$$v_x = \omega r \qquad (3)$$

Giải hệ tìm được $v_x = \dfrac{5}{7}v_0\sin\alpha$; $\omega = \dfrac{5}{7}\dfrac{v_0\sin\alpha}{r}$

Sau đó chỉ có lực ma sát nghỉ tác dụng nên v_x không thay đổi, v_y tăng tiếp đến $v_0\cos\alpha$.

Vận tốc của vật hợp với mặt nêm góc β với $\tan\beta = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{v_0\cos\alpha}{\frac{5}{7}v_0\sin\alpha} = \dfrac{7}{5}\cot\alpha$

Động năng của quả cầu ngay sau va chạm $W_đ = \dfrac{mv_0^2}{2}\left(1 - \dfrac{2}{7}\sin^2\alpha\right)$.

52

1. Tính công thực hiện trong chu trình ABEA theo V_1, α và n.

   Kí hiệu A là trạng thái 1, B là 2, C là 3, D là 4, E là 5.

Theo đề bài, ba điểm A, B và C nằm trên đường parabol đi qua gốc toạ độ, ta có :

$$p_1 = p_5 = \alpha V_1^2 \ (1),\ p_2 = p_4 = \alpha V_2^2 \ (2),\ p_3 = \alpha V_3^2 \qquad (3)$$

với p_1, p_2, p_3, p_4 và p_5 là áp suất của khối khí ở các trạng thái : A, B, C, D và E.

Mặt khác, theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng và ba phương trình trên ta được :

$$p_1V_1 = RT_1 \Rightarrow \alpha V_1^2.V_1 = \alpha V_1^3 = RT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{\alpha}{R}V_1^3 \qquad (4)$$

Tương tự : $T_2 = \frac{\alpha}{R}V_2^3$ (5), và $T_3 = \frac{\alpha}{R}V_3^3$ (6)

Từ họ các đường đẳng nhiệt ta nhận thấy T_3 là nhiệt độ lớn nhất và T_1 là nhiệt độ nhỏ nhất của khí trong chu trình nên theo đề bài : $T_3 = nT_1$.

Thay (6) và (4) vào phương trình vừa nhận được, ta có :

$$n\frac{\alpha}{R}V_1^3 = \frac{\alpha}{R}V_3^3 \Rightarrow V_3^3 = nV_1^3 \Rightarrow V_3 = \sqrt[3]{n}V_1 \qquad (7)$$

Mặt khác, theo đề bài $V_2 = \frac{1}{2}(V_1 + V_3)$

Thay (7) vào ta được : $V_2 = \frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{n} + 1\right)V_1$

$$A_1 = \int_{V_1}^{V_2} \alpha V^2 dV - \alpha V_1^2(V_2 - V_1) = \alpha\left(\frac{V_2^3}{3} - V_2V_1^2 + \frac{2}{3}V_1^3\right)$$

Thế biểu thức của V_2 vào ta có $A_1 = \alpha\left[\frac{2}{3} + \frac{1}{24}\left(1+\sqrt[3]{n}\right)^3 - \frac{1}{2}\left(1+\sqrt[3]{n}\right)\right]V_1^3$ (8)

2. Tìm hiệu suất của chu trình ABCDBEA theo n

• Công A thực hiện trong chu trình ABCDBEA : Từ (8), (9).

Tương tự như ý 1, ta có :

$$A_2 = \alpha\left(\frac{V_3^3}{3} - V_3V_2^2 + \frac{2}{3}V_2^3\right) = \alpha\left[\frac{n}{3} + \frac{1}{12}\left(1+\sqrt[3]{n}\right)^3 - \frac{1}{4}\left(1+\sqrt[3]{n}\right)^2\sqrt[3]{n}\right]V_1^3 \quad (9)$$

$$A = A_1 + A_2 = \frac{\alpha V_1^3}{24}\left(\sqrt[3]{n} - 1\right)^2\left(7 - 5\sqrt[3]{n}\right)$$

• Dễ thấy rằng các quá trình đẳng tích CD, BE và đẳng áp DB, EA đều toả nhiệt, nên nhiệt lượng Q máy nhận được chỉ trong các quá trình A – B – C.

Áp dụng nguyên lí I nhiệt động lực học ta có :

$$Q = \frac{3}{2}R(T_3 - T_1) + \int_{V_1}^{V_3} \alpha V^2 dV = \frac{3}{2}R\left(\frac{\alpha V_3^3}{R} - \frac{\alpha V_1^3}{R}\right) + \frac{\alpha}{3}\left(V_3^3 - V_1^3\right)$$

$$= \frac{11}{6}\alpha\left(V_3^3 - V_1^3\right) = \frac{11}{6}\alpha(n-1)V_1^3$$

Vậy hiệu suất của chu trình đã cho là $H = \frac{A}{Q} = \frac{\left(\sqrt[3]{n}-1\right)^2\left(7-5\sqrt[3]{n}\right)}{44(n-1)}$

Với n = 3 thay vào công thức trên ta được H = 0,032.

53

1. a) S_1 là điện lượng bị cản lại không được chuyển qua cuộn dây do có sự xuất hiện suất điện động tự cảm.

S_2 là điện lượng chuyển qua cuộn dây lúc đóng K trong thời gian từ $t = 0$ đến $t = t_0$.

Gọi R là điện trở của mạch, ta có :

$$\mathscr{E} = Ri + L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{\mathscr{E}}{R}dt = idt + \frac{L}{R}di$$

$$\frac{\mathscr{E}}{R}\int dt = \int idt + \frac{L}{R}\int_0^{I_0} di \rightarrow I_0\int dt = S_2 + \frac{L}{R}\int_0^{I_0} di = S_2 + \frac{L}{R}I_0 = S_2 + \frac{L}{R}.\frac{\mathscr{E}}{R}$$

Vì $I_0\int dt = S_1 + S_2$ nên $S_1 + S_2 = S_2 + \frac{L}{R}.\frac{\mathscr{E}}{R} \Rightarrow S_1 = \frac{L}{R}.\frac{\mathscr{E}}{R}$ (1) với $L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$

Trong các công thức trên, điện trở cuộn dây được tính : $R = \rho\frac{l}{s}$.

với $s = \pi r^2 = \pi\left(\frac{l}{2N}\right)^2$ và chiều dài dây $l = N.\pi D = N.\pi\sqrt{\frac{4S}{\pi}} = N\sqrt{4\pi S}$

Vậy $R = \rho\frac{2N\sqrt{\pi S}}{\pi\left(\frac{l}{2N}\right)^2} = \frac{8\rho N^3\sqrt{\pi S}}{\pi l^2}$ (2) do đó $\Rightarrow S_1 = \frac{\mu_0 N^2 S}{N\sqrt{4\pi S}}.\frac{\mathscr{E}\pi^2 l^4}{64\rho^2 N^6 \pi S} = \frac{\mu_0 \mathscr{E}\sqrt{\pi} l^4}{128\rho^2 N^5\sqrt{S}}$

b) Mặt khác $N\Phi = LI_0$ với $\Phi_0 = BS$ là từ thông qua một vòng dây. (Coi gần đúng L không đổi).

$$L\frac{\mathscr{E}}{R} = NBS \Rightarrow B = \frac{\mathscr{E}L}{NRS} = \frac{L}{NS}.\frac{\mathscr{E}}{R} \quad (3)$$

Từ (1) $\frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{S_1 R}{L}$ và thay (2) vào (3) ta có : $B = \frac{L}{NS}.\frac{S_1 R}{L} = \frac{S_1 R}{NS} = \frac{8\rho N^2 S_1}{\sqrt{\pi S}l^2}$

2. Cuộn dây vẫn mắc với nguồn điện $\mathscr{E}$. Ban đầu khoá K mở, sau khi đóng K.

Giả sử cuộn cảm có độ tự cảm L_0 không đổi, dòng điện qua cuộn dây được xác định

$$\mathscr{E} = Ri + L_0\frac{di}{dt} \Rightarrow d\left(i - \frac{\mathscr{E}}{R}\right) = -\frac{R}{L_0}\left(i - \frac{\mathscr{E}}{R}\right)dt$$

Suy ra : $i = \dfrac{\mathscr{E}}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L_0}g}\right) = I_0 - I_0e^{-\frac{R}{L_0}t} = I_0 - i_L$ trong đó i_L là dòng điện gây bởi hiện tượng tự cảm.

Với hằng số thời gian $\tau = \dfrac{L_0}{R} = 4.10^{-2}s \ll \dfrac{2\pi}{\omega} = 1{,}257\,s$, ta thấy dòng điện tăng rất nhanh tới giá trị ổn định $I_0 = \dfrac{\mathscr{E}}{R}$, trong thời gian $t_0 \ll T$ với T là chu kì biến đổi của độ tự cảm L. Như vậy, có thể bỏ qua sự biến đổi L trong thời gian t_0.

Do L thay đổi, dòng điện trong mạch sẽ thay đổi quanh giá trị I_0 và được xác định từ phương trình :

$$\mathscr{E} = Ri + i\frac{dL}{dt} \Rightarrow i = \frac{\mathscr{E}}{R + dL/dt} \text{ trong đó } \frac{dL}{dt} = L_0\alpha\omega\cos\omega t = 0{,}01\cos5t(H)$$

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R + \dfrac{dL}{dt}} = \frac{6}{5 + 0{,}01\cos5t} = \frac{6}{5(1 + 2.10^{-3}\cos5t)} = 1{,}2(1 + 2.10^{-3}\cos5t)^{-1}$$

$$i = 1{,}2 - 2{,}4.10^{-3}\cos5t\,(A).$$

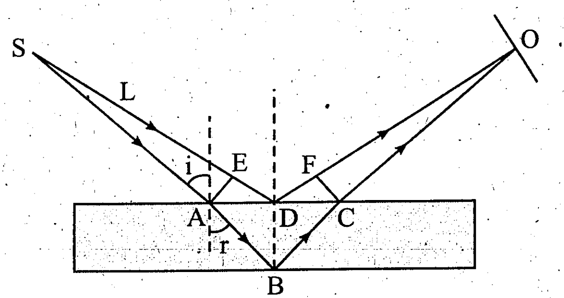
5.4.

1. (Hình 5.4G)

Tìm điều kiện bề dày e phải thoả mãn :

Chùm sáng tới nêm là chùm hẹp nên tới nêm tại một vùng nhỏ ở lân cận D, do đó ta coi vùng này của nêm như một bản mặt song song có bề dày là e. Vì S ở rất xa nêm nên ta coi SA = SE ; OC = OF.

Đồng thời, khi phản xạ ở mặt tiếp xúc với môi trường chiết suất lớn hơn có sự mất nửa bước sóng.



Hình 5.4G

Do đó hiệu quang trình của các tia phản xạ SABCO, SDO là :

$$\Delta = (AB + BC)n - \left(ED + DF + \frac{\lambda}{2}\right) \Rightarrow \Delta = \frac{2ne}{\cos r} - 2e\tan r \sin i - \frac{\lambda}{2}$$

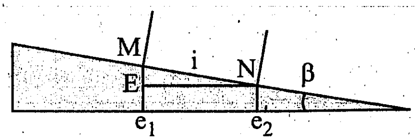
Thay $\sin r = \frac{\sin i}{n}$; $\cos r = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n}$ và biến đổi ta được $\Delta = 2e\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2}$

Khi $i = \alpha = 60^o$. Ta tìm tỉ số $\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2e\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{\lambda} - 0{,}5 = k \Rightarrow e = (2k+1)\frac{\lambda}{6}$, $k = 0, 1, 2, \ldots$

Với e_{min} ứng với $k = 0$, tìm được $e_{min} = \frac{\lambda}{6} = 0{,}1\mu m$.

2. Hiệu quang trình Δ phụ thuộc vào độ dày e và góc tới α. Với góc tới $\alpha \approx 0$ (Hình 5.5G) ta có :

$$\Delta = 2e\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2} \approx 2en - \frac{\lambda}{2}$$



Hình 5.5G

Giả sử độ dày của nêm tại điểm đang xét là e_1 tương ứng với vân sáng bậc k, khi đó $2e_1 n - \frac{\lambda}{2} = -k\lambda$ với k là một số nguyên.

Còn vân sáng bậc (k + 1) sẽ tương ứng với độ dày e_2 : $2e_2 n - \frac{\lambda}{2} = -(k+1)\lambda$

Trừ phương trình sau cho phương trình trước, ta được :

$$2(e_1 - e_2)n = \lambda \Rightarrow ME = (e_1 - e_2) = \frac{\lambda}{2n}$$

Bây giờ từ tam giác EMN ta tìm được khoảng vân trên nêm MN :

$$i = \frac{e_1 - e_2}{\sin\beta} \approx \frac{e_1 - e_2}{\beta}$$

Từ đó ta tìm được góc nêm $\beta \approx \frac{\lambda}{2nMN} = 1{,}744.10^{-3}$rad $\approx 0{,}1^o$.

5.6 1. Mắc mạch điện như sơ đồ hình 5.6G.

Cường độ dòng điện qua mạch là : $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{d}{\varepsilon\varepsilon_0 S\omega}\right)^2}} \Rightarrow \left(\frac{U}{I}\right)^2 = R^2 + \left(\frac{d}{\varepsilon\varepsilon_0 S\omega}\right)^2$

Đặt $X = R^2$; $Y = \left(\frac{U}{I}\right)^2 \Rightarrow Y = X + \left(\frac{d}{\varepsilon\varepsilon_0 S\omega}\right)^2$

Tại điểm tụ bắt đầu bị đánh thủng, ta có giá trị $u_t = U_{0Cmax} = I_{0t}Z_C$.

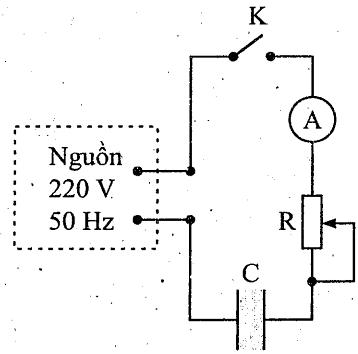
Khi $R = 0 \Rightarrow Y_C = \left(\frac{d}{\varepsilon\varepsilon_0 S\omega}\right)^2$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{d}{\sqrt{Y_C}\,\varepsilon_0 S\omega} \qquad (1)$$

$$u_t = \frac{1}{\omega C} I_{0t} = \frac{d}{\omega\varepsilon\varepsilon_0 S}\frac{U\sqrt{2}}{\sqrt{X_t + Y_C}} = E_t d$$

$$\Rightarrow \quad E_t = \frac{U\sqrt{2}}{\varepsilon\varepsilon_0 S\omega\sqrt{X_t + Y_C}} \qquad (2)$$

$$\text{hoặc } E_t = \frac{U\sqrt{2}}{\varepsilon\varepsilon_0 S\omega\sqrt{Y_t}} \qquad (3)$$

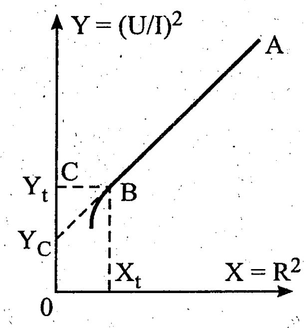


Hình 5.6G

2. Đặt các giá trị điện trở khác nhau từ hộp điện trở mẫu, ghi giá trị R và dòng điện I tương ứng vào bảng sau :

STT	R	I	$X = R^2$	$Y = \left(\frac{U}{I}\right)^2$
......	....	....	....	....
......	....	....	....	....

Dựng đồ thị về sự phụ thuộc $Y = \left(\frac{U}{I}\right)^2$ theo $X = R^2$. (Hình 5.7G).



Hình 5.7G

Nhận xét :

– Giao điểm của đoạn thẳng AB kéo dài với trục tung là Y_C cho phép xác định hằng số điện môi ε theo công thức (1).

– Xác định điện trường đánh thủng : Phần đường cong phi tuyến BC ứng với giai đoạn tụ bị đánh thủng. Tại điểm bắt đầu bị đánh thủng (điểm B) có toạ độ (X_t ; Y_t), từ đó xác định được điện trường đánh thủng theo công thức (3).

(6) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2013, ngày thi thứ hai

6.1.

1. a) Chọn hệ quy chiếu gắn với thanh kim loại

– Các lực tác dụng lên vật M ở vị trí cân bằng A (x_0 ; y_0) như hình 6.1G.

– Phương trình định luật II Niu-tơn : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{qt} = \vec{0}$ (1)

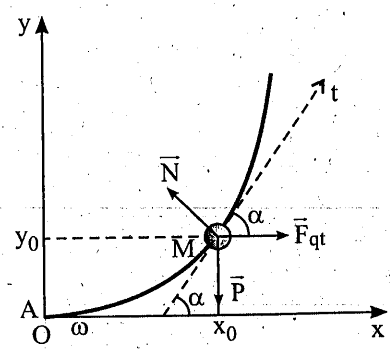
– Chiếu (1) lên phương tiếp tuyến At ta có : $F_{qt}\cos\alpha - Mg\sin\alpha = 0$ (2)

– Suy ra : $\tan\alpha = \dfrac{F_{qt}}{Mg} = \dfrac{\omega^2 x_0}{g}$ (3)

– Hệ số góc tiếp tuyến At là :

$$\tan\alpha = y'_{(x_0)} = nax_0^{n-1} \quad (4)$$

– Từ (3), (4) suy ra vị trí cân bằng của hạt được xác định :



Hình 6.1G

Với $n \neq 2$, $x_0 = 0$ hoặc $x_0 = \left(\dfrac{\omega^2}{nag}\right)^{\frac{1}{n-2}}$.

b) Với n = 2, thay vào (3) và (4) tìm được vị trí cân bằng của hạt :

Nếu $\omega^2 \neq 2ag$ có duy nhất một vị trí cân bằng $x_0 = 0$.

Nếu $\omega^2 = 2ag$ hạt cân bằng ở mọi vị trí $0 \leq x_0 \leq x_m$.

Từ các số liệu đã cho thoả mãn điều kiện $\omega^2 < 2ag$ (5)

Các lực tác dụng lên vật M ở vị trí cân bằng A(x ; y) như hình vẽ.

– Điều kiện cân bằng : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{qt} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$ (6)

– Để xét chiều của lực ma sát nghỉ xuất hiện, cần so sánh các thành phần của lực $\vec{F}_{qt}$ và $\vec{P}$ theo phương tiếp tuyến tại A.

$$F_{qt}\cos\alpha > Mg\sin\alpha \Rightarrow \omega^2 > \frac{g\sin\alpha}{x\cos\alpha} = \frac{g}{x}\tan\alpha = 2ag$$

$$F_{qt}\cos\alpha < Mg\sin\alpha \Rightarrow \omega^2 < 2ag$$

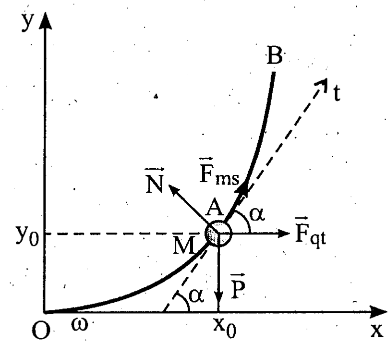
Vậy với $\omega^2 < 2ag$ hạt có xu hướng đi xuống, lực ma sát hướng lên. Theo số liệu bài ra, chỉ xét trường hợp này.

– Chiếu (1) lên phương tiếp tuyến At ta có : (Hình 6.2G)

$$F_{qt}\cos\alpha - Mg\sin\alpha + F_{ms} = 0 \qquad (7)$$

– Chiếu (6) lên phương vuông góc với At, ta có :

$$N = F_{qt}\sin\alpha + Mg\cos\alpha$$
$$= M(\omega^2 x\sin\alpha + g\cos\alpha) \qquad (8)$$



Hình 6.2G

Vì vật cân bằng nên $0 \le F_{ms} \le \mu N$ (9)

– Từ $F_{ms} \le \mu N$ và kết hợp với (7), (8).

Từ đó có bất phương trình : $2a\mu\omega^2x^2 - (2ag - \omega^2)x + \mu g \ge 0$.

Thay số : $32x^2 - 36x + 0{,}5 \ge 0$

Giải bất phương trình tìm được khoảng xác định vị trí cân bằng của hạt là $0 \le x \le 0{,}0140$ m.

2. Chọn hệ quy chiếu gắn với thanh kim loại, với $\omega^2 < 2ag$, ta có vị trí cân bằng $x_0 = 0$; $y_0 = 0$.

Áp dụng định lí biến thiên động năng :

$$\frac{1}{2}mv^2_{0_{max}} = \frac{1}{2}M\omega^2\left(x_m^2 - x_0^2\right) - Mg(y_m - y_0)$$

Với $y_m = ax_m^2$

Từ đó tính được $v^2_{0_{max}} = (2ag - \omega^2)x_m^2$. Vậy $v_{0_{max}} = \sqrt{(2ag - \omega^2)}x_m$

6.2.

1. Xét quá trình đẳng áp : $dU = C_pdT - pdV = C_VdT \Rightarrow C_P - C_V = p\dfrac{dV}{dT}$

Mặt khác : $p(V - b) = RT \Rightarrow pdV = RdT \Rightarrow \dfrac{dV}{dT} = \dfrac{R}{p}$. Thay vào ta có $C_P - C_V = R$.

2. Tìm $C_p - C_V$:

$$E_T = -\alpha\rho = -\alpha\frac{N_A}{V} \Rightarrow dE_T = \frac{\alpha N_A}{V^2}dV$$

$$dU = dU_{LT} + dE_T = C_VdT + \frac{\alpha N_A}{V^2}dV = C_VdT + \left(\frac{\alpha N_A}{V^2}\right)dV$$

Theo phương trình khí thực ta có : $\left(p+\frac{a}{V^2}\right)V = RT$ có $dU = C_V dT + \frac{a}{V^2}dV$

Do đó $\frac{a}{V^2} = \left(\frac{\alpha N_A}{V^2}\right) \Rightarrow a = \alpha N_A$.

Xét quá trình đẳng áp $dQ = C_p dT = C_V dT + \left(p+\frac{\alpha N_A}{V^2}\right)dV \Rightarrow C_p = C_V + \frac{RT}{V}\frac{dV}{dT}$ (1)

$$\left(p+\frac{\alpha N_A}{V^2}\right)V = RT \Rightarrow p = \frac{RT}{V} - \frac{\alpha N_A}{V} \Rightarrow 0 = \frac{R}{V}dT - \left[\frac{RT}{V^2} - \frac{2\alpha N_A}{V^3}\right]dV$$

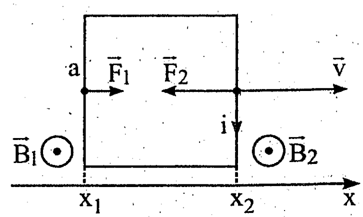
$$\Rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{RV^2}{RTV + 2\alpha N_A} \Rightarrow C_p = C_V + \frac{RT}{V}\frac{RV^2}{RTV - 2\alpha N_A} = C_V + \frac{R^2TV}{RTV - 2\alpha N_A}$$

Vậy : $C_p - C_V = \frac{R^2TV}{RTV - 2\alpha N_A}$

6.3.

1. (Hình 6.3G)

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong khung do các cạnh khung vuông góc Ox chuyển động cắt đường sức từ :



Hình 6.3G

$$\mathscr{E}_{(t)} = \mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1 = (B_2 - B_1)a\frac{dx}{dt} = kB_0a^2\frac{dx}{dt}$$

Theo định luật Ôm : $\mathscr{E}_{(t)} = L\frac{di}{dt} + iR$.

Vì $R = 0$ nên $kB_0a^2\frac{dx}{dt} = L\frac{di}{dt}$ hay $di = \frac{kB_0a^2}{L}dx \Rightarrow i = \frac{kB_0a^2}{L}x + C$.

Trong đó C là một hằng số phụ thuộc vào cách chọn gốc thời gian khảo sát.

Nếu chọn $C = 0$, có $i_{(0)} = \frac{kB_0a^2}{L}x_{(0)}$ vì $i_{(0)} = 0 \Rightarrow x_{(0)} = 0$.

Lực tác dụng lên khung ở thời điểm xét là :

$$F = -ia[B_0(1+kx_2) - B_0(1+kx_1)] = -\frac{k^2a^4B_0^2}{L}x = mx'' \quad (*)$$

Đưa về dạng : $x'' + \frac{k^2a^4B_0^2}{mL}x = 0$.

Khung dao động điều hoà với $\omega = \sqrt{\frac{k^2a^4B_0^2}{mL}}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{mL}{k^2a^4B_0^2}}$.

Khung có v = 0 sau $\frac{1}{4}$ chu kì : $t_{min} = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{mL}{k^2a^4B_0^2}}$.

Nghiệm của phương trình (*) là : $x = A\cos\left(\sqrt{\frac{k^2a^4B_0^2}{mL}}t + \varphi\right)$.

2. Khi t = 0 có $x_{(0)} = 0$; $v_{(0)} > 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$.

Vậy $x = A\cos\left(\sqrt{\frac{k^2a^4B_0^2}{mL}}t - \frac{\pi}{2}\right)$ và $v_{(t)} = -\omega A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$.

Khi t = 0 thì $v = v_0$ nên $A = \frac{v_0}{\omega} = v_0\sqrt{\frac{mL}{k^2a^4B_0^2}}$; $x = v_0\sqrt{\frac{mL}{k^2a^4B_0^2}}\cos\left(\sqrt{\frac{k^2a^4B_0^2}{mL}}t - \frac{\pi}{2}\right)$

$$i = \frac{ka^2B_0}{L}x = \frac{ka^2B_0v_0}{L}\sqrt{\frac{mL}{k^2a^4B_0^2}}\cos\left(\sqrt{\frac{k^2a^4B_0^2}{mL}}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$q = \int_0^{T/4} i\,dt = \int_0^{T/4}\frac{a^2B_0}{L}A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)dt = \frac{ka^2B_0}{L}\frac{A}{\omega} = \frac{ka^2B_0}{L}\frac{v_0}{\omega^2} = \frac{mv_0}{ka^2B_0}.$$

6.4.

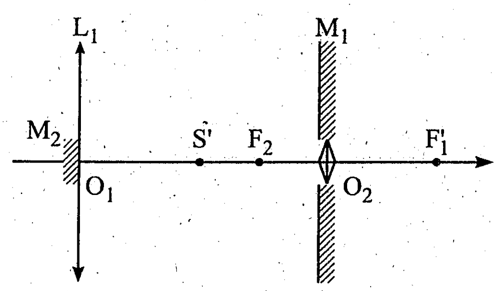
1. Khi ngắm chừng ở vô cực thì số bội giác của kính thiên văn là $G = \frac{f_1}{f_2}$ (1)

– Vì vật ở rất xa nên ảnh của nó qua L_1 trùng với F'_1 (Hình 6.4G).

– Do ngắm chừng ở vô cực nên ảnh qua hệ L_1, M_1, M_2 sẽ hiện ra ở F_2.

– Gọi S' là ảnh của F'_1 qua M_1 ta có :

$$\begin{cases} \overline{O_2S'} = -\overline{O_2F'_1} = -(f_1 - \overline{O_1O_2}) \\ \overline{O_1F_2} = -\overline{O_1S'} = -(\overline{O_1O_2} + \overline{O_2S'}) \end{cases}$$



Hình 6.4G

Từ đó ta có : $O_1O_2 + O_2F_2 = -(O_1O_2 - (f_1 - O_1O_2))$

Mà $O_2F_2 = -f_2$ nên $O_1O_2 + f_2 = -(O_1O_2 - (f_1 - O_1O_2)) \Rightarrow O_1O_2 = \frac{f_1 + f_2}{3} = l$ (2)

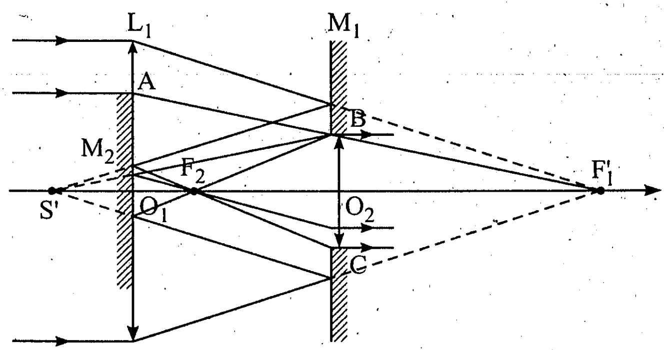
Nếu không có các gương phẳng, để ảnh cuối cùng hiện ra ở vô cùng thì F_1' trùng với F_2 do đó chiều dài cần thiết của kính là $f_1 + f_2$. Việc sử dụng thêm gương đã làm giảm chiều dài của kính.

Giải hệ phương trình (1) và (2) ta có : $f_1 = \frac{3G}{G+1}l$, $f_2 = \frac{3}{G+1}l$.

Vì $f_2 = \frac{3}{G+1}l < l \Rightarrow G > 2$;

suy ra : $\overline{O_1S'} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2S'} = \overline{O_1O_2} - (f_1 - \overline{O_1O_2}) = \frac{2f_2 - f_1}{3} < 0$

Nên S' nằm sau O_1 như hình 6.5G.



Hình 6.5G

2. Gọi đường kính rìa tối ưu của các gương là d_1 và d_2, đường kính của thị kính là d. Từ hình vẽ trên ta có :

- $\frac{d_1}{D} = \frac{\overline{O_2F_1'}}{\overline{O_1F_1'}} = \frac{f_1 - \frac{f_1+f_2}{3}}{f_1} = \frac{2f_1 - f_2}{3f_1} \Rightarrow d_1 = \frac{2f_1 - f_2}{3f_1}D = \frac{2G-1}{3G}D$

- $\frac{d_2}{d_1} = \frac{\overline{O_1S'}}{\overline{O_2S'}} = \frac{\frac{f_1 - 2f_2}{3}}{\frac{f_1 - 2f_2}{3} + \frac{f_1 + f_2}{3}} = \frac{f_1 - 2f_2}{2f_1 - f_2} \Rightarrow d_2 = \frac{f_1 - 2f_2}{2f_1 - f_2}d_1 = \frac{f_1 - 2f_2}{3f_1}D = \frac{G-2}{3G}D$

3. Điều kiện để tồn tại d_2 là $G > 2$ (3)

Mặt khác, ta có $\frac{d}{d_2} = \frac{\overline{F_2O_2}}{\overline{F_2O_1}} = \frac{f_2}{\frac{f_1+f_2}{3} - f_2} = \frac{3f_2}{f_1 - 2f_2} \Rightarrow d = \frac{3f_2}{f_1 - 2f_2}d_1 = \frac{f_2}{f_1}D = \frac{D}{G}$

Kí hiệu A là điểm thấp nhất ở nửa trên của thấu kính L_1 cho ánh sáng truyền qua, khi đó B là điểm thấp nhất của nửa trên của gương M_1.

Từ hình vẽ ta có : $\dfrac{BC}{d_2} = \dfrac{2f_1 - f_2}{3f_1} \Rightarrow BC = \dfrac{2f_1 - f_2}{3f_1}d_2 = \dfrac{(2G-1)(G-2)}{9G^2}D$

Điều kiện để thấu kính L_2 đặt lọt vào trong gương M_1 là :

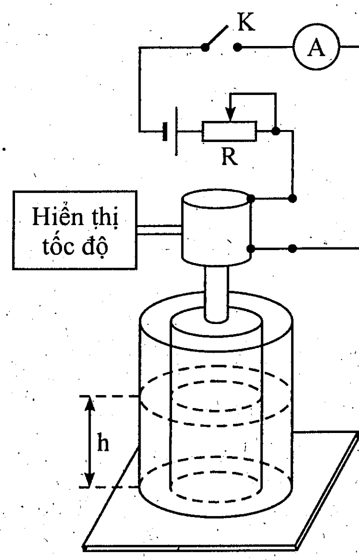
$$BC \geq d \Leftrightarrow \frac{(2G-1)(G-2)}{9G^2} \geq \frac{1}{G} \Rightarrow G \geq \frac{7+\sqrt{45}}{2} \qquad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra điều kiện G phải thoả mãn là $G \geq \dfrac{7+\sqrt{45}}{2} \Rightarrow G_{min} \approx 6,85$.

6.5.

1. Bố trí thí nghiệm, xây dựng công thức

Bố trí thí nghiệm như hình 6.6G, cần đặt khối trụ đồng trục với trục cốc trụ, đổ chất lỏng cần xác định độ nhớt vào cốc. Khi đóng khoá K, động cơ sẽ quay và làm hình trụ quay, chất lỏng trong cốc sẽ quay sinh ra lực cản nhớt tác dụng ngược lên khối trụ. Cân bằng giữa momen phát động của động cơ và lực cản nhớt sẽ làm động cơ quay đều.



Hình 6.6G

Xây dựng công thức :

Khảo sát chuyển động của chất lỏng trong cốc khi trụ quay đều với tốc độ ω_0.

Momen gây bởi lực ma sát tác dụng lên bề mặt lớp chất lỏng hình trụ bán kính r là :

$$T = 2\pi r^3 h\eta \frac{d\omega(r)}{dr} \text{ nên } \omega(r) = \int_{R_1}^{r} \frac{T}{2\pi r^3 h\eta} dr = \frac{T}{4\pi h\eta}\left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{r^2}\right)$$

Tốc độ quay $\omega(R_1) = \omega_0$ và $\omega(R_2) = 0$ nên $T = \dfrac{4\pi h R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}\eta\omega_0$

Khi rôto quay sẽ sinh ra suất điện động cảm ứng e trên động cơ. Công suất điện chuyển thành công suất cơ và sinh ra momen quay $P = ie = \omega T$ với i là dòng điện chạy trong mạch.

Momen cơ là $T = \dfrac{ie}{\omega} = \dfrac{i}{38}$

Khi động cơ quay ổn định, momen cơ cân bằng với momen cản gây bởi lực ma sát nhớt của dung dịch :

$$\frac{i}{38}=\frac{4\pi hR_1^2R_2^2}{R_2^2-R_1^2}\eta\omega \Rightarrow i=\frac{152\pi hR_1^2R_2^2}{R_2^2-R_1^2}\eta\omega$$

Như vậy bằng việc thay đổi biến trở, xác định các cặp giá trị giữa dòng điện trong mạch và tốc độ quay của động cơ ta sẽ xác định được độ nhớt η.

2. Các bước tiến hành thí nghiệm, bảng biểu và xử lí số liệu

– Bố trí thí nghiệm như hình vẽ.

– Tiến hành thí nghiệm.

+ Xác định đường kính trụ trong và đường kính trong của cốc.

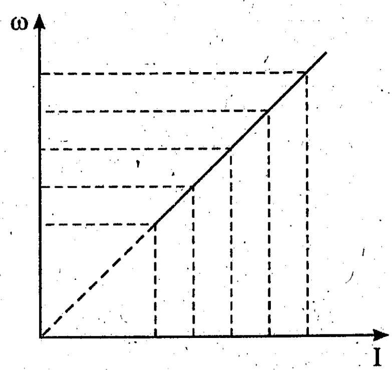
+ Đo chiều cao h của chất lỏng trong cốc.

+ Bật khoá K, đợi động cơ quay ổn định, đọc giá trị dòng điện I trên ampe kế và tốc độ quay ω của môtơ, ghi vào bảng số liệu.

+ Thay đổi biến trở và ghi cặp I, ω tương ứng vào bảng.

Bảng số liệu :

Lần đo	I	ω
1	....	....
2	....	....
......	....	....
......	....	....



Hình 6.7G

Xử lí số liệu, ta có : $I=\frac{152\pi hR_1^2R_2^2}{R_2^2-R_1^2}\eta\omega$

Dựng đồ thị I theo ω, đồ thị dạng đường thẳng (Hình 6.7G), xác định độ nghiêng và từ đó tính được độ nhớt η.

(7) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2014, ngày thi thứ nhất

7.1.

1. a) Xét trường hợp $R \le H$, hai vật rời nhau sau khi vật M đi được quãng đường R, m đi được đoạn đường l. Dễ dàng chứng minh được mối liên hệ vận tốc của M là v_1 và vận tốc của m là v_2 theo biểu thức $v_1\cos\alpha = v_2\sin\alpha \Rightarrow \frac{v_1}{v_2}=\tan\alpha$.

Với α là nửa góc ở đỉnh của hình nón.

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng : $\frac{1}{2}mv_1^2 + 2\frac{1}{2}mv_2^2 = mgR$

$$v_1^2\left(1 + 2\frac{1}{\tan^2\alpha}\right) = 2gR \Rightarrow v_1^2 = \frac{2gR\tan^2\alpha}{2+\tan^2\alpha}.$$

– Trường hợp R > H, hai vật rời nhau sau khi vật M đi được quãng đường H và vật đỡ đi được quãng đường $\frac{H}{\tan\alpha}$. Tương tự ý trên, ta có $v_1\cos\alpha = v_2\sin\alpha$ $\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \tan\alpha.$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + 2\frac{1}{2}mv_2^2 = mgH$$

$$v_1^2\left(1 + 2\frac{1}{\tan^2\alpha}\right) = 2gH \Rightarrow v_1^2 = \frac{2gH\tan^2\alpha}{2+\tan^2\alpha}.$$

b) Tương tự ý trên, tính được : $v_1\cos\varphi = v_2\sin\varphi \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \tan\varphi$. Trong đó φ là nửa góc hợp tâm của vật M và hai điểm tiếp xúc với vật M. áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$\frac{1}{2}Mv_1^2 + 2\frac{1}{2}mv_2^2 = MgR(1-\cos\varphi)$$

$$v_1^2\left(1 + 2\frac{1}{\tan^2\varphi}\right) = 2gR(1-\cos\varphi)$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{2gR(1-\cos\varphi)\tan^2\varphi}{2+\tan^2\varphi};\ v_2^2 = \frac{2gR(1-\cos\varphi)}{2+\tan^2\varphi}$$

Khi vật M chưa rời khỏi vật đỡ, vật đỡ chịu tác dụng của lực nén từ vật M nên tiếp tục tăng tốc.

Khi lực nén bằng 0, gia tốc của vật đỡ bằng 0, v_2 đạt giá trị cực đại.

Khảo sát sự phụ thuộc của v_2 theo $X = \cos\varphi$:

$$v_2^2 = \frac{2gR(1-\cos\varphi)\cos^2\varphi}{1+\cos^2\varphi} = 2gR\frac{X^2(1-X)}{1+X^2}$$

$$\Rightarrow 2v_2.dv_2 = 2gR\frac{(2X-3X^2)(1+X^2)-(X^2-X^3)2X}{(1+X^2)^2}dX = 2gR\frac{X(2-3X-X^3)}{(1+X^2)^2}dX$$

v_2 đạt giá trị cực đại $\Leftrightarrow \cos^3\varphi + 3\cos\varphi - 2 = 0 \Rightarrow \cos\varphi_0 = 0,596$.

φ_0 là góc giá trị của góc φ khi vật M bắt đầu rời hai vật đỡ.

Tốc độ của vật M : $v_1^2 = 2gR\dfrac{1-\cos^2\varphi_0}{1+\cos^2\varphi_0}(1-\cos\varphi_0) \approx 0,384gR$

Vật M còn cách mặt đất : $h = H - R(1-\cos\varphi_0)$

Biện luận :

– Nếu $H < R(1-\cos\varphi_0) \approx 0,404$ R thì vật M chạm đất trước khi rời các vật đỡ, lúc chạm đất góc φ thoả mãn $H = R(1-\cos\varphi) \Rightarrow \cos\varphi = 1 - \dfrac{H}{R}$.

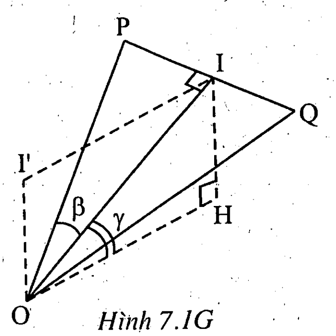
Vận tốc ngay trước khi chạm đất xác định theo định luật bảo toàn năng lượng và liên hệ vận tốc :

$$v_1^2 = 2gR\frac{1-\cos^2\varphi}{1+\cos^2\varphi}(1-\cos\varphi) \Rightarrow v_1 = \sqrt{2g\frac{(2R-H)H^2}{2R^2+H^2-2RH}}$$

– Nếu $H > R(1-\cos\varphi_0) \approx 0,404$ R thì sau khi rơi, vật M chuyển động rơi tự do :

$$v_f = \sqrt{v_1^2 + 2gh} = \sqrt{2gH\left(1 - 0,212\frac{R}{H}\right)}$$

2. Ta có : Vật M chuyển động đều khi độ cao khối tâm của vật không thay đổi. Lúc vật ở sát O, độ cao của khối tâm so với O là R. Lúc vật ở vị trí khe có bề rộng $2l$, khối tâm ở ngang mặt phẳng OPQ. Khi đi từ I đến I', trọng tâm bị hạ xuống một đoạn IH – R (Hình 7.1G). Vật giống như trượt trên mặt nghiêng có góc nghiêng thoả mãn :



Hình 7.1G

$$\tan\alpha' = \frac{IH - R}{OH} = \tan\gamma - \frac{R}{l\cot\beta\cos\gamma}$$

$$= \frac{\sin\gamma - \tan\alpha.\tan\beta}{\cos\gamma}$$

Vật chuyển động đều lúc :

$$\tan\alpha' = 0 \Rightarrow \sin\gamma = \frac{R}{l}\tan\beta = \tan\alpha.\tan\beta$$

với α là nửa góc ở đỉnh của hình nón.

7.2.

1. Từ đồ thị đường 12 ta dễ dàng lập được phương trình đường thẳng đi qua 12

$$p = -\frac{p_0}{2V_0}V + \frac{3}{2}p_0 \qquad (1)$$

Từ phương trình trạng thái cho 1 mol khí : $p = \frac{RT}{V} - \frac{a}{V^2}$ (2)

Từ (1) và (2) rút ra : $RT = -\frac{p_0}{2V_0}V^2 + \frac{3}{2}p_0V + \frac{a}{V}$ (3)

Nhiệt độ cực đại của khí trong quá trình 12 được xác định từ phương trình (3) : nhiệt độ cực đại khi $V = 1{,}49643\ V_0$ (Nghiệm của phương trình $80V^3 - 3V^2 + 10^{-5} = 0$, lấy nghiệm trong khoảng $[V_0, 2V_0]$). $T_{max} \approx 680$ K.

2. Lấy vi phân loga phương trình đoạn nhiệt $TV^{\frac{R}{C_V}} = \text{const}$ ta thu được :

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{C_V}\frac{dV}{V} = 0 \Rightarrow \frac{RTdV}{V} = -C_VdT \qquad (4)$$

Mặt khác, trong quá trình đoạn nhiệt ta có : $dQ = dU + pdV = 0 \Rightarrow dU = -pdV$.

Thay p từ phương trình trạng thái : $dU = -pdV = -\frac{nRTdV}{V} + \frac{n^2a}{V^2}dV$ (5)

Kết hợp với phương trình (4), ta thu được :

$$dU = nC_VdT + \frac{n^2a}{V^2}dV = d\left(nC_VT - \frac{n^2a}{V}\right) \text{ hay } U = nC_VT - \frac{n^2a}{V}, \text{ hay } \alpha = a.$$

3. Ta xét quá trình 12, áp dụng nguyên lí I trong quá trình này ta thu được :

$$dQ = \frac{-1{,}5 + 1{,}05.10^6V^2 - 2{,}4V^3}{V^2}dV$$

$$dQ = 0 \text{ khi } V_C \approx 1{,}74869\ V_0$$

Nhiệt lượng khí nhận được trong quá trình dãn theo quá trình 12 từ $V = V_0$ đến $V = V_C$ là :

$$Q_{1C} = \int_{V_0}^{V_C} dQ = 4193{,}05 \text{ J}.$$

Trong quá trình nén đẳng tích 23, $C_p > 0$, $dT < 0$ nên $dQ < 0$, trong quá trình này hệ toả nhiệt. Trong quá trình tăng áp đẳng tích 31 hệ nhận nhiệt.

Nhiệt lượng hệ nhận được trong quá trình này là : $Q_{31} = C_V(T_1 - T_3) = 6250$ J.

Nhiệt lượng tổng cộng mà khí nhận được trong cả chu trình 1231 là :

$$Q = Q_{1C} + Q_{31} = 10440 \text{ J}$$

Công mà lượng khí sinh ra khi thực hiện một chu trình 1231 chính bằng diện tích hình tam giác 1231 trên giản đồ pV từ đó :

$$A = \frac{1}{2}\left(p_0 - \frac{p_0}{2}\right)(2V_0 - V_0) = \frac{1}{4}p_0V_0 = 1250 \text{ J}$$

Hiệu suất của chu trình : $H = \dfrac{A}{Q} = 11{,}9692\,\%$.

4. Đối với tác nhân là khí lí tưởng nhiệt trong quá trình 12 :

$$dQ = \frac{m}{\mu}\frac{5R}{2}d\left(\frac{pV}{\frac{m}{\mu}R}\right) + pdV = \frac{5}{2}Vdp + \frac{7}{2}pdV.$$

Thế P từ công thức (1) ta được :

$$dQ = \frac{5}{2}Vd\left(-\frac{p_0}{2V_0}V + \frac{3}{2}p_0\right) + \frac{7}{2}\left(-\frac{p_0}{2V_0}V + \frac{3}{2}p_0\right)dV$$

$$= -\frac{5}{4}\frac{p_0}{V_0}VdV - \frac{7}{4}\frac{p_0}{V_0}VdV + \frac{21}{4}p_0dV = \left(-\frac{12}{4}\frac{p_0}{V_0}V + \frac{21}{4}p_0\right)dV.$$

Dễ thấy $dQ = 0$ khi $V_C = 1{,}75\ V_0$ và chú ý trong quá trình dãn từ trạng thái 1 đến trạng thái 2 thì $dV > 0$.

Do đó, trong quá trình dãn theo quá trình 12 từ $V = V_0$ đến $V = V_C$ thì hệ khí nhận nhiệt ($dQ > 0$) và trong quá trình tiếp theo từ $V = V_C$ đến $V = 2V_0$ hệ khí toả nhiệt. Nhiệt lượng khí nhận được trong quá trình dãn theo quá trình 12 từ $V = V_0$ đến $V = V_C$ là :

$$Q_{1C} = \int_{V_0}^{V_C} dQ = \frac{27}{32}p_0V_0.$$

Trong quá trình nén đẳng áp 23 hệ toả nhiệt, dễ dàng tìm được nhiệt độ tại trạng thái 3 từ phương trình trạng thái : $T_3 = 0{,}5\ T_1$. Trong quá trình tăng áp đẳng tích 31 hệ nhận nhiệt. Nhiệt lượng hệ nhận được trong quá trình này là :

$$Q_{31} = \frac{m}{\mu}C_V(T_1 - T_3) = \frac{5}{4}\frac{m}{\mu}RT_1 = \frac{5}{4}p_0V_0.$$

Nhiệt lượng tổng cộng mà khí nhận được trong cả chu trình 1231 là :

$$Q = Q_{1C} + Q_{31} = \frac{67}{32}p_0V_0$$

Công mà khí sinh ra khi thực hiện một chu trình 1231 chính bằng diện tích hình tam giác 1231 trên giản đồ pV, từ đó :

$$A = \frac{1}{2}\left(p_0 - \frac{p_0}{2}\right)(2V_0 - V_0) = \frac{1}{4}p_0V_0$$

Hiệu suất của chu trình : $H = \frac{A}{Q} = \frac{8}{67} \approx 11{,}9\%$.

7.3.

1. Do tác dụng của từ trường, quỹ đạo của vật là các nửa đường tròn trên hình 7.2G.

Trong từ trường $\vec{B}_1$ đường kính quỹ đạo và chu kì chuyển động của vật là :

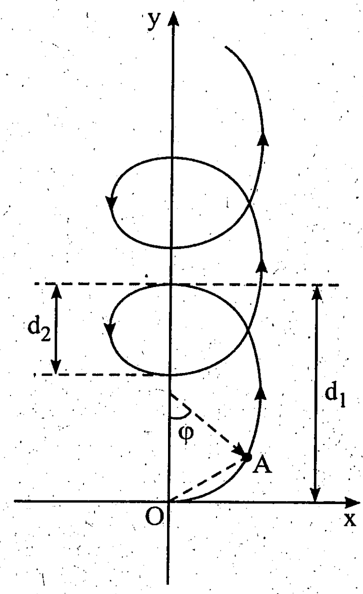
$$d_1 = \frac{2Mv}{qB_1} \;;\; T_1 = \frac{2\pi M}{qB_1} \quad (1)$$

Trong từ trường $\vec{B}_2$ đường kính quỹ đạo và chu kì chuyển động của vật là :

$$d_2 = \frac{2Mv}{qB_2} \;;\; T_2 = \frac{2\pi M}{qB_2} \quad (2)$$

Như vậy, thời gian vật đi hết một vòng trong hai từ trường là :

$$T = \frac{\pi M}{q}\left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}\right) \quad (3)$$



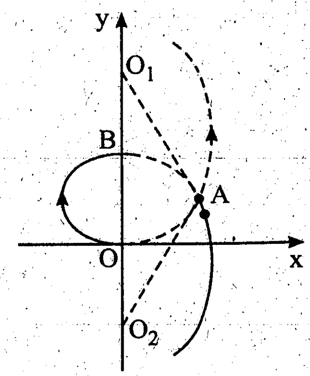
Hình 7.2G

Sau thời gian rất dài, có thể coi gần đúng vật đi được N rất lớn vòng trong hai từ trường.

$$\overline{v} = \frac{N(d_2 - d_1)}{NT} = \frac{\dfrac{2Mv_0}{q}\left(\dfrac{1}{B_1} - \dfrac{1}{B_2}\right)}{\dfrac{\pi M}{q}\left(\dfrac{1}{B_1} + \dfrac{1}{B_2}\right)} = \frac{2v_0}{\pi}.\frac{B_2 - B_1}{B_1 + B_2} = \frac{2}{\pi}.\frac{k-1}{k+1}v_0$$

2. Quỹ đạo của hai vật sẽ giao nhau tại A như hình 7.3G. Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm quỹ đạo tròn của hai vật trong vùng từ trường B_1 ; R_1 và R_2 là bán kính

quỹ đạo của các vật trong các vùng từ trường. Do các vật được bắn vào trong từ trường với các động lượng bằng nhau nên bán kính quỹ đạo của chúng trong các vùng từ trường là như nhau :



Hình 7.3G

$$O_1A = O_2A \Rightarrow AO_1O = AO_2O = \varphi$$

Thời gian vật thứ nhất chuyển động đến A là :

$$t_1 = \frac{\varphi}{2\pi}T_1 = \frac{\varphi M}{qB_1}$$

Thời gian vật thứ hai chuyển động đến A là :

$$t_2 = \frac{T'_2}{2} + \frac{\varphi}{2\pi}T'_1 = \frac{\pi m}{qB_2} + \frac{\varphi m}{qB_1}$$

với T'_1 và T'_2 là chu kì chuyển động của vật thứ hai trong các vùng từ trường :

$$T'_1 = \frac{2\pi m}{qB_1} \ ; \ T'_2 = \frac{2\pi m}{qB_2}$$

Các vật mất thời gian như nhau : $t_1 = t_2 = \Delta t$

Suy ra : $\dfrac{\varphi M}{qB_1} = \dfrac{\pi m}{qB_2} + \dfrac{\varphi m}{qB_1} \Rightarrow \dfrac{m}{M} = \dfrac{\varphi}{\varphi + \dfrac{\pi}{k}}$ (*)

Ta còn có : $\Delta ABO \sim \Delta O_2AB \Rightarrow \dfrac{AB}{R_1} = \dfrac{2R_2}{AB} = \sqrt{\dfrac{2R_2}{R_1}} = \sqrt{\dfrac{2B_1}{B_2}} = \sqrt{\dfrac{2}{k}} = 2\sin\dfrac{\varphi}{2}$

$\Rightarrow \varphi = 2\arcsin\sqrt{\dfrac{1}{2k}}$. Thay vào (*), ta được : $\dfrac{m}{M} = \dfrac{2\arcsin\left(\sqrt{\dfrac{1}{2k}}\right)}{\dfrac{\pi}{k} + 2\arcsin\left(\sqrt{\dfrac{1}{2k}}\right)}$

7.4.

1. Dựa vào các quy tắc lượng tử hoá :

$$L_n = m_e v_n r_n = n\frac{h}{2\pi} \Rightarrow v_n = \frac{nh}{2\pi m_e r_n} \qquad (1)$$

và định luật II Niu-tơn cho chuyển động tròn của êlectron :

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{kZe^2}{r_n^2} \qquad (2)$$

Rút v_n từ (1) thay vào (2) ta tính được :

$$r_n = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 Ze^2 m_e k} = n^2 \frac{a}{Z} \quad (3)$$

$$a = \frac{h^2}{4\pi^2 e^2 m_e k} = 0{,}53.10^{-10} m \quad (3a)$$

là quỹ đạo Bo thứ nhất cho nguyên tử hiđrô.

Năng lượng chuyển động của êlectron trên quỹ đạo n :

$$E_n = \frac{m_e v_n^2}{2} - \frac{kZe^2}{r_n} = -\frac{kZe^2}{2r_n} = -\frac{Z^2}{n^2} \cdot \frac{2\pi^2 e^4 m_e k^2}{h^2}$$

2. Bán kính quỹ đạo n = 2, vận tốc, chu kì chuyển động của êlectron trên quỹ đạo đó bằng $r_2 = 4a = 4.0{,}53.10^{-10} = 2{,}12.10^{-10}$ m

$$v_2 = \frac{2h}{2\pi m_e 4a} = \frac{6{,}62607.10^{-34}}{4.3{,}14.9{,}1094.10^{-31}.0{,}53.10^{-10}} = 1{,}09215.10^6 \text{ m/s}$$

$$\omega = \frac{v_2}{r_2} = \frac{1{,}09215.10^6}{2{,}12.10^{-10}} = 5{,}15.10^{15} \text{ rad/s}$$

Số vòng quay tổng cộng trong thời gian $t = 10^{-8}$ s là :

$$N = \frac{\omega t}{2\pi} = \frac{5{,}15.10^{15}.10^{-8}}{6{,}2832} \approx 8{,}2.10^6 \text{ vòng}$$

3. Tần số và bước sóng bức xạ điện từ khi êlectron chuyển từ trạng thái E_n về trạng thái E_m được tính bằng công thức :

$$f_{nm} = \frac{c}{\lambda_{nm}} = \frac{E_n - E_m}{h} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{nm}} = m_e \frac{2\pi^2 Z^2 e^4 k^2}{h^3 c}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = RZ^2\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$R = m_e \frac{2\pi^2 e^4 k^2}{h^3 c} = 1{,}09738.10^{-7} m^{-1}$$

là biểu thức và giá trị lí thuyết của hằng số Rít-béc.

4. a) Trong biểu thức lí thuyết của hằng số Rít-béc, chúng ta thay đổi khối lượng m_e bằng khối lượng rút gọn :

$$m = \frac{m_e M}{m_e + M} = \frac{m_e}{1 + \frac{m_e}{M}} \approx m_e\left(1 - \frac{m_e}{M}\right)$$

Hay là : $R_M = R\left(1 - \dfrac{m_e}{M}\right)$

Đối với hiđrô $m_H = 1836m_e$, nên :

$$R_H = 1{,}09738.10^7\left(1 - \frac{1}{1836}\right)m^{-1} = 1{,}09678.10^7\,m^{-1}$$

b) Đối với heli $m_{He} = 7298{,}33m_e$, nên :

$$R_{He} = 1{,}09738.10^7\left(1 - \frac{1}{7298{,}33}\right)m^{-1} = 1{,}9723.10^7\,m^{-1}$$

c) Ta có : $\dfrac{1}{\lambda} = R\left(\dfrac{Z^2}{m^2} - \dfrac{Z^2}{n^2}\right)$ với $R_M = \dfrac{R}{1 + \dfrac{m_0}{M}}$ và $Z_H = 1$, $Z_{He} = 2$ nên biểu thức trong ngoặc cho hiđrô và cho heli đều bằng $\dfrac{5}{36}$ và hiệu của các bước sóng được xác định từ hiệu các hằng số Rít-béc. Lấy vi phân hai vế :

$$-\frac{1}{\lambda^2}d\lambda = \frac{5}{36}dR \text{ hay } -d\lambda = \frac{5}{36}\lambda^2 dR = \frac{dR}{\dfrac{5}{36}R^2}$$

Từ đó giá trị gần đúng của hiệu các bước sóng :

$$|\Delta\lambda| = \lambda_H - \lambda_{He} \approx \frac{5}{36}\lambda^2\Delta R = \frac{R_{He} - R_H}{\dfrac{5}{36}R_H^2} = \frac{0{,}00044.10^{-3}}{\dfrac{5}{36}(1{,}09678.10^{-3})^2} \approx 2{,}63\text{Å}$$

7.5.

1. Theo định lí về động năng : $eU = W_đ$

Năng lượng ε của phôtôn tới thoả mãn :

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} \leq W_đ = eU \Rightarrow \varepsilon = \frac{hc}{\lambda_{min}} = eU \Rightarrow U = \frac{hc}{e\lambda_{min}} \approx 10^4\,V$$

2. Gọi λ và λ' lần lượt là bước sóng của các phôtôn tới và phôtôn tán xạ.

a) Kí hiệu E và p_e lần lượt là năng lượng toàn phần và xung lượng (động lượng) của êlectron trước va chạm, $E_0 = m_ec^2$ là năng lượng nghỉ của êlectron. Theo định luật bảo toàn năng lượng và xung lượng ta có :

$$\frac{hc}{\lambda} + E = m_ec^2 + \frac{hc}{\lambda'} \Rightarrow E = E_0 + \varepsilon' - \varepsilon \qquad (1)$$

$$p_e \sin\varphi = \frac{h}{\lambda}\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{h}{\lambda} \quad (2)$$

$$p_e \cos\varphi + \frac{h}{\lambda}\cos\theta = p_e\cos\varphi + \frac{h}{2\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \quad (3)$$

Khử φ ở các phương trình trên ta có :

$$p_e^2\sin^2\varphi = \frac{3h^2}{4\lambda^2};\ p_e^2\cos^2\varphi = \left(\frac{h}{\lambda'} - \frac{h}{2\lambda}\right)^2 \Rightarrow p_e^2\left(\frac{h}{\lambda'} - \frac{h}{2\lambda}\right)^2 + \frac{3h^2}{4\lambda^2}$$

Suy ra : $p_e^2 = h^2\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{1}{\lambda\lambda'}\right) = \frac{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2 - \varepsilon\varepsilon'}{c^2}$ (4)

Mặt khác, từ công thức năng – xung lượng Anh-xtanh ($E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$), ta có (áp dụng (1)) :

$$p_e^2 = \frac{E^2 - E_0^2}{c^2} = \frac{(E_0 + \varepsilon' - \varepsilon)^2 - E_0^2}{c^2} = \frac{\varepsilon'^2 + \varepsilon^2 - 2\varepsilon'\varepsilon - 2E_0\varepsilon + 2E_0\varepsilon'}{c^2} \quad (5)$$

Từ (4) và (5) : $\frac{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2 - \varepsilon\varepsilon'}{c^2} = \frac{\varepsilon'^2 + \varepsilon^2 - 2\varepsilon'\varepsilon - 2E_0\varepsilon + 2E_0\varepsilon'}{c^2} \Rightarrow 2E_0\varepsilon' - 2E_0\varepsilon = \varepsilon'\varepsilon$

Hay : $\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon'} = \frac{1}{2E_0} \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda - \lambda' = \frac{h}{2m_ec} \Rightarrow \lambda' = \lambda - \frac{h}{2m_ec}$ (6)

Thay $\lambda = 0{,}125$ nm ta tính được : $\lambda' = 0{,}1238$ nm.

b) Theo công thức tính bước sóng Đơ – Brơi, ta có :

$$\lambda_e = \frac{h}{p_e} = \frac{hc}{\sqrt{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2 - \varepsilon\varepsilon'}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{1}{\lambda\lambda'}}} = 0{,}1244\text{nm}$$

(8) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2014, ngày thi thứ hai

8.1.

Vật chịu tác dụng của bốn lực :

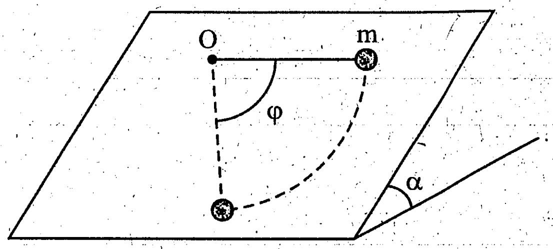
– Trọng lực $\vec{P}$ hướng theo phương thẳng đứng xuống dưới.

– Phản lực $\vec{N}$ hướng vuông góc với mặt phẳng nghiêng.

– Do dây luôn căng nên vật chuyển động tròn quanh O. Lực ma sát $\vec{f}_{ms}$ hướng dọc theo mặt nghiêng vuông góc với sợi dây và ngược chiều với chiều chuyển động.

– Lực căng dây $\vec{T}$ hướng dọc theo sợi dây về O.

Do chỉ có trọng lực $\vec{P}$ và phản lực $\vec{N}$ là có thành phần hướng theo phương vuông góc với mặt phẳng nghiêng nên :



Hình 8.1G

$N = mg\cos\alpha \Rightarrow f_{ms} = \mu mg\cos\alpha$

Xét vị trí dây hợp với phương ngang một góc bất kì là φ (rad) và có vận tốc tức thời v. Chọn mốc tính thế năng tại vị trí thấp nhất của vật (Hình 8.1G).

Trước khi vật đảo chiều chuyển động :

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgR\sin\varphi\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha.R\varphi \quad (1)$$

$$mg\sin\alpha.\cos\varphi - \mu mg\cos\alpha = ma_{tt} \quad (2)$$

$$T - mg\sin\alpha\sin\varphi = ma_{ht} = \frac{mv^2}{R} \quad (3)$$

1. Vật dừng lại khi v = 0. Từ (1) suy ra :

$$\sin\varphi_0\sin\alpha = \mu\cos\alpha.\varphi_0 \Rightarrow \mu = \frac{\tan\alpha.\sin\varphi_0}{\varphi_0} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{3}{4\pi}.$$

2. Độ lớn vận tốc đạt cực đại địa phương tại vị trí $a_{tt} = 0$ ("vị trí cân bằng").

Mặt khác, do cơ năng của vật giảm dần và động năng luôn nhỏ hơn cơ năng nên dễ thấy động năng của vật đạt giá trị lớn nhất khi đi qua "vị trí cân bằng" lần đầu tiên.

Từ (2) suy ra : $\sin\alpha.\cos\varphi_1 = \mu\cos\alpha \Rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{\mu}{\tan\alpha} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \varphi_1 \approx 1,1445$ rad.

Thay vào (1) ta tính được : $v = \sqrt{2gR(\sin\alpha\sin\varphi_1 - \mu\varphi_1\cos\alpha)} \approx 1,32$ m/s.

Do T phụ thuộc vào động năng theo (3) nên T đạt giá trị lớn nhất tại một vị trí nào đó trước khi vật đảo chiều chuyển động.

Từ (1) và (3) ta có : $T = mg\sin\alpha\sin\varphi + \frac{mv^2}{R} = 3mg\sin\alpha.\sin\varphi - 2\mu mg\cos\alpha.\varphi$ (4)

Để tìm giá trị lớn nhất của T, ta lấy đạo hàm của T theo φ và đặt bằng 0.

$$\frac{dT}{d\varphi} = 3mg\sin\alpha.\cos\varphi_2 - 2\mu mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow \cos\varphi_2 = \frac{2\mu}{3\tan\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \Rightarrow \varphi_2 \approx 1,29 \text{ rad.}$$

Thay vào (4), ta tính được : $T = mg(3\sin\alpha.\sin\varphi_2 - 2\mu\varphi_2.\cos\alpha) \approx 0,0907$ N.

3. Sau khi vật đảo chiều chuyển động, lực ma sát đổi chiều :

$$mg\sin\alpha.\cos\varphi + \mu mg\cos\alpha = ma_{tt} \qquad (5)$$

Gia tốc tiếp tuyến của vật bằng 0 khi : $mg\sin\alpha.\cos\varphi_3 + \mu mg\cos\alpha = 0$

$$\Rightarrow \cos\varphi_3 = -\frac{\mu}{\tan\alpha} \Rightarrow \varphi_3 = (\pi - \varphi_1)\text{ rad} \approx 1,997\text{ rad.}$$

Hay $\varphi_3 \approx 114,4^o$; φ_3 là "vị trí cân bằng" mới.

Vị trí vật dừng lại lần đầu tiên cách vị trí φ_3 khoảng $\theta_0 = 5,6^o$.

Ở các vị trí lệch ít so với vị trí này, $\varphi = \varphi_3 + \theta$ với θ đủ nhỏ, từ (5) ta có :

$$ma_{tt} = mg\sin\alpha.\cos\varphi + \mu mg\cos\alpha$$
$$= mg\sin\alpha.\cos\varphi_3.\cos\theta - mg\sin\alpha.\sin\varphi_3.\sin\theta + \mu mg\cos\alpha \approx -mg\sin\alpha.\sin\varphi_3.\theta$$

$\Rightarrow \theta'' + \dfrac{g\sin\alpha.\sin\varphi_3}{R}\theta = 0 \Rightarrow$ Chuyển động của vật có thể xem là dao động điều hoà quanh vị trí φ_3 với "biên độ" θ_0 trước khi vật đổi chiều chuyển động lần thứ hai.

Suy ra, vật dừng lại tại ví trí : $\varphi_4 = \varphi_3 - \theta_0 = 2\varphi_3 - \varphi_0$.

Tại vị trí này, thành phần song song với mặt nghiêng vuông góc với dây treo của trọng lực $mg\sin\alpha.\cos\varphi$ nhỏ hơn lực ma sát nghỉ cực đại $\mu mg\cos\alpha$ nên vật ngừng chuyển động. Tổng quãng đường vật đi được cho đến khi dừng lại là :

$$L = R(2\varphi_0 - \varphi_4) = R(3\varphi_0 + 2\varphi_1 - 2\pi) \approx 0,92\text{ m.}$$

8.2.

1. Gọi khối lượng hơi nước bão hoà ở trạng thái ban đầu là m_1, khối lượng nước là m_2 và số mol không khí là n. Thể tích hỗn hợp hơi nước và không khí ở trạng thái ban đầu là V_1. Áp suất hỗn hợp khí ban đầu là $p_1 = p_{hn1} + p_{kk1}$, trong đó $p_{hn1} = p_{kk1}$ là áp suất riêng phần của hơi nước bão hoà và không khí ở thời điểm ban đầu.

$$\Rightarrow p_{hn1} = p_{kk1} = p_{bh} = \frac{p_1}{2}.$$

Không khí tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng nên trong quá trình đẳng nhiệt :

$$p_{kk1}V_1 = p_{kk2}V_2 \Rightarrow p_{kk2} = \frac{V_1}{V_2}p_{kk1} = \frac{p_1}{6}$$

Áp suất hỗn hợp hơi nước và không khí lúc sau là :

$$p_2 = \frac{p_1}{2}$$

Áp suất riêng phần của hơi nước :

$$p_{hn2} = \frac{p_1}{2} - \frac{p_1}{6} = \frac{p_1}{3} < p_{bh}$$

Vậy, hơi nước ở trạng thái cuối là hơi khô hay toàn bộ nước trong xilanh đã hoá hơi hết. Khối lượng hơi nước ở trạng thái cuối $m = m_1 + m_2$.

2. Ta có các phương trình trạng thái :

$$p_{hn1}V_1 = \frac{m_1}{\mu}RT; \, p_{hn2}V_2 = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow \frac{m}{m_1} = \frac{p_{hn2}V_2}{p_{hn1}V_1} = 2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 1.$$

3. Trước tiên cần tìm trạng thái C mà tại đó nước vừa hoá hơi hết.

Gọi thể tích của hệ trong trạng thái này là V_C.

Ở trạng thái này nước vừa hoá hơi hết nên áp suất của hơi nước $p_{hnC} = p_{bh} = p_{hn1}$.

Khối lượng hơi nước trong trạng thái C là $2m_1$. Ta viết các phương trình trạng thái cho hơi nước và không khí :

$$p_{hnC}V_C = \frac{2m_1}{\mu}RT; \; p_{hn1}V_1 = \frac{m_1}{\mu}RT \Rightarrow V_C = 2V_1$$

$$p_{kkC}\,V_C = nRT = p_{kk1}V_1 \Rightarrow p_{kkC} = \frac{p_1}{4}$$

Áp suất lên thành bình :

$$p_C = p_{hnC} + p_{kkC} = 3\frac{p_1}{4}$$

– Khi $V_1 \le V < V_C$ hơi nước là bão hoà, áp suất hơi nước $p_{hn} = p_{bh}$.

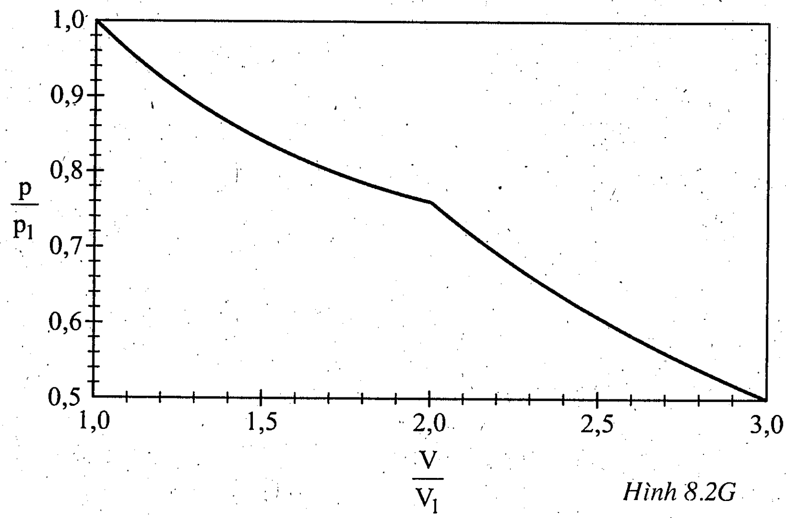
Áp suất không khí $p_{kk} = p_{kk1}\frac{V_1}{V}$ và áp suất lên thành bình :

$$p = p_{hn} + p_{kk} = \frac{p_1}{2}\left(1 + \frac{V_1}{V}\right)$$

– Khi $V_C \le V$ hệ chỉ gồm hơi nước và không khí, áp suất lên thành bình :

$$p = p_{hn} + p_{kk} = p_1\frac{3V_1}{2V}$$

Ta có đồ thị như hình 8.2G.



Hình 8.2G

8.3. Ta xét các thành phần từ trường trên trục Ox và Oy :

$$B_x = B_0\sin\omega t - \frac{1}{2}B_0\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{1}{2}B_0\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$= B_0\sin\omega t - \frac{1}{2}B_0\left[2\sin\omega t.\cos\frac{2\pi}{3}\right] = \frac{3}{2}B_0\sin\omega t$$

$$B_y = -\frac{\sqrt{3}}{2}B_0\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}B_0\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}B_0.2\cos\omega t.\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{3}{2}B_0\cos\omega t.$$

1. $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \frac{3}{2}B_0$

2. tan góc hợp bởi vectơ $\vec{B}$ và trục Ox : $\tan\varphi = \frac{B_y}{B_x} = \tan\omega t \Rightarrow \varphi = \omega t + k\pi$ ($k \in Z$).

Vận tốc góc của vectơ $\vec{B}$ nhận được bằng cách đạo hàm góc φ theo t : $\varphi' = \omega$; nghĩa là vectơ $\vec{B}$ quay trong mặt phẳng Oxy với vận tốc góc ω đúng bằng tần số góc của dòng điện ba pha, theo chiều từ cuộn dây có dòng điện sớm pha sang cuộn dây có dòng điện trễ pha hơn.

Trong kĩ thuật, muốn thay đổi chiều quay của động cơ, chỉ cần tráo vị trí của hai trong ba đầu vào ở ổ cắm của mạng điện ba pha. Việc làm này làm cho tính sớm pha hay trễ pha của các dòng điện trong các cuộn dây thay đổi, từ trường sẽ đảo chiều quay.

3. a) Từ thông qua khung dây S lúc đó là : $\Phi = \vec{B}.\vec{S} = \frac{3}{2}B_0S\cos\omega t$

Suất điện động cảm ứng trong vòng dây được tính theo công thức :

$$e = -\dot{\Phi} = \frac{3}{2}B_0S\omega\sin\omega t$$

Trong vòng dây có điện trở R và độ tự cảm L, xuất hiện dòng điện tương ứng :

$$i = \frac{3B_0S\omega}{2Z}\sin(\omega t - \varphi);\ \text{với } Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2};\ \tan\varphi = \frac{\omega L}{R}$$

Bỏ qua độ tự cảm L thì : $Z = R$; $\varphi = 0 \Rightarrow i = \frac{3B_0S\omega}{2R}\sin\omega t$;

Momen lực từ tác dụng lên vòng dây :

$$M_B = BiS\sin\omega t = \frac{9B_0^2S^2\omega}{4R}\sin^2\omega t = \frac{9B_0^2S^2\omega}{8R}(1 - \cos2\omega t) > 0$$

b) Cho vòng dây có thể quay tự do quanh trục đối xứng.

Xét vòng dây tại thời điểm khung quay với tốc độ góc ω', từ trường $\vec{B}$ hợp với pháp tuyến của vòng dây góc α ($0 \le \alpha \le \pi$).

Từ thông qua vòng dây :

$$\Phi = \vec{B}.\vec{S} = \frac{3}{2}B_0S\cos\alpha \Rightarrow e = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{3}{2}B_0S\sin\alpha.\frac{d\alpha}{dt} = \frac{3}{2}B_0S\sin\alpha(\omega - \omega')$$

$$\Rightarrow\ i = \frac{3B_0S\sin\alpha}{2R}(\omega - \omega')$$

Momen lực từ tác dụng lên vòng dây : $M_B = BiS\sin\alpha = \frac{9B_0^2S^2\sin^2\alpha}{4R}(\omega - \omega') \ge 0$

Nhận xét :

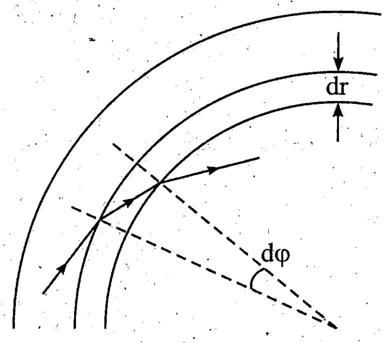
- Vật luôn chuyển động nhanh dần.
- Lúc góc lệch α thay đổi từ 0 đến π, ban đầu momen lực từ tăng dần rồi sau đó giảm dần. Lúc α thay đổi đến π, chiều dòng điện qua vòng dây đổi chiều, suy ra chiều pháp tuyến thay đổi, góc giữa từ trường $\vec{B}$ và phương pháp tuyến thay đổi về 0. Quá trình lặp lại như trên.
- Momen lực phụ thuộc vào độ lệch giữa tốc độ góc của vòng dây và của từ trường quay.

Vậy, vòng dây chuyển động nhanh dần với gia tốc góc thay đổi liên tục theo thời gian. Gia tốc góc tăng dần từ 0 đến một giá trị cực đại rồi lại giảm dần về 0, sau đó tiếp tục lặp lại các biến đổi tương tự như vậy nhưng giá trị cực đại ngày càng giảm dần còn thời gian thực hiện một biến đổi ngày càng dài (do độ lệch $\omega - \omega'$ giảm dần).

8.4.

1. Chia khối thành các lớp trụ mỏng.

Chiết suất của các lớp trụ coi là không đổi (Hình 8.3G).



Hình 8.3G

Tại mặt của lớp trụ cách trục là (r + dr), theo định luật khúc xạ ánh sáng :

$$n_{r+dr}\sin i_{r+dr} = n_r \sin i'_{r+dr} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow n_{r+dr}(r+dr)\sin i_{r+dr} = n_r(r+dr)\sin i'_{r+dr}.$$

Tại hai mặt của lớp trụ, sử dụng định lí hàm số sin :

$$\frac{\sin i'_{r+dr}}{\sin i_r} = \frac{r}{r+dr} \Rightarrow n_r(r+dr)\sin i'_{r+dr} = n_r r \sin i_r \;(2)$$

Từ (1) và (2), tổng quát hoá lên ta được : $n_r r\sin i_r = \text{const} = R\sin i$.

2. Áp dụng công thức trên :

Để đến được mặt trong của khối thuỷ tinh thì :

$$1.R\sin i = \sqrt{3}.\frac{R}{2}\sin i_{r'} \le \frac{\sqrt{3}R}{2} \Rightarrow i \le 60^o.$$

3. Để lọt được vào trong hốc rỗng thì : $1.R\sin i = 1.\frac{R}{2}\sin i_{r'} < \frac{R}{2} \Rightarrow i < 30^o$

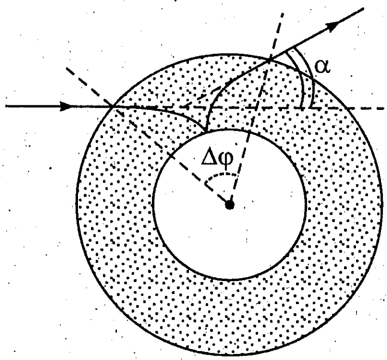
Ta có : $R\sin i = n_r r\sin i_r \Rightarrow \sin i_r = \frac{R\sin i}{n_r r} \Rightarrow \tan i_r = \sqrt{\frac{\sin^2 i_r}{1-\sin^2 i_r}} = \sqrt{\frac{R^2\sin^2 i}{n_r^2 r^2 - R^2\sin^2 i}}$

Dựa vào hình học : $r d\varphi = dr\tan i_r \Rightarrow d\varphi = \sqrt{\frac{R^2\sin^2 i}{2r^2 + R^2\left(\frac{1}{4} - \sin^2 i\right)}}\frac{dr}{r}$

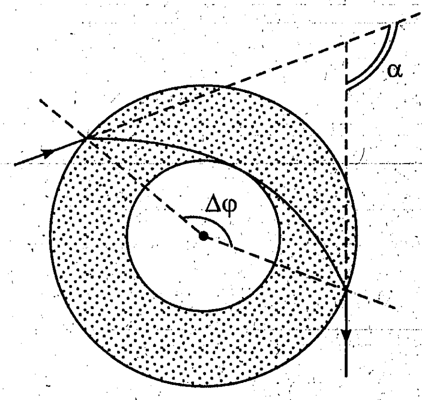
4. • Trường hợp 1 : góc tới i = 30° (Hình 8.4G)

$$\Rightarrow d\varphi = \frac{\sqrt{2}R}{4r^2}dr \Rightarrow \Delta\varphi = 2\int_{R/2}^{R}\frac{\sqrt{2}R}{4r^2}dr = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Góc lệch giữa tia tới và tia ló là : $\alpha = \pi - \Delta\varphi - 2i = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 1{,}39\,\text{rad}$.



Hình 8.4G



Hình 8.5G

• Trường hợp 2 : góc tới $i = 60^0$ (Hình 8.5G).

$$\Rightarrow d\varphi = \sqrt{\frac{R^2\sin^2 i}{2r^2 + R^2\left(\frac{1}{4} - \sin^2 i\right)}}\frac{dr}{r} = \sqrt{\frac{3R^2}{8r^2 - 2R^2}}\frac{dr}{r}.$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = 2\int_{R/2}^{R}\sqrt{\frac{3R^2}{8r^2 - 2R^2}}\frac{dr}{r} = \sqrt{6}\int_{R/2}^{R}\frac{1}{\sqrt{\frac{4r^2}{R^2} - 1}}\frac{dr}{r}$$

Đặt : $t = \sqrt{\frac{4r^2}{R^2} - 1} \Rightarrow dt = \dfrac{8rdr}{R^2\sqrt{\frac{4r^2}{R^2} - 1}} \Rightarrow dr = \dfrac{R^2\sqrt{\frac{4r^2}{R^2} - 1}}{8r}dt$

$$\Delta\varphi = \sqrt{6}\int_0^{\sqrt{3}}\frac{R^2 dt}{8r^2} = \sqrt{6}\int_0^{\sqrt{3}}\frac{dt}{2(t^2 + 1)} = \frac{\sqrt{6}}{2}\arctan(t)\Big|_0^{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}\pi}{6}$$

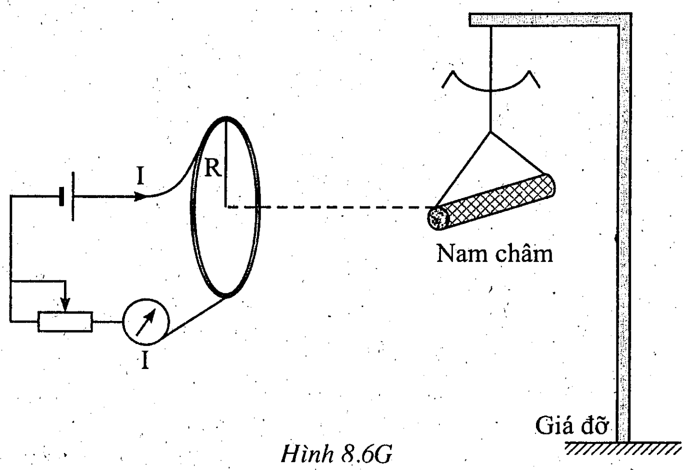
Tương tự ở trên ta tính được : $\alpha = 2\pi - \Delta\varphi - 2i = \dfrac{8 - \sqrt{6}}{6}\pi \approx 2{,}91$ rad.

8.5

a) Bố trí thí nghiệm như hình 8.6G.

Cố định vị trí đặt khung dây (thẳng đứng) và vị trí treo nam châm trên trục của khung dây.

b) Từ trường tại vị trí treo nam châm gồm : $\vec{B} = \vec{B}_d + \vec{B}_{TĐ}$, với $B_d \sim NI$, có thể viết dưới dạng $B_d = AI$, trong đó A là hằng số phụ thuộc vào vị trí số vòng dây và bán kính R, I là cường độ dòng điện chạy qua khung.



Hình 8.6G

Chọn phương $\vec{B}_d // \vec{B}_{TĐ}$ ta có : $B = B_d + B_{TĐ} = AI + B_{TĐ}$

Phương trình dao động : $\vec{M} = I_{qt}\vec{\gamma}$, hay $\mu B\alpha = -I_{qt}\gamma \Rightarrow \alpha'' + \dfrac{\mu B}{I_{qt}}\alpha = 0$

Chu kì dao động $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_{qt}}{\mu B}}$, từ đó :

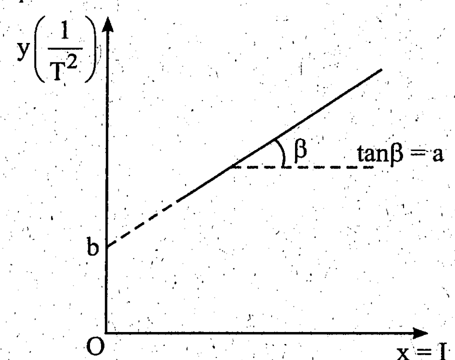
$$\frac{1}{T^2} = \frac{\mu}{4\pi^2 I_{qt}}(B_d + B_{TĐ}) = \frac{\mu}{4\pi^2 I_{qt}}B_d + \frac{\mu}{4\pi^2 I_{qt}}B_{TĐ}$$

Đặt x = I (cường độ dòng điện) và $y = \dfrac{1}{T^2}$

ta có : $y = ax + b$,

trong đó $a = \dfrac{\mu A}{4\pi^2 I_{qt}}$, $b = \dfrac{\mu}{4\pi^2 I_{qt}}B_{TĐ}$

Đồ thị có dạng như hình 8.7G.



Hình 8.7G

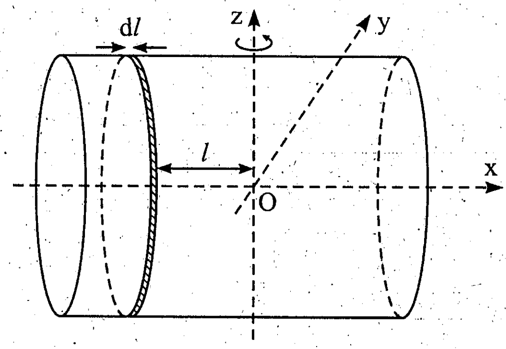
c) Momen từ của thỏi nam châm $\mu = \dfrac{4\pi^2 I_{qt}}{B_{TĐ}}b$;

các hệ số a và b có thể được xác định bằng phương pháp đồ thị hoặc phương pháp bình phương tối thiểu.

• Biểu thức momen quán tính I_{qt}.

Momen quán tính đối với trục Ox (Hình 8.8G) :

$I_x = \dfrac{MR^2}{2}$. Chú ý : $I_y = I_z$.



Hình 8.8G

Chia thành các đĩa mỏng và dùng định lí Huy-ghen – Stai-nơ tính momen quán tính của đĩa mỏng đối với trục Oz và Oy.

$$dI_z = dI_y = \frac{R^2 dm}{4} + l^2 dm\ ;\ I_z = I_y = 2\int_0^L dI_y = m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{l^2}{12}\right) = I_{qt}$$

d) Nguyên nhân sai số :

– Tùy theo độ lớn của I_{qt}. Nếu I_{qt} lớn, dao động không rõ rệt ⇒ cần hỗ trợ B_d khung dây (tăng dòng),...

– Từ trường Trái Đất không đồng nhất trong khu vực đo.

9 Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2015, ngày thi thứ nhất

9.1.

1. Giả sử dòng điện chạy qua biến trở I ⇒ công suất toả nhiệt của biến trở và công suất của lực căng tác dụng lên m :

$$\mathscr{P}_R = R_0 I^2$$

$$\mathscr{P}_m = mgv$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$UI = \mathscr{P}_R + \mathscr{P}_m = R_0 I^2 + mgv \qquad (1)$$

Vận tốc góc của thanh kim loại :

$$\omega = \frac{v}{R_2} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B\frac{1}{2}R_1^2\omega = \frac{BR_1^2 v}{2R_2} \Rightarrow I = \frac{U - \varepsilon}{R_0} = \frac{U - \dfrac{BR_1^2 v}{2R_2}}{R_0} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có :

$$U\frac{U-\dfrac{BR_1^2v}{2R_2}}{R_0}=\frac{\left(U-\dfrac{BR_1^2v}{2R_2}\right)^2}{R_0}+mgv \Rightarrow R_0=\frac{BR_1^2}{2mgR_2}\left(U-\frac{BR_1^2v}{2R_2}\right)$$

2. Khi đĩa quay, trong vùng có từ trường sẽ xuất hiện một điện trường xoáy. Trên thực tế các êlectron rất mau chóng đạt tốc độ ổn định, vì thế lực tác dụng tổng cộng lên chúng gần như bằng 0 (bỏ qua lực quán tính vì khối lượng của các êlectron quá bé), do đó :

$$\vec{F}\approx q_e(\vec{E}+\vec{v}_s\times\vec{B})=\vec{0}\Rightarrow\vec{E}=-\vec{v}_s\times\vec{B}\Rightarrow E=|\vec{v}_s\times\vec{B}|=v_sB=\frac{vBr}{R_2}$$

Công suất toả nhiệt trên vùng có từ trường :

$$\mathscr{P}=RI^2=\frac{\rho l}{S_0}(jS_0)^2=\sigma E^2lS_0=\sigma E^2V=\sigma E^2Sd=\frac{1}{\rho}\frac{v^2B^2r^2}{R_2^2}Sd$$

Áp dụng định lí động năng ta có :

$$mgvdt-\mathscr{P}dt=d\left(\frac{mv^2}{2}\right)\Rightarrow mgv-\frac{1}{\rho}\frac{v^2B^2r^2}{R_2^2}Sd=mv\frac{dv}{dt}$$

Khi $v=v_{max}$, $\dfrac{dv}{dt}=0$ nên : $mgv_{max}-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{v_{max}^2B^2r^2}{R_2^2}Sd=0$

Từ đó ta có vận tốc cực đại của m là : $v_{max}=\dfrac{mg\rho R_2^2}{B^2r^2Sd}$

9.2.

Gọi công suất của động cơ là W, khi máy hoạt động liên tục (theo giả thiết) ta có :

$$Q=\frac{T_{min}}{T_n-T_{min}}Wt=A(T_n-T_{min})t\Rightarrow W=A\frac{(T_n-T_{min})^2}{T_{min}}$$

1. Thời gian để máy hạ nhiệt độ phòng từ $T_0+\Delta T\to T_0$ (nhiệt độ máy ngừng hoạt động) :

$$\tau_1\approx\frac{C\Delta T}{\dfrac{T_0}{T_n-T_0}W-A(T_n'-T_0)}=\frac{(T_n-T_0)T_{min}}{A[T_0(T_n-T_{min})^2-T_{min}(T_n-T_0)^2]}C\Delta T$$

C là nhiệt dung của phòng. Thời gian để nhiệt độ trong phòng tăng từ $T_0\to T_0+\Delta T$ (khi máy ngừng hoạt động) :

$$\tau_2 \approx \frac{C\Delta T}{A(T_n - T_0)} \Rightarrow \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{(T_n - T_0)^2 T_{min}}{T_0(T_n - T_{min})^2 - T_{min}(T_n - T_0)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{(T_n - T_0)^2 T_{min}}{(T_n - T_{min})^2 T_0} = \frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_2} = \eta = 40\%$$

$$\Rightarrow (T_n - T_0)^2 + \eta\frac{(T_n - T_{min})^2}{T_{min}}(T_n - T_0) - \eta\frac{(T_n - T_{min})^2}{T_{min}}T_n = 0$$

Thay số ta được : $(T_n - T_0)^2 + \frac{16}{29}(T_n - T_0) - \frac{4960}{29} = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} T_n - T_0 \approx 12{,}8\,K \\ T_n - T_0 \approx -13{,}4\,K \end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện $T_n > T_0$ ta có : $T_0 = T_n - 12{,}8\text{ K} = 297{,}2\text{ K} \Rightarrow t_0 = 24{,}2^oC$.

2. Gọi công suất sưởi ấm là $\mathscr{P}$ ta có : $\mathscr{P} = \frac{T_p}{T_p - T'_n}W$.

Khi máy sưởi hoạt động liên tục $T_p = T_{max}$, đồng thời $\mathscr{P} = A(T_{max} - T'_n)$, do đó :

$$\frac{T_{max}}{T_{max} - T'_n}A\frac{(T_n - T_{min})^2}{T_{min}} = A(T_{max} - T'_n)$$

$$\Rightarrow T'_n = -\sqrt{\frac{T_{max}}{T_{min}}}(T_n - T_{min}) + T_{max} \approx 279{,}7\text{K} \Rightarrow t'_n \approx 6{,}7^oC.$$

Gọi thời gian để máy nâng nhiệt độ từ $T'_0 - \Delta T' \rightarrow T'_0$ là τ'_1, thời gian để nhiệt độ trong phòng giảm từ T'_0 xuống $T'_0 - \Delta T'$ khi máy ngừng hoạt động là τ'_2, ta có :

$$\tau'_1 = \frac{C\Delta T'}{\frac{T'_0}{T'_0 - T''_n}W - A(T'_0 - T''_n)} = \frac{C\Delta T' T_{min}(T'_0 - T''_n)}{A[T'_0(T_n - T_{min})^2 - T_{min}(T'_0 - T''_n)^2]}$$

$$\tau'_2 = \frac{C\Delta T'}{A(T'_0 - T''_n)^2}$$

Do đó :

$$\frac{\tau'_1}{\tau'_2} = \frac{T_{min}(T'_0 - T''_n)^2}{T'_0(T_n - T_{min})^2 - T_{min}(T'_0 - T''_n)^2} \Rightarrow \frac{T_{min}(T'_0 - T''_n)^2}{T'_0(T_n - T_{min})^2} = \frac{\tau'_1}{\tau'_1 + \tau'_2} = \eta' = 40\%$$

$$\Rightarrow (T'_0 - T''_n)^2 - \eta'\frac{(T_n - T_{min})^2}{T_{min}}(T'_0 - T''_n) - \eta'\frac{(T_n - T_{min})^2}{T_{min}}T''_n = 0$$

Thay số ta được : $(T'_0 - T'')^2 - \frac{16}{29}(T'_0 - T''_n) - \frac{4478,4}{29} = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} T'_0 - T''_n \approx 12,7K \\ T'_0 - T''_n \approx -12,1K \end{array}\right.$

Vì $T'_0 > T'_n$ nên : $T'_0 = T''_n + 12,7K = 292,4K \Rightarrow t'_0 = 19,4^oC$.

3. Ta có : $\frac{\eta'}{\eta} = \frac{T_0(T'_0 - T''_n)^2}{T'_0(T'_n - T_0)^2}$

Trong trường hợp này : $\begin{cases} T''_n = T'_n = 298K \\ T_0 = 297K, T'_0 = 299K \end{cases} \Rightarrow \frac{\eta'}{\eta} = \frac{T_0}{T'_0} = \frac{297}{299} < 1$

Suy ra, thời gian hoạt động của máy ở phòng 2 sẽ nhỏ hơn thời gian hoạt động của máy ở phòng 1, nên máy ở phòng 2 sẽ tạm ngừng hoạt động sớm hơn. Chú ý rằng điều này chỉ hiển nhiên khi $\tau'_1 + \tau'_2 = \tau = \tau_1 + \tau_2$, vì thế trong thực tế có thể điều này không đúng.

93. Giả sử điện tích của bản tụ là q ⇒ điện trường tại x : $E_x = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S} = \frac{q}{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}(1 + \alpha x)$

Hiệu điện thế giữa hai bản tụ : $U = \int_0^d E_x dx = \frac{q}{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}\int_0^d (1 + \alpha x)dx = \frac{qd}{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}\left(1 + \alpha\frac{d}{2}\right)$

1. Điện dung của tụ : $C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}{d\left(1 + \alpha\frac{d}{2}\right)}$

2. Ta có : $\sigma = \frac{q}{S} = \frac{CU_0}{S} \Rightarrow \sigma = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 U_0}{d\left(1 + \alpha\frac{d}{2}\right)}$

Do đó mật độ điện tích trên bản tụ dương σ_+ và trên bản tụ âm σ_- là :

$$\sigma_+ = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 U_0}{d\left(1 + \alpha\frac{d}{2}\right)};\ \sigma_- = -\frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 U_0}{d\left(1 + \alpha\frac{d}{2}\right)}$$

Cường độ điện trường tại x : $E_x = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{U}{d}\frac{1 + ax}{1 + \alpha\frac{d}{2}}$

3. Điện dung mới của tụ : $C' = \frac{\left(C + \frac{\varepsilon_0 S}{d}\right)}{2}$ ⇒ Công mà nguồn đã thực hiện :

$$A_n = U_0\Delta q = U_0(C'U_0 - CU_0) = (C' - C)U_0^2$$

Do đó : $A + A_n = \Delta W = \frac{1}{2}C'U_0^2 - \frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{1}{2}(C' - C)U_0^2$

$\Rightarrow$ Công mà ta phải thực hiện : $A = -A_n + \frac{1}{2}(C' - C)U_0^2 = \frac{1}{2}(C - C')U_0^2$

hay : $A = \frac{1}{4}\left(\frac{\varepsilon_1}{1 + \alpha\frac{d}{2}} - 1\right)\frac{\varepsilon_0 S}{d}U_0^2$

9.4. Theo giả thiết : $R = \frac{I_p}{I_0} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_2}\right)^2 = R_{21} = \left(\frac{n_{21} - 1}{n_{21} + 1}\right)^2 = \left(\frac{1 - n_{12}}{1 + n_{12}}\right)^2 = R_{12}$

Suy ra $T = 1 - R = T_{21} = 1 - R_{21} = 1 - R_{12} = T_{12}$

1. Về hệ số phản xạ rất bé nên ta có thể bỏ qua các đóng góp của các thành phần phản xạ : $I = T^2 I_0 = (1 - R)^2 I_0 = \left(1 - \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2\right)^2 I_0 = \frac{16n^2}{(n+1)^4}I_0$

Do đó tỉ lệ ánh sáng truyền qua : $T' = T^2 = \frac{I}{I_0} = \frac{16n^2}{(n+1)^4} \approx 93{,}4\%$

Nếu kể đến tất cả các thành phần phản xạ thì ta phải kể đến sự giao thoa của các thành phần. Đây là bài toán rất phức tạp và dữ kiện đã cho của đề bài không đủ để giải quyết vấn đề này. Trong trường hợp các thành phần phản xạ thứ cấp không giao thoa với nhau, mỗi thành phần sẽ thực hiện hai lần truyền qua và 2k lần phản xạ (k = 0, 1, 2,...), khi đó :

$$I = T^2 I_0(1 + R^2 + R^4 + ...) = \frac{(1-R)^2}{1 - R^2}I_0 = \left(\frac{1-R}{1+R}\right)I_0$$

Do đó : $T' = \frac{I}{I_0} = \frac{1-R}{1+R} = \frac{2n}{n^2+1} \approx 93{,}5\%$

2. Biên độ sáng của hai thành phần phản xạ từ lớp phủ :

$$\begin{cases} E_1 = \sqrt{R_0}E_0 = \sqrt{R_0 I_0} \\ E_2 = T_0\sqrt{R_0}E_0 = (1 - R_0)\sqrt{R_0 I_0} \end{cases} \text{ trong đó } R_0 = \left(\frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n} + 1}\right)^2$$

Hai thành phần phản xạ này lệch pha với nhau một lượng $\Delta\varphi = 2\pi\frac{2\sqrt{n}e}{\lambda}$.

Hai sóng này giao thoa với nhau cho biên độ cực tiểu khi $\Delta\varphi = \pi + k.2\pi$, ($k \in Z$).

Do đó : $e = \frac{\lambda}{4\sqrt{n}}(1 + 2k)$; $e_{min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n}}$

9.5.

1. Xét một vỏ trụ rỗng bán kính r bề dày dr, chiều dài l.

Nếu giữ cố định một đầu trụ và xoay đầu còn lại một góc α đủ nhỏ thì trên trụ xuất hiện một ứng suất :

$$\sigma = \frac{dF}{dS} = \frac{dM}{rdS} = \frac{dM}{r.2\pi rdr} = G\frac{\alpha r}{l} \Rightarrow dM = \frac{2\pi G\alpha}{l}r^3dr$$

trong đó dM là momen lực tác dụng lên ống trụ để xoay nó một góc α.
Do đó momen lực tác dụng lên cả hình trụ :

$$M = \frac{2\pi G\alpha}{l}\int_{R_1}^{R_2} r^3dr = \frac{\pi G(R_2^4 - R_1^4)}{2l}\alpha$$

Suy ra, nếu gắn một thanh cứng vào đầu tự do của ống và gắn hai vật nặng M vào hai phía của thanh sao cho khoảng cách từ các vật nặng tới trụ là x, khi đó momen lực mà ống tác dụng lên thanh là :

$$M' = -M = -\frac{\pi G(R_2^4 - R_1^4)}{2l}\alpha = (I_0 + 2Mx^2) + \alpha''$$

Do đó : $\alpha'' + \dfrac{\pi G(R_2^4 - R_1^4)}{2l(I_0 + 2Mx^2)}\alpha = 0$

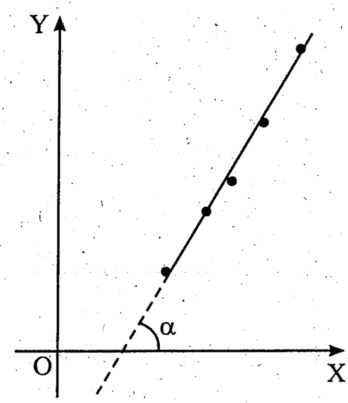
Chu kì dao động của thanh là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2l(I_0 + 2Mx^2)}{\pi G(R_2^4 - R_1^4)}} \Rightarrow \frac{2Mlx^2}{\pi(R_2^4 - R_1^4)} = G\frac{T^2}{8\pi} - \frac{I_0 l}{R_2^4 - R_1^4}$$

Đặt : $X = \dfrac{T^2}{4\pi}$(s), $Y = \dfrac{2Ml}{R_2^4 - R_1^2}x^2$ (kg/m), ta có : $Y = GX - Y_0$

2. Dùng thước đo l, x, dùng đồng hồ đo chu kì dao động, ta được bảng số liệu sau :

Lần đo	1	2	3	.....	n
x	x_1	x_2	x_3	.....	x_n
T	T_1	T_2	T_3	.....	T_n
X	X_1	X_2	X_3	.....	X_n
Y	Y_1	Y_2	Y_3	.....	Y_n



Hình 9.1G

Vẽ đồ thị mô tả sự phụ thuộc của Y vào X (H. 9.1G).
Dùng thước xác định tanα ta sẽ đo được : G = tanα.

(10) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2015, ngày thi thứ hai

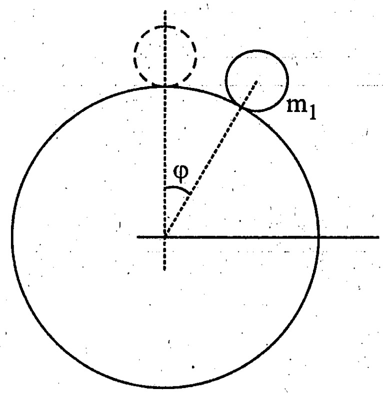
10.1.

1. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng (Hình 10.1G), ta có :

$$\frac{1}{2}m_1v_{01}^2 + \frac{1}{2}I_1\omega^2 = m_1g(R_1 + R_2)(1 - \cos\varphi) \quad (1)$$

Vì m_1 lăn không trượt trên m_2 nên :

$$\omega = \frac{v_{01}}{R_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}\varphi' = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{d\varphi}{dt} \quad (2)$$



Hình 10.1G

Từ (1) và (2) ta có :

$$\varphi'^2 = \frac{2g(1-\cos\varphi)}{R_1\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\left(1+\frac{I}{m_1R_1^2}\right)} = \frac{4g}{R_1\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\left(1+\frac{I}{m_1R_1^2}\right)}\sin^2\frac{\varphi}{2}$$

Do đó : $$\frac{d\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}} = \frac{2}{\sqrt{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\left(1+\frac{I}{m_1R_1^2}\right)}}\sqrt{\frac{g}{R_1}}dt$$

Tích phân hai vế ta được : $$\int_{\varphi_0}^{\varphi}\frac{d\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}} = 2ln\left(\frac{\tan\frac{\varphi}{4}}{\tan\frac{\varphi_0}{4}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\left(1+\frac{I}{m_1R_1^2}\right)}}\sqrt{\frac{g}{R_1}}t$$

Do đó : $$\varphi = 4\arctan\left(\tan\left(\frac{\varphi_0}{4}\right)e^{\frac{\sqrt{g}t}{\sqrt{(R_1+R_2)\left(1+\frac{I}{m_1R_1^2}\right)}}}\right)$$

Thay điều kiện của đề bài : $R_2 = 2R_1 = 2r$, $I = \frac{2}{5}m_1r^2$ ta có :

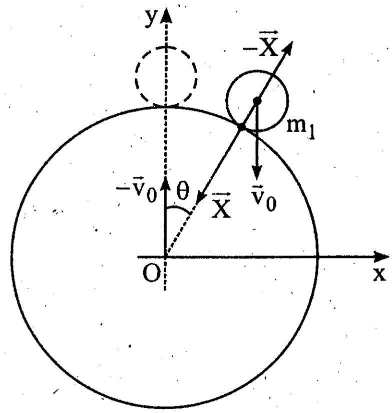
$$\varphi = 4\arctan\left(\tan\left(\frac{\varphi_0}{4}\right)e^{\sqrt{\frac{5g}{21r}}t}\right)$$

với φ_0 là góc mà O_1O_2 lệch ra khỏi phương thẳng đứng ở $t = 0$.

2. Vận tốc hai quả cầu ngay trước khi quả cầu lớn va chạm với sàn (chọn chiều dương hướng lên), (Hình 10.2G) :

$$v_0 = -\sqrt{2g(h - R_2)}$$

Vì sàn cứng tuyệt đối nên sau khi m_2 va chạm với sàn, vận tốc của hai quả cầu lần lượt là $\vec{v}_2 = -\vec{v}_0$, $\vec{v}_1 = \vec{v}_0$. Giả sử trong khoảng thời gian hai quả cầu va chạm với nhau, quả cầu nhỏ truyền cho quả cầu lớn một xung $\vec{X}$ $\Rightarrow$ quả cầu lớn truyền trả lại quả cầu nhỏ xung $-\vec{X}$. Theo định luật bảo toàn cơ năng ta có :



Hình 10.2G

$$\frac{(m_1\vec{v}_0 - \vec{X})^2}{2m_1} + \frac{(-m_2\vec{v}_0 + \vec{X})^2}{2m_2} = \frac{m_1v_0^2}{2} + \frac{m_2v_0^2}{2}$$

hay : $-2v_0X\cos\theta + \dfrac{m_1 + m_2}{2m_1m_2}X^2 = 0$

Vì X không thể bằng 0, nên : $X = 4\dfrac{m_1}{1+\dfrac{m_1}{m_2}}v_0\cos\theta$ (3)

Vận tốc của quả cầu nhỏ ngay sau va chạm :

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_0 - \vec{X}}{m_1} = \vec{v}_0 - \frac{\vec{X}}{m_1} \Rightarrow \begin{cases} v_x = \dfrac{X}{m_1}\sin\theta \\ v_y = -v_0 + \dfrac{X}{m_1}\cos\theta \end{cases} \quad (4)$$

Từ (3), (4) và (5) ta có : $\begin{cases} v_x = 2\dfrac{\sqrt{2g(h - R_2)}}{1+\dfrac{m_1}{m_2}}\sin2\theta \\ v_y = \left(-1 + \dfrac{4}{1+\dfrac{m_1}{m_2}}\cos^2\theta\right)\sqrt{2g(h - R_2)} \end{cases}$

Từ đó ta có vận tốc của m_1 sau va chạm có độ lớn v và hợp với chiều dương của trục Ox một góc α, với :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2g(h - R_2)\left(1 + 8\frac{1 - \frac{m_1}{m_2}}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^2}\cos^2\theta\right)} \; ; \; \alpha = \arctan\left(\cot\theta - \frac{1 + \frac{m_1}{m_2}}{2\sin 2\theta}\right)$$

Độ cao cực đại mà tâm quả cầu nhỏ đạt được sau va chạm :

$$h_{max} = R_2 + (R_1 + R_2)\cos\theta + \frac{v_y^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \quad h_{max} = R_2 + (R_1 + R_2)\cos\theta + \left(-1 + \frac{4}{1 + \frac{m_1}{m_2}}\cos^2\theta\right)^2 (h - R_2)$$

Vì hai quả cầu làm bởi cùng một chất liệu và $R_2 = 2R_1 = 2R$ nên $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{8}$ nên

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2g(h - 2r)\left(1 + \frac{448}{81}\cos^2\theta\right)} \; ; \; \alpha = \arctan\left(\cot\theta - \frac{9}{16\sin 2\theta}\right)$$

$$h_{max} = (2 + 3\cos\theta)r + \left(-1 + \frac{32}{9}\cos^2\theta\right)^2 (h - 2r).$$

$$\text{hay : } h_{max} = \left(3\cos\theta + \frac{128}{9}\cos^2\theta - \frac{2048}{81}\cos^4\theta\right)r + \left(-1 + \frac{32}{9}\cos^2\theta\right)^2 h.$$

10.2. Giả sử hơi nước trong xilanh chưa bão hoà khi bị nén về thể tích 24,7 $l \Rightarrow$

$$p_2 = \frac{V_1}{V_2}p_1 \approx 202\,\text{kPa} > 200\,\text{kPa}$$

trái với giả thiết $\Rightarrow$ hơi nước trong xilanh sau khi nén đạt trạng thái bão hoà.

Gọi áp suất riêng phần của không khí ban đầu là p_{kk}, áp suất hơi nước bão hoà là p_{bh}, ta có :

$$\begin{cases} p_{kk} + ap_{bh} = p_1 \\ \frac{V_1}{V_2}p_{kk} + p_{bh} = p_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_{kk} = \dfrac{-p_1 - ap_2}{a\frac{V_1}{V_2} - 1} \approx \dfrac{4940}{51}\,\text{kPa} \\ p_{bh} = \dfrac{\frac{V_1}{V_2}p_1 - p_2}{a\frac{V_1}{V_2} - 1} \approx \dfrac{200}{51}\,\text{kPa} \end{cases}$$

1. Từ những lập luận trên ta thấy :

Độ ẩm tỉ đối của nước sau khi nén : a' = 100%.

Gọi nhiệt độ của hỗn hợp là : $T = T_0 + \Delta T$, ta có :

$$\frac{1}{T_0}\frac{\Delta T}{\Delta p} = \frac{V_h - V_n}{mL} \approx \frac{V_h}{mL} = \frac{RT_0}{\mu Lp} \Rightarrow \Delta T \approx \frac{RT_0^2\Delta p}{\mu Lp}$$

Ta thấy p_{bh} gần với áp suất hơi bão hoà ở 29^oC nhất, nên ta sẽ lấy $T_0 = 302$ K

$$T = T_0 + \Delta T \approx T_0 + \frac{RT_0^2\Delta p}{\mu Lp} = T_0 + \frac{RT_0^2(p - p_0)}{\mu Lp_0} = 301{,}6\,K$$

hay $t = 28{,}6^oC \Rightarrow$ Khối lượng hơi nước : $m = \dfrac{ap_{bh}V_1}{RT_{hn}}\mu_n = 1{,}13\,g$

2. Công mà hỗn hợp không khí và hơi nước tác dụng lên pit-tông :

$$A = \int_{V_1}^{V_2}(p_{kk}V + p_{hn}VdV = \int_{V_1}^{V_2}p_{kk}VdV + \int_{V_1}^{V_2}p_{hn}VdV = A_{kk} + A_{hn}$$

$$A_{kk} = \int_{V_1}^{V_2}\frac{p_{kk}V_1}{V}dV = -p_{kk}V_1 ln\frac{V_1}{V_2}$$

Gọi V_{bh} là thể tích của hỗn hợp khi hơi nước bắt đầu bão hoà, ta có :

$$p_{bh}V_{bh} = p_1V_1 = ap_{bh}V_1 \Rightarrow V_{bh} = aV_1$$

$\Rightarrow$ Công của hơi nước :

$$A_{hn} = \int_{V_1}^{V_{bh}}\frac{ap_{bh}V_1}{V}dV + \int_{V_{bh}}^{V_2}p_{bh}dV = p_{bh}\left(aV_1 ln\frac{V_{bh}}{V_1} + V_2 - aV_1\right) = p_{bh}V_1\left(a\,ln\,a + \frac{V_2}{V_1} - a\right)$$

Từ đó ta có công mà hỗn hợp tác dụng lên pit-tông :

$$A = -p_{kk}V_1 ln\frac{V_1}{V_2} + p_{bh}V_1\left(a\,ln\,a + \frac{V_2}{V_1} - a\right) \approx -3{,}51\,kJ.$$

3. Nhiệt lượng mà hơi nước đã nhận : $Q' = A_{hn} - \Delta m.L$

Khối lượng nước đã ngưng tụ : $\Delta m = \left(\dfrac{ap_{bh}V_1}{RT} + \dfrac{p_{bh}V_2}{RT}\right)\mu = \dfrac{p_{bh}V_1}{RT}\left(a - \dfrac{V_2}{V_1}\right)$

$$\Rightarrow Q' = p_{bh}V_1\left(a\,ln\,a + \left(1 + \frac{L}{RT}\right)\left(\frac{V_2}{V_1} - a\right)\right) = -149\,J$$

Dấu "–" chứng tỏ nước đã nhả ra một nhiệt lượng Q = –Q' = 149 J.

10.3.

1. Theo định luật Ô-xtrô-grat-xki – Gau-xơ, điện tích chứa trong quả cầu tâm O bán kính r :

$$Q(r) = \varepsilon_0 E_r 4\pi r^2 = \frac{\varepsilon_0 R_r 4\pi r^2}{|q|} = \frac{4\pi\varepsilon_0 m\omega_0^2 r^3}{|q|} \Rightarrow Q(R) = \frac{4\pi\varepsilon_0 m\omega_0^2 R^3}{|q|} = Q$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{|q|Q}{4\pi\varepsilon_0 mR^3}} = 1{,}59.10^{16}\text{rad/s}$$

2. Ta có : $F = -qE_r = -m\omega_0^2 r = mr'' \Leftrightarrow r'' + \omega_0^2 r = 0$

Do đó, êlectron sẽ dao động điều hoà quanh hạt nhân với chu kì :

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 mR^3}{|q|Q}} = 3{,}95.10^{-16}\text{s}$$

Chu kì này đúng bằng chu kì quay tròn của êlectron trong ý 1.

3. Điện thế tại điểm cách tâm nguyên tử một khoảng r < R

$$V_r = -\int_0^r E_{r'}dr' = C - \frac{m\omega_0^2 r^2}{2e}$$

$$V_R = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R} = C - \frac{m\omega_0^2 R^2}{2e} = C - \frac{1}{2}\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R} \Rightarrow C = \frac{3}{2}\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\Rightarrow \quad V = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2}\right) = \frac{ke}{R}\left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2}\right)$$

Điện tích giữa hai mặt cầu bán kính r và r + dr :

$$dq = 4\pi\varepsilon_0((r + dr)^2 E_{r+dr} - r^2 E_r) = \frac{m\omega_0^2}{ke}3r^2 dr = 3\frac{e}{R^3}r^2 dr$$

$$\Rightarrow \quad W_E = \int_0^R \frac{1}{2}V_r dq = \int_0^R \frac{ke}{4R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right)3\frac{e}{R^3}r^2 dr$$

$$\Rightarrow \quad W_E = \frac{3}{5}\frac{ke^2}{R} \approx 8{,}64\,\text{eV} \approx 1{,}38.10^{-18}\,\text{J}$$

Vì biểu thức của lực điện, thế năng tĩnh điện có dạng giống như dạng của lực hấp dẫn và thế năng hấp dẫn nên tính toán hoàn toàn tương tự, ta có thế năng hấp dẫn :

$$W_G = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R} \approx -1{,}21.10^{-54}\,\text{J}$$

Ta thấy $|W_G| \ll |W_E|$ ta có thể bỏ qua thành phần W_G.

4. Ta có : $W_S = \sigma S = 4\pi\sigma R^2$

Nguyên tử cân bằng ở thế năng cực tiểu nên :

$$\frac{dW}{dR} = \frac{dW_E}{dR} + \frac{dW_S}{dR} = -\frac{3}{5}\frac{ke^2}{R^2} + 8\pi\sigma R = 0 \Rightarrow \sigma = \frac{3ke^2}{40\pi R^3} \approx 5{,}50\ \text{N/m}$$

10.4.

1. Sơ đồ tạo ảnh qua ống ngắm (Hình 10.3G)

$$S \xrightarrow[d_1 \quad\quad d'_1]{O_1} S_1 \xrightarrow[d_2 \quad\quad d'_2]{O_2} S_2 \xrightarrow[d_3 \quad\quad d'_3]{O_3} S_3$$

Hình 10.3G

Theo giả thiết :

$$d'_3 = -OC_V \Rightarrow d_3 = \frac{-OC_V f_3}{-OC_V - f_3} = \frac{50}{51}\text{cm} \Rightarrow d'_2 = O_2O_3 - d_3 = \frac{52}{51}\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = -\frac{156}{101}\text{cm} \Rightarrow d'_1 = O_1O_2 - d_2 = \frac{5251}{202}\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{d'_1 f}{d'_1 - f} = \frac{85020}{211}\text{cm} \approx 4{,}03\ \text{m}$$

Số phóng đại của ảnh : $k = -\frac{d'_1}{d_1}.\frac{d'_2}{d_2}.\frac{d'_3}{d_3} = -\frac{211}{120} \approx -1{,}76$

Giả sử đường kính của vật là $\delta \Rightarrow$ góc trông vật và góc trông ảnh có giá trị lần lượt là :

$\alpha_0 = \frac{\delta}{d_1}, \alpha = \frac{|k|\delta}{OC_V}$ nên số bội giác thu được là : $G = \frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{|k|d_1}{OC_V} = 14{,}17 \approx 14{,}2$

2. Vì các tia sáng cuối cùng phải đi qua O_3 nên giả sử O_3 là ảnh của O qua thấu kính O_2 thì các tia sáng trước khi đi qua thấu kính O_2 sẽ phải đi qua O.

Ta có : $d_O = \frac{O_2O_3.f_2}{O_2O_3 - f_2} = -6\ \text{cm}$

Do đó ánh sáng đến O_2 sẽ đi qua phần thấu kính O_1 có đường kính D thoả mãn :

$$\frac{D}{O_1O_2 - d_O} = \frac{D_2}{-d_O} \Rightarrow D = \frac{O_1O_2 - d_O}{-d_O}D_2 = 2{,}975\ \text{cm} < D_1$$

với D_1 là đường kính rìa của thấu kính O_1. Giả sử O là ảnh của O_0 qua thấu kính O_1, khi đó : $d_{O_0} = \frac{(O_1O_2 - d_O)f_1}{O_1O_2 - d_O - f_1} = \frac{1020}{11}\text{cm}$

Gọi độ cao cực đại của đoạn thước nhìn được qua thấu kính ngắm là h, ta có :

$$\frac{h}{O_1T} = \frac{D}{d_{O_0}} \Rightarrow h = \frac{O_1T}{d_{O_0}}D \text{ hay } h = \frac{d_1 - d_{O_0}}{d_{O_0}}D = \frac{2100}{211} \approx 9,95\,\text{cm}$$

3. Gọi tiêu cự của thấu kính L_0 là f và khoảng cách từ L_0 đến O_1 là l ta có sơ đồ tạo ảnh sau (Hình 10.4G) :

$$S \xrightarrow[d_1 \qquad d_1']{O_1} S' \xrightarrow[d \qquad d']{O} S''$$

Hình 10.4G

$$d = \frac{d'f}{d'-f} = \frac{OC_V.f}{OC_V+f} \Rightarrow d_1' = l - d = l - \frac{OC_V.f}{OC_V+f}$$

Suy ra, số phóng đại của kính :

$$k' = \frac{d_1'}{d_1}\frac{d'}{d} = \frac{d_1'}{d_1}\frac{OC_V+f}{f} \Rightarrow G = |k'|\frac{d_1}{OC_V} = \frac{d_1'(OC_V+f)}{OC_V.f} \Rightarrow f = \frac{d_1'.OC_V}{G.OC_V - d_1'}$$

$$f = \frac{d_1'.OC_V}{G.OC_V - d_1'} = \frac{75}{49}\text{cm} \approx 1,53\,\text{cm}$$

$$l = d_1' + d = d_1' + \frac{OC_V.f}{OC_V+f} = \frac{4451}{202}\text{cm} \approx 22,5\,\text{cm}$$

10.5.

1. Áp dụng định luật II Niu-tơn, ta có :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{u}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right) = \frac{m_0\vec{a}}{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{m_0\vec{u}}{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{\vec{u}.\vec{a}}{c^2}\right) \Rightarrow \vec{F}.\vec{u} = \frac{m_0\vec{u}.\vec{a}}{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{m_0\vec{a}}{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{\vec{u}(\vec{F}.\vec{u})}{c^2};\ \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_0}\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{\vec{u}(\vec{F}.\vec{u})}{m_0c^2}\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

2. a) Vì lực từ $\vec{F} = q(\vec{u}\times\vec{B})$ vuông góc với $\vec{u}$ nên $\vec{F}.\vec{u} = 0$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_0}\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{q(\vec{u}\times\vec{B})}{m_0}\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} // \vec{F}$$

Mặt khác vì $\vec{F}$ vuông góc với $\vec{u}$ nên $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{u}$

$$\Rightarrow \vec{u}.\vec{a} = \vec{u}.\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\vec{u}^2}{dt} = \frac{du^2}{dt} = 0 \Rightarrow u^2 = \text{const} \Rightarrow u = \text{const}$$

Vì $\vec{B} = B\vec{k}$ nên $\begin{cases} a_x = v'_x = \dfrac{qB}{m_0}\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} v_y = \dfrac{qB}{m}v_y \\ a_y = v'_y = -\dfrac{qB}{m_0}\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} v_x = \dfrac{qB}{m}v_x \end{cases} \Rightarrow v''_x + \left(\dfrac{qB}{m}\right)^2 v_x = 0$

$$\Rightarrow v_x = A\cos\left(\frac{qB}{m}t+\varphi\right) \Rightarrow \begin{cases} x = x_0 + A\displaystyle\int_0^t \cos\left(\frac{qB}{m}t+\varphi\right)dt \\ v_y = \dfrac{m}{qB}v'_x = -A\sin\left(\dfrac{qB}{m}t+\varphi\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x_0 - \dfrac{Am}{qB}\sin\varphi + \dfrac{Am}{qB}\sin\left(\dfrac{qB}{m}t+\varphi\right) \\ y = y_0 + \displaystyle\int_0^t v_y dt = y_0 - \dfrac{Am}{qB}\cos\varphi + \dfrac{Am}{qB}\cos\left(\dfrac{qB}{m}t+\varphi\right) \end{cases}$$

Từ phương trình chuyển động trên ta thấy hạt chuyển động tròn đều với tần số :

$$\omega = \frac{qB}{m} = \omega_B$$

b) Từ ý 1, ta có : $a = \dfrac{u^2}{R} \Rightarrow \dfrac{q\left|\vec{u}\times\vec{B}\right|}{m_0}\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \dfrac{quB}{m_0}\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \dfrac{u^2}{R}$

Do đó : $\dfrac{\dfrac{u^2}{c^2}}{1-\dfrac{u^2}{c^2}} = \left(\dfrac{qBR}{m_0c}\right)^2 \Rightarrow u = \dfrac{c}{\sqrt{1+\left(\dfrac{m_0c}{BqR}\right)^2}} = \dfrac{BqR}{m_0}\dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{BqR}{m_0c}\right)^2}}$

c) Động năng của hạt :

$$W_d = (m-m_0)c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}-1\right)m_0c^2 = \left(\sqrt{1+\left(\frac{BqR}{m_0c}\right)^2}-1\right)m_0c^2$$

Trong từ trường yếu $\frac{BqR}{m_0c} \ll 1$, ta có :

$$\sqrt{1+\left(\frac{BqR}{m_0c}\right)^2} \approx 1+\frac{1}{2}\left(\frac{BqR}{m_0c}\right)^2 \Rightarrow W_đ \approx \frac{B^2q^2R^2}{2m_0}$$

(11) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2016, ngày thi thứ nhất

11.1

1. a) Ta có : $\tau_1 = \frac{T_1}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$.

b) Giả sử ở li độ x, lò xo k_1 dãn Δl_1, lò xo k_2 dãn Δl_2, ta có :

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = 2x \Rightarrow \frac{\frac{F}{2}}{k_1} + \frac{\frac{F}{2}}{k_2} = 2x \Rightarrow -\frac{1}{2}mx''\left(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right) = 2x$$

$$\Rightarrow x'' + \frac{4k_1k_2}{m(k_1+k_2)}x = 0 \Rightarrow \omega_2 = 2\sqrt{\frac{k_1k_2}{m(k_1+k_2)}}$$

Do đó : $\tau_2 = \frac{T_2}{4} = \frac{2\pi}{4\omega_2} = \pi\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}$.

2. Xét bài toán trong hệ quy chiếu gắn với ròng rọc. Áp dụng kết quả của ý 1b), ta có : $F_{dh} = -m\ddot{x} = -\frac{4k_1k_2}{k_1+k_2}x$

với x là độ dời của m so với vị trí ban đầu. Áp dụng định luật II Niu-tơn với chiều dương cùng chiều với $\vec{v}$ ta có : $-\frac{4k_1k_2}{k_1+k_2} + F_{ms} = m\ddot{x}$

Vị trí m bắt đầu trượt thoả mãn :

$$-\frac{4k_1k_2}{k_1+k_2}x_t - \mu_1 mg = 0 \Rightarrow x_t = -\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}\mu_1 g$$

$\Rightarrow$ Thời điểm vật bắt đầu trượt : $t_0 = \frac{-x_t}{v} = \frac{m(k_1+k_2)\mu_1 g}{4k_1k_2 \quad v}$

Kể từ khi bắt đầu trượt $F_{ms} = -\mu_2 mg$ và khi vật bắt đầu trượt vận tốc của nó bằng 0 nên trong hệ quy chiếu gắn với ròng rọc, nó có vận tốc $\dot{x}_0 = -v$.

Phương trình động lực học của m :

$$-\frac{4k_1k_2}{k_1+k_2}x-\mu_2 mg=-\frac{4k_1k_2}{k_1+k_2}\left(x+\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}\mu_2 g\right)=m\ddot{x}$$

Gọi $X=x+\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}\mu_2 g$, ta có $\ddot{X}=\omega_2^2 X=0$

⇒ Nếu lấy gốc thời gian là lúc m bắt đầu trượt, ta có : $X=A\cos(\omega_2 t+\varphi)$ tại t = 0.

$$\begin{cases}x_0=x_t\\ v_0=\dot{x}_0=-v\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}X_0=x_t+\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}\mu_2 g=-\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}(\mu_1-\mu_2)g=A\cos\varphi\\ \dot{X}_0=\dot{x}_0=-v=-\omega_2 A\sin\varphi=-2\sqrt{\frac{k_1k_2}{m(k_1+k_2)}}A\sin\varphi\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\tan\varphi=-\frac{2v}{(\mu_1-\mu_2)g}\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\\ A=\sqrt{\left(\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}(\mu_1-\mu_2)g\right)^2+\frac{v^2}{4}\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\end{cases}$$

Vật đạt vận tốc v khi X' = 0, do đó thời điểm t'_{0n} mà m có vận tốc bằng v được xác định bằng hệ thức :

$$\dot{X}_{t'_0}=-A\sin(\omega_2 t'_{0n}+\varphi)=0\ \Rightarrow\omega_2 t'_{0n}+\varphi=n\pi\ \Rightarrow t'_{0n}=\frac{-\varphi+n\pi}{\omega_2}$$

Ta thấy : $\begin{cases}\sin\varphi>0\\ \cos\varphi<0\end{cases}\Rightarrow\varphi=\pi-\arctan\left(\frac{2v}{(\mu_1-\mu_2)g}\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\right)$

Do đó ta có :

$$t'_{0n}=\frac{-\varphi+n\pi}{\omega_2}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\left(\arctan\left(\frac{2v}{(\mu_1-\mu_2)g}\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\right)+(n-1)\pi\right)$$

a) Ta thấy m đạt vận tốc v lần đầu khi n = 1, do đó :

$$t_1=t_0+t'_{01}=\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}\frac{\mu_1 g}{v}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\left(\mathrm{artan}\left(\frac{2v}{(\mu_1-\mu_2)g}\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\right)\right)$$

Nhiệt lượng toả ra :

$$Q=\mu_2 mgs=\mu_2 mg\int_0^{t'_{01}}(v+X')dt=\mu_2 mg(vt'_{01}+\Delta X)=\mu_2 mg(vt'_{01}+(-A)-(A\cos\varphi))$$

Do đó, ta có :

$$Q=\frac{\mu_2 mg}{2}\left(v\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\arctan\left(\frac{2v}{(\mu_1-\mu_2)g}\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\right)+\frac{m(k_1+k_2)}{2k_1k_2}(\mu_1-\mu_2)g\right.$$
$$\left.-\sqrt{\left(\frac{m(k_1+k_2)}{2k_1k_2}(\mu_1-\mu_2)g\right)^2+v^2\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\right)$$

b) Khi m đạt vận tốc $\vec{v}$, gia tốc của nó là $a_m=\ddot{X}=-\omega_2^2A$, nếu lúc này kéo ròng rọc với gia tốc $a_0=a_m$ thì gia tốc của m trong hệ quy chiếu gắn với ròng rọc bằng 0. Hơn thế nữa, lúc đó X' = 0 nên m sẽ đứng yên so với ròng rọc, nói cách khác là m luôn trượt và độ dãn của các lò xo không đổi.

Vậy $|a_0|=\omega_2^2A=(\mu_1-\mu_2)g\sqrt{1+\frac{4k_1k_2}{m(k_1+k_2)}\frac{v^2}{(\mu_1-\mu_2)^2g^2}}$

11.2

1. Sự phụ thuộc của áp suất vào thể tích trên các quá trình BC và DA.

$$p_{DA}=\frac{p_0}{3}\left(-\frac{V}{V_0}+10\right)\ ;\quad p_{BC}=\frac{p_0}{3}\left(-\frac{V}{V_0}+16\right)$$

Do đó, ta có : $$T_{DA}=\frac{p_{DA}V}{R}=\frac{p_0V_0}{3R}\left(-\left(\frac{V}{V_0}\right)^2+10\frac{V}{V_0}\right)$$

$$T_{BC}=\frac{p_{BC}V}{R}=\frac{p_0V_0}{3R}\left(-\left(\frac{V}{V_0}\right)^2+16\frac{V}{V_0}\right)$$

2. Vẽ các đường đẳng nhiệt của khí lí tưởng trên, ta thấy rằng đường đẳng nhiệt cao nhất còn có điểm chung với chu trình, sẽ có điểm chung với BC tiếp xúc với BC tại V_M, còn đường đẳng nhiệt thấp nhất còn cắt chu trình sẽ đi qua A hoặc D với $V_B=7V_0<8V_0=V_M<V_C$.

Do đó, nhiệt độ của khí trong chu trình trên có giá trị lớn nhất $T_{max}=\frac{64p_0V_0}{3R}$

và giá trị nhỏ nhất $T_{min}=\min\left(\frac{3p_0V_0}{R},\frac{7p_0V_0}{R}\right)=\frac{3p_0V_0}{R}=T_A$

3. Áp dụng nguyên lí I nhiệt động lực học cho quá trình BC ta được :

$$\delta Q_{BC} = C_V dT + pdV = \left(\frac{3}{2}R\frac{dT}{dV} + p\right)dV$$

Kết hợp với kết quả ý 1 ta có : $\delta Q_{BC} = \frac{4p_0}{3}\left(-\frac{V}{V_0} + 10\right)dV$

Vì trên BC có $dV > 0$ nên hệ nhận nhiệt khi : $-\frac{V}{V_0} + 10 \geq 0 \Leftrightarrow V \leq 10V_0$

Ta lại có : $p_M = \frac{p_0}{3}\left(-\frac{V_M}{V_0} + 16\right) = \frac{p_B + p_C}{2} = 2p_0 \Rightarrow V_M = 10V_0$

Do đó, điểm thay đổi tính chất nhận – nhả nhiệt có thể tích : $V = 10V_0 = V_M$ hay nói cách khác, trung điểm M của BC là điểm thay đổi tính nhận – nhả nhiệt của quá trình BC.

4. Công của chu trình là diện tích của chu trình, do đó ta có :

$$A = (3p_0 - p_0)(7V_0 - V_0) = 12p_0V_0 = 120 \text{ kJ}$$

Áp dụng nguyên lí I cho quá trình DA ta có :

$$\delta Q_{DA} = C_V dT + pdV = \left(\frac{3}{2}R\frac{dT}{dV} + p\right)dV = \frac{4p_0}{3}\left(-\frac{V}{V_0} + \frac{25}{4}\right)dV$$

Ta lại có : $\delta Q_{BC} = \frac{4p_0}{3}\left(-\frac{V}{V_0} + 10\right)dV$

Vì trên DA có $dV < 0$ nên khí nhận nhiệt khi : $-\frac{V}{V_0} + \frac{25}{4} < 0 \Leftrightarrow \frac{V}{V_0} > \frac{25}{4}$

Từ đó ta thấy khí nhận nhiệt trên các đoạn AB, BM và DN với N nằm trên DA và $V_N = \frac{25}{4}V_0$, $V_M = 10V_0$.

Từ đó ta có nhiệt lượng mà khí đã nhận :

$$Q = Q_{AB} + Q_{BM} + Q_{DN} = \frac{5R}{2}(T_B - T_A) + Q_{BM} + Q_{DN}$$

Từ những lập luận trên ta có :

$$Q = \frac{5R}{2}\left(\frac{3p_0.7V_0}{R} - \frac{3p_0V_0}{R}\right) + \int_{7V_0}^{10V_0} \frac{4p_0}{3}\left(-\frac{V}{V_0} + 10\right)dV + \int_{7V_0}^{25/4V_0} \frac{4p_0}{3}\left(-\frac{V}{V_0} + \frac{25}{4}\right)dV$$

Rút gọn biểu thức trên ta được : $Q = \frac{411}{8} p_0 V_0$

Hiệu suất của chu trình : $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{96}{411} \approx 23,4\%$.

11.3

1. Hiệu quang trình từ S đến M :

$$\Delta\delta = (l_2 + d_2) - (l_1 + d_1) = d_2 - d_1 = \frac{ax_M}{D}$$

a) Theo giả thiết $\Delta\delta = 3\lambda \Rightarrow d_2 - d_1 = \Delta\delta = 3\lambda = 1,50\ \mu m$

b) Khoảng vân giao thoa có giá trị bằng : $i = \frac{\lambda D}{a} = 0,5\,mm$

$\Rightarrow$ Khoảng cách giữa hai vân ngoài cùng : $\Delta = 40i$

$\Rightarrow$ Số vân sáng $N_s = \frac{\Delta}{i} + 1 = 41$

Giữa hai vân sáng có một vân tối $\Rightarrow$ số vân tối $N_t = N_s - 1 = 40$

2. Theo giả thiết : $\Delta\delta = \frac{ax_M}{D} = k\lambda = 5\lambda_đ \Rightarrow \lambda = \frac{5\lambda_đ}{k}$

Vì $0,400\ \mu m = \lambda_t \le \lambda \le \lambda_đ = 0,750\ \mu m$, nên $5 \le k \le \frac{5\lambda_đ}{\lambda_t} \approx 9,375 \Rightarrow k = 5, 6, 7, 8, 9$

Vậy có tất cả 5 bức xạ trùng nhau tại vân sáng bậc 5 của ánh sáng đỏ $\lambda_đ = 0,750\ \mu m$.

Bước sóng của 5 bức xạ này lần lượt là : $\lambda_5 = \lambda_đ = 0,750\ \mu m$; $\lambda_6 \approx 0,625\ \mu m$; $\lambda_7 \approx 0,536\ \mu m$; $\lambda_8 \approx 0,469\ \mu m$; $\lambda_9 \approx 0,417\ \mu m$.

3. Ta có :

$$\Delta\delta = (l_2 + d_2) - (l_1 + d_1) = (l_2 - l_1) + (d_2 - d_1) = -\frac{avt}{l} + \frac{ax_E}{D} \Rightarrow t = \frac{D}{l}\frac{x_E}{v} - \frac{l\Delta\delta}{av}$$

Mỗi lần $\Delta\delta$ thay đổi một lượng λ tính chất giao thoa lại được lặp lại, mà giá trị của dòng quang điện bão hoà tỉ lệ với cường độ sáng, nên khoảng thời gian giữa hai lần dòng quang điện bão hoà đạt giá trị cực đại (hoặc cực tiểu) là $T = \frac{l\lambda}{av}$.

Do đó, số lần dòng quang điện bão hoà đạt cực đại (hoặc cực tiểu) trong một đơn vị thời gian là $f = \frac{1}{T} = \frac{av}{l\lambda} = 50\,Hz$.

11.4 Gọi khoảng cách riêng giữa các điện tích dương là a_{+0}, giá trị của các điện tích dương là q_+, khoảng cách riêng giữa các điện tích âm là a_{-0}, giá trị của các điện tích âm là q_- ta có : $\begin{cases} \lambda = \dfrac{q_+}{a_{+0}\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{q_+}{a_+} \\ -\lambda = \dfrac{q_-}{a_{-0}\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{q_-}{a_-} \end{cases}$

1. Trong hệ K ta có : $\lambda_{tp} = \lambda_+ + \lambda_- = \lambda + (-\lambda) = 0 \Rightarrow$ lực điện tác dụng lên q : $F_e = 0$

   Ta lại có : $I = \dfrac{q_+}{\dfrac{a_+}{v}} - \dfrac{q_-}{\dfrac{a_-}{v}} = 2\lambda v$

   Do đó, lực từ tác dụng lên q : $F_m = qv_qB = qu\dfrac{\mu_0 I}{2\pi s} = \dfrac{\mu_0\lambda quv}{\pi s}$

2. a) Ta lại có

$$1-\frac{v'^2}{c^2}=1-\frac{v_x'^2+v_y'^2+v_z'^2}{c^2}=1-\frac{\left(\dfrac{v_x-u}{1-\dfrac{v_xu}{c^2}}\right)^2+\dfrac{v_y^2\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}{\left(1-\dfrac{v_xu}{c^2}\right)^2}+\dfrac{v_z^2\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}{\left(1-\dfrac{v_xu}{c^2}\right)^2}}{c^2}=\frac{\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1-\dfrac{v_xu}{c^2}\right)^2}$$

Do đó, ta có : $\begin{cases} \lambda'_+=\dfrac{q_+}{a_{+0}\sqrt{1-\dfrac{v_+'^2}{c^2}}}=\dfrac{q_+\left(1-\dfrac{v_+u}{c^2}\right)}{a_{+0}\sqrt{\left(1-\dfrac{v_+^2}{c^2}\right)\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}}=\dfrac{\lambda\left(1-\dfrac{uv}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} \\ \lambda'_-=\dfrac{q_-}{a_{-0}\sqrt{1-\dfrac{v_-'^2}{c^2}}}=\dfrac{q_-\left(1-\dfrac{v_-u}{c^2}\right)}{a_{-0}\sqrt{\left(1-\dfrac{v_-^2}{c^2}\right)\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}}=\dfrac{-\lambda\left(1+\dfrac{uv}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$

$$\Rightarrow \lambda_T=\lambda'_+ + \lambda'_- = -\frac{2uv}{c^2\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\lambda$$

b) Trong hệ K', điện tích q đứng yên nên lực từ tác dụng lên q bằng 0, $F'_m = 0$

Còn lực điện : $F'_e = q|E'|$

Mặt khác, áp dụng định luật Cu-lông ta chứng minh được cường độ điện trường $\vec{E}'$ hướng vuông góc với Ox' và có độ lớn : $E' = \dfrac{|\lambda_T|}{2\pi\varepsilon_0 s} = \dfrac{uv}{\pi\varepsilon_0 sc^2\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\lambda$

Do đó $F'_e = \dfrac{uv}{\pi\varepsilon_0 sc^2\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\lambda q$

3. Từ kết quả của ý 1 và ý 2 ta có :

$$\frac{\mu_0\lambda quv}{\pi s} = \frac{uv}{\pi\varepsilon_0 sc^2\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\lambda q\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}.$$

11.5.

1. Xét thấu kính hội tụ hai mặt lồi, cùng bán kính cong R.

Gọi bề dày của thấu kính là δ, đường kính rìa của thấu kính là D, ta có :

$$\frac{D^2}{4} = R^2 - \left(R - \frac{\delta}{2}\right)^2 \approx R\delta \Rightarrow R = \frac{D^2}{4\delta}$$

Gọi tiêu cự của thấu kính là f, ta có :

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \approx \frac{8(n-1)\delta}{D^2} \Rightarrow n - 1 = \frac{D^2}{8\delta}\frac{1}{f}$$

Đặt bóng đèn đang sáng trước thấu kính sao cho dây tóc bóng đèn song song với thấu kính và song song với màn chắn. Điều chỉnh hệ đèn, thấu kính và màn sao cho nếu cố định đèn và màn thì tồn tại hai vị trí của thấu kính cho ảnh rõ nét trên màn. Hai vị trí đó của thấu kính cách màn những khoảng d'_1 và d'_2, còn độ cao của ảnh trên màn có giá trị h'_1 và h'_2 tương ứng. Khi đó ta có :

$$\frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f} \Rightarrow n - 1 = \frac{D^2}{8\delta}\left(\frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d'_2}\right)$$

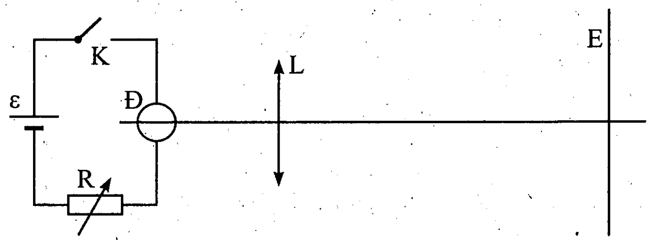
$$h'_1 = \frac{d'_1}{d'_2}h \;;\; h'_2 = \frac{d'_2}{d'_1}h$$

Từ đó ta có : $\sqrt{h'_2} = h\dfrac{1}{\sqrt{h'_1}}$

$$\frac{D^2}{8\delta}\frac{1}{d'_2} = -\left(\frac{D^2}{8\delta}\frac{1}{d'_1} + 1\right) + n$$

Gọi $X = \dfrac{1}{\sqrt{h'_1}}$, $Y = \sqrt{h'_2}$, $x = \dfrac{D^2}{8\delta}\dfrac{1}{d'_1} + 1$, $y = \dfrac{D^2}{8\delta}\dfrac{1}{d'_2}$, ta có $Y = hX$; $y = -x + n$

2. Bố trí thí nghiệm theo sơ đồ hình 11.1G.



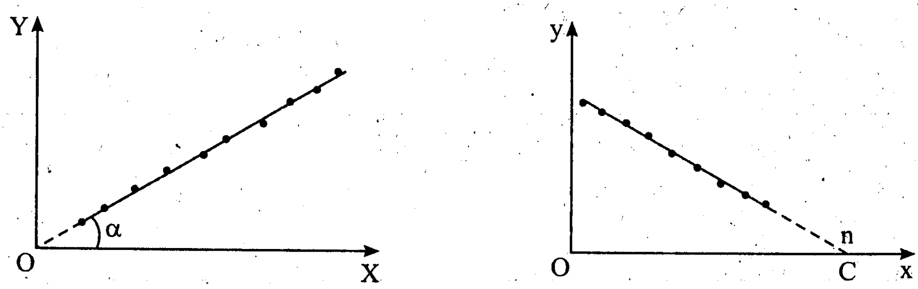
Hình 11.1G

Dùng thước kẹp đo Δ và D.

Điều chỉnh thấu kính L và màn E một cách thích hợp sao cho với mỗi vị trí của E ta thu được hai vị trí của L mà ảnh của dây tóc bóng đèn hiện rõ nét trên E. Dùng thước đo độ dài đo chiều cao ảnh h'_1, h'_2 và khoảng cách d'_1, d'_2 từ L đến E, khi đó ta có bảng số liệu sau :

h'_1	h'_{11}	h'_{12}	...	h'_{1n}
h'_2	h'_{21}	h'_{22}	...	h'_{2n}
d'_1	d'_{11}	d'_{12}	...	d'_{1n}
d'_2	d'_{21}	d'_{22}	...	d'_{2n}
$X = \dfrac{1}{\sqrt{h'_1}}$	X_1	X_2	...	X_n
$Y = \sqrt{h'_2}$	Y_1	Y_2	...	Y_n
$x = \dfrac{D^2}{8\delta}\dfrac{1}{d'_1} + 1$	x_1	x_2	...	x_n
$y = \dfrac{D^2}{8\delta}\dfrac{1}{d'_2}$	y_1	y_2	...	y_n

Từ bảng số liệu trên ta có các đồ thị sau (Hình 11.2G).



Hình 11.2G

Dùng thước đo độ dài ta xác định được độ cao h của dây tóc bóng đèn và chiết suất n của thấu kính từ các đồ thị trên.

$$h = \tan\alpha \; ; \; n = OC.$$

(12) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2016, ngày thi thứ hai

12.1

1. Vì ω rất bé nên ta có thể bỏ qua ảnh hưởng của lực Cô-ri-ô-lít lên dao động của con lắc. Do đó, nếu gọi tần số góc của dao động là ω_0, giả sử vận tốc ban đầu của M là v_0, ta có : $v = v_y = v_0\cos(\omega_0 t)$ (1)

Khi đó lực Cô-ri-ô-lít theo phương nằm ngang sẽ hướng theo phương Ox với :

$$F_C = F_{Cx} = 2M\omega_z v_y = 2M\omega\sin\varphi v_0\cos(\omega_0 t) = Ma_x = M\frac{dv_x}{dt}$$

Do đó, ta có : $\dfrac{dv_x}{dt} = 2\omega v_0\sin\varphi\cos(\omega_0 t)$

$$\Rightarrow v_x = 2\omega v_0\sin\varphi\int_0^t\cos(\omega_0 t)dt = 2\frac{\omega}{\omega_0}v_0\sin\varphi\sin(\omega_0 t) \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $\begin{cases} x = 2\dfrac{\omega}{\omega_0}\cos\varphi\dfrac{v_0}{\omega_0}(1-\cos(\omega_0 t)) \\ y = \dfrac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t) \end{cases}$ (3)

$$\Rightarrow \frac{\left(x - 2\dfrac{\omega}{\omega_0}\cos\varphi\dfrac{v_0}{\omega_0}\right)^2}{\left(2\dfrac{\omega}{\omega_0}\cos\varphi\dfrac{v_0}{\omega_0}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\dfrac{v_0}{\omega_0}\right)^2} = 1 \qquad (4)$$

Vì $\omega \ll \omega_0$ nên $|v_x| \ll v_0$, suy ra trong thời gian của một chu kì hạt lệch ra khỏi trục Ox chưa nhiều ; do đó ta có vận tốc quay của mặt phẳng dao động :

$$\frac{d\theta}{dt} \approx \frac{v_x}{y} = 2\omega\sin\varphi = \text{const} \qquad (5)$$

Nếu nhìn từ trên xuống dưới ta thấy mặt phẳng dao động quay cùng chiều kim đồng hồ ở bán cầu Bắc và quay ngược chiều kim đồng hồ ở bán cầu Nam.

Vì $|x| \ll |y|$ nên khoảng cách từ M đến O được xác định bằng hệ thức :

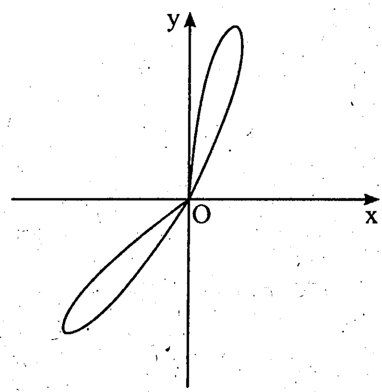
$$r \approx |y| = \frac{v_0}{\omega_0}|\sin(\omega_0 t)| = r_0\left|\sin\left(\frac{\omega_0}{2\omega\sin\varphi}\theta\right)\right|$$

Từ đó, ta có quỹ đạo của M có dạng như hình 12.1G.

2. Vì M không chuyển động theo phương Oz nên $v_z = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_x = 2M\omega_z v_y = 2M\omega\sin\varphi v_y = Mbv_y \\ F_y = 2M\omega_z v_x = -2M\omega\sin\varphi v_x = -Mbv_x \end{cases}$$

Từ đó, ta có : $b = 2\omega\sin\varphi$



Hình 12.1G

3. Ta có phương trình định luật II Niu-tơn cho M :

$$\begin{cases} F_x - M\frac{g}{l}x = M\ddot{x} \\ F_y - M\frac{g}{l}y = M\ddot{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x} - 2\omega\sin\varphi\dot{y} - \frac{g}{l}x = 0 \\ \ddot{y} + 2\omega\sin\varphi\dot{x} + \frac{g}{l}y = 0 \end{cases}$$

Vì phương trình chuyển động của M có dạng : $\begin{cases} x = A\sin(\Omega t) \\ y = B\cos(\Omega t) \end{cases}$ nên

$$\begin{cases} \left(\left(\frac{g}{l} - \Omega^2\right)A - 2\omega\sin\varphi\Omega B\right)\sin(\Omega t) = 0 \\ \left(2\omega\sin\varphi\Omega A + \left(\frac{g}{l} - \Omega^2\right)B\right)\cos(\Omega t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{g}{l} - \Omega^2\right)A - 2\omega\sin\varphi\Omega B = 0 \\ 2\omega\sin\varphi\Omega A + \left(\frac{g}{l} - \Omega^2\right)B = 0 \end{cases}$$

Để hệ trên có nghiệm không tầm thường, ta cần có :

$$\left(\frac{g}{l} - \Omega^2\right)^2 - 4\omega^2\sin^2\varphi\Omega^2 = 0 \Leftrightarrow \Omega^4 - 2\left(\frac{g}{l} + 2\omega^2\sin^2\varphi\right) + \frac{g^2}{l^2} = 0$$

Giải phương trình trên ta được : $\Omega^2 = \frac{g}{l} + 2\omega^2\sin^2\varphi \pm 2\omega\sin\varphi\sqrt{\frac{g}{l} + \omega^2\sin^2\varphi}$

Do đó : $\Omega = \sqrt{\frac{g}{l}}\sqrt{1 + 2\left(\frac{\omega\sin\varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}\right)^2 \pm 2\frac{\omega\sin\varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}\sqrt{1 + \left(\frac{\omega\sin\varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}\right)^2}}$

Vì $\frac{\omega\sin\varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \ll 1$ nên nếu bỏ qua các vô cùng bé bậc nhất ta có :

$$\Omega \approx \sqrt{\frac{g}{l}}\left(1 \pm \frac{\omega\sin\varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}\right) = \sqrt{\frac{g}{l}} \pm \omega\sin\varphi$$

12.2

1. a) Khi thanh cân bằng, trọng lực của thanh bằng lực căng bề mặt của màng xà phòng, nên $mg = 2\sigma.BC = 2\sigma.2x_0\tan30^o = \frac{4\sigma x_0}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3}mg = 4\sigma x_0$.

b) Ta có $m\ddot{x} = mg - F_c = mg - 2\sigma.2x\tan30^o = mg - \frac{4\sigma x_0}{\sqrt{3}} - \frac{4\sigma(x - x_0)}{\sqrt{3}}$

Gọi $\varepsilon = x - x_0$, kết hợp với (1) ta có :

$$m\ddot{\varepsilon} = -\frac{4\sigma\varepsilon}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \ddot{\varepsilon} + \frac{4\sigma}{m\sqrt{3}}\varepsilon = 0 \Leftrightarrow \ddot{\varepsilon} + \frac{g}{x_0}\varepsilon = 0$$

Do đó, thanh BC sẽ dao động quanh vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng với chu kì :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\frac{m\sqrt{3}}{\sigma}} = 2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}}$$

2. Do bong bóng xà phòng có hai lớp màng xà phòng nên áp suất bên trong lòng bong bóng có bán kính r là :

$$p = p_0 + 2\frac{2\sigma}{r} = p_0 + \frac{4\sigma}{r}$$

Công để thổi bong bóng gồm hai phần, một phần tăng kích thước của màng bong bóng, một phần nén không khí từ áp suất khí quyển đến áp suất của bong bóng. Công cần thiết để tăng bán kính của bong bóng xà phòng từ r đến r + dr :

$$A_1 = \int_0^{V_R} \frac{4\sigma}{\tau}dV = \int_0^R 16\pi\sigma r dr = 8\pi\sigma R^2$$

Công nén khí đẳng nhiệt từ khí quyển vào ruột của bong bóng là công nén đẳng nhiệt khí từ áp suất khí quyển p_0 đến áp suất $p_0 + \frac{4\sigma}{R}$

$$A_2 = -\int_{V_0}^{V} pdV = -\int_{V_0}^{V} \frac{p_0V_0dV}{V} = p_0V_0 ln\frac{V_0}{V}$$

$$= pV ln\frac{p}{p_0} = \frac{4\pi R^3 p_0}{3}\left(1+\frac{4\sigma}{Rp_0}\right) ln\left(1+\frac{4\sigma}{Rp_0}\right)$$

Do đó công nhỏ nhất để thổi được bong bóng bán kính R :

$$A = A_1 + A_2 = 8\pi\sigma R^2 + \frac{4\pi R^3 p_0}{3}\left(1+\frac{4\sigma}{Rp_0}\right) ln\left(1+\frac{4\sigma}{Rp_0}\right)$$

12.3.

1. Xét quá trình đóng – mở khoá K đầu tiên, giai đoạn K đóng :

$$U_0 - L\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow i = \frac{U_0}{L}t,$$

trong giai đoạn này điện tích trên tụ q = 0 nên U = 0.

Tại thời điểm t_1, kết thúc giai đoạn K đóng, cường độ dòng điện chạy qua cuộn cảm là :

$$I = \frac{U_0}{L}t_1$$

Vì giai đoạn mở khoá diễn ra trong khoảng thời gian rất nhỏ nên $i \approx I = \text{const}$. Do đó điện tích trên tụ tại thời điểm $t > t_1$:

$$q = I(t - t_1) = \frac{U_0}{L}t_1(t - t_1) \Rightarrow U_1 = \frac{q}{C} = \frac{U_0}{LC}t_1(t - t_1)$$

Vậy, biểu thức hiệu điện thế giữa hai bản tụ : $U_1 = \begin{cases} 0, & t < t_1 \\ \frac{U_0}{LC}t_1(t - t_1), & t_1 \le t \le t_1 + t_2 \end{cases}$

Biểu thức cường độ dòng điện qua cuộn cảm : $i = \begin{cases} \frac{U_0}{L}t, & t < t_1 \\ \frac{U_0}{L}t_1, & t_1 \le t \le t_1 + t_2 \end{cases}$

2. Giả sử khi hoạt động của mạch đạt đến trạng thái ổn định, trong một chu kì đóng mở khoá K, cường độ dòng điện qua cuộn cảm tăng từ I_0 đến $I_0 + \Delta I$ trong khoảng thời gian đóng K, còn điện tích trên tụ tăng từ q_0 đến $q_0 + \Delta q$ trong khoảng thời gian kể từ lúc K mở đến lúc K đóng lần kế tiếp. Chọn gốc thời gian là lúc K bắt đầu được đóng, ta có :

$$U_0 - L\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow i = I_0 + \frac{U_0}{L}t \Rightarrow \Delta I = \frac{U_0}{L}t_1 \ll I_0$$

Cường độ dòng điện qua điện trở :

$$i_R \approx \frac{q_0}{RC} = \frac{U_1}{R}$$

Áp dụng định luật bảo toàn điện tích ta có :

$$I_0 t_2 = i_R(t_1 + t_2) \approx \frac{U_1}{R}(t_1 + t_2) \Rightarrow I_0 \approx \frac{U_1}{Rt_2}(t_1 + t_2)$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$Ri_R^2(t_1 + t_2) = \frac{1}{2}L(I_0 + \Delta I)^2 - \frac{1}{2}LI^2 \approx LI_0\Delta I$$

$$\Rightarrow \frac{U_1^2}{R}(t_1 + t_2) \approx L\frac{U_1}{Rt_2}(t_1 + t_2)\frac{U_0}{L}t_1 \Rightarrow \frac{U_1}{U_0} \approx \frac{t_1}{t_2}$$

Vậy : $\dfrac{U_1}{U_0} \approx \dfrac{t_1}{t_2} = \dfrac{\alpha}{1-\alpha}.$

12.4.

1. a) Với lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ $I \cong S$

$$\Rightarrow \frac{n_1\overline{CA_1}}{\overline{SA_1}} = \frac{n_1\overline{CA_2}}{\overline{SA_2}} \Leftrightarrow \frac{n_1(\overline{SA_1} - \overline{SC})}{\overline{SA_1}} = \frac{n_1\overline{CA_2}}{\overline{SA_2}}$$

$$\Rightarrow n_1\overline{SA_2}.\overline{SC} - n_2\overline{SA_1}.\overline{SC} = (n_1 - n_2)\overline{SA_2}.\overline{SA_1}$$

Chia cả hai vế cho $\overline{SA_1}.\overline{SA_1}.\overline{SC}$ ta được : $\dfrac{n_1}{\overline{SA_1}} - \dfrac{n_2}{\overline{SA_2}} = \dfrac{n_1 - n_2}{\overline{SC}}$

b) Theo giả thiết : $\begin{cases} \dfrac{n_1}{\overline{SF_1}} - \dfrac{n_2}{\infty} = \dfrac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \\ \dfrac{n_1}{\infty} - \dfrac{n_2}{\overline{SF_2}} = \dfrac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_1 = \overline{SF_1} = \dfrac{n_1}{n_1 - n_2}\overline{SC} \\ f_2 = \overline{SF_2} = -\dfrac{n_2}{n_1 - n_2}\overline{SC} \end{cases}$

2. Gọi A là ảnh của A_1 qua lưỡng chất cầu bên trái, A_2 là ảnh của A qua lưỡng chất cầu bên phải, ta có :

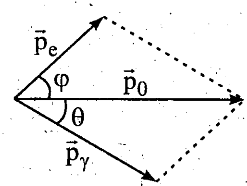
$$\begin{cases} \dfrac{n_1}{\overline{OA_1}} - \dfrac{n}{\overline{OA}} = \dfrac{n_1 - n}{\overline{OC_1}} = \dfrac{n_1 - n}{R_1} \\ \dfrac{n}{\overline{OA}} - \dfrac{n_2}{\overline{OA_2}} = \dfrac{n - n_2}{\overline{OC_2}} = \dfrac{n - n_2}{-R_2} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{n_1}{\overline{OA_1}} - \dfrac{n_2}{\overline{OA_2}} = \dfrac{n_1 - n}{\overline{OC_1}} + \dfrac{n_2 - n}{\overline{OC_2}} = \alpha \ (1)$$

Do đó, ta có : $\begin{cases} \dfrac{n_1}{\overline{OF_1}} - \dfrac{n_2}{\infty} = \alpha \\ \dfrac{n_1}{\infty} - \dfrac{n_2}{\overline{OF_2}} = \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{n_1}{\overline{OF_1}} = \dfrac{n_1}{f_1} = \alpha \\ \dfrac{n_2}{\overline{OF_2}} = -\dfrac{n_2}{f_2} = \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = \alpha f_1 \\ n_2 = -\alpha f_2 \end{cases}$

Kết hợp với (1) ta được : $\begin{cases} f_1 = \dfrac{n_1}{\alpha} \\ f_2 = -\dfrac{n_2}{\alpha} \\ \dfrac{\alpha f_1}{\overline{OA_1}} - \dfrac{-\alpha f_2}{\overline{OA_2}} = \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f_1 = \dfrac{n_1 R_1 R_2}{(n_1 - n)R_2 + (n_2 - n)R_1} \\ f_2 = -\dfrac{n_1 R_1 R_2}{(n_1 - n)R_2 + (n_2 - n)R_1} \\ \dfrac{f_1}{\overline{OA_1}} + \dfrac{f_2}{\overline{OA_2}} = 1 \end{cases}$

12.5

1. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn năng lượng ta có (Hình 12.2G) :



Hình 12.2G

$$\begin{cases} p_e^2 = p_0^2 + p_\gamma^2 - 2p_0 p_\gamma \cos\theta \\ \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4} = m_e c^2 + p_0 c - p_\gamma c \end{cases}$$

$$\Rightarrow p_e^2 + m_e^2 c^2 = m_e^2 c^2 + p_0^2 + p_\gamma^2 - 2p_0 p_\gamma + 2m_e c(p_0 - p_\gamma)$$

$$= p_0^2 + p_\gamma^2 - 2p_0 p_\gamma \cos\theta + m_e^2 c^2$$

$$\Rightarrow p_\gamma = \frac{m_e c p_0}{m_e c + p_0(1 - \cos\theta)} = \frac{\dfrac{\varepsilon_0}{c}}{1 + \dfrac{\varepsilon_0}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)}$$

Theo luật bảo toàn năng lượng, ta có : $W_đ = p_0 c - p_\gamma c = \left(1 - \dfrac{1}{1 + \dfrac{\varepsilon_0}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)}\right)\varepsilon_0 < \varepsilon_0$

Do đó, động năng của e không bao giờ đạt tới năng lượng ε_0 của phôtôn trước va chạm.

2. a) Vì $\theta + \varphi = \dfrac{\pi}{2}$ nên :

$$\begin{cases} p_e = p_0\cos\varphi \\ p_\gamma = p_0\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow W_đ = p_0c - p_\gamma c = (1-\sin\varphi)p_0c = (1-\sin\varphi)\varepsilon_0$$

Kết hợp với ý 1 ta có : $1 - \dfrac{1}{1+\dfrac{\varepsilon_0}{m_ec^2}(1-\cos\theta)} = 1 - \dfrac{1}{1+\dfrac{\varepsilon_0}{m_ec^2}(1-\sin\varphi)} = 1 - \sin\varphi$

$$\Rightarrow 1 + \frac{\varepsilon_0}{m_ec^2}(1-\sin\varphi) = \frac{1}{\sin\varphi} \Rightarrow \varepsilon_0 = \frac{m_ec^2}{\sin\varphi}$$

Do đó, ta có : $W_đ = \dfrac{m_ec^2(1-\sin\varphi)}{\sin\varphi}$

b) Gọi động lượng của e và H sau va chạm lần lượt là $\vec{p}_1$ và $\vec{p}_2$, ta có :

$$W_đ \approx \frac{p_e^2}{2m_e} = \frac{p_1^2}{2m_e} + \frac{p_2^2}{2m_H} + \Delta E = \frac{p_e^2}{2(m_e+m_H)} + \Delta E + \frac{1}{2}m_ev_1'^2 + \frac{1}{2}m_Hv_2'^2$$

Trong đó $\vec{v}_1'$ và $\vec{v}_2'$ lần lượt là vận tốc của e và H sau va chạm trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm của hệ hai hạt này. Từ đó ta có :

$$W_đ \approx \frac{p_e^2}{2m_e} \geq \frac{p_e^2}{2(m_e+m_H)} + \Delta E = \frac{W_đ}{1+\dfrac{m_H}{m_e}} + \Delta E$$

$$\Rightarrow \Delta E \leq \frac{W_đ}{1+\dfrac{m_e}{m_H}} = \frac{\tan^2\theta}{2\left(1+\dfrac{m_e}{m_H}\right)}m_ec^2 \approx \frac{m_ec^2\theta^2}{2} \approx 12{,}52\,\text{eV}.$$

Nếu n là mức kích thích tối đa mà H đạt được do va chạm thì :

$$E_0\left(1-\frac{1}{n^2}\right) \leq \Delta E \Rightarrow n \leq \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{\Delta E_{max}}{E_0}}} \approx 3{,}5 \Rightarrow n_{max} = 3$$

$\Rightarrow$ Nguyên tử H trên sẽ phát ra được tối đa ba vạch phổ λ_{31}, λ_{21}, λ_{32} với :

$$\frac{hc}{\lambda_{ij}} = E_i - E_j = E_0\left(\frac{1}{j^2} - \frac{1}{i^2}\right) \Rightarrow \lambda_{ij} = \frac{i^2j^2}{i^2-j^2}\frac{hc}{E_0},\ i, j = 1, 2, 3$$

Thay số ta được :

$$\lambda_{31} = \frac{9}{8}\frac{hc}{E_0} \approx 103\,\text{nm}$$

$$\lambda_{21} = \frac{4}{3}\frac{hc}{E_0} \approx 122\,\text{nm}$$

$$\lambda_{32} = \frac{36}{5}\frac{hc}{E_0} \approx 657\,\text{nm}$$

B ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN OLYMPIC VẬT LÍ

1 Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2011, ngày thi thứ nhất

1.1.

1. $W_đ = Mv_A^2 + \frac{1}{4}m[3v_A^2 + 3(R-r)\omega^2 + 2v_A\omega(R-r)(2\cos\varphi + 1)]$

với v_A là tốc độ chuyển động của trục của I ; ω là tốc độ góc của AB quanh A.

2. $F_1 = \left(\frac{m}{2} - M\right)x''_A + \frac{m}{2}(R-r)\varphi''$; $F_2 = \frac{m}{2}x''_A + \frac{m}{2}(R-r)\varphi''$

$$\varphi'' = -\frac{2g\sin\varphi + (2\cos\varphi + 1)x''_A}{3(R-r)}$$

3. $\varphi'' = -\frac{2g}{3(R-r)}\sin\varphi$.

Nếu φ nhỏ thì φ biến đổi điều hoà với tần số góc : $\omega = \sqrt{\frac{2g}{3(R-r)}}$

1.2.

1. $R_s = \alpha R_0 = 6{,}96.10^5$ km ; $\rho_s = \frac{3\pi}{GT^2\alpha_s^3} = 1{,}41.10^3\,\text{kg/m}^3$

2. $p(r) = \frac{2\pi G\rho_s^2}{3}(R_s^2 - r^2)$; $p_0 = \frac{2\pi G\rho_s^2}{3}R_s^2 = 1{,}35.10^{14}\,\text{Pa}$;

$$T_c = \frac{2\pi G\rho_s\mu R_s^2}{3R} = 1{,}4.10^7\,\text{K}$$

3. $W_t = -\frac{3}{5}\frac{GM_s^2}{R_s} = -6{,}76.10^{38}\,\text{J}$

1.3

1. $E(x) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\dfrac{Q(x-R)}{[R^2+(x-R)^2]^{\frac{3}{2}}} + \dfrac{Q(x+R)}{[R^2+(x+R)^2]^{\frac{3}{2}}}\right\}$

2. $v_0 > \sqrt{\dfrac{2U_{max}}{m}}$ với $U_{max} = U(x_1)$, x_1 là điểm tại đó $\dfrac{dU}{dx} = 0$.

3. Có ba vị trí cân bằng $x = 0$ và $x = \pm x_1$, trong đó $x = 0$ là vị trí cân bằng bền còn hai vị trí kia là vị trí cân bằng không bền.

4. q dao động điều hoà xung quanh gốc toạ độ, $x = x_0\cos\omega t$ với $\omega = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{qQ}{\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 mR^3}}$

1.4

1. $\rho = \rho_0 e^{-\sqrt{\frac{ln2}{TD}}x}$

2. $a = 6ln10\sqrt{\dfrac{TD}{ln2}}$

1.5

1. Trình bày phương án thí nghiệm xác định bước sóng laze và chiết suất chất lỏng.
2. Trình bày hai phương án thí nghiệm xác định gia tốc trọng trường.

(2) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2011, ngày thi thứ hai

2.1

1. $x = 2\sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho g}}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \sin\dfrac{\varphi}{2}\right) + \sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho g}}\left[ln\left|\tan\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\varphi}{4}\right)\right| - ln\tan\dfrac{3\pi}{8}\right]$; $y = 2\sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho g}}\cos\dfrac{\varphi}{2}$

2. a) $h_{max} = 2\sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho g}}$; b) $b = a - 1{,}06\sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho g}}$; c) $F = P_1 + 2a\sqrt{\rho g\sigma}$

3. $0{,}5 = 2\sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho g}}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \sin\dfrac{\varphi_{min}}{2}\right) + \sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho g}}\left[ln\left|\tan\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\varphi_{min}}{4}\right) - ln\tan\dfrac{3\pi}{8}\right]\right.$

$h = 2\sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho g}}\cos\dfrac{\varphi_{min}}{2}$; $F = P_1 + 2a\sqrt{\rho g\sigma}\cos\dfrac{\varphi_{min}}{2} + 2\sigma\sin\varphi_{min}$

2.2.

1. a) $r = \dfrac{p}{1+e\cos\theta}$ với $e = \dfrac{r_A - r_P}{r_A + r_P}$, ; b) $p = \dfrac{2r_A r_P}{r_A + r_P}$

2. a) Với $\dfrac{U}{C} \ll 1$ thì $|U_P| \ll U$

b) $\dfrac{d\vec{Z}}{dt} = \dfrac{\varepsilon}{\alpha}\dfrac{(1+e\cos\theta)^2}{p^2}(-\sin\theta.\vec{e}_x - \cos\theta.\vec{e}_y)\dfrac{d\theta}{dt}$ với $\varepsilon = \dfrac{3GM}{c^2}\dfrac{L^2}{m}$; $\Delta\vec{E} = -\dfrac{2\pi\varepsilon e}{\alpha p^2}\vec{e}_y$

c) $\Delta\varphi = \dfrac{3\pi GM}{c^2}.\dfrac{r_A + r_P}{r_A r_P} \approx 5{,}03.10^{-7}\,\text{rad}$

d) $\delta\Omega = 2.10^{-4}$ rad $\approx 43{,}1''$, nằm trong vùng sai số của kết quả thực nghiệm.

2.3.

1. a) $t_1 + t_1\sqrt{\dfrac{4c^2 - v^2}{c^2 - v^2}}$; b) Số xung nhận : $t_1\dfrac{2c+v}{\sqrt{c^2 - v^2}}$

c) $n = \dfrac{3c}{\sqrt{c^2 - v^2} + \sqrt{4c^2 - v^2}}$

2. Áp dụng công thức biến đổi Lo-ren.

2.4. $\dfrac{1}{\lambda_e} = \sqrt{\dfrac{1}{\lambda^2} + \dfrac{1}{\lambda_0^2} - \dfrac{1}{\lambda\lambda_0}} \Rightarrow \lambda_e \approx 0{,}115$ nm.

2.5. Trình bày cơ sở lí thuyết, công thức xác định hệ số ma sát trượt và hệ số cản. Từ đó đề xuất phương án thí nghiệm.

(3) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2012, ngày thi thứ nhất

3.1.

1. a) $\tan\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{GM}{dv_0^2}$

b) Điều kiện :

$$\sqrt{\frac{G^2M^2}{v_0^4} + d^2} - \frac{GM}{v_0^2} \ge R;\ \tan\frac{\theta_{max}}{2} = \frac{GM}{Rv_0^2\sqrt{1+\dfrac{2GM}{Rv_0^2}}};\ \Delta\mathscr{P}_{max} = \frac{2mv_0^2}{\sqrt{1+\dfrac{R^2v_0^4 + 2GMv_0^2}{G^2M^2}}}$$

2. a) $v_0^2 = \frac{GM}{2R}(v_2 - 1)$; $d = \frac{2R}{\sqrt{2} - 1}$

b) $\frac{\Delta m}{m} = 1 - \exp\left\{-\frac{1}{u}\sqrt{\frac{GM}{R}}\left(\sqrt{\frac{1}{2(\sqrt{2}-1)}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right\}$

3.2

1. a) $q = 4\pi Da(\rho_{bh} - \rho_{\infty})$; b) $\tau = \frac{a^2\rho_n}{2D(\rho_{bh} - \rho_{\infty})}$

2. a) $(\rho_{bh} - \rho_{bh\infty}) = \frac{2\sigma}{r_0}\frac{\rho_{bh}}{\rho_n}$

b) $\tau = \frac{13}{81}\cdot\frac{\rho_n^2 RTa^3}{D\sigma\rho_{bh}\mu}$

3.3

1. $q = 10^{-3} - 0{,}04e^{-15t}\cos(172{,}554t + 1{,}546)$ (C) ; $U_{C_{max}} = \frac{q_{max}}{C} = 182$ V

2. $q = e^{-180t}(-0{,}07e^{-49t} + 0{,}069e^{49t}) + 10^{-3}$ (C) ; $U_{C_{max}} = 73{,}7$ V

3.4

1. a) $p = \frac{nhc}{\lambda}(1 + r)\cos^2 i$; $F = \frac{nhc}{2\lambda}\sqrt{(1 - r)^2\sin^2 2i + 4(1 + r)^2\cos^4 i}$

b) $p = \frac{nhc}{\lambda}\left(\cos^2 i + \frac{1}{2}\cos i\right)$; $F = \frac{nhc}{\lambda}\sqrt{\left(\cos^2 i + \frac{1}{2}\cos i\right)^2 + \cos^2 i.\sin^2 i}$

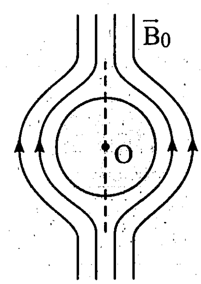
2. a) $F = \frac{\pi R^2 nhc}{\lambda}$; b) $F = \frac{4nhc}{3\lambda}\pi R^2$

3.5

1. a) Hình 3.1G

b) $\vec{B} = \frac{R^3}{2r^3}\vec{B}_0 - \frac{3R^3(\vec{B}_0.\vec{r})\vec{r}}{2r^3}$

2. $v \geq \sqrt{\frac{\mu_0\pi I^2 R^3}{m}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{a^4}{(a^2 + h^2)^3}\right)}$



Hình 3.1G

3.6.

1. $$\begin{cases} \vec{p}'_1 = \mu v_1 \vec{n} + \mu \dfrac{m_1}{m_2} \vec{v}_1 \\ \vec{p}'_2 = -\mu v_1 \vec{n} + \mu \vec{v}_1, \text{ với } \mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

2. a) $\dfrac{dn}{N} = \dfrac{(1+A)^2}{4A} \dfrac{dW'_{đ_1}}{W_{đ_1}}$; b) Tỉ số = 83,5%

c) $k = \dfrac{\ln\left(\dfrac{Wđ_k}{Wđ_1}\right)}{\ln\left[\dfrac{(1+A)^2}{(1+A^2)}\right]}$; k = 24 (A = 1) ; 93 (k = 10) ; 479 (k = 56).

(4) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2012, ngày thi thứ hai

4.1.

1. a) $\omega^2 = \dfrac{2g\tan\theta_0}{3(R - r\sin\theta_0)}$; b) $\arctan\left(\dfrac{3}{2\mu}\right) \le \theta_0 < \dfrac{\pi}{2}$

2. a) $\gamma = \dfrac{5}{4}$;

   b) Nếu θ tăng, vật nhanh chóng rời khỏi vị trí cân bằng. Nếu θ giảm, hệ quay chậm lại cho đến khi dừng lại hẳn.

4.2.

1. $t_3 \approx 73{,}53^{o}C$;
2. $A_{max} = 510$ kJ ; $t_c = 31{,}9^{o}$ C.

4.3.

1. $i_1 = \dfrac{U_0}{2\sqrt{2}R}\cos\dfrac{\pi}{8}\cos\left(\omega t - \dfrac{5\pi}{8}\right)$; $i_2 = \dfrac{U_0}{2\sqrt{2}R}\cos\dfrac{3\pi}{8}\cos\left(\omega t - \dfrac{\pi}{8}\right)$;

   i_2 sớm pha $\dfrac{\pi}{2}$ so với i_1.

2. a) $U_{C_1} = \dfrac{U_0}{2\sqrt{2}}$; $U_{C_2} = \dfrac{U_0\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$; b) $\dfrac{C_2}{C_1} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\sin\dfrac{\pi}{12}$.

4.4.

1. $f = \dfrac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e}$

2. a) $e_0 = \dfrac{f_{01} + f_{02}}{2}$; b) $\Delta D = -\dfrac{2b(f_{01} + f_{02})}{(n_{01} - 1)\lambda_0^3 f_{01} f_{02}}(1 - k)\Delta\lambda$

4.5.

1. $B_0 = \dfrac{2\pi m_0 f_2}{e}$

2. a) $f = \dfrac{f_1}{\sqrt{1 + \dfrac{4\pi f_1^2.\Delta E.t}{eB_0c^2}}}$; b) $B = B_0\left(1 + \dfrac{W_d}{m_0c^2}\right)$; $r = \dfrac{c}{2\pi f_0}\sqrt{1 - \left(\dfrac{2\pi m_0 f_0}{eB}\right)^2}$

4.6.

1. $\mu_s = \dfrac{1}{2}.\dfrac{se\hbar}{m} = s\mu_B$, μ_B là manheton Bo

2. $U_{tt} = -\alpha^2.2s\dfrac{R_y}{n^s}$ với $\alpha = \dfrac{1}{137}$ là hằng số tế vi.

3. $\Delta\lambda_2 \approx \dfrac{1}{36}\alpha^2\dfrac{hc}{R_y}$.

4. $\Delta\lambda^D = \dfrac{\sqrt{3kT}}{m_H}\dfrac{2h}{R_y\left(1 - \dfrac{1}{n^2}\right)}$

5 Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2013, ngày thi thứ nhất

5.1.

1. Điều kiện : $M \le 2m$; $d = \dfrac{M}{\sqrt{4m^2 - M^2}}.L$

2. a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}\dfrac{[M(m_0M + 2mM_0 + 4m^2)]^{1/2}}{(4m^2 - M^2)^{3/4}}}$

   b) $U_{M_{max}} = \sqrt{\dfrac{Mg}{L}}.\dfrac{(4m^2 - M^2)^{3/4}}{2m(m_0M + 2mM + 4m^2)^{1/2}}.A$

3. $$a_{m_1} = \frac{m\left(1+\dfrac{M^2}{8m^2}\right)g}{M+m+\dfrac{m_0}{2}+\dfrac{5}{8}\left(m+\dfrac{m_0}{2}\right)\dfrac{M^2}{m^2}}$$

$$T_1 = \frac{\left(m+\dfrac{M}{2}+\dfrac{m_0M}{4m}\right)Mg}{M+m+\dfrac{m_0}{2}+\dfrac{5}{8}\left(m+\dfrac{m_0}{2}\right)\dfrac{M^2}{m^2}}; \quad T_2 = \frac{\left(m+\dfrac{M}{2}+\dfrac{5m_0M}{16m}+\dfrac{mm_0}{2M}\right)Mg}{M+m+\dfrac{m_0}{2}+\dfrac{5}{8}\left(m+\dfrac{m_0}{2}\right)\dfrac{M^2}{m^2}}$$

5.2

1. $x_0 = \dfrac{2\beta}{\alpha - 2\beta} = \dfrac{1}{8}$.

2. $x_1 = 0{,}131$ hoặc $x_1 = 0{,}963$.

3. $Q = m\Delta t\left[c + g\left(1+\dfrac{x}{2}\right)\beta l - (\alpha - 3\beta)\dfrac{xl}{2}\right]$

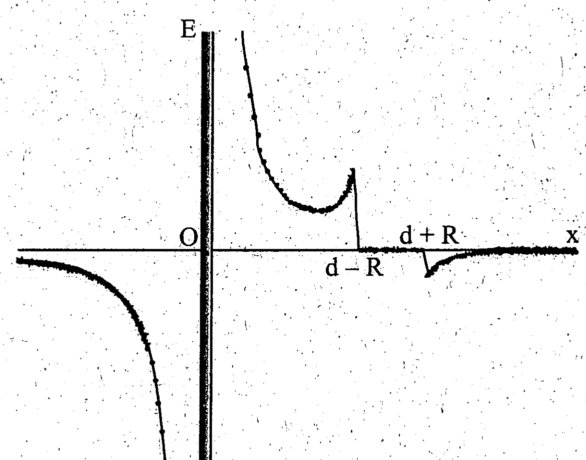
5.3

1. Bên trong quả cầu $\vec{E} = \vec{0}$

Bên ngoài quả cầu : $$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{r^2} - \frac{q\dfrac{R}{d}}{\left(r+d-\dfrac{R^2}{d}\right)^2}\right]\frac{\vec{r}}{r};$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{r^2} + \frac{q\dfrac{R}{d}}{\left(d-r-\dfrac{R^2}{d}\right)^2}\right]\frac{\vec{r}}{r}$$

$$\vec{E}_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r^2} - \frac{q\dfrac{R}{d}}{\left(r-d+\dfrac{R^2}{d}\right)^2}\right)\frac{\vec{r}}{r}$$



Hình 5.1G

Đồ thị E(x) có dạng như hình 5.1G.

2. $\omega = \dfrac{q}{(L-l)^2 - R^2}\sqrt{\dfrac{RL}{4\pi\varepsilon_0 ml}}$;

5.4.

1. $\alpha = 2\arcsin\left(\dfrac{R}{D}\right)$; $\alpha = 2\arcsin\left(\dfrac{rn_{tt}}{D}\right)$;

2. $\alpha = 2\arcsin\left(\dfrac{R}{D}\right)$; $\alpha = 2\arcsin\left(\dfrac{Rn_{dd}}{D}\right)$.

5.5.

1. $u = \dfrac{at}{\sqrt{1+\dfrac{a^2t^2}{c^2}}}$; $s = \dfrac{c^2}{a}\left(\sqrt{1+\dfrac{a^2t^2}{c^2}}-1\right)$;

2. $t_{12} = \dfrac{L}{C}\sqrt{1+\dfrac{4c^2}{aL}}$; $t'_{12} = \dfrac{2c}{a}\left[\dfrac{La}{2c^2}\sqrt{1+\dfrac{4c^2}{aL}}+\sqrt{1+\dfrac{L^2a^2}{4c^4}\left(1+\dfrac{4c^2}{aL}\right)}\right]$.

5.6.

1. $V = \dfrac{\mu ke^2}{n m\hbar} = \dfrac{2{,}18.10^6}{n}$ (m/s), $\left(\mu = \dfrac{Mm}{(M+m)}\right)$

$$f = \frac{2\pi^2\mu k^2e^4}{h^3}\left(1-\frac{1}{n^2}\right) = 3{,}28.10^{15}\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\ \text{(Hz)}$$

2. $\Delta v \geq \dfrac{h}{2\pi m l} \approx 1{,}10.10^6$ m/s

3. $r_n^{\pm} = n^2r_0\left(1\mp\dfrac{n^3h^3B}{8\pi^3e^3m^2k^2}\right)$; $E_n^{\pm} = \dfrac{ke^2}{2n^2r_0\left(1\mp\dfrac{n^3h^3B}{8\pi^3e^3m^2k^2}\right)}$

(6) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2013, ngày thi thứ hai

6.1.

1. a) $L = L_0\sqrt{\dfrac{k}{M\omega^2}}\tan\sqrt{\dfrac{M\omega^2}{k}}$

b) $L = L_0\dfrac{\dfrac{k}{\omega^2M}}{\left(\sqrt{\dfrac{k}{\omega^2M}\dfrac{1}{\tan\sqrt{\dfrac{m\omega^2}{k}}}-\dfrac{m}{M}}\right)}$, với điều kiện $\omega < \sqrt{\dfrac{kM}{\omega^2}\dfrac{1}{\tan\sqrt{\dfrac{M\omega^2}{k}}}}$.

2. $$W=\frac{\omega^2}{2}\left\{\sqrt{\frac{kL_0}{\rho_0\omega^2}}\frac{(kL_0+2C)}{2\omega^2}\left[\arcsin\frac{L}{\sqrt{\frac{kL_0+2C}{2\rho_0\omega^2}}}-\frac{L}{\sqrt{\frac{kL_0+2C}{2\rho_0\omega^2}}}\sqrt{1-\frac{\frac{L^2}{(kL_0+2C)}}{2\rho_0\omega^2}}+mL^2\right]\right\}$$

trong đó : $C=m\omega^2L+\frac{(m\omega^2L)^2}{2kL_0}+\rho_0\omega^2\frac{L^2}{2}$;

6.2.

Bài 1. 1. $A=\frac{L}{e^{\frac{\mu B}{kT}}+e^{-\frac{\mu B}{kT}}}$; $U=-\mu NB\tan h\left(\frac{\mu B}{kT}\right)$

2. $S=-kN\left[\frac{\mu B}{kT}\tan h\left(\frac{\mu B}{kT}\right)-ln\left(\cos h\left(\frac{\mu B}{kT}\right)\right)\right]$

3. $T_2=0{,}1$ K

Bài 2. 2. $$\frac{dN}{N}=\frac{2\pi\alpha^{-\frac{3}{2}}n_0\sqrt{U}e^{-\frac{U}{kT}}dU}{n_0\left(\frac{\pi kT}{\alpha}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

3. Nhiệt độ khối khí giảm đi 4 lần.

6.3.

1. $$i_1=\frac{\mathscr{E}}{\sqrt{5}R}\left(e^{-\beta_1t}-e^{-\beta_2t}\right)-\frac{\mathscr{E}}{\sqrt{5}L}\left(\frac{e^{-\beta_1t}}{\beta_1}-\frac{e^{-\beta_2t}}{\beta_2}\right)+\frac{\mathscr{E}}{\sqrt{5}L}\left(\frac{1}{\beta_1}-\frac{1}{\beta_2}\right);$$

$i_2=\frac{\mathscr{E}}{R\sqrt{5}}\left(e^{-\beta_1t}-e^{-\beta_2t}\right)$; với $\beta_1=\frac{R}{2L}(3-\sqrt{5})$; $\beta_2=\frac{R}{2L}(3+\sqrt{5})$.

Độc giả tự vẽ hình.

2. $q=\frac{L_1E}{R_1R_2}$

3. $$i_C=\frac{\mathscr{E}}{2L\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{R}{L}+\frac{1}{RC}\right)^2-\frac{4}{LC}}}\left\{\begin{array}{l}e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{R}{L}+\frac{1}{RC}\right)+\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{R}{L}+\frac{1}{RC}\right)-\frac{4}{LC}}\right]t}\\-e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{R}{L}+\frac{1}{RC}\right)-\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{R}{L}+\frac{1}{RC}\right)-\frac{4}{LC}}\right]t}\end{array}\right.$$

6.4.

1. Cắt tại điểm C' mà $\frac{\sqrt{3}}{2}R \le OC' \le \left(2-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)R$;

2. $F = 0{,}027\frac{I_0HR}{c}$;

3. $F_x = \frac{2I_0H}{c}\left\{R\left(\frac{3}{8}-\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{12}\right)-a+\frac{a^2}{R}+\frac{R+a}{2}\arcsin\frac{a}{R}+\sqrt{1-\frac{a^2}{R^2}}\left(\frac{a}{2}+\frac{a^2}{6R}+\frac{R}{3}\right)\right\}$;

$F_y = \frac{I_0Ha}{R^2c}\left(\frac{R^2}{4}-\frac{a^2}{3}\right)$

6.5.

1. $\alpha = 0$ hay $\alpha = \pi$: cân bằng bền.

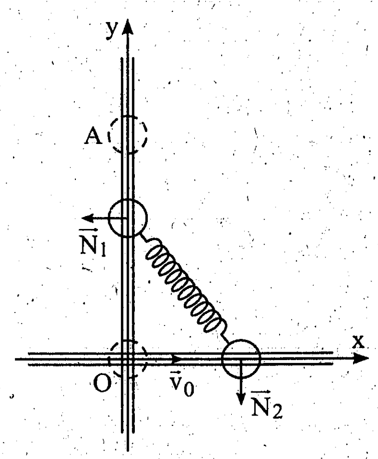
$\alpha = \frac{\pi}{2}$ hay $\alpha = \frac{3\pi}{2}$: cân bằng không bền.

2. $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{3GM}}$

6.6. Trình bày phương án thí nghiệm xác định điện trở thuần của cuộn dây và hai phương án khác nhau xác định độ tự cảm của cuộn dây.

(7) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2014, ngày thi thứ nhất

7.1.



Hình 7.1G

1. Vì hai quả cầu cùng khối lượng nên khối tâm C của hệ hai quả cầu là trung điểm của lò xo. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng (chú ý là $\vec{v}_1.\vec{v}_2 = 0$) ta có (Hình 7.1G) :

$$\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}mv_2^2+m\vec{v}_1.\vec{v}_2+\frac{1}{2}k\Delta l^2=\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Leftrightarrow 4v_C^2+\frac{kl^2}{m}\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 = v_0^2$$

Tại thời điểm lò xo có độ dãn cực đại, khoảng cách từ C đến O là lớn nhất nên $\vec{v}_C$ vuông góc với CO. Mặt khác, vì momen động lượng của hệ luôn bằng 0 nên momen của ngoại lực luôn bằng 0.

$$N_1y = N_2x \Leftrightarrow (-2m\ddot{x}_C)2y_C = (-2m\ddot{y}_C)x_C$$

$$\Rightarrow \dot{x}_C y_C - \dot{y}_C x_C = \text{const} \Leftrightarrow \frac{l+\Delta l}{2}v_C = \frac{l}{2}\frac{v_0}{2} \Rightarrow 2v_C = \frac{v_0}{1+\dfrac{\Delta l}{l}}$$

Từ đó, ta có :

$$\frac{1}{\left(1+\dfrac{\Delta l}{l}\right)^2} + \frac{kl^2}{mv_0^2}\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{\Delta l}{l}\left(\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^3 + 2\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(1-\frac{mv_0^2}{kl^2}\right)\frac{\Delta l}{l} - \frac{2mv_0^2}{kl^2}\right) = 0$$

Thay số ta được : $\dfrac{\Delta l}{l}\left(\left(\dfrac{\Delta l}{l}\right)^3 + 2\left(\dfrac{\Delta l}{l}\right)^2 + 0{,}96\dfrac{\Delta l}{l} - 0{,}08\right) = 0$

Giải phương trình trên và loại nghiệm $\dfrac{\Delta l}{l} = 0$ ta được : $\dfrac{\Delta l}{l} \approx 0{,}0721$

2. Khi hai quả cầu chuyển động không ma sát trên mặt sàn nằm ngang thì momen động lượng và cơ năng của hệ trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm đều bảo toàn, nên ta có :

$$2\frac{mv^2}{2} + \frac{k\Delta l^2}{2} = 2\frac{m\left(\dfrac{v_0}{2}\right)^2}{2} \Rightarrow \left(\frac{2v}{v_0}\right)^2 + 2\frac{kl^2}{mv_0^2}\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 = 1$$

$$2\frac{l+\Delta l}{2}mv = 2\frac{l}{2}m\frac{v_0}{2} \Rightarrow \frac{2v}{v_0} = \frac{1}{1+\dfrac{\Delta l}{l}}$$

Từ đó ta có :

$$\frac{1}{\left(1+\dfrac{\Delta l}{l}\right)^2} + 2\frac{kl^2}{mv_0^2}\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{\Delta l}{l}\left(\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^3 + 2\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(1-\frac{mv_0^2}{2kl^2}\right)\frac{\Delta l}{l} - \frac{mv_0^2}{kl^2}\right) = 0$$

Thay số ta được : $\dfrac{\Delta l}{l}\left(\left(\dfrac{\Delta l}{l}\right)^3 + 2\left(\dfrac{\Delta l}{l}\right)^2 + 0{,}98\dfrac{\Delta l}{l} - 0{,}04\right) = 0$

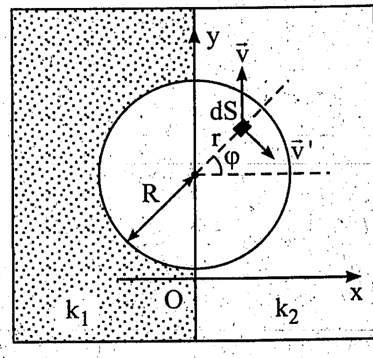
Giải phương trình trên và loại nghiệm $\dfrac{\Delta l}{l} = 0$ ta được : $\dfrac{\Delta l}{l} \approx 0{,}0378$

7.2 Xét phần tử dS như hình 7.2G, ta có :

$d\vec{F} = -k(\vec{v} + \vec{v}')dS = -k(\vec{v} + \vec{v}')rdrd\varphi$, $(v' = \omega r)$

$$\begin{cases} dF_x = -k\omega r^2 \sin\varphi drd\varphi \\ dF_y = -kvdS + k\omega r^2\cos\varphi drd\varphi \end{cases}$$

$dM = kvr\cos\varphi dS - kv'rdS = kvr^2\cos\varphi drd\varphi - k\omega r^3 drd\varphi$



Hình 7.2G

Do đó ta có :

$$\begin{cases} F_x = -\omega\int_0^R r^2dr\left(k_2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\sin\varphi d\varphi + k_1\int_{\pi/2}^{3\pi/2}\sin\varphi d\varphi\right) = 0 \\ F_y = -(k_1+k_2)\dfrac{\pi R^2}{2}v + \omega\int_0^R r^2dr\left(k_2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\varphi d\varphi + k_1\int_{\pi/2}^{3\pi/2}\cos\varphi d\varphi\right) = 0 \end{cases}$$

Hay $\begin{cases} F_x = 0 \\ F_y = -(k_1+k_2)\dfrac{\pi R^2}{2}v - \dfrac{2\omega R^3}{3}(k_1 - k_2) = Ma = M\dfrac{dv}{dt} \end{cases}$ (1)

$$M = v\int_0^R r^2dr\left(k_2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\varphi d\varphi + k_1\int_{3\pi/2}^{\pi/2}\cos\varphi d\varphi\right) - \omega\int_0^R r^3dr\left(k_2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}d\varphi + k_1\int_{\pi/2}^{3\pi/2}d\varphi\right)$$

hay $M = \dfrac{2vR^3}{3}(k_1 - k_2) - \dfrac{\omega\pi R^4}{4}(k_1 + k_2) = I\gamma = \dfrac{MR^2}{2}\dfrac{d\omega}{dt}$ (2)

$$\begin{cases} \dfrac{dv}{dt} = -\alpha v - \beta V \\ \dfrac{dV}{dt} = -2\beta v - \alpha V \end{cases} \quad (3)$$

$$\alpha = (k_1 + k_2)\frac{\pi R^2}{2},\ \beta = 2(k_1 - k_2)\frac{R^2}{3},\ V = \omega R.$$

1. Tại t = 0 vận tốc của đĩa bằng 0, nên :

$$\gamma_0 = -\alpha\omega_0 = -\frac{(k_1 + k_2)\pi R^2}{2}\omega_0\ ;\ a_0 = -\beta V = -\frac{2(k_1 - k_2)R^3}{3}\omega_0$$

Các dấu "–" chứng tỏ vận tốc góc của đĩa giảm dần còn gia tốc của đĩa có hướng ngược lại với chiều dương của trục Oy.

2. Ta thấy gia tốc của đĩa luôn hướng theo chiều âm của trục Oy nên đường ranh giới của hai miền luôn nằm trên đường kính của đĩa. Vì thế phương trình chuyển động của đĩa thoả mãn (3), do đó : $\dfrac{d^2v}{dt^2} + 2\alpha\dfrac{dv}{dt} + (\alpha^2 - 2\beta^2)v = 0$

Do đó : $v = e^{-\alpha t}\left(Ae^{\sqrt{2}\beta t} + Be^{-\sqrt{2}\beta t}\right)$

Vì $v_0 = 0$, $a_0 = -\beta R\omega_0$ nên $\begin{cases} A + B = 0 \\ (\sqrt{2}\beta - \alpha)A - (\sqrt{2}\beta + \alpha)B = -\beta R\omega_0 \end{cases} \Rightarrow A = -B = \dfrac{R\omega_0}{2\sqrt{2}}$

Hay : $v = -\dfrac{R\omega_0}{2\sqrt{2}}e^{-\alpha t}\left(e^{\sqrt{2}\beta t} - e^{-\sqrt{2}\beta t}\right)$

Vận tốc của đĩa bằng 0 tại $t = 0$ và $t = \infty$ do đó quãng đường mà tâm đĩa đi được :

$$s = -\Delta y = -\int_0^\infty v dt = \frac{R\omega_0}{2\sqrt{2}}\left(\int_0^\infty\left(e^{-(\alpha-\sqrt{2}\beta)t} - e^{-(\alpha+\sqrt{2}\beta)t}\right)dt\right) = \frac{R\omega_0}{2\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\alpha-\sqrt{2}\beta} - \frac{1}{\alpha+\sqrt{2}\beta}\right)$$

Hay : $s = \dfrac{\beta}{\alpha^2 - 2\beta^2}R\omega_0$ với $\alpha = (k_1 + k_2)\dfrac{\pi R^2}{2}$, $\beta = 2(k_1 - k_2)\dfrac{R^2}{3}$

$$\Rightarrow s = \frac{\dfrac{M\omega_0}{R}}{\dfrac{3\pi^2}{8}\dfrac{(k_1 + k_2)^2}{k_1 - k_2} - \dfrac{4}{3}(k_1 - k_2)}$$

7.3

1. Vì vỏ bình dẫn nhiệt nên : $T_L = T_0$

2. Vì khí trong bình cân bằng nên : $dp = -\rho g dx = -\dfrac{p\mu}{RT_0}g dx$

Do đó, ta có : $\dfrac{dp}{p} = \dfrac{d\rho}{\rho} = -\dfrac{\mu g}{RT_0}dx \Rightarrow \rho = \rho_0 e^{-\frac{\mu g x}{RT_0}}$

Ta có : $x_C = \dfrac{\int_0^L xS\rho dx}{\int_0^L S\rho dx} = \dfrac{\int_0^L x\rho dx}{\int_0^L \rho dx}$

Ta lại có : $\int\limits_0^L x\rho dx = \rho_0 \int\limits_0^L xe^{-\frac{\mu g x}{RT_0}}dx = \rho_0\left(\dfrac{RT_0}{\mu g}\right)^2\left(1 - e^{-\frac{\mu g L}{RT_0}} - \dfrac{\mu g L}{RT_0}e^{-\frac{\mu g L}{RT_0}}\right)$

$$\int_0^L \rho dx = \rho_0\int_0^L e^{-\frac{\mu g x}{RT_0}}dx = \rho_0\frac{RT_0}{\mu g}\left(1 - e^{-\frac{\mu g L}{RT_0}}\right)$$

Do đó : $x_C = L\left(\dfrac{RT_0}{\mu g L} - \dfrac{1}{e^{\frac{\mu g L}{RT_0}} - 1}\right)$

3. Ta có : $C_V = \dfrac{dU + mgdx_C}{\dfrac{m}{\mu}dT} = \dfrac{5R}{2} + \mu g\dfrac{dx_C}{dT_0}$

Kết hợp với kết quả từ ý 2 ta được : $C_V = R\left(\dfrac{7}{2} - \dfrac{e^{\frac{\mu gL}{RT_0}}}{\left(e^{\frac{\mu gL}{RT_0}} - 1\right)^2}\left(\dfrac{\mu gL}{RT_0}\right)^2\right)$

7.4.

1. Áp dụng định luật II Niu-tơn trong hệ toạ độ trụ ta có :

$$\begin{cases} m\left(\dfrac{d^2r}{dt^2} - r\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2\right) = er\dfrac{d\theta}{dt}B_z \\ \dfrac{m}{r}\dfrac{d}{dt}\left(r^2\dfrac{d\theta}{dt}\right) = -e\dfrac{dr}{dt}B_z + e\dfrac{dz}{dt}B_r = -e\dfrac{dr}{dt}B_z - e\dfrac{r}{2}\dfrac{dz}{dt}\dfrac{dB_z}{dz} \\ m\dfrac{d^2z}{dt^2} = -er\dfrac{d\theta}{dt}B_r = e\dfrac{r^2}{2}\dfrac{d\theta}{dt}\dfrac{dB_z}{dz} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d^2r}{dt^2} - r\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2 = \dfrac{er}{m}\dfrac{d\theta}{dt}B_z \\ \dfrac{d}{dt}\left(r^2\dfrac{d\theta}{dt}\right) = \dfrac{d}{dt}\left(-\dfrac{e}{2m}r^2B_z\right) \\ \dfrac{d^2z}{dt^2} = \dfrac{er^2}{2m}\dfrac{d\theta}{dt}\dfrac{dB_z}{dz} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt} = -\dfrac{e}{2m}B_z = kB_z \\ \dfrac{d^2r}{dt^2} = -k^2rB_z^2 \\ \dfrac{d^2z}{dt^2} = -r^2k^2B_z\dfrac{dB_z}{dz} \end{cases}$$

Với $k = -\dfrac{e}{2m}$, vì $\alpha \ll 1$, thì r cũng sẽ có giá trị rất nhỏ nên ta có thể bỏ qua số hạng bậc cao của r.

Khi đó : $$\begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt} = kB_z \\ \dfrac{d^2r}{dt^2} = -k^2rB_z^2 \\ \dfrac{d^2z}{dt^2} = 0 \end{cases}$$

2. Vì $\dfrac{d^2z}{dt^2} = 0$ nên $v_z = \dfrac{dz}{dt} = v_0\cos\alpha = \text{const}$, do đó : $dt = \dfrac{dz}{v_0\cos\alpha}$

Từ đó ta có : $(v_0\cos\alpha)^2\dfrac{d^2r}{dz^2} = -k^2rB_z^2 = -\left(\dfrac{e}{2m}B_z\right)^2 r$

hay $$\frac{d^2r}{dz^2} + \left(\frac{eB_z}{2mv_0\cos\alpha}\right)^2 r = 0$$

Từ kết quả này ta thấy nếu B_z biến thiên chậm, $\alpha \ll 1$ thì các prôtôn sẽ cắt Oz tại những điểm cách đều nhau với khoảng cách giữa hai điểm gần nhau nhất là :

$$l = \pi\frac{2mv_0\cos\alpha}{eB_z} \approx \pi\frac{2mv_0}{eB_0}$$

vì thế các hạt xuất phát từ cùng một điểm với cùng tốc độ ban đầu v_0 sẽ gặp nhau tại cùng một điểm.

3. Từ ý 2 ta thấy : $\dfrac{d^2r}{dt^2} = \dfrac{dv_r}{dt} = v_0\cos\alpha\dfrac{dv_r}{dz} \approx v_0\dfrac{dv_r}{dz} = -k^2rB_z^2$

Do đó vận tốc theo phương bán kính v_r của các hạt sau khi qua thấu kính là :

$$v_r = \int_{-d/2}^{d/2}\frac{-k^2rB_z^2}{v_0}dz = -\left(\frac{e}{2mv_0}\right)^2 v_0 r\int_{-d/2}^{d/2}B_z^2dz$$

dấu "−" thể hiện các prôtôn sẽ đi lại gần trục đối xứng.

Từ trên ta thấy, khi ra khỏi thấu kính, vận tốc của các prôtôn hợp với trục Oz một góc φ với : $\tan\varphi = \dfrac{v_r}{v_z} = \left(\dfrac{e}{2mv_0}\right)^2 r\displaystyle\int_{-d/2}^{d/2}B_z^2dz = \dfrac{r}{f'}$

Do đó, ta có : $\dfrac{1}{f'} = \left(\dfrac{e}{2mv_0}\right)^2\displaystyle\int_{-d/2}^{d/2}B_z^2dz$

Thay số ta được : $f' \approx 34$ cm.

7.5

1. Vì mỗi nuclôn sẽ tương tác với 12 nuclôn còn lại, nên khi cho hệ A nuclôn nếu lấy lần lượt từng nuclôn ra ngoài thì ta tốn năng lượng :

$$E_V = 12u(A-12) + 11u + \ldots + u = 12u\left(A - \frac{11}{2}\right)$$

Với $A \gg 1$ ta có thể lấy gần đúng : $E_V = 12\,uA$

Do đó : $\begin{cases} a_V = 12u \\ \alpha = 1 \end{cases}$

2. Nếu coi các nuclôn là hình cầu bán kính R_0 thì thể tích và bán kính hạt nhân là :

$$V = \frac{4\pi}{3}\frac{AR_0^3}{\eta} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta A}{A} = \frac{3\Delta R}{R} = \frac{6R_0}{R}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}V} = \frac{R_0}{\sqrt[3]{\eta}}\sqrt[3]{A}$$

Do đó, số nuclôn trên bề mặt hạt nhân là :

$$N_S = \Delta A = \frac{6R_0}{R}A = \frac{6R_0}{\dfrac{R_0\sqrt[3]{A}}{\sqrt[3]{\eta}}}A \Rightarrow \Delta A = 6\sqrt[3]{\eta}A^{2/3}$$

Vì thế ta có phần năng lượng bề mặt là :

$$E_S = 3uN_S = -18u\sqrt[3]{\eta}A^{2/3} \approx -18uA$$

Do vậy : $\begin{cases} a_S = 18u \\ \beta = \dfrac{2}{3} \end{cases}$

3. Mật độ điện khối của hạt nhân : $\rho = \dfrac{Ze}{V} = \dfrac{3Ze}{4\pi R^3} = \dfrac{3\eta Ze}{4\pi AR_0^3}$

$\Rightarrow$ Cường độ điện trường tại bán kính r : $E = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}r$

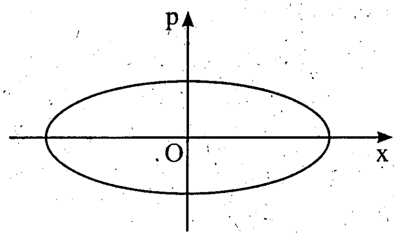
Do đó, ta có : $E_C = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^R E^2 4\pi r^2 dr = -\int_0^R \frac{2\pi\rho^2}{9\varepsilon_0^2}r^3 dr = -\frac{4\pi}{15\varepsilon_0}\rho^2 R^4$

hay : $E_C = -\dfrac{3}{5}\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{4\pi}{3}R^3\rho\right)^2\dfrac{1}{R} = -\dfrac{3}{5}\dfrac{1}{40\pi\varepsilon_0}\dfrac{Z^2e^2}{R_0}\dfrac{1}{A^{1/3}} = -\dfrac{3e^2}{20\pi\varepsilon_0 R_0}\dfrac{Z^2}{A^{1/3}}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \gamma = 2 \\ \delta = \dfrac{1}{3} \\ a_C = \dfrac{3e^2}{20\pi\varepsilon_0 R_0} \end{cases}$$

4. a) Vì năng lượng của hạt bảo toàn nên :

$$\frac{p^2}{2m}+\frac{kx^2}{2}=E \Rightarrow \frac{p^2}{\left(\sqrt{2mE}\right)^2}+\frac{x^2}{\left(\sqrt{\frac{2E}{k}}\right)^2}=1$$



Hình 7.3G

Từ đó ta thấy quỹ đạo pha của hạt dao động điều hoà là một elip có diện tích (Hình 7.3G) :

$$S=\pi\sqrt{2mE}\sqrt{\frac{2E}{k}}=2\pi E\sqrt{\frac{m}{k}}=\frac{2\pi}{\omega}E \Rightarrow E=\frac{\omega S}{2\pi}$$

Do đó, với hạt lượng tử ta có : $E=\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{h\omega}{2\pi}$

b) Vì dao động theo các phương khác nhau là độc lập, nên :

$$E=\frac{p^2}{2m}+\frac{kr^2}{2}=\frac{p_x^2}{2m}+\frac{kx^2}{2}+\frac{p_y^2}{2m}+\frac{ky^2}{2}+\frac{p_z^2}{2m}+\frac{kz^2}{2}$$

$$=\left(n_x+\frac{1}{2}\right)\frac{h\omega}{2\pi}+\left(n_y+\frac{1}{2}\right)\frac{h\omega}{2\pi}+\left(n_z+\frac{1}{2}\right)\frac{h\omega}{2\pi}$$

hay : $E=\left(n_x+n_y+n_z+\frac{3}{2}\right)\frac{h\omega}{2\pi}$, trong đó $n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2,...$

Vì $n_x+n_y+n_z=n \Rightarrow E=\left(n+\frac{3}{2}\right)h\omega$

c) Để đơn giản ta xét các hệ nuclôn trong hố thế một chiều, như thế hạt nhân có $Z<\frac{A}{2}$ prôtôn, A – Z nơtron sẽ có năng lượng lớn hơn hạt nhân $\frac{A}{2}$ prôtôn, $\frac{A}{2}$ nơtron một lượng : $\Delta E=-E_A=2\left(1+2+...+\left[\frac{A-Z-1}{2}-\frac{Z+1}{2}\right]\right)\frac{h\omega}{2\pi}$ hay :

$$E_A\approx-2\left(1+2+...+\frac{A-2Z-2}{2}\right)\frac{h\omega}{2\pi}\approx\frac{A-2Z-2}{2}\frac{(A-2Z)}{2}\frac{h\omega}{2\pi}\approx-(A-2Z)^2\frac{h\omega}{8\pi}$$

Do đó, ta có : $\sigma = 2$.

5. Chất ở hình a là Mg, chất ở hình b là Ne, chất ở hình c là O với :

$$E_{Mg}=a_VA^{\alpha}-a_SA^{\beta}-28{,}95\text{ MeV}$$

$$E_{Ne}=a_VA^{\alpha}-a_SA^{\beta}-20{,}31\text{ MeV}$$

$$E_{O}=a_VA^{\alpha}-a_SA^{\beta}-13{,}67\text{ MeV}$$

Từ đó ta thấy : $E_{Mg} < E_{Ne} < E_O$ nên hạt nhân bền nhất là hạt O, hạt kém bền nhất là hạt Mg.

Với các hạt nhân cùng số khối A ta có :

$$\frac{dE}{dZ} = -\frac{2a_C Z}{A^{1/3}} + \frac{4a_A(A-2Z)}{A}$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dZ} = 0 \Leftrightarrow Z = Z_m = \frac{A}{\frac{a_C}{2a_A}A^{2/3} + 2}$$

$\Rightarrow$ Hạt nhân có Z càng gần Z_m thì càng bền vững.

7.6 Giả sử quỹ đạo đó là của hạt α ta có :

$$T = E - m_\alpha c^2 = \sqrt{p^2c^2 + m_\alpha^2 c^4} - m_\alpha c^2 \Rightarrow p^2c^2 = T(T + 2m_\alpha c^2)$$

Do đó, ta có : $p = \dfrac{\sqrt{T(T + 2m_\alpha c^2)}}{c}$

Ta có thể ước lượng $\Delta x \approx l = 10^{-6}$ m, và $\Delta p \approx \Delta|p|$. Lấy $|p|$ là giá trị trung bình của các phép đo độ lớn của xung lượng với sai số $\Delta|p|$. Vì $|p|$ nằm giữa khoảng sai số $\Delta|p|$ và giá trị cực tiểu của $|p|$ không âm nên :

$$\frac{\sqrt{T(T + 2m_\alpha c^2}}{c} = |p| \ge \frac{\Delta|p|}{2} \ge \frac{h}{2\Delta x} = \frac{h}{2l}$$

Do đó ta có : $\left(\dfrac{T}{m_\alpha c^2}\right)^2 + 2\dfrac{T}{m_\alpha c^2} \ge \sqrt{\dfrac{h}{2l m_\alpha c}}$

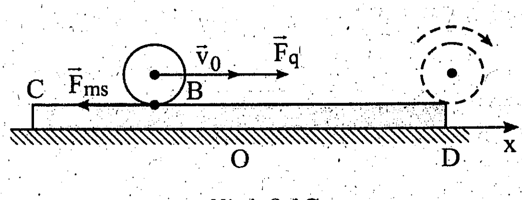
Bất phương trình này hoàn toàn đúng với số liệu đã cho ở đề bài nên hạt đã cho có thể là hạt α.

(8) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2014, ngày thi thứ hai

8.1

1. Việc kéo ván sẽ khiến vận tốc của trụ so với ván tăng lên trong khi vận tốc góc của trụ không đổi, do đó lực ma sát trượt sẽ hướng về phía chiều âm của trục Ox (Hình 8.1G).

$$F_{ms} = \mu mg$$



Hình 8.1G

Do đó, áp dụng định luật II Niu-tơn trong hệ quy chiếu gắn với ván ta có :

$$ma_t = ma - \mu mg \Rightarrow a_t = a - \mu g \Rightarrow v' = v_0 + (a - \mu g)t$$

Vận tốc góc của trụ : $\omega = \omega_0 + \gamma t = \omega_0 + \dfrac{F_{ms}R}{I}t = \omega_0 + \dfrac{\mu mgR}{m\dfrac{R^2}{2}}t = \omega_0 + \dfrac{2\mu gt}{R}$

Theo giả thiết $\omega_0 = 0 \Rightarrow \omega = \dfrac{2\mu gt}{R}$

Trụ sẽ luôn trượt nên vận tốc cuối của trụ : $v_C = \sqrt{v_0^2 + 2(a - \mu g)l}$

Thời điểm vật rời khỏi trụ : $t_D = \dfrac{2l}{v_0 + v_C}$

Nếu chiều dài ván đủ lớn trụ sẽ lăn không trượt khi : $v' = \omega R$

$$\Rightarrow t_L = \frac{v_0}{3\mu g - a} \geq t_D > 0$$

$$\Rightarrow \frac{v_0}{3\mu g - a} \geq \frac{2l}{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2(a - \mu g)l}} > 0 \qquad (*)$$

(*) chỉ có nghiệm khi $3\mu g - a > 0$ hay $a < 3\mu g$

Ta lại có (*) $\Leftrightarrow v_0\sqrt{v_0^2 + 2l(a - \mu g)} \geq \left(6\mu gl - v_0^2\right) - 2al$

Bình phương hai vế rồi rút gọn ta được :

$$a^2 - 6\left(\mu g - \frac{v_0^2}{12l}\right)a - \frac{5}{2}\frac{\mu g v_0^2}{l} + 9(\mu g)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow \Delta' = 9\left(\mu g - \frac{v_0^2}{12l}\right)^2 + \frac{5}{2}\frac{\mu g v_0^2}{l} - 9(\mu g)^2 = \frac{v_0^2}{16l^2}\left(v_0^2 + 16\mu gl\right)$$

$$\Rightarrow 3\mu g - \frac{v_0^2}{4l} - \frac{v_0}{4l}\sqrt{v_0^2 + 16\mu gl} \leq a \leq 3\mu g - \frac{v_0^2}{4l} + \frac{v_0}{4l}\sqrt{v_0^2 + 16\mu gl} > 3\mu g$$

$\Rightarrow$ Điều kiện để trụ luôn trượt là :

$$3\mu g - \frac{v_0^2}{4l} - \frac{v_0}{4l}\sqrt{v_0^2 + 16\mu gl} \leq a < 3\mu g$$

2. Với $v_0 = \sqrt{\dfrac{2\mu gl}{5}}$, điều kiện trên trở thành $a \geq 2{,}5\mu g$.

Vận tốc của trụ so với đất lúc rời tấm gỗ là $v = v_0 - \mu g\dfrac{2l}{v_0 + v_C} \Rightarrow$

• $v \geq 0 \Leftrightarrow v_0^2 + v_0 v_C \geq 2\mu g l \Rightarrow \sqrt{v_0^2 + 2(a - \mu g)l} \geq \dfrac{2\mu g l}{v_0} - v_0 = 4v_0$

$$\Rightarrow a \geq \frac{10v_0^2}{l} = 4\mu g$$

• $v < 0 \Rightarrow a < 4\mu g$

Sau khi rời tấm gỗ, vật sẽ chuyển động dưới tác dụng của lực ma sát với sàn và cuối cùng sẽ lăn không trượt trên sàn. Trong hệ quy chiếu gắn với sàn :

$$v = v_0 - \frac{F_{ms}}{m}\Delta t = v_0 - \frac{F_{ms}R}{mR}\Delta t = v_0 - \frac{I\gamma}{mR}\Delta t = v_0 - \frac{R\omega}{2}$$

Vật lăn không trượt khi $v = R\omega \Rightarrow \begin{cases} v = \dfrac{2}{3}v_0 \\ \omega = \dfrac{2}{3R}v_0 \end{cases}$

$$\Rightarrow v_0 - \mu g\frac{2l}{v_0 + v_C} = \frac{2v_0}{3} \Rightarrow v_C = \sqrt{v_0^2 + 2(a - \mu g)l} = \frac{6\mu g l}{v_0} - v_0$$

$$\Rightarrow a = \frac{100v_0^2}{l} = 40\mu g > 3\mu g$$

Vậy khi mới rời tấm gỗ, vật quay quanh khối tâm theo chiều kim đồng hồ và vì $2{,}5\mu g \leq a < 3\mu g$ nên lúc đầu $v < 0$ và trụ trượt trên sàn.

$\Rightarrow$ Lúc đầu trụ chuyển động chậm dần đều sang trái và quay chậm dần đều cho đến khi dừng lại, sau đó tiếp tục chuyển động nhanh dần đều sang phải và vẫn quay chậm dần đều cho đến khi lăn không trượt trên sàn.

8.2.

1. Theo nguyên lí I nhiệt động lực học cho một mol khí ta có :

$$\delta Q = dU + pdV \Leftrightarrow CdT = C_V dT + \frac{a}{V^2}dV + pdV$$

Do đó : $C = C_V + \dfrac{\mu}{m}p\dfrac{\partial V}{\partial T} \Rightarrow C_p = C_V + \left(p + \dfrac{a}{V^2}\right)\left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_p = C_V + \dfrac{p + \dfrac{a}{V^2}}{p - \dfrac{a}{V^2}}R$ (1)

Trong quá trình đẳng nhiệt :

$$p = \frac{RT}{V} - \frac{a}{V^2} \Rightarrow k_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dp}\right)_T = -\frac{1}{V\left(\frac{dp}{dV}\right)_T} = \frac{1}{\frac{RT}{V} - \frac{2a}{V^2}} \Rightarrow k_T = \frac{1}{p - \frac{a}{V^2}}$$

Trong quá trình đoạn nhiệt :

$$\delta Q = C_V dT + \frac{a}{V^2}dV + pdV = 0 \Rightarrow \frac{C_V}{R}d\left(\left(p + \frac{a}{V^2}\right)V\right) + \frac{a}{V^2}dV + pdV = 0$$

$$\Rightarrow \frac{C_V}{R}Vdp + \left(p + \frac{a}{V^2} + \frac{C_V}{R}\left(p - \frac{a}{V^2}\right)\right)dV = 0$$

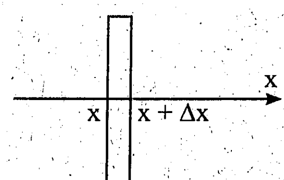
$$\Rightarrow k_S = -\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dp}\right)_S = \frac{1}{\frac{R}{C_V}\left(p + \frac{a}{V^2}\right) + p - \frac{a}{V^2}}$$

Kết hợp với (1), ta có : $k_S = \frac{C_V}{C_p}\frac{1}{p - \frac{a}{V^2}} = \frac{C_V}{C_p}k_T \Rightarrow \frac{k_T}{k_S} = \frac{C_p}{C_V}$

2. Xét một lớp không khí diện tích S bề dày Δx, ta có (Hình 8.2G) :

$$S\Delta x\frac{\partial \rho}{\partial t} = [\rho(x + dx)v(x + dx) - \rho(x)v(x)]S$$

$$= \frac{\partial(\rho v)}{\partial x}S\Delta x \approx \rho\frac{\partial v}{\partial x}S\Delta x \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} \approx \rho\frac{\partial v}{\partial x} \quad (2)$$



Hình 8.2G

Theo định luật II Niu-tơn, ta lại có :

$$[p(x) - p(x + \Delta x)]S = \frac{\partial(v\rho S\Delta x)}{\partial t} = S\Delta x\left(\rho\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)$$

trong đó u là độ dời của lớp khí so với vị trí cân bằng. Mặt khác, vì mật độ khí biến đổi rất ít theo thời gian nên $\frac{\partial \rho}{\partial t} \approx 0$.

Do đó : $\frac{\partial p}{\partial x} \approx -\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ (3)

Ta lại có : $k = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dp} = -\frac{1}{Sdx}\frac{d[S((x+u)|_{x+dx} - (x+u)|_x)]}{dp} = -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\frac{dx}{dp}$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{k}\frac{d^2 u}{dx^2} \quad (4)$$

Từ (3) và (4), ta có : $\dfrac{d^2u}{dx^2} - \dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{\sqrt{k\rho}}\right)^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$

Đối chiếu với phương trình truyền sóng ta có : $v = \dfrac{1}{\sqrt{k\rho}}$

3. Theo giả thiết : $k = k_S = \dfrac{1}{\dfrac{R}{C_V}\left(p + \dfrac{a}{V^2}\right) + p - \dfrac{a}{V^2}} = \dfrac{1}{\dfrac{7}{5}p - \dfrac{3a}{5V^2}}$

Ta lại có :

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)V = RT \Rightarrow \frac{1}{V^2} - 2\frac{RT}{2a}\frac{1}{V} + \frac{p}{a} = 0 \Rightarrow \frac{1}{V} = \frac{RT}{2a}\left(1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2}{RT}\right)^2 ap}\right)$$

Khi thay số, dấu "+" sẽ làm cho $k_S < 0$ nên : $\dfrac{1}{V} = \dfrac{RT}{2a}\left(1 - \sqrt{1 - \left(\dfrac{2}{RT}\right)^2 ap}\right)$

Mặt khác :

$$\rho \approx \frac{\mu p}{RT} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{k_S\rho}} = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{7\mu p^2}{5RT} - \dfrac{3}{20}\dfrac{\mu pRT}{a^2}\left(1 - \sqrt{1 - \left(\dfrac{2}{RT}\right)^2 ap}\right)^2}} \approx 353 \text{ m/s}$$

8.3

1. a) Ta có : $\dfrac{1}{|\vec{r} - \vec{a}|^3} = \dfrac{1}{r^3\left(1 - \dfrac{2(\vec{a}.\vec{r})}{r^2} + \dfrac{a^2}{r^2}\right)^{3/2}} \approx \dfrac{1}{r^3} + 3\dfrac{\vec{a}.\vec{r}}{r^5}$

$$\Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}I\frac{d\vec{a} \times (\vec{r} - \vec{a})}{|\vec{r} - \vec{a}|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}I\left(d\vec{a} \times \vec{r} - d\vec{a} \times \vec{a} + 3d\vec{a} \times \frac{\vec{r}(\vec{a}.\vec{r})}{r^2} - 3d\vec{a} \times \frac{a(\vec{a}.\vec{r})}{r^2}\right)$$

$$\Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}I\left(d\vec{a} \times \vec{r} - d\vec{a} \times \vec{a} + 3d\vec{a} \times \frac{\vec{r}(\vec{a}.\vec{r})}{r^2}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi r^3}\frac{1}{2}I\left(\oint d\vec{a}\right).\vec{r} - \frac{\mu_0}{2\pi r^3}\frac{1}{2}I\oint d\vec{a} \times \vec{a} + \frac{3\mu_0}{4\pi r^3}I\left(\oint (\vec{a}.\vec{r})d\vec{a}\right) \times \frac{\vec{r}}{r^2}$$

Vì $\oint d\vec{a} = \vec{0}$ nên : $\vec{B}_1 = \dfrac{\mu_0}{2\pi r^3}\dfrac{1}{2}I\left(\oint d\vec{a}\right).\vec{r} = \vec{0}$

$$\vec{B}_2 = -\frac{\mu_0}{2\pi r^3}\frac{1}{2}I\oint d\vec{a} \times \vec{a} = \frac{\mu_0}{2\pi r^3}\frac{1}{2}I\oint \vec{a} \times d\vec{a} = \frac{\mu_0}{2\pi r^3}\overrightarrow{M}$$

Ta lại có : $\oint(\vec{a}.\vec{r})d\vec{a} = \oint d((\vec{a}.\vec{r})\vec{a}) - \oint(\vec{r}.d\vec{a})\vec{a} = -\oint(\vec{r}.d\vec{a})\vec{a} = \frac{1}{2}\oint[(\vec{a}.\vec{r})d\vec{a} - (\vec{r}.d\vec{a})\vec{a}]$

$$\Rightarrow \oint(\vec{a}.\vec{r})d\vec{a} = \frac{1}{2}\oint\vec{r}\times(d\vec{a}\times\vec{a}) = -\vec{r}\times\frac{1}{2}\oint(\vec{a}\times d\vec{a}) = -\vec{r}\times\frac{\vec{M}}{I}$$

$$\Rightarrow \vec{B}_3 = \frac{3\mu_0}{4\pi r^3}I\left(\oint(\vec{a}.\vec{r})d\vec{a}\right)\times\frac{\vec{r}}{r^2} = -\frac{3\mu_0}{4\pi r^3}I\left(\vec{r}\times\frac{\vec{M}}{I}\right)\times\frac{\vec{r}}{r^2} = \frac{3\mu_0}{4\pi r^5}\left((\vec{M}.\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{M}\right)$$

Từ đó ta có : $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(3\frac{(\vec{M}.\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{M}}{r^3}\right)$

b) Ta có : $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(3\frac{(\vec{M}.\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{M}}{r^3}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(3\frac{Mr\cos\theta r\vec{e}_r}{r^5} - \frac{M}{r^3}(\cos\theta.\vec{e}_r - \sin\theta.\vec{e}_\theta)\right)$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3}(2\cos\theta.\vec{e}_r + \sin\theta.\vec{e}_\theta)$$

Từ đó, ta có : $\begin{cases} B_r = \dfrac{\mu_0 M}{2\pi r^3}\cos\theta \\ B_\theta = \dfrac{\mu_0 M}{4\pi r^3}\sin\theta \end{cases} \Rightarrow B = \sqrt{B_r^2 + B_\theta^2} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\theta}.$

Ta có : $\frac{dr}{rd\theta} = \frac{B_r}{B_\theta} = \frac{2\cos\theta}{\sin\theta} \Rightarrow \int_R^r \frac{dr}{r} = \int_{\pi/2}^{\theta}\frac{2\cos\theta}{\sin\theta}d\theta \Rightarrow r = R\sin^2\theta$

với R là khoảng cách từ O đến giao điểm của đường sức với mặt phẳng Oxy.

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 M}{4\pi R^3\sin^6\theta}\sqrt{1 + 3\cos^2\theta}$$

2. a) Ta có : $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} = q(\dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta + r\dot{\varphi}\sin\theta.\vec{e}_\varphi).\frac{\mu_0 M}{4\pi r^3}(2\cos\theta.\vec{e}_r + \sin\theta.\vec{e}_\theta)$

$$\Rightarrow ma_\varphi = m(r\ddot{\varphi}\sin\theta + 2\dot{r}\dot{\varphi}\sin\theta + 2r\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos\theta) = \frac{m}{r\sin\theta}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi}\sin^2\theta)$$

Theo định luật II Niu-tơn có : $ma_\varphi = F_\varphi$

$$\Rightarrow \frac{m}{r\sin\theta}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi}\sin^2\theta) = \frac{\mu_0 Mq}{4\pi r^3}(\dot{r}\sin\theta - 2r\dot{\theta}\cos\theta) = -\frac{\mu_0 Mq}{4\pi r\sin\theta}\frac{d}{dt}\left(\frac{\sin^2\theta}{r}\right)$$

Từ đó ta có :

$$\frac{m}{r\sin\theta}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi}\sin^2\theta) + \frac{\mu_0 Mq}{4\pi r\sin\theta}\frac{d}{dt}\left(\frac{\sin^2\theta}{r}\right) = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{d}{dt}\left(\sin^2\theta\left(mr^2\dot{\varphi} + \frac{\mu_0 Mq}{4\pi r}\right)\right) = 0$$

$$\Rightarrow \sin^2\theta\left(mr^2\dot{\varphi} + \frac{\mu_0 Mq}{4\pi r}\right) = \text{const}$$

b) Tại mặt phẳng xích đạo, vectơ cảm ứng từ song song với Oz nên lực từ vuông góc với Oz, suy ra : $a_z = 0 \Rightarrow v_z = \text{const} = 0 \Rightarrow z = \text{const} = 0$

suy ra, quỹ đạo của hạt nằm trong mặt phẳng Oxy $\Rightarrow \theta = \text{const} = \dfrac{\pi}{2}$

$$\sin^2\theta\left(mr^2\dot{\varphi} + \frac{\mu_0 Mq}{4\pi r}\right) = mr^2\dot{\varphi} + \frac{\mu_0 Mq}{4\pi r} = \text{const} = mvb$$

Khi $r = r_{min}$, $\dot{r} = 0 \Rightarrow v = v_\varphi = r_{min}\dot{\varphi} \Rightarrow mvr_{min} + \dfrac{\mu_0 Mq}{4\pi r_{min}} = \text{const} = mvb$

$$\Rightarrow r_{min}^2 - br_{min} + \frac{\mu_0 Mq}{4\pi mv} = 0 \Rightarrow r_{min} = \frac{b}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\mu_0 Mq}{\pi mvb^2}}\right)$$

3. a) Ta có : $\left|q\vec{v} \times \vec{B}\right| = |q|v_\perp B = \dfrac{mv_\perp^2}{R} = m\omega^2 R = mv_\perp R \Rightarrow \begin{cases} R = \dfrac{mv_\perp}{|q|B} \\ \omega = \dfrac{|q|B}{m} \end{cases}$

b) $p_m = IS = |q|\dfrac{v_\perp}{2\pi R}\pi R^2 = |q|\dfrac{v_\perp R}{2} = \dfrac{mv_\perp^2}{2B}$

Mặt khác, vì lực từ luôn vuông góc với vận tốc nên v = const

$$\Rightarrow \frac{dv^2}{dt} = \frac{d\left(v_\perp^2 + v_{//}^2\right)}{dt} = 0 \Rightarrow dv_\perp^2 = -dv_{//}^2$$

Giả sử $p_m = \text{const}$, khi đó $F = -p_m\dfrac{dB}{ds}$ và ta sẽ chứng minh rằng điều này hoàn toàn hợp lí.

$$F = ma_{//} = -p_m\frac{dB}{ds} \Rightarrow m\frac{dv_{//}}{dt} = -p_m\frac{dB}{v_{//}dt} \Rightarrow v_{//}dv_{//} = -\frac{v_\perp^2}{2B}dB \Rightarrow dv_{//}^2 = -\frac{v_\perp^2}{B}dB$$

$$\Rightarrow dv_{//}^2 = -dv_\perp^2 = -\frac{mv_\perp^2}{B}dB \Rightarrow \frac{dv_\perp^2}{v_\perp^2} - \frac{dB}{B} = d\left(ln\frac{v_\perp^2}{B}\right) = 0$$

$$\Rightarrow ln\frac{v_\perp^2}{B} = \text{const} \Rightarrow \frac{mv_\perp^2}{2B} = \text{const} \Rightarrow \mu = \pi R^2 I = \pi R^2 e\frac{\omega_C}{2\pi} = \frac{R^2 eqB}{2} = \text{const}$$

c) Khi quỹ đạo của hạt cắt mặt phẳng xích đạo $\begin{cases} v_{\perp 0} = v\sin\alpha_0 \\ v_{//0} = v\cos\alpha_0 \end{cases}$

Khi hạt tới điểm gương $v_\perp = v$ nên :

$$p_m = \frac{mv^2}{2B_\theta} = \frac{mv_{\perp 0}^2}{2B_{\pi/2}} \Rightarrow \frac{v^2}{B_\theta} = \frac{v^2\sin^2\alpha_0}{2B_{\pi/2}} \Rightarrow \frac{1}{B_\theta} = \frac{\sin^2\alpha_0}{B_{\pi/2}}$$

Mặt khác ta lại có :

$$B_{\pi/2} = \frac{\mu_0 M}{4\pi R^3}\ ;\ B_\theta = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3}\sqrt{\sin^2\theta + 4\cos^2\theta} = \frac{\mu_0 M}{4\pi R^3 \sin^6\theta}\sqrt{4 - 3\sin^2\theta}$$

Từ đó ta có phương trình xác định vị trí điểm gương :

$$\frac{\sin^6\theta}{\sqrt{4 - 3\sin^2\theta}} = \sin^2\alpha_0 \Rightarrow \sin^{12}\theta + 3\sin^4\alpha_0\sin^2\theta - 4\sin^4\alpha_0 = 0$$

d) Ta có : $v_{//} = \dfrac{ds}{dt} \Rightarrow \tau_2 = 4\displaystyle\int_{\pi/2}^{\theta_m}\frac{ds}{v_{//}} = \frac{4}{v}\int_{\pi/2}^{\theta_m}\frac{ds}{\cos\alpha}$

mà $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \dfrac{B}{B_0}\sin^2\alpha_0} = \sqrt{1 - \dfrac{\sqrt{1 + 3\cos^2\theta}}{\sin^6\theta}\sin^2\alpha_0}$

$$ds = \sqrt{dr^2 + r^2 d\theta^2} = R_0\sin\theta\sqrt{1 + 3\cos^2\theta}\,d\theta$$

$$\Rightarrow \tau_2 = \frac{4R_0}{v}\int_{\pi/2}^{\theta_m}\frac{\sin^4\theta\sqrt{1 + 3\cos^2\theta}}{\sqrt{\sin^6\theta - \sin^2\alpha_0\sqrt{1 + 3\cos^2\theta}}}d\theta$$

e) Từ ý 2c ta có $\dfrac{d\varphi}{dt} = \dfrac{1}{mr^2}\left(\dfrac{A}{\sin^2\theta} - \dfrac{\mu_0 eM}{4\pi r}\right) = \left(\dfrac{A}{R_0^2} - \dfrac{\mu_0 eM}{4\pi R_0^3}\right)\dfrac{1}{m\sin^6\theta}$

$\Rightarrow$ Góc $\Delta\varphi$ mà kinh tuyến quay được sau 1 chu kì chuyển động trượt từ tâm quay từ điểm gương cực Bắc đến điểm gương cực Nam :

$$\Delta\varphi = 4\int_{\pi/2}^{\theta_m}\frac{d\varphi}{dt}dt = 4\int_{\pi/2}^{\theta_m}\frac{d\varphi}{dt}\frac{ds}{v_{//}} = \frac{4}{mv}\left(\frac{A}{R_0} - \frac{\mu_0 eM}{4\pi R_0^2}\right)\int_{\pi/2}^{\theta_m}\frac{\sqrt{1+3\cos^2\theta}\,d\theta}{\sin^2\theta\sqrt{\sin^6\theta - \sin^2\alpha_0\sqrt{1+3\cos^2\theta}}}$$

và $\tau_3 = \dfrac{2\pi}{\Delta\varphi}\tau_2$

B24

1. Xét tia sáng xuất phát từ gốc toạ độ. Ta có : $n\sin i = \text{const} = n_0\cos\alpha_0$

Gọi φ là góc giữa tiếp tuyến của tia sáng với mặt đường :

$$\tan\varphi = \frac{dz}{dx} \Rightarrow \sin i = \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{dz}{dx}\right)^2}}$$

$$z = \frac{1}{k}\left(1 - \frac{bT^2}{(T + a)^2}\right) = \frac{1}{k}\left(1 - \frac{b}{\left(1 + \dfrac{a}{T}\right)^2}\right) \Rightarrow n = 1 + \frac{a}{T} = \sqrt{\frac{b}{1 - kz}}$$

Do đó $n_0 = \sqrt{b} \Rightarrow \cos\alpha_0 = \dfrac{1}{\sqrt{1-kz}}\dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{dz}{dx}\right)^2}} \Rightarrow \dfrac{dz}{dx} = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\alpha_0(1-kz)}-1}$

$$\Rightarrow \frac{\cos\alpha_0\sqrt{1-kz}dz}{\sqrt{1-\cos^2\alpha_0(1-kz)}} = dx$$

Đặt $\cos^2\alpha_0(1 - kz) = \cos^2\theta \Rightarrow k\cos^2\alpha_0 dz = 2\sin\theta\cos\theta d\theta$.

Khi đó : $\dfrac{\cos\theta\dfrac{2\sin\theta\cos\theta d\theta}{k\cos^2\alpha_0}}{\sin\theta} = dx \Rightarrow \displaystyle\int_{\alpha_0}^{\theta}\frac{2\cos^2\theta d\theta}{\cos^2\alpha_0} = kx$

$$\theta - \alpha_0 + \frac{1}{2}(\sin 2\theta - \sin 2\alpha_0) = \theta + \sin\theta\cos\theta - \alpha_0 - \frac{1}{2}\sin 2\alpha_0 = \cos^2\alpha_0 kx$$

Ta có : $\theta = \arccos\left(\cos\alpha_0\sqrt{1-kz}\right) \Rightarrow z = \dfrac{1}{k}\left(1-\dfrac{\cos^2\theta}{\cos^2\alpha_0}\right)$

$$\sin 2\theta = 2\cos\alpha_0\sqrt{1-kz}\sqrt{1-\cos^2\alpha_0(1-kz)}$$

Do đó, ta có phương trình quỹ đạo của tia sáng là :

$$x = \frac{\arccos\left(\cos\alpha_0\sqrt{1-kz}\right) + \cos\alpha_0\sqrt{1-kz}\sqrt{1-\cos^2\alpha_0(1-kz)} - \alpha_0 - \frac{1}{2}\sin 2\alpha_0}{k\cos^2\alpha_0}$$

$$= \frac{2\theta + \sin 2\theta - (2\alpha_0 + \sin 2\alpha)}{2k\cos^2\alpha_0}$$

$\Rightarrow$ Phương trình đường đi của tia sáng $\begin{cases} z = \dfrac{1}{k}\left(1-\dfrac{\cos^2\theta}{\cos^2\alpha_0}\right) \\ x = \dfrac{2\theta + \sin 2\theta - (2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0)}{2k\cos^2\alpha_0} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} z = \dfrac{\cos 2\alpha_0 - \cos 2\theta}{2k\cos^2\alpha_0} \\ x = \dfrac{2\theta + \sin 2\theta - (2\alpha_0 + 2\sin\alpha_0)}{2k\cos^2\alpha_0} \end{cases}$ $\Rightarrow$ Quỹ đạo là một xycloit có $R = \dfrac{1}{2k\cos^2\alpha_0}$

2. Ta thấy : $dx = \dfrac{\cos\alpha_0\sqrt{1-kz}}{\sqrt{1-\cos^2\alpha_0(1-kz)}}dz \le \dfrac{\sqrt{1-kz}}{\sqrt{1-(1-kz)}}dz = \dfrac{\sqrt{1-kz}}{\sqrt{kz}}dz$

Dấu "=" xảy ra khi $\alpha_0 = 0$ hay $\cos\alpha_0 = 1$, do đó :

$$l = \int_0^l dx \le \int_0^h \frac{\sqrt{1-kz}}{\sqrt{kz}}dz = x(h)\Big|_{\alpha=0} \Rightarrow l_{max} = \frac{\arccos(\sqrt{1-kh}) + \sqrt{1-kh}\sqrt{kh}}{k}$$

Với $kh \le 1$, $l = \sqrt{\dfrac{4h}{k}}$

8.5.

1. Ta có : $dq = u(r)2\pi r dr = 2\pi\left(-\dfrac{1}{4\eta}\dfrac{\Delta p}{\Delta x}r^3 + Ar\,lnr + Br\right)dr$

Do đó, ta có : $q = 2\pi\displaystyle\int_{R_1}^{R_2}\left(-\dfrac{1}{4\eta}\dfrac{\Delta p}{\Delta x}r^3 + Ar\,lnr + Br\right)dr$

$$\Rightarrow q = \pi\left(-\frac{1}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta x}(R_2^4 - R_1^4) + \frac{A}{2}(R_2^2(2lnR_2 - 1) - R_1^2(2lnR_1 - 1) + B(R_2^2 - R_1^2)\right)$$

Ta lại có : $\begin{cases} -\dfrac{1}{4\eta}\dfrac{\Delta p}{\Delta x}R_2^2 + A\,lnR_2 + B = 0 \\ -\dfrac{1}{4\eta}\dfrac{\Delta p}{\Delta x}R_2^2 + A\,lnR_1 + B = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \dfrac{1}{4\eta}\dfrac{\Delta p}{\Delta x}\dfrac{R_2^2 - R_1^2}{ln\dfrac{R_2}{R_1}} \\ B = \dfrac{1}{4\eta}\dfrac{\Delta p}{\Delta x}\left(R_2^2 - \dfrac{R_2^2 - R_1^2}{ln\dfrac{R_2}{R_1}}lnR_2\right) \end{cases}$

Do đó, ta có : $q = \dfrac{\pi}{8\eta}\dfrac{\Delta p}{\Delta x}(R_2^2 - R_1^2)\left(R_2^2 + R_1^2 - \dfrac{R_2^2 - R_1^2}{ln\dfrac{R_2}{R_1}}\right)$

2. Cho dòng chất lỏng chảy qua ống có nối với một lưu lượng kế, dùng áp kế chữ U đựng nước để đo độ chênh lệch áp suất Δp ở lối vào và lối ra của ống.

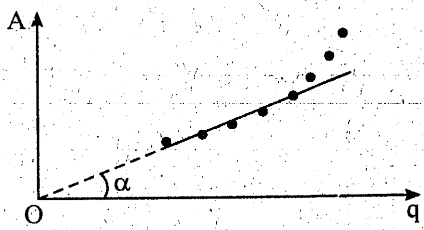
$$\Delta p = \rho_n gh$$

Dùng thước đo h, R_1, R_2, Δx. Đọc giá trị của q trên lưu lượng kế.

Từ kết quả của ý 1. Gọi $A = \dfrac{\pi\Delta p}{8\,\Delta x}(R_2^2 - R_1^2)\left(R_2^2 + R_1^2 - \dfrac{R_2^2 - R_1^2}{ln\dfrac{R_2}{R_1}}\right)$ ta có : $A = \eta q$.

Ta có bảng số liệu sau :

Lần đo	1	2	3	...	n
h	h_1	h_2	h_3	...	h_n
Δp	Δp_1	Δp_2	Δp_3	...	Δp_n
A	A_1	A_2	A_3	...	A_n
q	q_1	q_2	q_3	...	q_n



Hình 8.3G

Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của A theo q (Hình 18.3G).

Dùng thước đo $\tan\alpha$, hệ số nhớt của chất lỏng cần đo chính là : $\eta = \tan\alpha$

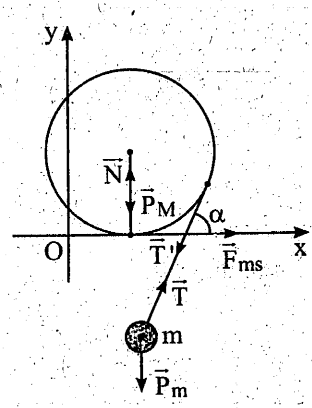
(9) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2015, ngày thi thứ nhất

9.1

1. Áp dụng định luật II Niu-tơn cho M trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất và cho m trong hệ quy chiếu gắn với M, ta được (Hình 9.1G) :

$$\begin{cases} F_{ms} - T\cos\alpha = Ma_M \\ N - Mg - T\sin\alpha = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T\cos\alpha - ma_M = ma'_x \\ T\sin\alpha - mg = ma'_y = ma_y \end{cases}$$



Hình 9.1G

Khi trụ lăn không trượt, ta lại có :

$$TR - F_{ms}R = I\gamma = \frac{MR^2}{2}\frac{a_M}{R} \Rightarrow T - F_{ms} = \frac{Ma_M}{2}$$

Từ đó, ta có :

$$\begin{cases} F_{ms} - T\cos\alpha = Ma_M = 2T - 2F_{ms} \\ N = Mg + T\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \dfrac{3}{2+\cos\alpha}F_{ms} \\ N = Mg + T\sin\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_M = \dfrac{2(T - F_{ms})}{M} = 2\dfrac{1-\cos\alpha}{2+\cos\alpha}\dfrac{F_{ms}}{M} \\ N = Mg + \dfrac{3\sin\alpha}{2+\cos\alpha}F_{ms} \end{cases}$$

Vì dây không dãn và ban đầu vận tốc của m và M đều bằng 0, nên :

$$-a'_x\cos\alpha - a'_y\sin\alpha = \gamma R = a_M \Rightarrow \left(a_M - \frac{T\cos\alpha}{m}\right)\cos\alpha + \left(g - \frac{T\sin\alpha}{m}\right)\sin\alpha = a_M$$

$$\Rightarrow \frac{T}{m} + (1-\cos\alpha)a_M = g\sin\alpha \Rightarrow F_{ms} = \frac{(2+\cos\alpha)mg\sin\alpha}{3 + 2(1-\cos\alpha)^2\dfrac{m}{M}} \qquad (1)$$

Mặt khác, vì trụ lăn không trượt nên :

$$F_{ms} \le \mu N \Rightarrow \frac{F_{ms}}{\mu} \le N = Mg + \frac{3\sin\alpha}{2+\cos\alpha}F_{ms} \Rightarrow \left(\frac{1}{\mu} - \frac{3\sin\alpha}{2+\cos\alpha}\right)F_{ms} \le Mg \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có :

$$\left(\frac{1}{\mu} - \frac{3\sin\alpha}{2+\cos\alpha}\right)\frac{(2+\cos\alpha)\dfrac{m}{M}\sin\alpha}{3+2(1-\cos\alpha)^2\dfrac{m}{M}} \le 1 \Rightarrow \frac{1}{\mu} \le \frac{3+2(1-\cos\alpha)^2\dfrac{m}{M}}{(2+\cos\alpha)\dfrac{m}{M}\sin\alpha} + \frac{3\sin\alpha}{2+\cos\alpha}$$

$$\text{hay } \mu \ge \frac{(2+\cos\alpha)\dfrac{m}{M}\sin\alpha}{3+(5-4\cos\alpha-\cos^2\alpha)\dfrac{m}{M}} = \frac{(2+\cos\alpha)\sin\alpha}{6-4\cos\alpha-\cos^2\alpha}$$

Vậy để trụ lăn không trượt ngay sau khi thả hệ ta cần có $\mu \ge \dfrac{(2+\cos\alpha)\sin\alpha}{6-4\cos\alpha-\cos^2\alpha}$

Khi đó gia tốc của trục hình trụ : $a_M = 2\dfrac{1-\cos\alpha}{2+\cos\alpha}\dfrac{F_{ms}}{M} = 2\dfrac{(1-\cos\alpha)\dfrac{m}{M}g\sin\alpha}{3+2(1-\cos\alpha)^2\dfrac{m}{M}}$

hay $a_M = 2\dfrac{(1-\cos\alpha)\sin\alpha}{3-4\cos\alpha+2\cos^2\alpha}g$

2. Dây treo hợp với phương nằm ngang góc α_0 không đổi nếu :

$$\frac{a'_y}{a'_x} = \tan\alpha_0 = \frac{T\sin\alpha_0 - mg}{T\cos\alpha_0 - ma_M}$$

$$\text{Mà : } T = \frac{3}{2+\cos\alpha_0}F_{ms} = \frac{3mg\sin\alpha_0}{3+2(1-\cos\alpha_0)^2\dfrac{m}{M}}$$

$$\tan\alpha_0 = \frac{\dfrac{3mg\sin\alpha_0}{3+2(1-\cos\alpha_0)^2\dfrac{m}{M}}\sin\alpha_0 - mg}{\dfrac{3mg\sin\alpha_0}{3+2(1-\cos\alpha_0)^2\dfrac{m}{M}}\cos\alpha_0 - 2\dfrac{(1-\cos\alpha_0)\sin\alpha_0}{3-4\cos\alpha_0+2\cos^2\alpha_0}mg}$$

$$\Rightarrow \cos^2\alpha_0 - \frac{5}{2}\cos\alpha_0 + 1 = 0 \Rightarrow \cos\alpha_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_0 = \frac{\pi}{3} = 60^o$$

Khi đó : $\mu \geq \dfrac{(2+\cos\alpha_0)\sin\alpha_0}{6-4\cos\alpha_0-\cos^2\alpha_0} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

3. Tại thời điểm t = 0, trụ và vật nặng đều có vận tốc bằng 0 nên gia tốc góc của dây là :

$$\gamma_d = \frac{mgl\cos\alpha - ma_M l\sin\alpha}{ml^2} = \left(\cos\alpha - 2\frac{(1-\cos\alpha)\sin\alpha}{3-4\cos\alpha+2\cos^2\alpha}\sin\alpha\right)\frac{g}{l}$$

$$\Rightarrow \gamma_d = \frac{(2-\cos\alpha)\left(\cos\alpha - \dfrac{1}{2}\right)}{1+2(1-\cos\alpha)^2}\frac{g}{l} \Rightarrow \gamma_d > 0 \Leftrightarrow \cos\alpha > \frac{1}{2} = \cos\alpha_0 \Leftrightarrow \alpha < \alpha_0 = \frac{\pi}{3} = 60^o$$

Do đó nếu $\alpha < \alpha_0$ thì dây quay ngược chiều kim đồng hồ (chiều làm tăng α) còn nếu $\alpha > \alpha_0$ thì dây quay cùng chiều kim đồng hồ (chiều làm giảm α). Như vậy ban đầu dây có xu hướng tiến về vị trí hợp với phương nằm ngang góc $\alpha = \alpha_0 = \dfrac{\pi}{3} = 60^o$.

9.2.

1. Ta có : $q = \lambda_1 n_1 W_1 + \lambda_2 n_2 W_2 \Rightarrow q = N_A\rho\, ln2\left(\dfrac{c_1W_1}{\mu_1\tau_1} + \dfrac{c_2W_2}{\mu_2\tau_2}\right) \approx 3{,}40.10^{-8}\,W/m^3$

2. Ta lại có : $\mathscr{P} = qV = \dfrac{4\pi R^3}{3}q = 4\pi R^2\sigma T^4 \Rightarrow T = \left(\dfrac{qR}{3\sigma}\right)^{1/4} \approx 33{,}9\,K$

3. Ta có : $\dfrac{\delta Q}{dSdt} = \dfrac{4\pi r^3}{3}\dfrac{q}{4\pi r^2} = -k\dfrac{dT}{dr} \Rightarrow dT = -\dfrac{q}{3k}rdr$

Ở phần lõi : $\displaystyle\int_{T_C}^{T_r} dT = -\frac{q}{3k_m}\int_0^r rdr \Rightarrow T_r = T_C - \frac{qr^2}{6k_m}$

Nhiệt độ tại lớp tiếp giáp : $T_1 = T_C - \dfrac{qR_1^2}{6k_m}$

Ở phần vỏ : $\displaystyle\int_{T_1}^{T_r} dT = -\frac{q}{3k_s}\int_{R_1}^{r} rdr \Rightarrow T_r = T_1 - \frac{q(r^2 - R_1^2)}{6k_s} = T_C - \frac{q}{6k_m} - \frac{q(r^2 - R_1^2)}{6k_s}$

$$\text{Vậy : } T_r = \begin{cases} T_C - \dfrac{qR_1^2}{6k_m} - \dfrac{q(r^2 - R_1^2)}{6k_s}, r > R_1 \\ T_C - \dfrac{qr^2}{6k_m}, r \le R_1 \end{cases}$$

4. Ta có : $T = T_C - \dfrac{q}{6k_m} - \dfrac{q(R^2 - R_1^2)}{6k_s} = T_m - \dfrac{q(R^2 - R_1^2)}{6k_s}$

$$R_1^2 = R^2 - \frac{6k_s}{q}(T_m - T) = R^2 - \frac{6k_s}{q}\left(T_m - \left(\frac{qR}{3\sigma}\right)^{1/4}\right)$$

Từ đó ta có độ dày của lớp vỏ cứng :

$$d = R - R_1 = R\left(1 - \sqrt{1 - \frac{6k_s}{qR^2}\left(T_m - \left(\frac{qR}{3\sigma}\right)^{1/4}\right)}\right) \approx 59\text{ km}$$

$$T_C = T_m + \frac{qR_1^2}{6k_m} = T_m\left(1 - \frac{k_s}{k_m}\right) + \frac{k_s}{k_m}\left(\frac{qR}{3\sigma}\right)^{1/4} + \frac{qR^2}{6k_m} \approx 7{,}50.10^3\text{K}$$

9.3.

1. Xét thông lượng điện trường qua bề mặt của một khối hộp chữ nhật được giới hạn bởi sáu mặt :

$$x = x_0, x = x_0 + dx \,;\, y = y_0, y = y_0 + dy \,;\, z = z_0, z = z_0 + dz$$

$$d\Phi = \frac{\rho dxdydz}{\varepsilon_0} = (\alpha dx)dydz + (\alpha dy)dzdx + (\beta dz)dxdy = (2\alpha + \beta)dxdydz$$

Do đó mật độ điện tích tại điểm có toạ độ (x_0, y_0, z_0) bất kì là :

$$\rho = (2\alpha + \beta)\varepsilon_0 = 0 \Rightarrow \beta = -2\alpha$$

2. Vì $\beta = -2\alpha$, ta có : $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = q(\alpha r\vec{n}_r - 2\alpha z\vec{k} + (\dot{r}\vec{n}_r + r\dot{\varphi}\vec{n}_\varphi + \dot{z}\vec{k}) \times B\vec{k})$

$$\Rightarrow m\left((\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\vec{n}_r + \frac{1}{r}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi}) + \ddot{z}\vec{k}\right) = q\left((\alpha + B\dot{\varphi})r\vec{n}_r - B\dot{r}\vec{n}_\varphi - 2\alpha z\vec{k}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = \left(\frac{q\alpha}{m} + \frac{qB}{m}\dot{\varphi}\right)r \\ \frac{d}{dt}(mr^2\dot{\varphi}) = -qBr\dot{r} \\ \ddot{z} = -\frac{2q\alpha}{m}z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\ddot{r}}{r} = \frac{\omega_a^2}{2} + \omega_c\dot{\varphi} + \dot{\varphi}^2 \\ \frac{d}{dt}\left(r^2\left(\dot{\varphi} + \frac{\omega_c}{2}\right)\right) = 0 \\ \ddot{z} + \omega_a^2 z = 0 \end{cases}$$

Từ đó ta có : $z = A\cos(\omega_a t + \varphi)$ với A và φ là các hằng số và được xác định từ điều kiện ban đầu.

3. Từ kết quả của ý 2 ta thấy hiển nhiên z hữu hạn.

Ta lại có :

$$\begin{cases} \frac{\ddot{r}}{r} = \frac{\omega_a^2}{2} + \omega_c\dot{\varphi} + \dot{\varphi}^2 = \frac{2\omega_a^2 - \omega_c^2}{4} + \left(\dot{\varphi} + \frac{\omega_c}{2}\right)^2 \\ \frac{d}{dt}\left(r^2\left(\dot{\varphi} + \frac{\omega_c}{2}\right)\right) = 0 \Rightarrow \dot{\varphi} + \frac{\omega_c}{2} = \frac{C}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\ddot{r}}{r} = \frac{2\omega_a^2 - \omega_c^2}{4} + \frac{C^2}{r^4}$$

Khi r đạt cực đại, $\dot{r} = 0$, và $\ddot{r} < 0$, do đó :

$$\frac{2\omega_a^2 - \omega_c^2}{4} + \frac{C^2}{r^4} < 0 \Rightarrow 2\omega_a^2 - \omega_c^2 < 0 \Rightarrow \frac{4q\alpha}{m} - \frac{q^2B^2}{m^2} < 0 \Rightarrow \alpha < \frac{qB^2}{4m}$$

4. Ta có :

$$m(\ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}) = \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = q(\alpha x\vec{i} + \alpha y\vec{j} - 2\alpha z\vec{k} + (\dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{i} + \dot{z}\vec{k}) \times B\vec{k})$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{\alpha q}{m}x + \frac{qB}{m}\dot{y} \\ \ddot{y} = \frac{\alpha q}{m}y - \frac{qB}{m}\dot{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = \frac{\omega_a^2}{2}x + \omega_c\dot{y} \\ \ddot{y} = \frac{\omega_a^2}{2}y - \omega_c\dot{x} \end{cases} \Rightarrow \ddot{x} + i\ddot{y} = -i\omega_c(\dot{x} + i\dot{y}) + \frac{\omega_a^2}{2}(x + iy)$$

Đặt $u = x + iy = Ae^{\lambda t}$

$$\Rightarrow \ddot{u} + i\omega_c\dot{u} - \frac{\omega_a^2}{2}u = \left(\lambda^2 - i\omega_c\lambda - \frac{\omega_a^2}{2}\right)Ae^{\lambda t} = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{i}{2}\left(\omega_c \pm \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_a^2}\right)$$

Từ đó ta có :

$$x + iy = A_1 e^{-\frac{i}{2}\left(\omega_c + \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_a^2}\right)t} + A_2 e^{-\frac{i}{2}\left(\omega_c - \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_a^2}\right)t} = A_1 e^{-i\omega_1 t} + A_2 e^{-i\omega_2 t}$$

với $\omega_1 = \frac{\omega_c + \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_a^2}}{2}$, $\omega_2 = \frac{\omega_c - \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_a^2}}{2}$

a) Từ điều kiện ban đầu ta có : $\begin{cases} A_1 + A_2 = R \\ -i(\omega_1 A_1 + \omega_2 A_2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = -\dfrac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R \\ A_2 = \dfrac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R \end{cases}$

$$\Rightarrow x + iy = \left(-\frac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R\cos(\omega_1 t) + \frac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R\cos(\omega_2 t)\right)$$
$$+ i\left(\frac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R\sin(\omega_1 t) - \frac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R\sin(\omega_2 t)\right)$$

Do x(t), y(t) thuần thực nên : $\begin{cases} x(t) = -\dfrac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R\cos(\omega_1 t) + \dfrac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R\cos(\omega_2 t) \\ y(t) = \dfrac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R\sin(\omega_1 t) - \dfrac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R\sin(\omega_2 t) \end{cases}$

b) Ta có :

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$

$= \dfrac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R(\vec{i}\cos(-\omega_1 t + \pi) + \vec{j}\sin(-\omega_1 t + \pi)) + \dfrac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}(\vec{i}\cos(-\omega_2 t) + \vec{j}\sin(-\omega_2 t))$

hay : $\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$ với $\vec{r}_1$ là vectơ có độ dài $\dfrac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R$, ban đầu ngược chiều với Ox và quay cùng chiều kim đồng hồ với vận tốc góc $\omega_1 = \dfrac{\omega_c + \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_a^2}}{2}$, còn $\vec{r}_2$ là vectơ có độ dài $\dfrac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R$, ban đầu cùng chiều với Ox và quay cùng chiều kim đồng hồ với vận tốc góc $\omega_2 = \dfrac{\omega_c - \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_a^2}}{2}$.

Trong hệ quy chiếu O' có $\vec{r}_{O'} = \vec{r}_1$, thì toạ độ của hạt là $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{r}_{O'} = \vec{r}_2$. Như vậy trong hệ quy chiếu O' quay quanh O trên đường tròn bán kính $\dfrac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R$ với vận tốc góc ω_1 theo chiều kim đồng hồ thì hạt chuyển động tròn đều với vận tốc góc ω_2 theo chiều kim đồng hồ và với quỹ đạo của hạt là đường tròn bán kính $\dfrac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R$. Tương tự hệ quy chiếu O" quay quanh O trên đường tròn bán kính $\dfrac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R$ và với vận tốc góc ω_2 theo chiều kim đồng hồ thì hạt chuyển động tròn đều với vận tốc góc ω_1 theo chiều kim đồng hồ và với quỹ đạo của hạt là đường tròn bán kính $\dfrac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R$.

c) Ta có :

$$R^2 \le r^2 = x^2 + y^2 = \frac{R^2}{(\omega_1 - \omega_2)}(\omega_1^2 + \omega_2^2 - 2\omega_1\omega_2\cos((\omega_1 - \omega_2)t) \le \frac{(\omega_1 + \omega_2)^2}{(\omega_1 - \omega_2)^2}R^2$$

Vậy quỹ đạo của hạt là đường cong hình cánh hoa nằm ở giữa hai đường tròn tâm O bán kính R và $\dfrac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R$.

9.4.

1. Gọi bề rộng của khe đầu tiên là b, bề rộng của khe thứ n sẽ là $b_n = \dfrac{b}{k^{n-1}}$.

Do đó ta có li độ dao động sáng của sóng ánh sáng qua cách tử là :

$$E = \sum_{n=1}^{3N+1}\left(\int_{(n-1)d-\frac{b_n}{2}}^{(n-1)d+\frac{b_n}{2}} e_0 e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi x\sin\theta}{\lambda}\right)}dx\right)$$

$$= \frac{e_0 e^{i\omega t}}{\dfrac{2\pi\sin\theta}{\lambda}}\sum_{n=1}^{3N+1} e^{-i\left(\frac{2\pi(n-1)d\sin\theta}{\lambda}\right)}\frac{e^{i\left(\frac{\pi b_n\sin\theta}{\lambda}\right)} - e^{-i\left(\frac{\pi b_n\sin\theta}{\lambda}\right)}}{2i}$$

e_0 là biên độ dao động sáng cho một đơn vị độ rộng của khe.

$$\Rightarrow E = e_0 e^{i\omega t}\sum_{n=1}^{3N+1} b_n e^{-i\left(\frac{2\pi n d\sin\theta}{2}\right)}\frac{\sin\left(\dfrac{\pi b_n\sin\theta}{\lambda}\right)}{\dfrac{b_n\pi\sin\theta}{\lambda}}$$

$$\approx e_0\frac{\sin\left(\dfrac{\pi b\sin\theta}{\lambda}\right)}{\dfrac{b\pi\sin\theta}{\lambda}}e^{i\omega t}\sum_{n=1}^{3N+1}\frac{b}{k^{n-1}}e^{-i\frac{2\pi(n-1)d\sin\theta}{\lambda}}$$

$$\Rightarrow E \approx be_0\frac{1 - \dfrac{1}{k^{3N+1}}e^{-i\frac{2\pi(3N+1)d\sin\theta}{\lambda}}}{1 - \dfrac{1}{k}e^{-i\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}}}e^{i\omega t}$$

Do đó, ta có sự phụ thuộc của cường độ sáng vào góc nhiễu xạ θ :

$$I = E^*E = I_0 \frac{1 + \frac{1}{k^{6N+2}} - \frac{2}{k^{3N+1}}\cos\frac{2\pi(3N+1)d\sin\theta}{\lambda}}{1 + \frac{1}{k^2} - \frac{2}{k}\cos\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}}$$

Khi $N \gg 1$

$$I = E^*E \approx I_0 \frac{1}{1 + \frac{1}{k^2} - \frac{2}{k}\cos\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}}$$

2. Đóng góp của các khe thứ 3, 6, 9,..., 3N :

$$E = \sum_{n=1}^{N}\left(\int_{(3n-1)d-\frac{b_{3n}}{2}}^{(3n-1)d+\frac{b_{3n}}{2}} e_0 e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi x\sin\theta}{\lambda}\right)}dx\right)$$

$$= \frac{e_0 e^{i\omega t}}{\frac{2\pi\sin\theta}{\lambda}} \sum_{n=1}^{3N+1} e^{-i\frac{2\pi(3n-1)d\sin\theta}{\lambda}} \frac{e^{i\left(\frac{\pi b_{3n}\sin\theta}{\lambda}\right)} - e^{-i\left(\frac{\pi b_{3n}\sin\theta}{\lambda}\right)}}{2i}$$

$$\Rightarrow E' = e_0 e^{i\omega t}\sum_{n=1}^{N} b_{3n} e^{-i\left(\frac{2\pi n d\sin\theta}{\lambda}\right)} \frac{\sin\left(\frac{\pi b_{3n}\sin\theta}{\lambda}\right)}{\frac{b_{3n}\pi\sin\theta}{\lambda}}$$

$$\approx e_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b_3\sin\theta}{\lambda}\right)}{\frac{b_3\pi\sin\theta}{\lambda}} e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{3N+1} \frac{b_3}{k^{3n-1}} e^{-i\frac{2\pi(3n-1)d\sin\theta}{\lambda}}$$

$$\Rightarrow E' = \frac{1}{k^2} b e_0 \frac{1 - \frac{1}{k^{3N}} e^{-i\frac{2\pi(3N)d\sin\theta}{\lambda}}}{1 - \frac{1}{k^3} e^{-i\frac{6\pi d\sin\theta}{\lambda}}} e^{i\omega t}$$

Do đó, ta có phương trình dao động sáng trên màn :

$$E'' = E - E' = b e_0 \left(\frac{1 - \frac{1}{k^{3N+1}} e^{-i\frac{2\pi(3N+1)d\sin\theta}{\lambda}}}{1 - \frac{1}{k} e^{-i\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}}} - \frac{1 - \frac{1}{k^{3N}} e^{-i\frac{2\pi(3N)d\sin\theta}{\lambda}}}{k^2 - \frac{1}{k} e^{-i\frac{6\pi d\sin\theta}{\lambda}}} \right) e^{i\omega t}$$

$\Rightarrow$ Cường độ sáng mới : $I'' = I_0 \left| \dfrac{1 - \dfrac{1}{k^{3N+1}} e^{-i\frac{2\pi(3N+1)d\sin\theta}{\lambda}}}{1 - \dfrac{1}{k} e^{-i\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}}} - \dfrac{1 - \dfrac{1}{k^{3N}} e^{-i\frac{2\pi(3N)d\sin\theta}{\lambda}}}{k^2 - \dfrac{1}{k} e^{-i\frac{6\pi d\sin\theta}{\lambda}}} \right|^2$

Suy ra, khi $N \gg 1$: $I'' \approx I_0 \left| \dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{k} e^{-i\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}}} - \dfrac{1}{k^2 - \dfrac{1}{k} e^{-i\frac{6\pi d\sin\theta}{\lambda}}} \right|^2$

Trong lời giải này ta đã sử dụng một gần đúng :

$\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi b_n \sin\theta}{\lambda}\right)}{\dfrac{b_n \pi \sin\theta}{\lambda}} \approx \dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi b \sin\theta}{\lambda}\right)}{\dfrac{b\pi\sin\theta}{\lambda}} \approx 1$, điều này chỉ chính xác khi $\dfrac{\pi b\sin\theta}{\lambda} \ll 1$.

9.5.

1. Ta có :

$$\begin{cases} dx = \dfrac{dx' + vdt'}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \gamma_0 (dx' + vdt') \\ dy = dy' \\ dt = \dfrac{dt' + \dfrac{vdx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \gamma_0\left(dt' + \dfrac{vdx'}{c^2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_x = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{dx' + vdt'}{dt' + \dfrac{vdx'}{c^2}} = \dfrac{\dfrac{dx'}{dt'} + v}{1 + \dfrac{\dfrac{vdx'}{dt'}}{c^2}} \\ u_y = \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{dy'}{\gamma_0\left(dt' + \dfrac{vdx'}{c^2}\right)} = \dfrac{\dfrac{dy'}{dt'}}{\gamma_0\left(1 + \dfrac{\dfrac{vdx'}{dt'}}{c^2}\right)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_x = \dfrac{u'_x + v}{1 + \dfrac{vu'_x}{c^2}} \\ u_y = \dfrac{u'_y}{\gamma_0\left(1 + \dfrac{vu'_x}{c^2}\right)} = \dfrac{u'_y\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}{1 + \dfrac{vu'_x}{c^2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1-\frac{u^2}{c^2}=\frac{\left(1+\frac{vu'_x}{c^2}\right)^2-\left(\frac{u'_x}{c}+\frac{v}{c}\right)^2-\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\frac{u'^2_y}{c^2}}{\left(1+\frac{vu'_x}{c^2}\right)^2}=\frac{\left(1-\frac{u'^2}{c^2}\right)\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1+\frac{vu'_x}{c^2}\right)^2}$$

Gọi khối lượng nghỉ của hạt là m_0, ta có :

$$\begin{cases} p_x=\dfrac{m_0u_x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\dfrac{m_0\left(1+\frac{vu'_x}{c^2}\right)u_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}=\dfrac{\dfrac{m_0u'_x}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}+\dfrac{v}{c^2}\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ p_y=\dfrac{m_0u_y}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\dfrac{m_0u'_y}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}} \\ E=\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\dfrac{m_0c^2\left(1+\frac{vu'_x}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}=\dfrac{\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}+v\dfrac{m_0u'_x}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} p_x=\dfrac{p'_x+\frac{vE'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ p_y=p'_y \\ E=\dfrac{E'+vp'_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{cases}$$

2. Ta có : $\cos\theta'=\dfrac{u'_x}{c}=\dfrac{\frac{u_x}{c}-\frac{v}{c}}{1-\frac{u_xv}{c^2}}=\dfrac{\cos\theta-\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}\cos\theta}$

a) Ta phải có : $dP'(\theta')=\frac{1}{2}\sin\theta'd\theta'=dP(\theta)=f(\theta)2\pi\sin\theta d\theta$

$$\Rightarrow f(\theta)=\frac{1}{4\pi}\frac{\sin\theta'}{\sin\theta}\left|\frac{d\theta'}{d\theta}\right|=\frac{1}{4\pi}\left|\frac{d(\cos\theta')}{d(\cos\theta)}\right|$$

$$\Rightarrow f(\theta)=\frac{1}{4\pi}\frac{1-\frac{v^2}{c^2}}{\left(1-\frac{v}{c}\cos\theta\right)^2}$$

b) Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$\begin{cases} \varepsilon' = \dfrac{Mc^2}{2} \\ p'_x = p\cos\theta = \dfrac{\varepsilon'}{c}\cos\theta = \dfrac{Mc}{2}\cos\theta \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\varepsilon' + vp'_x}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{1+\dfrac{v}{c}\cos\theta}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}\frac{Mc^2}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d\varepsilon = -\dfrac{Mvc}{2\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}\sin\theta d\theta \\ \dfrac{v}{c}\cos\theta = \dfrac{2\varepsilon}{Mc^2}\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}} - 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có : } dP(\theta) = \frac{1}{4\pi}\frac{1-\dfrac{v^2}{c^2}}{\left(1-\dfrac{v}{c}\cos\theta\right)^2}2\pi\sin\theta d\theta = dP(\varepsilon) = g(\varepsilon)d\varepsilon$$

$$\Rightarrow g(\varepsilon) = \frac{1}{4\pi}\frac{1-\dfrac{v^2}{c^2}}{\left(1-\dfrac{v}{c}\cos\theta\right)^2}2\pi\sin\theta\left|\frac{d\theta}{d\varepsilon}\right| = \frac{1}{4Mvc}\frac{\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}{\left(1-\dfrac{\varepsilon}{Mc^2}\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}\right)^2}$$

9.6.

Giả sử rằng, khi chế độ cân bằng được thiết lập, điện tích của quả cầu bên trong là $-Q$, khi đó hiệu điện thế giữa vỏ cầu và quả cầu là :

$$U = V_{r_2} - V_{r_1} = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_2} - \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1}\frac{1}{r_1} = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2r_1} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_1} = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 r_1} = IR$$

Xét một hạt α thoát ra khỏi quả cầu với vận tốc ban đầu hợp với phương bán kính một góc θ. Khi đó vận tốc ban đầu của hạt :

$$\begin{cases} v_{r0} = \sqrt{\dfrac{2E}{m}}\cos\theta \\ v_{\varphi 0} = \sqrt{\dfrac{2E}{m}}\sin\theta \end{cases}$$

Vì lực tác dụng lên các hạt α có phương xuyên tâm nên $rv_\varphi = \text{const} \Rightarrow$ khi chạm vỏ cầu :

$$v_\varphi = \frac{r_1 v_{\varphi 0}}{r_2} = \sqrt{\frac{E}{2m}}\sin\theta$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$v_r^2 = \frac{2(E - qU)}{m} - v_\varphi^2 = \frac{2\left(E\left(1 - \frac{\sin^2\theta}{4}\right) - \frac{eQ}{4\pi\varepsilon_0 r_1}\right)}{m}$$

Để hạt đến được vỏ ta cần có : $v_r^2 \geq 0$

$$\Rightarrow 1 - \frac{\sin^2\theta}{4} - \frac{eQ}{4\pi\varepsilon_0 r_1 E} = 1 - \frac{\sin^2\theta}{4} - \frac{2eIR}{E} \geq 0 \Rightarrow \sin^2\theta \leq 4\left(1 - \frac{2eIR}{E}\right) \qquad (1)$$

Số lượng các hạt α đến được vỏ cầu trong một đơn vị thời gian :

$$N = nN_A \frac{\ln 2}{T} \frac{1 - \cos\theta_0}{2}$$

với θ_0 là giá trị cực đại của θ trong khoảng từ 0 đến $\frac{\pi}{2}$ còn thoả mãn (1). Khi hệ đạt đến trạng thái ổn định Q = const nên :

$$\frac{U}{R} = I = qN = 2eN = 2evN_A \frac{\ln 2}{T} \frac{1 - \cos\theta_{max}}{2} \leq evN_A \frac{\ln 2}{T}$$

1. Khi $R = R_1$: $\dfrac{2eIR_1}{E} \leq \dfrac{e}{E} R_1 2enN_A \dfrac{\ln 2}{T} \approx 9{,}48.10^{-6} \ll 1$

$$\Rightarrow \text{(1) đúng với mọi } \theta \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow I = qN = 2enN_A \frac{\ln 2}{T} \frac{1 - \cos\theta_0}{2} = enN_A \frac{\ln 2}{T} \approx 47{,}4\ \mu A$$

2. Để $I' = \dfrac{I}{2}$ thì $\theta_0 < \dfrac{\pi}{2}$ và $I = qN = 2enN_A \dfrac{\ln 2}{T} \dfrac{1 - \cos\theta_0'}{2} = \dfrac{1}{2} enN_A \dfrac{\ln 2}{T}$

$$\Rightarrow \cos\theta_0' = \sqrt{1 - \sin^2\theta_0'} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\theta_0' = 4\left(1 - \frac{2eI'R}{E}\right) = 4\left(1 - \frac{eIR}{E}\right) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{eIR}{E} = \frac{13}{16}$$

$$\Rightarrow R = \frac{13}{16}\frac{E}{eI} = \frac{13}{16}\frac{ET}{e^2 nN_A \ln 2} \approx 1{,}05.10^{11}\ \Omega = 105\ G\Omega$$

⑩ Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2015, ngày thi thứ hai

10.1.

1. Ta có : $dm = \rho 4\pi r^2 dr = \rho_0 \pi r^2 v dt \Rightarrow v = \frac{4\rho}{\rho_0}\frac{dr}{dt}$

   Mặt khác : $m\frac{dv}{dt} = mg - v\frac{dm}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g - v\frac{dm}{mdt}$

   $$\Rightarrow \frac{4\rho}{\rho_0}\frac{d^2r}{dt^2} = g - \frac{4\rho}{\rho_0}\frac{dr}{dt}\frac{\rho 4\pi r^2 dr}{\rho\frac{4\pi r^3}{3}dt} = g - \frac{12\rho}{\rho_0}\frac{1}{r}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2$$

   $$\Rightarrow \frac{d^2r}{dt^2} + 3\frac{1}{r}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{1}{4}\frac{\rho_0}{\rho}g = 0$$

2. Theo giả thiết : $\gamma(\gamma-1)A\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\alpha} g^{\beta}t^{\gamma-2} + 3\gamma^2 A\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\alpha} g^{\beta}t^{\gamma-2} - \frac{1}{4}\frac{\rho_0}{\rho}g = 0$

   $$\Rightarrow (4\gamma^2-\gamma)A\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\alpha} g^{\beta}t^{\gamma-2} - \frac{1}{4}\frac{\rho_0}{\rho}g = 0 \Rightarrow \begin{cases}\gamma - 2 = 0\\ \alpha = \beta = 1\\ (4\gamma^2-\gamma)A = \frac{1}{4}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\gamma = 2\\ \alpha = \beta = 1\\ A = \frac{1}{56}\end{cases}$$

3. Ta có : $v = 4\frac{\rho}{\rho_0}\frac{dr}{dt} = 4\frac{\rho}{\rho_0}\gamma A\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\alpha} g^{\beta}t^{\gamma-1} = \frac{1}{7}gt$

   $\Rightarrow$ Gia tốc của giọt nước mưa khi nó chuyển động trong đám mây : $a = \frac{dv}{dt} = \frac{g}{7}$

4. Ta có : $h = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{14}gt^2 = 4\frac{\rho}{\rho_0}r \Rightarrow r = \frac{\rho_0}{4\rho}h$

   Do đó giọt nước mưa nói trên được hình thành từ một hình nón hơi nước có góc mở ở đỉnh là : $2\arctan\frac{\rho_0}{4\rho}$

   $$\Rightarrow \Delta W = \frac{1}{2}mv^2 - mg\frac{h}{4} = \frac{1}{2}m\left(2\frac{g}{7}h\right) - mg\frac{h}{4} = -\frac{3}{28}mgh = -\frac{3}{28}\rho\frac{4\pi}{3}\left(\frac{\rho_0}{4\rho}h\right)^3 gh$$

   $$\Rightarrow \Delta W = -\frac{3}{28}mgh = -\frac{\pi}{448}\frac{\rho_0^3}{\rho^2}gh^4$$

10.2.

1. Muốn xảy ra sự sôi thì áp suất hơi bão hoà phải bằng áp suất ở mặt thoáng của nước. Trong khi đó khí ở trong nắp bán cầu nơi tiếp xúc mặt thoáng của nước là hỗn hợp của hơi nước bão hoà và không khí, vì thế áp suất nơi đây là :

$$p = p_{bh} + p_{kk} > p_{bh}$$

$\Rightarrow$ Nước trong bình sẽ không thể sôi.

2. Cho một động cơ Các-nô hoạt động giữa hai đường đẳng nhiệt có nhiệt độ T và T + dT, khi đó hiệu suất của động cơ là :

$$\eta = \frac{dp(V_h - V_l)}{L} = \frac{dT}{T + dT} \approx \frac{dT}{T} = \frac{dp(V_h - V_l)}{L} \Rightarrow \frac{1}{T}\frac{dT}{dp} = \frac{V_h - V_l}{L} \approx \frac{V_h}{L}$$

3. a) Theo giả thiết : $\frac{1}{T}\frac{dT}{dp} = \frac{V_h}{\mu L} = \frac{RT}{\mu L p} \Leftrightarrow \frac{dT}{T^2} = \frac{R}{\mu L}\frac{dp}{p} \Rightarrow \int_{T_0}^{T}\frac{dT}{T^2} = \int_{p_0}^{p}\frac{R}{\mu L}\frac{dp}{p}$

Từ đó ta có : $p = p_0 e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)}$ (*)

Từ đó ta có áp suất hơi nước ở nhiệt độ T_1 : $p_1 = p_0 e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}$

Do đó, áp suất riêng phần của không khí bên trong nắp bán cầu ở nhiệt độ T_1 là :

$$p_{kk1} = p_0\left(1 - e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)$$

Vì thế áp suất trên mặt thoáng chất lỏng khi nắp bán cầu được làm mát :

$$p = \frac{T_0}{T_1}(p_0 - p_1) + p_0 = \left(1 + \frac{T_0}{T_1}\left(1 - e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)\right)p_0$$

Kết hợp với (*) ta có nhiệt độ sôi của nước trong bình được xác định bằng hệ thức :

$$\left(1 + \frac{T_0}{T_1}\left(1 - e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)\right)p_0 = p_0 e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)}$$

$$1 - \frac{T_0}{T} = \frac{RT_0}{\mu L} ln\left(1 + \frac{T_0}{T_1}\left(1 - e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)\right)$$

$$T = \frac{T_0}{1 - \frac{RT_0}{\mu L} ln\left(1 + \frac{T_0}{T_1}\right)\left(1 - e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)}$$

Do đó, nước trong bình sẽ sôi ở $T \approx 381$ K hay $t \approx 108^o$ C.

b) Khối lượng khí đập lên một đơn vị diện tích trong một đơn vị thời gian :

$$m = \pi r^2 \frac{N}{N_A}\mu = pr^2\sqrt{\frac{\pi\mu}{2RT}}$$

Do đó khối lượng hơi nước cực đại thoát ra khỏi chất lỏng trong một đơn vị thời gian (m_1) và khối lượng hơi nước đi từ hơi trong bán cầu về chất lỏng (m_2) lần lượt là :

$$m_1 = pr^2\sqrt{\frac{\pi\mu}{2RT}} = \left(1+\frac{T_0}{T_1}\right)p_0r^2\sqrt{\frac{\pi\mu}{2RT_0}\left(1-\frac{RT_0}{\mu L}ln\left(1+\frac{T_0}{T_1}\right)\right)} \approx 5{,}965 \text{ kg/s}$$

$$m_2 = p_0r^2\sqrt{\frac{\pi\mu}{2RT_0}} \approx 3{,}020 \text{ kg/s}$$

Từ đó, ta thấy để duy trì trạng thái sôi liên tục trong một đơn vị thời gian, ta cần làm lượng nước tổng cộng quay lại bình (m_1) tăng nhiệt độ từ T_0 lên T, chuyển hoá một khối lượng m_1 nước thành hơi và chỉ nhận được một năng lượng m_2L do hơi nước ngưng tụ trên bề mặt chất lỏng tạo ra. Do đó nhiệt lượng cực đại cấp cho bình trong một đơn vị thời gian là :

$$Q_{max} = (m_1 - m_2)L + m_1c(T - T_0) \approx 6{,}86 \text{ MW}$$

Chú ý :

- Không có gì cản trở một phần nước sôi quay trở lại bề mặt chất lỏng nên khối lượng nước hoá thành hơi trong một đơn vị thời gian có giá trị cực đại là m_1 còn một khi hơi nước đã va chạm với mặt nước thì hiển nhiên nó bị hấp thụ nên chắc chắn khối lượng hơi nước có nhiệt độ T_0 va chạm với bề mặt chất lỏng và bị hấp thụ trong một đơn vị thời gian là m_2, vì thế ta chỉ tính được nhiệt lượng cực đại cần truyền cho nước trong một đơn vị thời gian.
- Khi đạt đến trạng thái ổn định, nội năng tổng cộng của vật chất trong bình không đổi theo thời gian nên nhiệt lượng mà nó nhận vào bằng nhiệt lượng mà nó nhả cho hệ thống làm mát. Vì thế, nhiệt lượng cực đại mà bình truyền cho hệ thống làm mát trong một giây để trạng thái sôi của nước trong bình luôn được duy trì một cách ổn định là :

$$Q'_{max} = Q_{max} = (m_1 - m_2)L + m_1c(T - T_0) \approx 6{,}86 \text{ MW}$$

10.3.

1. Ta có : $dB - \frac{\mu_0}{2}\frac{a^2 dI}{(a^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{2}\frac{a^2 NIdz}{l(a^2+z^2)^{3/2}}$

Do đó : $B = \frac{\mu_0}{2}\frac{NI}{l}\int_{-a/\tan\beta_2}^{a/\tan\beta_1}\frac{\mu_0}{2}\frac{a^2 NIdz}{l(a^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{2}\frac{NI}{l}(\cos\beta_1 + \cos\beta_2)$

2. Ở xa ống dây ta có thể coi ống như một lưỡng cực từ có momen lưỡng cực :

$$p_m = NI\pi a^2 = \pi NIa^2$$

Ta lại có :

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}(mr^2\dot{\varphi}) = F_\varphi r = qBr\dot{\varphi} = -\frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^2}\dot{r} = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dt}\left(-q\frac{\mu_0 p_m}{4\pi}r\right) = d\left(q\frac{\mu_0 p_m}{4\pi r}\right)$$

Vì lực từ vuông góc với vận tốc nên tại $r = r_{min} \Rightarrow mr_{min}^2\frac{v}{r_{min}} - 0 = \frac{\mu_0 qp_m}{4\pi r_{min}} - 0$

Do đó để hạt không chạm vào ống dây ta có :

$$r_{min}^2 = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi mv} \geq a^2 \Leftrightarrow \frac{\mu_0 \pi qNIa^2}{4\pi mv} \geq a^2 \Leftrightarrow v \leq \frac{\mu_0 qNI}{4m} \text{ hay } v_{max} = \frac{\mu_0 qNI}{4m}$$

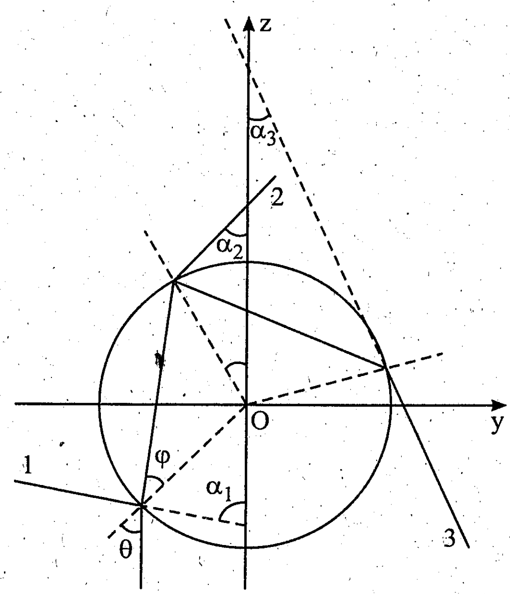
10.4.

1. Đường đi của tia sáng qua quả cầu có dạng như hình 10.1G.

Gọi công suất của tia tới là $\mathscr{P}$, khi đó công suất của các tia ló là :

$$\begin{cases} \mathscr{P}_1 = R\mathscr{P} \\ \mathscr{P}_2 = T^2\mathscr{P} \\ \mathscr{P}_3 = RT^2\mathscr{P} \\ \dots\dots\dots\dots \\ \mathscr{P}_n = R^{n-2}T^2\mathscr{P} \end{cases}$$

Tia ló thứ nhất lệch so với tia tới một góc $\pi - 2\theta$ theo chiều ngược với chiều kim đồng hồ, tia ló thứ hai lệch so với tia tới một góc $\delta = (2\theta - 2\varphi)$ theo chiều kim đồng hồ. Tia thứ $k \geq 3$ lệch so với tia thứ $k - 1$ một góc



Hình 10.1G

$\gamma = \pi - 2\varphi$ theo chiều kim đồng hồ. Do đó xung lượng mà quả cầu đã nhận trong một đơn vị thời gian :

$$F_{nz} = F_n = \frac{\mathscr{P}}{c},\ F_{ny} = 0$$

Xung lượng mà quả cầu đã nhường cho các tia ló trong một đơn vị thời gian :

$$\begin{cases} F'_z = \dfrac{1}{c}(\mathscr{P}_1\cos(\pi - 2\theta) + (\mathscr{P}_2\cos\delta + \mathscr{P}_3\cos(\delta+\gamma) + \ldots + \mathscr{P}_{n+2}\cos(\delta + ny) + \ldots)) \\ F'_y = \dfrac{1}{c}(-\mathscr{P}_1\sin(\pi - 2\theta) - (\mathscr{P}_2\sin\delta + \mathscr{P}_3\sin(\delta+\gamma) + \ldots + \mathscr{P}_{n+2}\sin(\delta + ny) + \ldots)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F'_z = \dfrac{\mathscr{P}}{c}(-R\cos2\theta + T^2(\cos\delta + R\cos(\delta + y) + \ldots + R^n\cos(\delta + ny) + \ldots)) = \dfrac{\mathscr{P}}{c}(-R\cos2\theta + T^2A) \\ F'_y = \dfrac{\mathscr{P}}{c}(-R\sin2\theta - T^2(\sin\delta + R\sin(\delta+\gamma) + \ldots + R^n\sin(\delta + ny) + \ldots)) = \dfrac{\mathscr{P}}{c}(R\sin2\theta - T^2B) \end{cases}$$

Vì $R < 1$ nên : $e^{-i\delta} + Re^{-i(\delta+\gamma)} + \ldots + R^n e^{-in(\delta+n\gamma)} + \ldots = \dfrac{e^{-i\delta}}{1 - Re^{-i\gamma}}$

$$= \frac{(\cos\delta - i\sin\delta)(1 - R\cos\gamma - iR\sin\gamma)}{1 - 2R\cos\gamma + R^2} = A - iB$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \dfrac{\cos\delta - R(\cos\delta\cos\gamma + \sin\delta\sin\gamma)}{1 - 2R\cos\gamma + R^2} = \dfrac{\cos(2\theta - 2\varphi) + R\cos2\theta}{1 + R^2 + 2R\cos2\varphi} \\ B = \dfrac{\sin\delta - R(\sin\delta\cos\gamma - \sin\delta\cos\gamma)}{1 - 2R\cos\gamma + R^2} = \dfrac{\sin(2\theta - 2\varphi) + R\sin2\theta}{1 + R^2 + 2R\cos2\varphi} \end{cases}$$

Từ đó ta có lực tác động tổng cộng lên quả cầu :

$$\begin{cases} F_z = F_{nz} - F'_z = \dfrac{\mathscr{P}}{c}\left(1 + R\cos2\theta - T^2\dfrac{\cos(2\theta - 2\varphi) + R\cos2\theta}{1 + R^2 + 2R\cos2\varphi}\right) \\ F_y = F_{ny} - F'_y = \dfrac{\mathscr{P}}{c}\left(R\sin2\theta - T^2\dfrac{\cos(2\theta - 2\varphi) + R\sin2\theta}{1 + R^2 + 2R\cos2\varphi}\right) \end{cases}$$

2. a) Gọi $\alpha = \dfrac{2}{w^2}$, ta có :

$$\langle r^2\rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} r^2 \frac{\mathscr{P}}{\pi w^2} e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2}\right)} dr}{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathscr{P}}{\pi w^2} e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2}\right)} dr} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} r^2 e^{-\alpha r^2} dr}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha r^2} dr} = \frac{-\frac{d}{d\alpha}\left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha r^2} dr\right)}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha r^2} dr} = \frac{-\frac{d}{d\alpha}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}}{\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}} = \frac{1}{2\alpha} = \frac{w^2}{4}$$

Do đó : $\sigma = \sqrt{\langle r^2 \rangle} = \dfrac{w}{2}$

b) Ta thấy : $\tan\theta_0 = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{w}{2|z|} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{w_0}{2}\sqrt{\dfrac{1}{z^2} + \dfrac{1}{z_0^2}} = \dfrac{w_0}{2z_0}$

Theo hệ thức bất định Hai-xen-béc ta lại có :

$$\Delta p.\Delta r \sim h \Rightarrow (p\tan\theta_0)w_0 = \frac{hw_0}{\lambda}\tan\theta_0 \sim h \Rightarrow \theta_0 \approx \tan\theta_0 \sim \frac{\lambda}{w_0}$$

3. Do tính đối xứng ta có $F = F_z$, theo kết quả ý 1 và giả thiết ta có :

$$dF_z = \frac{d\mathscr{P}}{c}\left(1 + R\cos 2\theta - T^2\frac{\cos(2\theta - 2\varphi) + R\cos 2\theta}{1 + R^2 + 2R\cos 2\varphi}\right)$$

$$= \frac{2}{c}\cos^2\theta d\mathscr{P} = \frac{2}{3}\cos^2\theta\frac{\mathscr{P}}{\dfrac{\pi w_0^2}{4}}2\pi r dr$$

Ta lại có : $r = a\sin\theta$

$$\Rightarrow dF_z = \frac{16\mathscr{P}a^2}{cw_0^2}(1 - \sin^2\theta)\sin\theta d\sin\theta \Rightarrow F = F_z = \frac{16\mathscr{P}a^2}{cw_0^2}\int_0^{\pi/2}(1 - \sin^2\theta)\sin\theta . d\sin\theta$$

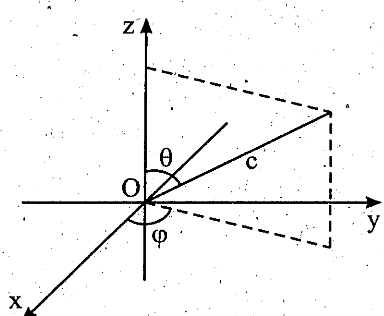
$$\Rightarrow F = F_z = \frac{4\mathscr{P}a^2}{cw_0^2}.$$

10.5

1. Xét một dòng phôtôn hẹp đập lên diện tích dS từ phương (θ, φ) như hình 10.2G.

Vì các phôtôn chuyển động đều theo các hướng mà không có phương ưu tiên, nên số phôtôn chứa trong hình trụ này có hướng chuyển động về phía dS là :

$$dE(\theta,\varphi) = dE\frac{\sin\theta.d\theta d\varphi}{4\pi} = ucdS\cos\theta\frac{\sin\theta d\theta d\varphi}{4\pi}$$



Hình 10.2G

Vì các tia sáng rọi tới dS sẽ phản xạ đối xứng qua Oz nên dS sẽ nhận được từ hướng (θ, φ) cho một xung theo chiều âm của trục Oz :

$$dF_z(\theta,\varphi) = -2\frac{dE(\theta,\varphi)}{4\pi}\cos\theta = -\frac{u}{2\pi}dS\cos^2\theta\sin\theta d\theta d\varphi$$

a) Do đó lực tổng hợp tác dụng lên dS là :

$$dF = dFz = -\frac{u}{2\pi}dS\int_0^{\pi/2}\cos^2\theta\sin\theta d\theta\int_0^{2\pi}d\varphi = -\frac{1}{3}udS,$$

dấu "–" thể hiện $d\vec{F}$ hướng theo chiều âm của trục Oz.

Vì dS là bất kì nên áp suất tác dụng lên thành bình sẽ là : $p = \frac{|dF|}{dS} = \frac{1}{3}u$

b) Ta lại có : $dE(\theta,\varphi) = dE\frac{\sin\theta d\theta d\varphi}{4\pi} = \frac{ucdS}{4\pi}\cos\theta\sin\theta d\theta d\varphi$

Do đó, lượng năng lượng bị mất đi trên một đơn vị diện tích :

$$\varepsilon = \frac{\frac{ucdS}{4\pi}\int_0^{\pi/2}\cos\theta\sin\theta d\theta\int_0^{2\pi}d\varphi}{dS} = \frac{uc}{4}$$

2. a) Theo định luật Đan-tôn và ý 1, ta có :

$$p = \int_0^{\infty}dp(f) = \int_0^{\infty}d\frac{1}{3}u(f) = \frac{1}{3}\int_0^{\infty}du(f) = \frac{1}{3}u$$

b) Ta có : $u = \int_0^{\infty}du(f) = \int_0^{\infty}\frac{8\pi hf^3df}{c^3\left(e^{\frac{hf}{kT}}-1\right)} = \frac{8\pi k^4T^4}{(hc)^3}\int_0^{\infty}\frac{\left(\frac{hf}{kT}\right)^3 d\left(\frac{hf}{kT}\right)}{e^{\frac{hf}{kT}}-1} = \frac{8\pi k^4T^4}{(hc)^3}\frac{\pi^4}{15}$

$\Rightarrow u = \frac{8\pi^5k^4}{15(hc)^3}T^4 = \sigma T^4$, với $\sigma = \frac{8\pi^5k^4}{15(hc)^3}$.

Chú ý :

Công thức Plăng chính xác là $du(f) = \frac{2hf^3}{c^2\left(e^{\frac{hf}{kT}}-1\right)}$ nên $u = \frac{2\pi^5k^4}{15h^3c^2}T^4 = \sigma T^4$

c) Ta có : $\delta Q = dU + pdV = \sigma d(T^4V) + \frac{1}{3}\sigma T^4dV = 4\sigma T^3VdT\frac{4}{3}\sigma T^4dV$

$\Rightarrow dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{4\sigma}{3}(3T^2VdT + T^3dV) = \frac{4\sigma}{3}d(T^3V) \Rightarrow S - S_0 = \frac{4\sigma}{3}T^3V$

Do đó : $f(V,T) = \frac{4\sigma}{3}T^3V$

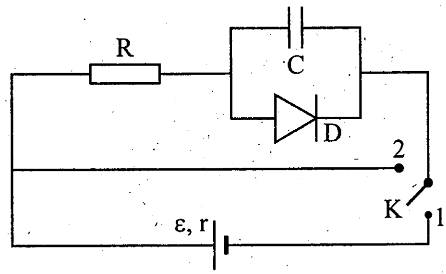
Trong quá trình đoạn nhiệt : $dS = \frac{\delta Q}{T} = 0 \Rightarrow d(T^3V) = 0$

$\Rightarrow$ Phương trình đoạn nhiệt của khí phôtôn : $T^3V = \text{const}$.

10.6

Cho mạch điện như hình 20.3G.

Tại t = 0, đóng khoá K vào 1, lúc đầu tụ chưa tích điện, hiệu điện thế giữa hai cực của đèn LED nhỏ hơn U_0, đèn không sáng, do đó cường độ dòng điện trong mạch là i và điện tích q của tụ điện liên hệ với nhau bởi hệ thức :



Hình 10.3G

$$Ri + \frac{q}{C} + ri = \varepsilon$$

Trong đó : $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \int_0^q \frac{dq}{q - C\varepsilon} = -\int_0^t \frac{dt}{(R+r)C} \Rightarrow ln\frac{|q - C\varepsilon|}{C\varepsilon} = ln\frac{C\varepsilon - q}{C\varepsilon} = -\frac{t}{(R+r)C}$

Đèn LED sẽ sáng khi $q = CU_0$, sau đó hiệu điện thế giữa hai cực của D không đổi nên tụ sẽ không tích thêm điện và LED sáng ổn định ở dòng $i = \frac{\varepsilon}{R+r}$. Thời điểm D bắt đầu sáng, τ thoả mãn :

$$ln\frac{C\varepsilon - CU_0}{C\varepsilon} = -\frac{\tau}{(R+r)C} \Rightarrow \frac{\tau}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon - U_0}} = C(R+r)$$

1. Từ hệ thức trên ta thấy, nếu sử dụng các điện trở R khác nhau ta có các thời gian τ khác nhau và :

$$R_i - R_j = \frac{1}{C}\frac{\tau_i - \tau_j}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon - U_0}} \Rightarrow C = \frac{1}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon - U_0}}\frac{\tau_i - \tau_j}{R_i - R_j} = \frac{1}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon - U_0}}\frac{\Delta\tau}{\Delta R}$$

2. Tiến hành thí nghiệm :
   - Mắc mạch điện theo sơ đồ như hình vẽ trên.
   - Tại thời điểm t = 0 ta tức thì đóng khoá K vào 1 đồng thời với khởi động đồng hồ bấm giây.
   - Đến khi đèn D loé sáng ta ngay lập tức ngừng đồng hồ bấm giây.

– Đọc số liệu của điện trở R và thời gian τ, điền kết quả vào bảng số liệu sau :

Lần đo	1	2	3	......	n
R	R_1	R_2	R_3	......	R_n
τ	τ_1	τ_2	τ_3	......	τ_n

– Chuyển K về 2, đợi cho tụ phóng hết điện rồi thay điện trở R đã dùng bằng một điện trở khác rồi lặp lại phép đo trên, cứ như vậy ta điền hết bảng số liệu.

– Vì đề bài không cho thước đo độ dài vì thế ta sẽ xử lí số liệu bằng phương pháp bình phương tối thiểu, theo đó tổng sau cực tiểu :

$$\left(C(R_2-R_1)-\frac{\tau_2-\tau_1}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon-U_0}}\right)+\left(C(R_3-R_1)-\frac{\tau_3-\tau_1}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon-U_0}}\right)+...+\left(C(R_n-R_1)-\frac{\tau_n-\tau_1}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon-U_0}}\right)^2$$

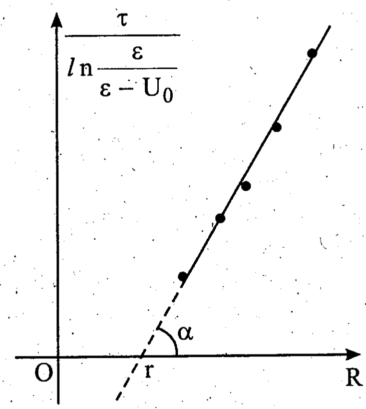
$$C=\frac{1}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon-U_0}}\frac{\sum_{i=2}^{n}(R_i-R_1)(\tau_i-\tau_1)}{\sum_{i=2}^{n}(R_i-R_1)^2}$$

Ta cũng có thể xử lí số liệu bằng đồ thị như sau :

– Biểu diễn sự phụ thuộc của R vào $\dfrac{\tau}{ln\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon-U_0}}$ trên đồ thị sau hình 10.4G.

– Khi đó $C=\tan\alpha$.

Tuy nhiên đề bài không cho thước đo độ dài vì việc xác định $\tan\alpha$ sẽ khó khăn hơn nhiều so với việc tính các tổng trên.



Hình 10.4G

Mục lục